

К-231

2 - 12065

КАРИМХОДЖАЕВ

Абдугапур

ВОПРОСЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ  
СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ДВУХ ЧАСТИЦ  
В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Специальность 01.04.02 - теоретическая  
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна 1978

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель

доктор физико-математических наук  
старший научный сотрудник

Р.Н. Фаустов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук  
профессор

О.А. Хрусталева,

кандидат физико-математических наук  
старший научный сотрудник

С.Б. Герасимов

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт  
ядерных исследований АН СССР, Москва.

Автореферат разослан " " \_\_\_\_\_ 1979 года.

Защита диссертации состоится " " \_\_\_\_\_ 1979 года  
на заседании специализированного ученого совета К 047.01.01 Лабо-  
ратории теоретической физики Объединенного института ядерных  
исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ

Ученый секретарь Совета

В.И. Журавлев.

### Общие характеристики работы

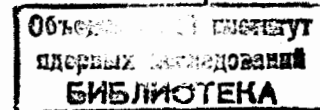
#### Актуальность проблемы.

Задача двух тел играет фундаментальную роль как в классической, так и в квантовой физике. В квантовой механике важное значение имеет рассмотрение связанного состояния двух заряженных частиц, взаимодействующих через электромагнитное поле, — водородоподобного атома.

Исследование водородоподобного атома, в частности уровней энергии, позволяет с большой точностью проверить основные положения квантовой электродинамики и релятивистской теории связанных состояний, а также получить дополнительные сведения о структуре элементарных частиц. Причина такого выделенного положения водородоподобных атомов состоит в том, что, с одной стороны, радиационные и релятивистские поправки к кулоновским уровням малы и могут быть вычислены с высокой точностью по теории возмущений<sup>1,2/</sup>. С другой стороны, энергетические уровни этих атомов доступны экспериментальному исследованию с поразительной степенью точности.

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов позволяет проверить справедливость квантовой электродинамики на малых расстояниях. По мере продвижения в область малых пространственных интервалов появляются многочисленные трудности. Одна из них состоит в оценке отклонения от предсказаний "чистой" квантовой электродинамики под влиянием сильных и слабых взаимодействий.

Влияние сильных взаимодействий на наблюдаемые величины проявляются в учете вкладов структуры адронов и адронной поляризации вакуума. Такой учет вызывает серьезные трудности из-за отсутствия последовательной теории сильных взаимодействий.



В свете вышеизложенного ясна актуальность проверки основных положений квантовой электродинамики на основе релятивистской теории связанных состояний с учетом поправок на сильные взаимодействия.

Цель работы: 1) исследование некоторых вопросов релятивистской квантовой теории связанных состояний двух частиц; 2) вычисление спектра энергии  $(\pi\mu)$ -атома в рамках квазипотенциального подхода Логанова-Тавхелидзе; 3) нахождение поправок на адронную поляризацию вакуума к фотонному пропагатору и вычисление с его помощью вклада адронной поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона и лэмбовский сдвиг мюонных атомов.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации впервые выведено точное выражение для полюсного вклада связанного состояния в двухчастичную функцию Грина с использованием наиболее общего определения координат центра масс и относительных координат частиц.

В рамках квантовой электродинамики выведено представление типа Дайсона-Швингера для ядра уравнения Бете-Солпитера и на его основе построено приближенное выражение для ядра с учетом эффектов связанности.

Это выражение использовано затем для вычисления тонкой структуры и лэмбовского сдвига  $(\pi\mu)$ -атома в рамках квазипотенциального подхода Логанова-Тавхелидзе.

На основе обработки новейших экспериментальных данных о сечении аннигиляции  $e^+e^-$  в адроны найдена поправка на адронную поляризацию вакуума к фотонному пропагатору. С ее помощью впервые вычислен вклад адронной поляризации вакуума в лэмбовский сдвиг мюонных атомов.

Рассмотренный метод построения ядра уравнения Бете-Солпитера может найти применение в тех задачах, где требуется частичное суммирование неприводимых диаграмм ядра, в частности в задачах рассеяния.

