

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2000-148

На правах рукописи
УДК 530.12:531.51

C-505

СМИРИЧИНСКИЙ
Валерий Иванович

**РЕПАРАМЕТРИЗАЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЙ
ГАМИЛЬТОНОВЫЙ ФОРМАЛИЗМ В ОТО
И ДИНАМИКА СОБСТВЕННОГО ВРЕМЕНИ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 2000

Общая характеристика диссертации

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

профессор, доктор физико-математических наук В.Н. ПЕРВУШИН

Официальные оппоненты:

кандидат физико-математических наук В.А. БЕРЕЗИН
профессор, доктор физико-математических наук Ю.С. ВЛАДИМИРОВ

Ведущая организация:

Институт физики высоких энергий (г. Протвино)

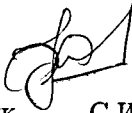
Защита диссертации состоится "6" Декабря 2000 г. на заседании диссертационного совета К 047.01.01 при Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

Автореферат разослан "20" октября 2000 г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Ученый секретарь

диссертационного совета

кандидат физико-математических наук  С.И. ФЕДОТОВ

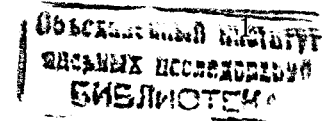
Актуальность темы

Наиболее общепринятая на сегодняшний день гамильтонова формулировка Общей Теории Относительности основана на АДМ параметризации 4-х метрики пространственно-временного многообразия. Изначально такая формулировка развивалась для целей квантования гравитационного поля, для чего проводились интенсивные исследования с целью выявления геометрического и динамического содержания АДМ параметров и, так называемого, физического сектора переменных соответствующих гравитонным степеням свободы, также велись исследования посвященные анализу проблемы начальных данных, проблеме энергии и поверхностных членов.

Однако, существуют несколько все еще не решенных проблем которые затрудняют корректное квантование гравитационного поля. Отметим некоторые из них.

Первая из них – это проблема гамильтониана. Дело в том, что ОТО, являясь сингулярной теорией с первичными и вторичными связями первого рода, имеет гамильтониан пропорциональный связям и равен нулю на уравнениях движения. Этот факт затрудняет однозначное определение генератора эволюции для функции состояния в квантовой теории и интерпретацию энергии гравитационного поля. Прямое же квантование связей, дающее, например, уравнение Уилера-Де-Витта, приводит к ненормируемой волновой функции состояния. По-видимому, такое положение будет иметь место для всех общековариантных метрических формулировок гравитации.

Вторая проблема – это самосогласованность теории возмущения. Как было отмечено еще К. Кухаржом (1970), шифт-вектор выпадает из уравнений связи при взятии дивергенции от поперечной связи, а



лэпс-функция вообще не входит в линеаризованные уравнения связи. В этом и состоит несамосогласованность, что, в свою очередь, сильно затрудняет формулировку пертурбативной квантовой теории. Действительно, метрическое представление функционала состояний основано на предположении, что компоненты метрического тензора g_{ik} могут быть взяты как независимые переменные. В классической теории это предположение было сформулировано как "thin sandwich theorem", согласно которой начальные значения g_{ik} вместе с производными $g_{ik,0}$ однозначно (при подходящих граничных условиях) определяют метрику пространства-времени. Предполагают, что задавая на начальной гиперповерхности $g_{ik,0}$ и g_{ik} , и используя четыре уравнения связи, можно определить четыре неизвестные – лэпс-функцию и шифт-вектор, то есть определить полностью 4-х метрику пространства времени. В линейном приближении эта теорема нарушается и необходимо как-то фиксировать лэпс-функцию и шифт-вектор. Отсюда можно заключить, что в линейном приближении недостаточно информации, чтобы определить, например, лэпс-функцию по заданным $g_{ik,0}$ и g_{ik} . Очевидно, что не имея хорошо определенной теории возмущения на классическом уровне, вряд ли стоит рассчитывать на успех в пертурбативной квантовой теории гравитации.

