ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2 - 10918

КАЗАКОВ
Дмитрий Игоревич

ВОПРОСЫ ПЕРЕНОРМИРОВОК В ТЕОРИЯХ С ДИНАМИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ

Специальность 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1977

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований.

Научные руководители:
член-корреспондент АН СССР
доктор физико-математических наук
профессор Д.В. ШИРКОВ,
кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник
В.Н. ПЕРВУШИН

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
профессор М.К. ПОЛИВАНОВ,
кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник П.П. КУЛИШ

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Харьковский Физико-технический институт АН УССР.

Автореферат разослан " " ____________ 1977 года

Защита диссертации состоится " " ____________ 1977 года на заседании Специализированного учёного совета К-56 Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ

Учёный секретарь Совета В.И. ЖУРАВЛЁВ

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы

Не существует, по-видимому, более привлекательной и красивой идеи в физике элементарных частиц, чем идея симметрии, как не существует более сложной и неизбежной проблемы, чем проблема перенормировок. И если первую обычно рассматривают как источник математического изящества теории, имеющий к тому же ясный физический смысл, то вторая выступает как формальный приём, направленный на устранение возникающих расходимостей.

Необходимость перенормировок часто связывают с существованием ультрафиолетовых расходимостей. Однако такое отношение скорее основывается на непонимании их природы. При построении матрицы рассеяния на базе теории возмущения свободного движения перенормировки необходимы и в случае отсутствия расходимостей.

Изучение структуры перенормировок позволяет глубже понять природу элементарных взаимодействий, увидеть проявление динамической симметрии теории. Оказывается, что не только симметрия приводит к ограничениям на структуру перенормировок, но и перенормировки могут приводить к выявлению скрытой симметрии взаимодействий, к лучшему пониманию их динамики.

Строгая теория перенормировки фейнмановских амплитуд, основанная на построении и доказательстве R – операции Боголюбова /1,2/, позволяет проводить перенормировку и устранять расходимости в любой локальной квантовой теории поля. Много нового, в рамках указанной схемы, привносит в теорию наличие внутренней динамической асимметрии. В основе любой теории, реально претендующей на описание взаимодействий частиц, будь то квантовая электро-или хромодинамика, единая теория слабых и электромагнитных взаимодействий или теория гравитации, лежит та или иная симметрия.

Симметрия является динамической, если она связывает амплитуды процессов с разным числом участвующих частиц[3]. Она может быть реализована линейно и нелинейно. Построение моделей взаимодействия элементарных частиц на базе лагранжианов с динамической симметрией обычно основывается на линейных реализациях. Они приводят, как правило, к ренормируемым типам взаимодействия. Однако, как показано в диссертации, такие реализации неустойчивы с точки зрения группы перенормировок при высоких энергиях, т.е. требуют соблюдения точной симметрии взаимодействия на малых расстояниях. Это накладывает жёсткие ограничения на выбор модели взаимодействия элементарных частиц и приводит к теориям с малым числом свободных параметров.

С другой стороны, исследование нелинейных реализаций таит в себе большие возможности. Они обладают стройным математическим аппаратом, но приводят к неренормируемым и даже неполиномиальным взаимодействиям. В связи с этим попытки построения замкнутой квантовой теории нелинейных реализаций представляют большой интерес как на пути использования существенно нелинейных методов, так и на пути максимального учёта симметрии в рамках обычной теории перенормировок. Такие возможности рассмотрены в диссертации. Как установлено, чисто симметричные соображения не ведут к перенормируемости, однако существует возможность появления связанного состояния исходных полей и восстановления более широкой симметрии вакуума, чем исходная.

Вопрос о структуре и свойствах симметрии вакуума приобрёл большой физический интерес, связанный со спектром асимптотических состояний теории. Это относится и к проблеме описания связанных состояний в рамках квантовой теории поля, что является весьма актуальным с точки зрения кварк-партонной модели адронов. Возможно, что выяснение структуры вакуума теории поможет решить и проблему невылетания кварков.

<u>Цель работы</u>. Исследование структуры перенормировочной процедуры в квантовой теории поля с динамической симметрией в случае линейных и нелинейных реализаций.

<u>Научная новизна и практическая ценность</u>. В диссертации впервые показан неустойчивый характер линейных реализаций динамических симметрий с точки зрения группы перенормировок.

В рамках суперпропагаторного формализма в квантовой киральной теории впервые построена перенормировочная процедура, позволяющая работать с высшими порядками теории возмущений, и подтверждена справедливость последней в низкоэнергетической мезонной физике.