Несомненную практическую ценность представляет проверка вычисленного сдвига уровней энергии  $(\pi\mu)$ -атома, обусловленного радиационными и релятивистскими эффектами, и впервые полученной нами поправки на адронную поляризацию вакуума к сдвигу  $S'$ -уровня мюонных атомов. Вклад адронной поляризации вакуума уже обнаружен в аномальном магнитном моменте мюона и в сечении электрон-позитронной аннигиляции в мюонную пару.

Повышение точности измерений и теоретических расчетов спектра энергии мюонных атомов должно также привести к проявлению эффекта адронной поляризации вакуума. Соответствующие эксперименты предполагается провести в лабораториях LAMPF (Лос-Аламос), SIN (Цюрих), FNAL (Батавия).

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на Международном семинаре по физике высоких энергий и теории поля (Серпухов, 1978), на шестой Международной конференции по Атомной физике (Рига, 1978), на семинарах ЛТФ ОИЯИ, ВНИИФТРИ (Москва) и отдела Теоретической физики ИЯФ АН УзССР (Ташкент).

Публикации. По результатам диссертации опубликованы четыре статьи.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и двух приложений, содержит 88 страниц машинописного текста. Библиографический список состоит из 90 названий.

#### Содержание работы

Во введении дан краткий обзор методов описания связанных состояний в квантовой теории поля. Широко известное ковариантное четырехмерное уравнение Бете-Солпитера<sup>/3/</sup> имеет существенный недостаток, свя-

занный с переменной относительного времени (или относительной энергии). Почти во всех практических приложениях уравнения Бете-Солпитера дополнительный параметр относительного времени тем или иным способом исключался. Наиболее последовательно это было сделано в квазипотенциальном подходе Логунова-Тавхелидзе.<sup>/4/</sup> Квазипотенциальный метод в теории поля является весьма эффективным средством исследования как свойств связанных состояний,<sup>/5/</sup> так и задач рассеяния.<sup>/6/</sup> Квазипотенциальный подход совмещает простоту и наглядность трехмерного описания нерелятивистской квантовой механики (уравнение Шредингера) с ковариантным аппаратом квантовой теории поля.

Первая глава посвящена исследованию свойств двухчастичной функции Грина.

В §1 обсуждается выделение вклада связанных состояний с полным четырехимпульсом  $P$  и массой  $M$  в двухчастичную функцию Грина:

$$G(x_a, x_b, y_a, y_b) = -i \langle 0 | T \psi_a(x_a) \psi_b(x_b) \bar{\psi}_a(y_a) \bar{\psi}_b(y_b) | 0 \rangle \quad (1)$$

В случае параметризации общего вида для частиц с произвольными массами:

$$X = \eta_a x_a + \eta_b x_b, \quad x = x_a - x_b, \\ \eta_a + \eta_b = 1, \quad (2)$$

$$Y = \eta_a y_a + \eta_b y_b, \quad y = y_a - y_b,$$

вклад связанных состояний выделяется с помощью  $\theta$ -функции:

$$\theta \left\{ X^0 - Y^0 - \frac{1}{2} |x^0 - y^0| - \frac{\eta_a - \eta_b}{2} (x^0 - y^0) \right\} = \begin{cases} 1 & \text{при } x_a^0, x_b^0 > y_a^0, y_b^0 \quad (3) \\ 0 & \text{в других случаях,} \end{cases}$$

которая правильно учитывает определенное упорядочение операторов поля по переменным полного  $X^0, Y^0$  и относительного  $x^0, y^0$  времени. Найдено, что фурье-образ функции Грина  $G$  имеет полюс при  $P^0 = E(\vec{P}) = \sqrt{\vec{P}^2 + M^2}$ , соответствующий наличию связанного состояния:

$$G(P; x, y) = \frac{\chi'_P(x) \chi'_P(y)}{2 E(\vec{P}) [P^0 - E(\vec{P}) + i0]} + \quad (4)$$

+ регулярные члены при  $P^0 = E(\vec{P})$ , где

$$\chi'_P(x) = \exp \left\{ \frac{i}{2} (P^0 - E(\vec{P})) [ |x^0| + (\eta_a - \eta_b) X^0 ] \right\} \chi_P(x). \quad (5)$$

На массовой поверхности связанного состояния волновые функции  $\chi'_P(x)$  совпадают с амплитудами Бете-Солпитера  $\chi_P(x)$ .