Следующей проблемой является проблема редукции. Под ней понимается отделение динамического содержания теории на поверхности связей от "лишних" переменных, ответственных за калибровочный произвол. Безусловно, эта проблема связана с предыдущими двумя. Существует два способа решения этой проблемы. Первый состоит в наложении дополнительных калибровочных условий, исключающих лишние переменные. Второй способ состоит в разрешении связей. К достоинствам первого способа следует отнести удобство и простоту,

так как обычно выбираются такие условия, которые существенно облегчают вычисления, а недостатком является достаточно узкая применимость данной конкретной калибровки и отсутствие уверенности в том, что данная калибровка не испортит "истинной" динамики. Способ же разрешения связей, если бы его удалось провести полностью, был бы идеальным для исследователя, и это означало бы, что удалось найти истинную динамику на связях в общем случае. Но в силу сложной структуры связей это трудно реализовать технически. Возможно, что правильная стратегия исследования проблемы редукции состоит в комбинации двух этих способов.

Эти три проблемы, применительно к общей теории относительности, а так же к конформной единой теории, и являются объектом исследования в данной диссертации.

Цели работы

- Провести и обосновать гамильтонову редукцию для Общей Теории Относительности и Конформной Единой Теории и провести динамический анализ этих систем.
- Сформулировать и исследовать теорию возмущения на уровне редуцированных систем.

Научная новизна и практическая ценность Доказано существование глобальной переменной, связанной со следом второй квадратичной формы, что обосновывает схему гамильтоновой редукции, основанную на введении глобальной конформной параметризации метрики. Это, в свою очередь, позволяет в явном виде найти инвариантный (физический) сектор теории, не внося в теорию зависимость от выбора калибровок. Метод может быть использован для оценки допустимости

последних. Получен редуцированный ненулевой локальный гамильтониан.

Разработанная гамильтонова редукция и самосогласованная теория возмущения может быть использована для корректного построения пертурбативной квантовой гравитации.

Апробация работы

Результаты диссертации представлялись на следующих конференциях и семинарах.

- IX Семинар "Гравитационные волны и энергия", Дубна, декабрь 1996.
- The Eighth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity 22-27 June 1997 The Hebrew University, Jerusalem, Israel
- International Seminar "Supersymmetries and Quantum Symmetries" dedicated to the memory of Victor I. OGIEVETSKY
JINR, Dubna, July 22-26, 1997
- VIII International Conference on "Symmetry methods in Physics" dedicated to the memory of Ya, A. SMORODINSKY
JINR, Dubna, July 28- August 2, 1997
- XII International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory, September 4 - 10 1997, Samara, Russia.
- EXTENDEND WORKSHOP ON
HIGHLIGHTS IN ASTROPARTICLE PHYSICS
15 October - 15 December 1997 Trieste, Italy
- International Seminar on Mathematical Cosmology.
30 March - 5 April 1998, Potsdam, Germany.

- XXXV Karpatch Winter School
2-12/02/1999 Polanica. Poland.

- Семинары ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ, 1995-99.

Публикации

По результатам диссертации опубликовано десять работ в реферируемых журналах.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложений. Список литературы содержит 80 наименований. Полный объем диссертации – 93 страницы машинописного текста.

Содержание работы

Во введении после краткого обзора проблем дана prescription гамильтоновой редукции для временипараметризованно-инвариантных систем. В общем случае, в процессе гамильтоновой редукции, любая расширенная система

$$W^{ES} [p_i, q_i; p_0, q_0 | t, N] = \int_{t_1}^{t_2} dt \left(-p_0 \dot{q}_0 + \sum_i p_i \dot{q}_i - N H^{ES}(q_0, p_0, q_i, p_i) \right)$$

расщепляется на две подсистемы. Первая – это набор редуцированных подсистем

$$W_{(1,2,\dots)}^{RS} [p_i, q_i | q_0] = \int_{q_0(1)}^{q_0(2)} dq_0 \left[\sum_i p_i \frac{dq_i}{dq_0} - H_{(1,2,\dots)}^{RS} \right],$$

соответствующая набору различных решений гамильтоновой связи

$$H^{ES} = 0 \Rightarrow P_{0(1,2,\dots)} = H_{(1,2,\dots)}^{RS}.$$

Вторая часть дается "динамикой собственного времени", определяемой уравнением на дополнительный импульс

$$\frac{\delta W^{ES}}{\delta p_0} = 0 \Rightarrow \frac{dq_0}{dT} = -\frac{\partial H^{ES}}{\partial p_0} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\rho(q_0)} \Rightarrow T(q_0) = \int_0^{q_0} \frac{dq_0}{\sqrt{\rho(q_0)}}.$$

Это есть эволюция собственного времени по отношению к эволюционному параметру редуцированной системы.

