ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2 - 10806

СОКАЧЕВ
Эмери Симеонов

ВОПРОСЫ ЛАГРАНЖЕВОЙ ТЕОРИИ СУПЕРПОЛЕЙ

Специальность 01.04.02 - теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1977

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель -
доктор физико-математических наук В.И.ОГИЕВЕЦКИЙ.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
член-корреспондент АН УССР Д.В.ВОЛКОВ,

кандидат физико-математических наук Р.Э.КАЛЛОШ.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математический институт АН СССР им. В.А.Стеклова, Москва.

Автореферат разослан " " ____________ 1977 года.

Защита диссертации состоится " " ____________ 1977 года на заседании специализированного Ученого совета К-56 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований (Московская обл., г.Дубна).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук
В.И.ЖУРАВЛЕВ.

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Суперсимметрия - это новая и необычная инвариантность в квантовой теории поля. В отличие от всех ранее известных пространственно-временных и внутренних симметрий она объединяет в одно неприводимое представление бозоны и фермионы.

После пионерских работ Гольфанда и Лихтмана /1/, Волкова и Акулова /2/ и Весса и Зумино /3/ возник значительный и широкий интерес к суперсимметрии. В первую очередь привлекло внимание резкое сокращение расходимостей, обнаруженное в суперсимметричных моделях. Появилось и продолжает появляться большое число статей, в которых исследуются как алгебраические особенности новой симметрии, так и ее применение в конкретных моделях. Особо следует отметить интенсивно развивающееся в последнее время новое направление в теории суперсимметрии - супергравитацию. Ее появление связано со значительными надеждами на то, что объединение суперсимметрии и гравитации поможет решить сложную проблему о перенормируемости в квантовой теории гравитации.

Настоящая диссертация посвящена дальнейшему развитию и применению в конкретных задачах суперполевого подхода в суперсимметрии.

Суперполя /4/ являются наиболее удобным и адэкватным средством для записи и исследования суперсимметричных моделей. Однако понятие суперполя довольно непривычно, и необходимо научиться пользоваться им. В первой половине диссертации рассматриваются именно вопросы формализма суперполей, в частности, актуальный вопрос об уравнениях движения для суперполей.

Далее полученные в диссертации общие результаты применяются при разработке лагранжевой теории конкретных суперполей. Отметим специально векторное суперполе. Интерес к нему связан с весьма актуальными в настоящее время поисками минимального и алгебраически последовательного подхода к супергравитации.

Целью работы являлась разработка метода построения лагранжианов для суперполей и применение этого метода в двух задачах: суперсимметричное обобщение теории Янга-Миллса со спинорным калибровочным суперполем и минимальный суперполевой подход к супергравитации на основе векторного суперполя.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации впервые проведено полное разложение всех суперполей по неприводимым представлениям суперегебры. На этой основе впервые предложен последовательный метод вывода уравнений движения для суперполей. Этот подход позволяет также взглянуть по-новому и на уже известные уравнения для обычных полей.

В диссертации изложено новое суперсимметричное обобщение теории Янга-Миллса, связанное с использованием спинорного суперполя в качестве калибровочного суперполя.

Оригинальным является и предложенный суперполевой подход к супергравитации. В его рамках удалось впервые получить минимальную замкнутую группу, содержащую общековариантную группу и суперсимметрию.

Следующие результаты выдвигаются для защиты

I) Определение содержания неприводимых представлений суперазлгебры в произвольных суперполях и построение полной системы проекционных операторов.

2) Разработка алгоритма для вывода свободных уравнений движения для суперполей, основанного на проекционных операторах и их корнях.

3) Исследование возможности суперсимметричного обобщения теории Янга-Миллса с применением спинорного суперполя в качестве основного объекта.

4) Новый экономный суперполевой подход к супергравитации, получение минимальной замкнутой группы, обобщающей гравитацию и суперсимметрию.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на международных конференциях по физике высоких энергий и элементарных частиц в Варшаве (1975 г.), Смоленице (ЧССР, 1975 и 1976 гг.), Алуште (1976 г.) и Тбилиси (1976 г.), семинарах ЛТФ ОИЯИ, ФИАН СССР.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано шесть статей.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, вводной главы, четырех основных глав, заключения и двух приложений; она содержит 100 страниц машинописного текста и библиографический список из 64 названий.