Новым вкладом является развитие инвариантного метода перенормировки в случае нелинейной реализации произвольной группы динамической симметрии со спонтанно-нарушенной симметрией вакуума. Впервые получено общее выражение для двухпетлевых контрчленов. Предложенный метод применим к теории с произвольной группой и позволяет максимально учесть свойства симметрии теории при построении процедуры перенормировок.

<u>Следующие результаты выдвигаются для защиты</u>

I) Установление связи динамической симметрии теории в случае линейных реализаций с особыми решениями уравнений группы перенормировок. Исследование скрытой симметрии теории в ряде квантовополевых моделей.

2) Обобщение процедуры перенормировок на существенно нелинейные (неполиномиальные) теории с динамической симметрией на основе суперпропагаторного метода вычислений. Подтверждение справедливости теории возмущений в низкоэнергетической области.

3) Развитие инвариантного метода перенормировки для теорий с нелинейной реализацией произвольной полупростой группы динамической симметрии со спонтанно-нарушенной симметрией вакуума. Построение алгоритма определения контрчленов и вычисление контрчленов одно- и двухпетлевого приближения.

Основные материалы диссертации неоднократно докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований, Отдела квантовой теории поля МИАН СССР, на научных сессиях Отделения ядерной физики АН СССР. Часть результатов докладывалась на Ш Международном совещании по физике низких энергий (Новосибирск, 1975 г.) и на Международной конференции по взаимодействию частиц высоких энергий (Смоленице, ЧССР, 1975).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано пять статей.

Объём работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав основного содержания, заключения и четырех приложений, содержит 90 страниц машинописного текста, 14 рисунков и библиографический список литературы из 94 названий.

Содержание работы

Введение содержит краткое обсуждение проблемы построения процедуры перенормировок в квантовой теории поля с внутренней

динамической симметрией. Вводится понятие динамической симметрии и даётся краткий обзор методов теории перенормировок. Обсуждаются пути построения замкнутой перенормируемой квантовой теории поля с нелинейной реализацией динамической симметрии.

В главе I рассматриваются линейные реализации динамических симметрий и устанавливается связь симметрии теории с особыми решениями уравнений группы перенормировок [2]. Как установлено, в фазовом пространстве инвариантных констант связи внутренним динамическим симметриям соответствуют неустойчивые особые решения уравнений ренормгруппы, проходящие через начало координат и линейным образом связывающие константы различных взаимодействий. В фазовом пространстве эти решения являются прямыми линиями, причём прямолинейность сохраняется при учёте высших (многопетлевых) поправок. Это приводит к возможности обнаружения не известной заранее внутренней динамической симметрии.

§ I содержит постановку задачи. В § 2 рассматриваются скалярные взаимодействия вида

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{4!} h_{ijkl} \varphi_i \varphi_j \varphi_k \varphi_l \,.$$

Получены уравнения ренормгруппы и найдены особые решения этих уравнений. На основе двух и трехпетлевых расчётов установлено, что только одно решение соответствует нетривиальной симметрии лагранжиана - изотопической симметрии с группой $O(n_1) \otimes \otimes O(n_2) \otimes \ldots \otimes O(n_k)$. Она реализуется как неустойчивое особое решение, проходящее через начало координат фазового пространства, и включает в себя, в частности, линейную реализацию киральной симметрии типа $SU(2) \otimes SU(2)$, так называемую σ-модель.

В § 3 рассматриваются различные лагранжианы, включающие спинорные и скалярные поля. Для каждого из них получены уравнения ренормгруппы в двухпетлевом приближении и найдены особые решения. Единственное особое решение, остающееся прямолинейным при учёте двухпетлевых поправок, приводит к следующему лагранжиану:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu A)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu B)^2 + \frac{1}{2}\bar{\psi}\, i\hat{\partial}\,\psi + $$

$$+ \frac{g}{2}\bar{\psi}(A+\gamma^5 B)\psi - \frac{g^2}{8}(A^2+B^2),$$

где A и B – скалярное и псевдоскалярное поле соответственно, а ψ – майорановский спинор. Это есть лагранжиан суперсимметричной модели Весса и Зумино с точностью до массовых членов /4/. Суперсимметрия реализуется как неустойчивое решение уравнений ренормгруппы.