И здесь нужно подчеркнуть два факта рассмотренной гамильтоновой редукции.

I. Параметр эволюции редуцированной системы является одной из исходных динамических переменных расширенной системы.

II. Вариационный принцип должен быть добавлен соглашением об измеряемом времени.

Итак, точное разрешение гамильтоновой связи показывает, что одна из первичных переменных исходной расширенной системы "выпадает" из фазового пространства и становится эволюционным параметром редуцированной системы. Такая переменная имеет отрицательный вклад (квадратичный по импульсу) в гамильтонову связь. Любое действие репараметризационно-инвариантной теории должно быть дополнено геометрическим соглашением, которое соотносит измеряемый временной интервал с параметрами и переменными расширенной системы. Одна из таких переменных играет роль множителя Лагранжа в обобщенном гамильтоновом описании Дирака. Вдобавок, мы имеем динамику собственного времени, описываемую двумя уравнениями (уравнения на добавочный импульс и координату). В специальной теории относительности динамика собственного времени есть просто соотношение между собственным временем наблюдателя и собственным временем частицы (т.е. преобразование Лоренца). В космологической модели динамика собственного времени есть закон Фридмана-Хаббла эволюции Вселенной.

Вторая глава. После краткого введения в современную технику 3+1

разложения в ОТО, дано обоснование существования глобальной переменной, связанной со следом второй квадратичной формы, играющей роль параметра эволюции в редуцированной системе. Это обоснование будет дано в форме достаточно общего глобального условия на лэпс-функцию, и доказательства невозможности зануления следа второй квадратичной (внешней кривизны) при этом условии. В этой же главе будет изложена и проблема Коши в ОТО, и роль конформных преобразований в построении начальных данных для уравнений Эйнштейна – для формального обоснования вводимых конформных переменных Лихнеровича, с последующей гамильтоновой редукцией.

Третья глава посвящена Конформной Единой Теории. Показана математическая эквивалентность КЕТ и ОТО на уровне только лишь редуцированного действия в терминах переменных Лихнеровича, но не динамики собственных времен.

Четвертая глава посвящена формулировке теории возмущения и анализу линеаризованной теории.

В пятой главе проводится переход к осцилляторному приближению в системе гравитонов и фотонов, наподобие осцилляторного представления в теории квантования свободных полей в квантовой электродинамике. Однако этот переход проводится с учетом глобальной космологической динамики. Исследуются динамические свойства такой системы в различных приближениях и возможные экспериментальные следствия.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

В приложении А приведены конформные преобразования АДМ параметров.

В приложении В приведено описание фермионов в КЕТ в терминах конформных переменных Лихнеровича.

На защиту вынесены следующие результаты

1. Предложен метод разрешения гамильтоновой связи, ведущий к репараметризационно-инвариантной редуцированной теории с хорошо определенным ненулевым локальным гамильтонианом. Этот метод основан на введении глобальной (зависящей только от времени) конформной переменной.
2. Исследован физический и геометрический смысл переменных в редуцированном действии. Показана непротиворечивость метода малых возмущений в данной теории, основанная на том факте, что
3. нединамический параметр – локальная лэпс-функция – целиком определяется редуцированным гамильтонианом
4. Из анализа редуцированной классической теории в линейном приближении следует, что в первые моменты времени от рождения Вселенной эффективное уравнение состояния гравитационной материи – это предельно жесткое уравнение состояния

$$\varepsilon = p.$$

5. Показано отсутствие волноподобных возмущений в теории гравитации, дающих отрицательный вклад в гамильтониан.
6. Посредством параметризации конформными переменными Лихнеровича показана идентичность КЕТ и ОТО на уровне редуцированных действий.