В §2 в рамках квантовой электродинамики на основе формализма функций Грина с внешними источниками получено представление типа Дайсона-Швингера для ядра уравнения Бете-Солпитера

$$K = i S_e^{-1} M_a - e_a S_e^{-1} \chi_a(\xi) \mathcal{D}(\xi, \xi') G * \Gamma_{ab}(\xi'), \quad (6)$$

где значок (\*) означает интегрирование по двухчастичным состояниям,  $\Gamma_{ab}$  - двухчастичная вершинная функция Грина,  $M_a$  - одностичный массовый оператор (см. рис. 1).

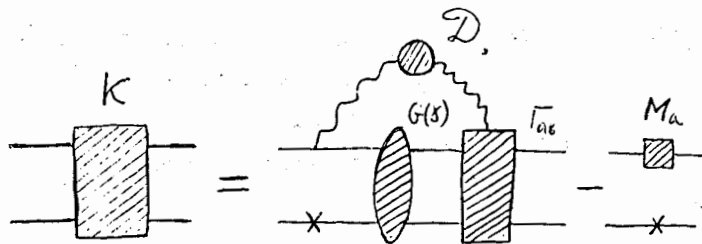


Рис. 1

В случае проблемы связанных состояний инфракрасные особенности не возникают даже в приближении "рассеяния", если явно учесть эффекты "связанности" в промежуточных виртуальных состояниях.<sup>17)</sup> Для этого необходимо просуммировать бесконечные последовательности неприводимых диаграмм ядра уравнения Бете-Солпитера. Такое суммирование проще всего осуществить, если имеется дополнительное уравнение (6) для этого ядра. Решая уравнение (6) итерациями по модифицированной теории возмущений, найдем приближенные выражения для ядра

$$K = K_0 + \Delta K,$$

где  $K_0$  соответствует ядру однофотонного обмена между частицами (рис. 2), а  $\Delta K$  графически представлена на рис. 3. Связанность

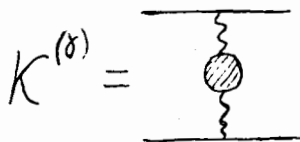


Рис. 2

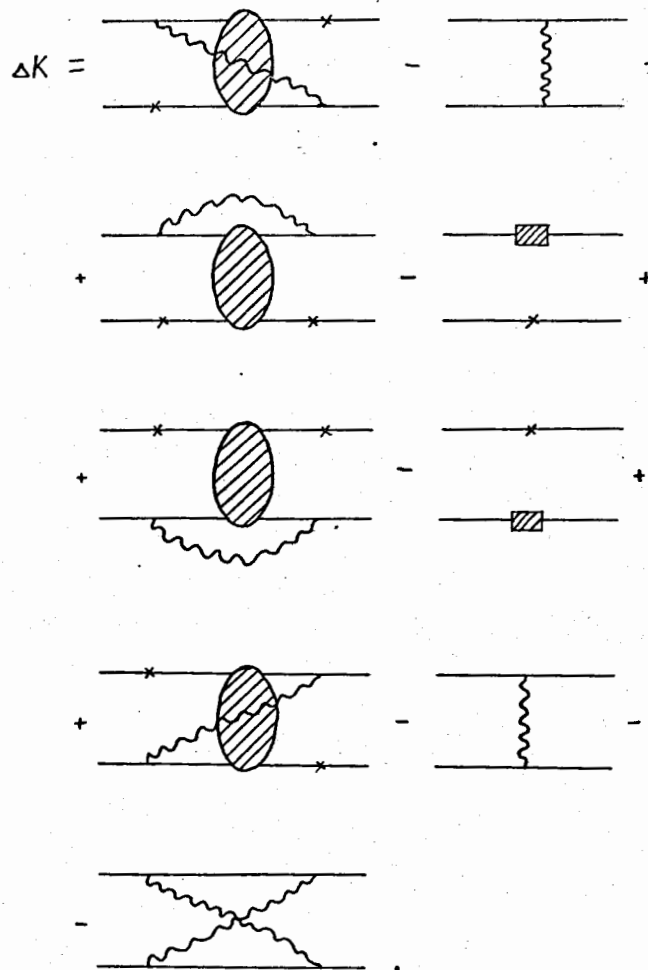


Рис. 3

учитывалась с помощью функции  $G^{(x)}$ , соответствующей лестничному приближению. Полученное выражение для ядра  $K$  во второй главе применено для вычисления радиационных сдвигов в  $(\pi\mu)$ -атоме.