Содержание работы

Диссертация начинается с короткого введения, в котором перечисляются основные результаты работы.

Основному изложению предшествует вводная глава. В соответствие с принятой в диссертации системой изложения эта глава преследует три цели. Во-первых, привести ряд определений, формул и других сведений, необходимых для дальнейшего. Во-вторых, дать короткий обзор некоторых из главных достижений и направлений развития суперсимметрии и тем самым определить место и значение вопросов, исследуемых в диссертации. В-третьих, сформулировать идеи и в общих чертах результаты, послужившие основой для этой работы.

В §I напоминаются основные определения и понятия.

Алгебра суперсимметрии /I/ состоит из генераторов группы Пуанкаре $J_{\mu\nu}$ и P_μ и из майорановского спинорного набора генераторов S_α, удовлетворяющих (анти) коммутационным соотношениям

$$[S_\alpha, P_\mu] = 0, \quad [S_\alpha, J_{\mu\nu}] = \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu} S)_\alpha, \quad \{S_\alpha, S_\beta\} = (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} P^\mu . \qquad (I)$$

Неприводимые представления этой алгебры задаются квадратом массы m^2 и суперспином Y, причем каждое такое представление содержит четыре обычных спина J (при $m^2 \neq 0$)

$$J = Y - \frac{1}{2}, Y, Y, Y + \frac{1}{2} . \qquad (2)$$

Алгебра (I) может быть реализована на суперполях /4/

$$\Phi_i(x,\theta) = A_i(x) + \bar\theta^\alpha \psi_{\alpha i}(x) + \frac{1}{4}\bar\theta\theta F_i(x) + \frac{1}{4}\bar\theta\gamma_5\theta G_i(x) + \frac{1}{4}\bar\theta i\gamma_\mu\gamma_5\theta A^\mu_i(x) + \frac{1}{4}\bar\theta\theta . \bar\theta^\alpha \chi_{\alpha i}(x) + \frac{1}{32}(\bar\theta\theta)^2 \mathcal{D}_i(x) , \qquad (3)$$

где i – внешний лоренцевский индекс, $A_i(x)$, $\psi_{\alpha i}(x)$, $F_i(x)$, $G_i(x)$, $A_{\mu i}(x)$, $\chi_{\alpha i}(x)$, $\mathcal{D}_i(x)$ – обычные поля, а θ_α – грассмановы переменные $(\{\theta_\alpha, \theta_\beta\} = 0)$. Все операторы на суперполях,(анти) перестановочные с генераторами суперпреобразований S_α, строятся из спинорных производных

$$\mathcal{D}_\alpha = \frac{\partial}{\partial\bar\theta^\alpha} - \frac{i}{2}(\not\partial\theta)_\alpha . \qquad (4)$$

Суперполя (3) задают приводимые представления алгебры (I), в связи с чем возникает задача о разложении суперполей по неприводимым представлениям.

В §2 приводятся суперсимметричные уравнения движения для простейших (скалярных) суперполей. Они могут быть записаны и в лагранжевой форме при использовании формализма,основанного на понятии грассманова интеграла /5/. Обсуждаются преимущества суперполевой записи уравнений, лагранжианов, суперинвариантной теории возмущения. В этой связи ставится вопрос об алгоритме для вывода уравнений движения для более сложных суперполей.

В §3 описано существующее суперсимметричное обобщение теории Янга-Миллса /6/. Отмечаются его нелинейность и определенная искусственность построения.Указаны соображения, наводящие на мысль о другой возможности обобщения, более близкой к классической янг-миллсовской идеологии.

§4 посвящен весьма актуальной теме – супергравитации. Излагаются два подхода к ней: геометрический /7/ и полевой /8/.