В § 4 рассматривается более полная ситуация, включающая спинорные, скалярные и калибровочные векторные поля со всевозможными взаимодействиями вида

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma_\mu D_\mu \psi + \frac{1}{2}(D_\mu A^a)^2 + \frac{1}{2}(D_\mu B^a)^2 +$$

$$+ g_A \bar{\psi} T^a A^a \psi + g_B \bar{\psi} T^a \gamma^5 B^a \psi - V(A,B),$$

где $V(A,B)$ – калибровочно-инвариантный потенциал. Из анализа однопетлевых уравнений следует наличие целого ряда особых решений, но только одно из них сохраняет прямолинейность в двухпетлевом приближении и приводит к динамической симметрии, свя-

зывающей константы различных взаимодействий согласно формулам

$$g_A^2 = g_B^2 = g^2, \quad V(A,B) = \frac{1}{2} g^2 \epsilon^{abc}\epsilon^{ade} A^b B^c A^d B^e.$$

Получившийся лагранжиан есть суперсимметричный лагранжиан модели Салама-Страсди, Феррара-Зумино с точностью до массовых членов /5/. Таким образом, суперсимметрия опять выступает в роли динамической симметрии и реализуется как неустойчивое особое решение группы перенормировок. Заметим, что все взаимодействия оказываются при этом асимптотически свободными, что может иметь интересные физические следствия. § 5 содержит краткие выводы.

Глава II диссертации посвящена рассмотрению нелинейных реализаций динамических симметрий на примере нелинейной реализации киральной симметрии типа $SU(2)\otimes SU(2)$. Лагранжиан имеет неполиномиальный вид /6/:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\, i\hat{\partial}\,\psi - M\bar{\psi}\exp\left[-\gamma^5\frac{\vec{\tau}\vec{\pi}}{F_\pi}\right]\psi + \frac{F_\pi^2}{4}\mathrm{Sp}\left\{\partial_\mu \exp\left[-\gamma^5\frac{\vec{\tau}\vec{\pi}}{F_\pi}\right]\partial_\mu \exp\left[\gamma^5\frac{\vec{\tau}\vec{\pi}}{F_\pi}\right]\right\}.$$

В данной главе формулируется процедура перенормировок для лагранжиана неполиномиального типа с использованием суперпропагаторного метода вычислений для удаления расходимостей /7/. Получены соотношения между константами перенормировки типа тождеств Уорда в кирально-инвариантной теории. Это позволяет рассмотреть одно- и двухпетлевые вклады в фейнмановские амплитуды и подтвердить справедливость теории возмущений в низкоэнергетической области.

§ I содержит постановку задачи. В § 2 формулируется схема перенормировок и получены тождества между константами перенормировки различных функций Грина. В § 3 рассматриваются перенормировки в однопетлевом приближении на примере сильной вершины πN- взаимодействия и слабой вершины β -распада. Для этого в лагранжиан добавляется взаимодействие со слабым лептонным током.

$$\mathcal{L}' = (D_\mu \vec{\pi} \cdot F_\pi + \frac{1}{2} \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma_\mu \gamma^5 \psi) \cdot \vec{L}_{5\mu} .$$

Показано, что с учётом перенормировок в обоих случаях получается одно и то же значение аксиальной константы g_A , входящей в соотношение Голдбергера-Треймана/8/, что является следствием сохранения аксиального тока.

§ 4 посвящён оценке вкладов высших порядков теории возмущений по сильной константе связи в низкоэнергетической мезонной физике. Рассматриваются двухпетлевые поправки к электромагнитному радиусу пиона. Показано, что с учётом перенормировок основной вклад даёт однопетлевое приближение, а поправки составляют лишь несколько процентов. Это является подтверждением справедливости теории возмущений в области низких энергий ($\sqrt{s} \ll$ I ГэВ),несмотря на отсутствие малого параметра разложения. Подчеркнем, что все расчёты проводились на основе суперпропагаторного метода вычислений.

§ 5 посвящён построению двухзарядной ренормгруппы в рассматриваемой теории. Получены функциональные и дифференциальные уравнения ренормгруппы и установлена их совместность с теорией

возмущений, использующей суперпропагаторный формализм. Показано, что, несмотря на это, ренормгруппа в такой теории не приводит к суммированию рядов теории возмущений. В § 6 содержатся краткие выводы.

Глава Ш диссертации посвящена исследованию структуры перенормировок в теориях с нелинейной реализацией динамической симметрии. Разработан инвариантный метод перенормировки для теорий с нелинейной реализацией произвольной полупростой группы Ли со спонтанно нарушенной симметрией вакуума. Предложен простой алгоритм расчёта многопетлевых контрчленов, имеющий общее применение. Основой предлагаемого метода является теория нелинейных реализаций простых групп Ли/9-II/. Эта теория оперирует геометрическими образами фактор-пространства G/H , где G - исходная группа динамической симметрии, а H - подгруппа стабильности вакуума. Параметры фактор-пространства отождествляются с полями голдстоуновских частиц, и контрчлены строятся в виде инвариантов группы G , записанных в терминах дифференциальных форм Картана группы.