Вторая глава посвящена применению квазипотенциального подхода Логунова-Тавхелидзе к вычислению спектра энергии мюонных атомов.

В §1 обсуждаются специфические свойства спектра энергии мюонных атомов, связанных с большим вкладом эффектов электрон-позитронной поляризации вакуума и структуры ядра.

В §2 дается краткий обзор по практическим приложениям квазипотенциального подхода и приводятся нужные для вычисления формулы. За исходное приближение принимаются боровские уровни энергии и кулоновские волновые функции. Сдвиг уровней энергии определяется по теории возмущений. Квазипотенциал  $V$  строится в терминах амплитуды рассеяния  $T$  вне энергетической поверхности. Квазипотенциальное уравнение в с.ц.м. имеет вид:

$$\begin{aligned} (M - \sqrt{\vec{p}_a^2 + m_a^2} - \sqrt{\vec{p}_c^2 + m_c^2}) \psi_M(\vec{p}) = \\ = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(\vec{p}, \vec{q}; P) \psi_M(\vec{q}), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $M$  - масса связанной системы,  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  - относительные импульсы в конечном и начальном состояниях.

В §3 на основе общего выражения квазипотенциала, соответствующего однофотонному обмену, в приближении рассеяния найдена формула тонкой структуры  $(\pi\mu)$ -атома, обнаруженного недавно<sup>/8/</sup> в атомном распаде  $K_L^0 \rightarrow (\pi\mu)\nu$ <sup>/9/</sup>.

Уравнение (7) без учета структуры частицы, радиационных поправок и поляризации вакуума напоминает уравнение Брейта.<sup>/10/</sup> При вычислениях удобно использовать кулоновскую калибровку фотонного пропагатора. Отметим, что в отличие от обычного дираковского спектра водородоподобных атомов вырождение тонкой структуры  $(\pi\mu)$ -атома по орбитальному квантовому числу  $\ell$  отсутствует.

В §§4 и 5 вычислен полный лэмбовский сдвиг порядка  $\alpha [Z\alpha]^4$  в  $(\pi\mu)$ -атоме в приближении одно- и двухфотонного обмена с учетом адронной поляризации вакуума, рассмотренной в третьей главе. Хорошо известно,<sup>/2,5/</sup> что при вычислении лэмбовского сдвига приходится одновременно устранять как ультрафиолетовые, так и инфракрасные расходимости. Это приводит к тому, что на практике используется, как правило, "смешанное" рассмотрение этой проблемы: нерелятивистское - в области малых частот фотонов и релятивистское - в области больших частот. Вследствие этого возникает проблема "сшивания" полученных результатов. Эффекты "связанности" проявляются лишь при малых импульсах виртуального фотона. Параметр  $\lambda$ , ограничивающий низкочастотную область, следует выбрать таким образом:

$$(Z\alpha)^2 \mu \ll \lambda \ll \mu.$$

На практике удобно взять  $\lambda \sim Z\alpha\mu$ . В соответствии с этим интеграл по импульсу фотона разобьется на две части:

$$\int d^3k dk^0 = \left[ \int_{|\vec{k}| < \lambda} d^3k + \int_{|\vec{k}| > \lambda} d^3k \right] \int dk^0.$$

Поскольку главную роль в эффектах "связанности" играет кулоновское взаимодействие, то в низкочастотной области используются кулоновские функции Грина нерелятивистского уравнения Шредингера, моди-

фицированные соответствующим образом. Область высоких частот может быть описана с помощью борновских приближений. Сумма обоих вкладов дает полностью сходящийся в инфракрасной области результат. Численное значение лэмбовского сдвига порядка  $\alpha [Z\alpha]^4$  в  $(\pi\mu)$ -атоме равно

$$\Delta W'(2S_{1/2}) - \Delta W(2P_{1/2}) = -79,449 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}$$

в согласии с ранее полученным значением /II/. Сюда не включен вклад размеров пиона

$$\Delta W_{\text{разм. п.}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\alpha^4 \mu^3}{h^3} \langle r_\pi^2 \rangle \delta_{\ell 0},$$

где  $n, \ell$  - главное и орбитальное квантовые числа,  $\mu = \frac{m_\mu \cdot m_\pi}{m_\mu + m_\pi}$  - приведенная масса,  $r_\pi$  - электромагнитный радиус пиона. Этот вклад составляет порядка 1% от общего сдвига.