Суть геометрического подхода состоит в обобщении понятий геометрии искривленного пространства на суперпространство $\{(x,\theta)\}$. Несмотря на внешнюю простоту и ясность идей, такие построения характеризуются большим числом лишних степеней свободы, чрезмерно широкой группой симметрии и в результате – затруднениями в практическом применении. Напротив, полевой (локально суперсимметричный) подход ограничивается только физическими степенями свободы (спинами 2 и 3/2 для чистой супергравитации). Поэтому он очень гибок технически и позволяет продвинуться далеко в важном вопросе о перенормируемости гравитационного взаимодействия. Однако этот подход страдает отсутствием явной суперинвариантности (алгебра локальной суперсимметрии замыкается только на уравнениях движения).

Все это обосновывает <u>необходимость в других формулировках супергравитации, объединяющих экономность средств с ясной алгебраической структурой</u>. Идея одной такой возможности, предложенной в диссертации, излагается в §4 вводной главы.

В главе I детально исследуется содержание неприводимых представлений суперагебры в суперполях.

В §I показано, что суперполе с внешним спином j (т.е. по внешнему индексу i оно удовлетворяет условиям неприводимости для пуанкаре-спина j) содержит четыре неприводимых представления суперагебры с суперспинами

$$Y = j-\tfrac{1}{2},\ j,\ j,\ j+\tfrac{1}{2} \quad . \tag{5}$$

В §2 с помощью операторов суперспина и киральности построены полные системы проекционных операторов, разлагающих произвольные суперполя на неприводимые части.

В §3 найдены дополнительные дифференциальные условия (типа условия $\partial^\mu A_\mu(x)=0$ для спина I в векторном поле), выделяющие высшие суперспины из любых суперполей.

В главе II изложен метод построения свободных уравнений движения для суперполей, основанный на свойствах проекционных операторов и их корней.

В §I анализируется смысл обычных свободных уравнений движения как единых дифференциальных условий на поля φ_i

$$\pi_{ij}\varphi_j = 0\,, \tag{6}$$

из которых (при ненулевой массе) следуют все условия неприводимости по группе Пуанкаре. На примере уравнения Прока

$$\Box A_\mu - \partial_\mu \partial^\nu A_\nu + m^2 A_\mu = 0 \quad \text{или} \tag{7а}$$

$$-\Box\left(\eta_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu\partial_\nu}{\Box}\right)A^\nu = m^2 A_\mu \tag{7б}$$

иллюстрируется идея о связи оператора π_{ij} в уравнении (6) с проекционным оператором Π_{ij}, выделяющим данное неприводимое представление из поля φ_i. Окончательно предлагается следующий рецепт. Взять соответствующий проектор Π_{ij} и написать уравнение

$$(-\Box)^q\,\Pi_{ij}\varphi_j = (m^2)^q\varphi_j\;, \tag{8}$$

где $(-\Box)^q$ – множитель, локализующий Π_{ij}. Если уравнение (8) получается слишком высокого порядка, найти алгебраический корень

$$\pi = \sqrt[p]{(-\Box)^q\Pi} \tag{9}$$

и составить уравнение нужного порядка

$$\pi\varphi = (m^2)^{\frac{q}{p}}\varphi . \qquad (10)$$

Легко увидеть, что условие неприводимости (8) следует из (10) и (9). Этот подход непосредственно обобщается и для суперполей.

В §2 приводится несколько примеров применения метода: получены известные семейства уравнений Рариты-Швингера для спина 3/2 и Фирца-Паули для спина 2, а также уравнения для простейших (скалярных) суперполей.

В главе III предлагается суперсимметричное обобщение теории Янга-Миллса, основанное на использовании спинорного суперполя в качестве калибровочного суперполя.

В §1 описана схема обобщения, которая во многом напоминает обычную янг-миллсовскую идеологию. Рассмотрим набор суперполей $V_m(x,\theta)$, преобразующихся по некоторому представлению группы внутренней симметрии с генераторами $(T_i)_{mn}$:

$$V'_m(x,\theta) = \left[exp(ig\lambda_i T_i)\right]_{mn} V_n(x,\theta) . \qquad (11)$$