§ I содержит постановку задачи. В § 2 рассматривается классическая теория, вводится понятие форм Картана группы, их геометрический смысл. Классический лагранжиан, инвариантный относительно группы G , имеет вид

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2c_2} \mathrm{Sp}\, \omega_\mu(A) \omega_\mu(A) ,$$

где $\omega_\mu(A)$ есть дифференциальные формы Картана.

В § 3 излагаются основы процедуры перенормировок с использованием метода фонового поля/I2/. Предлагается модификация метода фонового поля, состоящая в замене обычного сложения полей при сдвиге

$$A \to A + \varphi$$

сложением, с учётом геометрии кривого пространства полей

$$G(A) \to G(A)\,G(\varphi)\,,$$

где $G(A)$ – элемент группы G. Доказана инвариантность такой процедуры перенормировок. В § 4 рассматривается реализация сложения полей на группе, приводящая к замене формы Картана $\omega_\mu(A)$ на $\bar{\omega}_\mu(A,\varphi)$ в лагранжиане по формулам /13/

$$\bar{\omega}^{\,i}_\mu(A,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\mathcal{M}^n_\varphi)^i_l \left[\frac{\omega^l_\mu(A)}{(2n)!} + \frac{(D_\mu\varphi)^l}{(2n+1)!} \right],$$

где $\mathcal{M}_\varphi$ – матрица, определяемая в Приложении.

В § 5 предлагается алгоритм построения контрчленов любого приближения. Контрчлены строятся в виде

$$\Delta\mathcal{L}_n = a_1 I_1 + \ldots + a_N I_N\,,$$

где $I_1, \ldots, I_N$ – полный набор линейно-независимых инвариантов группы G /14/, а $a_1, \ldots, a_N$ – функции регуляризирующего параметра. Рассмотрены однопетлевые контрчлены и установлено, что контрчлены n-петлевого приближения являются однородными функциями форм Картана степени

$$[D\omega]^{2k}\,[\omega]^{2(n+1-2k)}\,, \quad k = 0, 1, \ldots, \left[\frac{n}{2}\right],$$

где D – есть ковариантный дифференциал.

В § 6 предложенный алгоритм применяется для получения

контрчленов двухпетлевого приближения. Результат имеет вид

$$\Delta\mathcal{L}_1 = \frac{1}{3(16\pi^2\epsilon)}\left[Sp\,\omega_\mu\omega_\mu\omega_\nu\omega_\nu + \frac{1}{2} Sp\,\omega_\mu\omega_\nu\omega_\mu\omega_\nu \right],$$

$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{L}_2 = \frac{2C_2}{9(16\pi^2\epsilon)^2}\Big[& a_1 Sp\,\omega_\mu\omega_\mu\omega_\nu\omega_\nu\omega_\rho\omega_\rho + a_2 Sp\,\omega_\mu\omega_\nu\omega_\mu\omega_\nu\omega_\rho\omega_\rho + \\ & + a_3 Sp\,\omega_\mu\omega_\nu\omega_\nu\omega_\mu\omega_\rho\omega_\rho + a_4 Sp\,\omega_\mu\omega_\nu\omega_\rho\omega_\mu\omega_\nu\omega_\rho + \\ & + a_5 Sp\,\omega_\mu\omega_\nu\omega_\rho\omega_\mu\omega_\rho\omega_\nu + a_6 Sp\,D_\mu\omega_\mu D_\nu\omega_\nu\omega_\rho\omega_\rho + \\ & + a_7 Sp\,D_\mu\omega_\nu D_\mu\omega_\nu\omega_\rho\omega_\rho + a_8 Sp\,D_\mu\omega_\mu D_\nu\omega_\rho\omega_\nu\omega_\rho + \\ & + a_9 Sp\,D_\mu\omega_\nu D_\mu\omega_\rho\omega_\rho\omega_\nu + a_{10} Sp\,D_\mu\omega_\mu\omega_\rho D_\nu\omega_\nu\omega_\rho + \\ & + a_{11} Sp\,D_\mu\omega_\mu\omega_\nu D_\nu\omega_\rho\omega_\rho \Big],\end{aligned}$$

где a_i – вычисленные коэффициенты типа $\alpha_i + \beta_i\epsilon$. Полученные контрчлены явным образом инвариантны без учёта уравнений движения. В § 7 содержатся краткие выводы и обсуждаются возможные пути построения замкнутой перенормированной теории.