Третья глава посвящена влиянию адронной поляризации вакуума на проверку квантовой электродинамики при низких энергиях.

В §I исследуется вклад адронной поляризации вакуума в фотонный пропагатор в  $e^2$ -приближении /I2/:

$$\mathcal{D}^{\mu\nu}(q^2) = -\frac{d(q^2)}{q^2 + i0} \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right), \quad (8)$$

где

$$d(q^2) = 1 - \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(s) ds}{s(s - q^2 + i0)} \quad (9)$$

Инвариантная функция

$$R = \frac{\sigma_h}{\sigma_{\mu\mu}}, \quad \sigma_{\mu\mu} = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{s},$$

имеет смысл отношения полного сечения аннигиляции  $e^+e^-$  в адроны  $\sigma_h$  на сечение аннигиляции  $e^+e^-$  в мюонную пару  $\sigma_{\mu\mu}$ . Величина  $R$  параметризована с учетом новых экспериментальных данных /I3/ сечения  $\sigma_h$ . В области рождения двух пионов сечение  $\sigma_h$  выражается через квадрат модуля электромагнитного формфактора пиона. Для формфактора использована параметризация Дубнички-Мещерякова /I4/, хорошо описывающая экспериментальные данные в широкой области энергий  $-2 \text{ ГэВ}^2 \leq s \leq 4,4 \text{ ГэВ}^2$  и обладающая асимптотическим поведением  $1/s$ , что согласуется с результатами правил кваркового счета. /I5/ При параметризации  $R$  учтен тот факт, что эта величина до  $\sqrt{s} = 3,0 \text{ ГэВ}$  падает, в области  $3,0 \leq \sqrt{s} \leq 5,0 \text{ ГэВ}$  растет за счет рождения очарованных частиц, а начиная с  $\sqrt{s} = 5,0 \text{ ГэВ}$  становится примерно постоянной и равной 4,5+5,5.

В §2 на основе параметризации  $R$ , приведенной в параграфе I, вычислен адронный вклад в аномальный магнитный момент мюона:

$$a_\mu (\text{адроны}) = (72,1 \pm 6,0) \cdot 10^{-9},$$



Рис. 4

который находится в хорошем согласии с экспериментальным значением и ранее найденными теоретическими значениями.<sup>[16]</sup>

В §3 вычислен вклад адронной поляризации вакуума в лэмбовский сдвиг мюонных атомов. При малых переданных импульсах  $q^2 \ll 4m_\pi^2$  инвариантная функция  $d(q^2)$  имеет вид

$$d(q^2) = 1 - \frac{\alpha}{3\pi} \frac{q^2}{m_h^2},$$

где

$$m_h^{-2} = \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(s)}{s^2} ds,$$

$m_h^2$  - квадрат эффективной адронной массы. Для  $m_h^{-2}$  при использованной выше параметризации  $R$  найдено значение

$$m_h^{-2} = \frac{1}{4m_\pi^2}$$

Сдвиг  $S$ -уровней мюонных атомов равен

$$\Delta W(nS) = \frac{4\alpha(Z\alpha)^4 \mu^3}{3\pi n^3 m_h^2}$$

и превышает вклад мюонной петли с точечными вершинами на порядок. В таблице I приведены численные значения полного лэмбовского сдвига и вклада адронной поляризации вакуума в мюонном водороде

$(\mu^- p)$ ,  $(\mu^- \mu)$ -атоме, мюонном ионе гелия  $(\mu^- He_\mu)^+$ .

### Основные результаты, полученные в диссертации

1. Последовательно выведено точное выражение для полюсного вклада связанного состояния в двухчастичную функцию Грина с использованием наиболее общего определения координат центра масс и относительных координат частиц. Показано, что на массовой поверхности связанного состояния возникают обычные амплитуды Бете-Солпитера.

2. Выведено представление типа Дайсона-Швингера для ядра уравнения Бете-Солпитера, позволяющее производить частичное суммирование неприводимых диаграмм, что необходимо, например, при наличии связанных состояний двух заряженных частиц в квантовой электродинамике. Построено приближенное выражение для ядра с учетом эффектов "связанности".