Общие выводы

Разработанная гамильтонова редукция ведет к времени репараметризационно-инвариантной гамильтоновой теории. Существование гло-

бального расслоения 4-х многообразия на семейство пространственно-подобных гиперповерхностей и выделение динамики глобальной переменной, связанной с этим расслоением, из уравнений Эйнштейна, позволяет сформулировать редуцированную теорию, в которой отсутствуют нединамические параметры. Такой вариант решения проблемы редукции приводит к ненулевой локальной функции Гамильтона как генератора эволюции редуцированной системы по отношению к инвариантному параметру ϕ .

Отметим, что широко распространенное мнение о нелокализуемости гравитационной энергии, на языке гамильтоновой формулировки, апеллирует к тому факту, что гамильтониан, сопряженный неинвариантному времени t , равен нулю на уравнения движения, и единственная возможность получить ненулевой вклад – это нелокализуемый вклад от поверхностных членов действия. Однако редуцированный гамильтониан, если его связать с понятием энергии, приводит к хорошо определенной локальной плотности энергии гравитационного поля, более того, эта плотность будет являться кинематрическим скаляром. Таким образом, решается проблема гамильтониана.

Сформулированная теория возмущения лишена недостатков, связанных с неопределенностью нединамических параметров, например, лэпс-функции, так как она не входит в редуцированный гамильтониан. Ндинамический параметр – локальная лэпс-функция – определяется через редуцированный гамильтониан на уравнениях движения.

Анализ линеаризованной теории показывает, что не существует волновых возбуждений гравитационного поля, дающих отрицательный вклад в гамильтониан. Поскольку именно гамильтониан линеаризо-

ванной теории определяет спектр частиц в квантованной теории, то можно утверждать, что нет частицеподобных гравитационных возмущений дающих отрицательный вклад в энергию.

Данный метод гамильтоновой редукции решает сформулированные во введении проблемы гамильтониана, теории возмущения и редукции.

Публикации

1. S.A.Gogilidsze, A.M.Khvedelidze, V. Papoyan, Yu. Paliy, V. Pervushin, V.I.Smirichinski
The time-surface Term in Quantum Gravity.
Phys. Lett. B365, (1996), 35-40.
2. V. Pervushin, V.Smirichinski
Conformal Symmetry and Higgs Effect in Quantum Cosmology
Mod. Phys. Lett. A, Vol. 13, No. 2 (1998) pp. 119-131.
3. V. Pervushin, V.Smirichinski
Dynamics of Einstein's Equations in terms of the eigenvalue of the first and second curvature
Physics of Atomic Nuclei, vol. 61, No 1,(1998) p. 133-148.
4. V. Pervushin, V.Smirichinski
The Trace of Extrinsic Curvature and Dynamic of Einstein Equations
Physics of Atomic Nuclei, vol. 61, No 12,(1998), p. 2180-2182.
5. V.V. Papoyan, V.N. Pervushin, V.I. Smirichinski

Conformal Invariant Model of Early Universe

Astrophysics. vol 41,(1998) p.459-471.

6. V.V. Papoyan, V.N. Pervushin, V.I. Smirichinski
**Conformal Quantum Cosmology:
Integrable models and Friedmann Observables**
Physics of Atomic Nuclei, vol. 61, No 11. (1998) p. 1908-1913
7. L.N. Gyngazov, M.Pawlowski, V.N. Pervushin and V.I. Smirichinski
Proper Time Dynamics in General Relativity and Conformal Unified Theory
General Relativity and Gravitation, 1998, 30, N 12, p 1749.
8. M. Pawlowski, V.V. Papoyan, V.N. Pervushin, V.I. Smirichinski
Conformal Unification of General Relativity and Standard Model
Phis. Lett. B ,B444 (1998). 293-298.
9. V.N. Pervushin, V. Smirichinski
Bogolyubov Quasiparticles in Constraint System
Journals of Physics A: Mathematical and General, 32,(1999), p.6191-6201
10. А. Боровец, В.И. Смиринский
Репараметризационно инвариантный гамильтоновый формализм в ОТО
Ядерная физика, 12, (2000). (В печати).

Рукопись поступила в издательский отдел

23 июня 2000 года