В заключении обсуждаются физические следствия полученных результатов и некоторые дальнейшие проблемы.

В Приложении А приведены функции Гелл-Манна–Лоу для лагранжианов в двух и трёхпетлевом приближении.

В Приложении Б демонстрируется вычисление интеграла с использованием суперпропагаторного метода.

В Приложении В получены фундаментальные уравнения Картана и найден явный вид форм Картана в экспоненциальной параметризации.

Приложение Г содержит некоторые полезные формулы.

Основные результаты, полученные в диссертации

I) Установлено, что линейные динамические симметрии реализуются как неустойчивые особые решения уравнений группы перенормировок. При этом в теории остаётся лишь одна независимая константа взаимодействия, а все остальные оказываются ей пропорциональными. Перенормировки не нарушают этих соотношений. Обнаружены скрытая изотопическая симметрия, линейная реализация динамической симметрии кирального типа, суперсимметрия.

2) Процедура перенормировок обобщена на случай нелинейной киральной теории с использованием суперпропагаторного метода. Получены соотношения для констант перенормировки. На основе одно- и двухпетлевых расчётов показано, что несмотря на большие константы связи (в низкоэнергетической мезонной физике) вклады от высших порядков теории возмущений относительно невелики.

Показано, что двухзарядная ренормгруппа в такой теории не приводит к суммированию рядов теории возмущений.

3) Развит инвариантный метод перенормировок для теорий с нелинейной реализацией произвольной полупростой группы динамической симметрии со спонтанно-нарушенной симметрией вакуума.

Построен простой алгоритм определения контрчленов любого приближения, основанный на инвариантах группы симметрии в терминах форм Картана, позволяющий максимально учесть свойства симметрии теории.

Получены общие формулы для одно- и двухпетлевых контрчленов в теориях с группой симметрии $G = H \otimes H$. Установлено, что симметрия как таковая не приводит к перенормируемости теории этого типа.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

D.I.Kazakov, D.V.Shirkov. High Energy Particle Interactions, v.2. Proceedings of the Conference, Smolenice, 1975. Bratislava, 1976; JINR, E2-8974, Dubna, 1975.

М.К. Волков, Д.И. Казаков, В.Н. Первушин. ТМФ, 28,46 (1976); JINR, E2-9170, Dubna, 1975.

Д.И. Казаков, В.Н. Первушин, С.В. Пушкин. ТМФ, 3I, I69 (I977); JINR, E2-9948, Dubna, 1976.

D.I.Kazakov, S.V.Pushkin. JINR, E2-I0655, Дубна, I977.

D.I.Kazakov, V.N.Pervushin, S.V.Pushkin. ОИЯИ, Р2-I0729, Дубна, I977.

Литература

I. N.N.Bogolubov, O.S.Parasiuk, Acta Math., 97, 227 (1957).

2. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Изд-во "Наука", Москва, I976.

3. S.Weinberg. Phys.Rev., 177, 2604 (1969).

4. J.Wess, B.Zumino, Phys.Lett., 49B, 52 (1974).

5. A.Salam, J.Strathdee. Phys.Lett., 51B, 353 (1974); S.Ferrara, B.Zumino, Nucl.Phys., B79, 413 (1974).

6. F.Gursey. Nuovo Cim., 16, 230 (1960); Phys.Rev., 164, 1752 (1967).

7. M.K.Volkov. Commun.Math.Phys., 7, 289 (1968); Ann.Phys., 49, 202 (1968).

8. M.L.Goldberger, S.B.Treiman. Phys.Rev., 109, 193 (1958).

9. Э.Картан Геометрия римановых пространств, ОНТИ, 1936;

10. S.Coleman, G.Wess, B.Zumino. Phys.Rev., 197, 2239 (1969).

11. Д.В. Волков. ЭЧАЯ 4, 3 (1973).

12. G't Hooft. Nucl.Phys., B62, 444 (1973);

И.Я. Арефьева,А.А. Славнов, Л.Д. Фаддеев. ТМФ, 21, 311 (1974).

13. В.Н.Первушин. ТМФ, 22, 291 (1975).

14. Д.В. Волков, В.Д. Герщун, А.А. Желтухин, А.И. Пашнев. ТМФ, 15, 245,(1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 августа 1977 года.