3. В рамках квазипотенциального подхода Логанова-Тавхелидзе вычислены тонкая структура и лэмбовский сдвиг уровней энергии  $(\pi\mu)$ -атома в приближении одно- и двухфотонного обмена.

4. На основе параметризации Дубнички-Мещерякова для пионного формфактора и с учетом новых экспериментальных данных о полном сечении аннигиляции  $e^+e^-$  в адроны найдена поправка на адронную поляризацию вакуума к фотонному пропагатору.

5. Найденная модификация фотонного пропагатора использована для вычисления вклада адронной поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона и лэмбовский сдвиг мюонных атомов.



Таблица I

	Полный лэмбовский сдвиг, эВ	Вклад АПВ, эВ
$(M^-P)$	$0,2108 \pm 0,0001 /17/$	$1,67 \cdot 10^{-5}$
$(\pi\mu)$ -атом	$79,449 \cdot 10^{-3}$	$0,31 \cdot 10^{-5}$
$({}^4_2\text{He}\mu)^+$	$1,5275 \pm 0,0003 /17/$	$2,6 \cdot 10^{-4}$

Результаты диссертации опубликованы в работах:

А.Каримходжаев, Р.Н.Фаустов.

ТМФ т.30, с.12, 1977;

ОИЯИ, P2-9596, Дубна, 1976.

А.Каримходжаев, Р.Н.Фаустов.

ТМФ т.32, с.44, 1977;

ОИЯИ, P2-10085, Дубна, 1976.

В.П.Гердт, А.Каримходжаев, Р.Н.Фаустов.

ОИЯИ, P2-11308, Дубна, 1978.

Тезисы VI-Международной конференции по Атомной физике Рига, 1978.

А.Каримходжаев, Р.Н.Фаустов.

ОИЯИ, P2-11746, Дубна, 1978.

## Литература:

1. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей, "Наука", М., 1976.
2. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. Физматгиз, М., 1960.
3. Bethe H.A., Salpeter E.E. Phys.Rev., 1951, v.84, p.1232.
4. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuov.Cim., 1963, v.29, p.380.
5. Фаустов Р.Н. ЭЧАЯ, 1972, т.3, с.283.
6. Гарсеванишвили В.Р., Матвеев В.А., Слеченко Л.А. ЭЧАЯ, 1970, т.1, с.92.
7. Fulton T., Martin P.C. Phys.Rev. 1954, v.95, p.811.
8. Coombes R e.a. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, p.249.
9. Неменов Л.А. ЯФ, 1972, т.15, с.1047; 1972, т.16, с.125.
10. Ризов В.А., Тодоров И.Т. ЭЧАЯ, т.6, с.669, 1975.
11. Bar-Gadda U., Cho C.F. Phys.Lett., 1973, v.46, p.95.  
Cho C.F. Nuovo Cim., 1974, v.23A, p.557.
12. Faustov R.N. JINR-CERN School, Alushta, 1975.  
JINR, E2-8786, Dubna, 1975.  
Brodsky S. Proc. SLAC Summer Inst. on Particle. Phys. Stanford, 1973; SLAC-PUB-167, v.2, p.141, 1973.
13. Ауслендер В.Л. и др. ЯФ, 1969, т.9, с.14.  
Benaksas D. e.a. Phys.Lett., 1969, v.39B, p.289.  
Siegrist J. e.a. Phys.Rev.Lett., 1976, v.36, p.700.  
Burmester J. e.a. Phys.Lett., 1977, 66B, p.395.
14. Dubnicka S., Meshcheryakov V.A. Nucl.Phys., 1974, B83, p.311.

15. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N.  
Lett.Nuov.Cim., 1973, v.7., p.4038.  
Brodsky S., G.Farrar. Phys.Rev.Lett., 31, 1153 (1973).
16. Calmet e.a. Rev.Mod.Phys., 1976, v.49, No.2.  
Петрунькин В.А., Старцев С.А. ЯФ, 1971, т.14, с.1033.  
Письма ЖЭТФ 1974, т.19, с.403.
17. Scheck F. Muon Physics MZ-TH 77/6, Maiuz, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 декабря 1978 года.