Заменяя константные параметры λ_i на произвольные скалярные суперфункции $\Lambda_i(x,\theta)$, мы локализуем закон (11) в суперпространстве (x,θ) наиболее общим способом (в отличие от более раннего подхода /6/, где рассмотрены только киральные параметры $\Lambda_i(x,\theta)$). Теперь, однако, спинорные производные $\mathcal{D}_\alpha V_m$ преобразуются неоднородно. Поэтому следует определить ковариантную спинорную производную

$$\Delta_\alpha V_m = (\mathcal{D}_\alpha + ig\Psi_{\alpha i} T_i)_{mn} V_n . \qquad (12)$$

Здесь $\Psi_{\alpha i}(x,\theta)$ - компоненты спинорного калибровочного суперполя $\Psi_\alpha(x,\theta) = \Psi_{\alpha i}(x,\theta) t_i$ (t_i - генераторы присоединенного представления) с законом преобразования

$$\Psi'_\alpha = e^{ig\Lambda}\Psi_\alpha e^{-ig\Lambda} - \frac{i}{g} e^{ig\Lambda}\mathcal{D}_\alpha e^{-ig\Lambda} . \qquad (13)$$

§2 посвящен уравнениям для спинорного суперполя. Согласно рецепту главы II, следует начать с массивного уравнения, описывающего высший суперспин 1 (т.е. спины 3/2, 1, 1, 1/2). После этого можно положить $m = 0$ и получить свободное уравнение, инвариантное относительно преобразования (13) при $g = 0$, т.е.

$$\Psi'_\alpha = \Psi_\alpha - \mathcal{D}_\alpha \Lambda . \qquad (14)$$

Далее, нетрудно ввести в это уравнение взаимодействие и получить простой полиномиальный лагранжиан, инвариантный относительно (13),

$$\mathcal{L} = \frac{1}{32} Tr\left\{\bar\Psi i\not{\mathcal{D}}\Psi - \frac{1}{2}\left[(\bar{\mathcal{D}} + ig\bar\Psi)\gamma_\mu\Psi\right]^2 + \frac{1}{12}\left[(\bar{\mathcal{D}} + ig\bar\Psi)\sigma_{\mu\nu}\Psi\right]^2\right\} . \qquad (15)$$

Оказывается, однако, что свободный лагранжиан (15) (при $g = 0$), кроме (14), допускает еще одно калибровочное преобразование:

$$\Psi'_\alpha = \Psi_\alpha + i(\not{\partial}\gamma_5\mathcal{D})_\alpha\Sigma , \qquad (16)$$

с произвольной скалярной суперфункцией $\Sigma(x,\theta)$. Смысл обоих преобразований, (14) и (16), выясняется при расписывании лагранжиана по компонентам. Он сводится к двум лагранжианам: Рариты-Швингера для спин-векторного поля (спин 3/2) и Прока для векторного поля (спин I). Каждому из них присуща своя калибровочная инвариантность, причем (I6) и (I4) являются суперполевыми обобщениями этих инвариантностей соответственно. Как следует обращаться с (I6) в случае взаимодействия,- вопрос открытый. Возможно, что его решение связано с т.н. расширенной супергравитацией.

В главе IУ предлагается экономный и явно суперсимметричный подход к супергравитации, основанный на применении векторного суперполя, генерируемого супертоком Феррары и Зумино /9/.

В §I проводится аналогия с теорией Эйнштейна, где сохраняющийся тензор энергии-импульса является источником тензорного гравитационного поля. Для суперсимметричного обобщения этого наблюдения предлагается включить гравитационное поле в минимальное возможное суперполе - векторное $h_\mu(x,\theta)$. Тогда источником этого суперполя может служить величина, объединяющая тензор энергии- импульса и спин-векторный ток суперсимметрии - векторный суперток Феррары и Зумино $V_\mu(x,\theta)$:

$$\pi_\mu{}^\nu h_\nu(x,\theta) = -\varkappa V_\mu(x,\theta) . \qquad (I7)$$

Здесь $\varkappa$ - константа взаимодействия и $\pi_{\mu\nu}$ - оператор свободного уравнения для h_μ. Он определяется по правилам главы П. Покомпонентное разложение уравнения (I7) подтверждает правильность выбора. В свободном случае $(\varkappa = 0)$ по уравнению (I7) находится аддитивная часть калибровочного преобразования h_μ.

В §2 исследуются преобразования скалярных суперполей, связанных с гравитационным суперполем h_μ через суперток (рассматривается только низший порядок по $\varkappa$). Этим путем найдены

преобразования киральных скалярных суперполей со следующими важными свойствами:

а) они замыкаются явно (т.е. без использования уравнений движения);

б) они содержат все необходимые компоненты - общековариантные преобразования и суперсимметрию (как глобальную, так и локализованную).

Таким образом, впервые получена минимальная замкнутая группа супергравитации, объединяющая естественным путем обычную гравитацию и суперсимметрию.

В §3 предлагаемый подход иллюстрируется на крайне простой модели одномерной супергравитации Бринка и др. /I0/. Хотя этот пример и физически тривиальный, он позволяет провести полезное сравнение между тремя подходами к супергравитации: полевым с его незамыканием алгебры (в данном случае незамыкание только кажущееся; причины этого явления выяснены в диссертации и могут оказаться поучительными), геометрическим с его перегруженностью и супертоковым, лишенным недостатков первых двух.

В приложении А описаны обе системы обозначений (четырехкомпонентная майорановская и двухкомпонентная ван-дер-варденовская), используемые в работе.

В приложении Б приводится ряд полезных алгебраических соотношений для спинорных производных $\mathcal{D}_\alpha$.

<u>Основные результаты, полученные в диссертации</u>

I. Определено содержание неприводимых представлений супералгебры в суперполях с произвольным внешним спином. Найдены полные системы проекционных операторов, выделяющих эти представления, и дополнительные условия для высших суперспинов в суперполях.

2. Изложен метод вывода свободных уравнений движения для полей и суперполей, основанный на свойствах проекционных операторов и их корней.

3. Рассмотрено возможное суперсимметричное обобщение теории Янга-Миллса со спинорным суперполем в роли калибровочного суперполя.

4. Предложен подход к супергравитации, отличающийся экономностью при сохранении явной алгебраической структуры. В рамках этого подхода получена минимальная группа, объединяющая гравитацию и суперсимметрию.

Результаты диссертации опубликованы в работах:

E.Sokatchev. Nucl.Phys. B99 (1975),96.

V.Ogievetsky, E.Sokatchev. JINR E2-9984 (1976), Dubna.

В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Письма в ЖЭТФ,23 (1976),66;

Proceedings of the Conference Smolenice (1975).

V.Ogievetsky, E.Sokatchev. Proceedings of the IV International Conference on Nonlocal and Nonlinear Field Theory, April 1976 (JINR, D2-9788, Dubna).

V.Ogievetsky, E.Sokatchev. JINR E2-9985 (1976), Dubna.

E.Sokatchev, JINR E2-10645 (1977), Dubna.

Литература

1. Ю.А.Гольфанд, Е.П.Лихтман. Письма ЖЭТФ,13 (1971), 452.
2. Д.В.Волков, В.П.Акулов. Письма ЖЭТФ,16 (1972), 621.
3. J.Wess, B.Zumino. Nucl.Phys., B70 (1974), 39.
4. A.Salam, J.Strathdee. Nucl.Phys., B76 (1974),477.
5. L.Mezincescu, V.Ogievetsky. JINR E2-8277 (1974), Dubna; K.Fujikawa, W.Lang. Nucl.Phys., B88 (1975),61.
6. J.Wess, B.Zumino. Nucl.Phys., B79 (1974),413; A.Salam, J.Strathdee. Phys.Lett., B51 (1974),353.
7. Д.В.Волков, В.А.Сорока. Письма ЖЭТФ,18 (1973), 529; R.Arnowit, P.Nath. Phys.Lett., 56B (1975), 81.
8. D.Z.Freedman, P.van Nieuwenhuizen, S.Ferrara. Phys.Rev., D13 (1976), 3214; S.Deser, B.Zumino. Phys.Lett., 62B (1976), 335.
9. S.Ferrara, B.Zumino. Nucl.Phys., B87 (1975),207.
10. L.Brink et al. Phys.Lett., 64B (1976), 435.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июля 1977 года.