

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

C152  
C-594

С.Н. Соколов

1230

ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА И ПЛАНИРОВАНИЯ  
КОСВЕННЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ  
МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Автореферат диссертации, представленной на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
кандидат физико-математических наук

Н.П. Клепиков

Дубна 1963 год

С.Н. Соколов

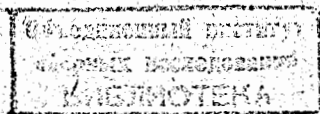
1230

С 152  
С - 594

1872 88

ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА И ПЛАНИРОВАНИЯ  
КОСВЕННЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ  
МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Автореферат диссертации, представленной на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук



Научный руководитель  
кандидат физико-математических наук

Н.П. Клепиков

Многие важные для теории элементарных частиц параметры, например, константа связи пионных и нуклонных полей, могут быть оценены только с помощью косвенных экспериментов. Анализ и планирование таких экспериментов выросли в самостоятельные разделы математической статистики, требующие разработки.

В диссертации рассмотрены следующие основные вопросы из этой области. В первой, вводной части (главы I, II), формулируется известный метод наилучшей линейной оценки [1] и делается его обобщение на нелинейный случай.

Вторая часть (главы III, IV) посвящена проблемам анализа. В главе III на примере анализа пион-протонного рассеяния демонстрируются приемы устранения сильной коррелированности оценок, вводятся парциальные критерии совместности и исследуется влияние несовместности на надежность оценок отдельных параметров. В главе IV те же вопросы обсуждаются на примере оценки пион-нуклонной константы взаимодействия из нуклон-нуклонных экспериментов и описывается метод использования относительных измерений.

Третья, основная, часть диссертации (главы V-VII) посвящена оптимальному планированию. В главе V рассматривается геометрическое планирование. В главе VI излагается универсальный метод непрерывного планирования. В главе VII исследуется оптимальность непрерывного планирования для больших промежутков времени.

Перечислим основные результаты. В главе II введено понятие алгебраической неоднозначности оценок, которая принципиально отличается от обычной, инвариантной к заменам параметров, статистической неоднозначности. Показано, что алгебраическая неоднозначность не может быть ликвидирована уточнением данных, а для ее устранения необходимо привлекать дополнительные теоретические сведения и ставить качественно новые эксперименты. Сформулировано понятие вырожденного минимума и показано, что вырожденные минимумы отсутствуют, если оцениваемые параметры комплексны и гипотеза по ним аналитична.

В главе III показано, что сильная коррелированность оценок и связанная с этим вычислительная неустойчивость возникают при неправильной параметризации интерполирующей формулы - гипотезы и что устойчивость восстанавливается, если в формуле - гипотезе явно учесть все сведения качественного характера о поведении исследуемой зависимости и вводить только такие параметры, которые имеют ясный физический смысл. Предложен метод парциальных тестов согласия, позволяющий во многих случаях устанавливать причину обнаруженной несовместности. Сформулировано понятие вклада данной группы измерений в оценку данного параметра. Подсчет вкладов позволяет установить, на оценки каких

параметров влияет обнаруженная при анализе локальная несовместность, какие данные без ущерба для анализа могут быть отброшены и т.п.

В главе IV показано, что явное выделение полюсного члена в выражении для нуклон-нуклонной амплитуды рассеяния резко уменьшает количество подлежащих оценке параметров. Указана область углов, наиболее существенная для экстраполяции в полюс. Показано, что приближенные приемы "сшивання" серий относительных измерений могут заметно исказить результаты, и описан точный метод использования таких измерений.

В главе V рассматривается планирование в неизменных, заранее заданных условиях и при заданных суммарных затратах, линейно связанных с весами измерений. Вводится понятие функции трудности  $h(x)$ , характеризующей экспериментальные условия. Дается явное выражение для оптимальных затрат при заданных точках измерения. Для определения оптимальных точек измерения предлагается общий геометрический метод, который в простейшем частном случае планирования эксперимента, где требуется экстраполяция параболы в недоступную для измерения точку  $x^0$ , сводится к следующему:

На плоскости  $h, x$  наносятся (см. рис. 1) кривые  $\pm h(x)$ . В коридор, образованный между этими кривыми, вписывается парабола  $\sigma(x)$ , касающаяся попеременно верхнего и нижнего берега. Тогда точки касания  $x_1, x_2, x_3$  являются

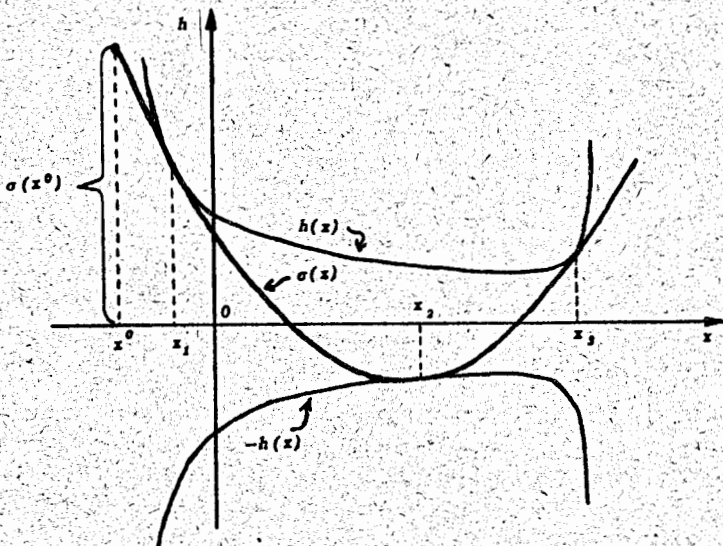


Рис. 1.

оптимальными точками измерения, а величина  $\sigma(x^0)$  - минимальной достижимой стандартной ошибкой экстраполированного значения.

В теореме 1 для общего случая доказывается, что если точки измерения оптимальны, то они являются точками касания кривой из данного семейства, вписанной в некоторый коридор. В случае невырожденных размещений затрат, когда число параметров равно числу точек измерения, вписанность кривой является достаточным условием оптимальности (теорема 2).

Во многих практических случаях оптимальное размещение является вырожденным. Такое размещение может быть найдено как предел точек пересечения с кривыми  $\sigma(x)$  приближенно-вписанных кривых данного семейства, ведущий к слиянию некоторых точек. Даны примеры отыскания вырожденных размещений и рекомендации по практическому использованию таких размещений.

В главе VI излагается метод непрерывного планирования опытов, учитывающий экспериментальную конъюнктуру - существование предыдущих измерений, поступление сведений извне, изменение эффективности аппаратуры со временем и т.п. Под непрерывно планируемым понимается эксперимент, в котором в каждый момент времени затраты концентрируются в той точке, где скорость накопления информации по отношению к потоку расходуемых средств максимальна. Вводится понятие субдисперсии по данной группе параметров и доказывается (теорема 3), что скорость накопления информации равна произведению субдисперсии на эффективность. Показывается, что вклады, введенные в гл. III, имеют простой информационный смысл и в оптимальных экспериментах вклады от измерений должны быть пропорциональны затратам (теорема 4). Строго рассматривается вопрос о числе точек измерения, достаточном для организации оптимального эксперимента.

Рассматривается движение наиболее выгодной точки со временем и показывается, что эта точка, вообще говоря, должна перемещаться (теорема 5). Дается пример перемещения оптимальной точки со временем.

В главе VII исследуется асимптотическое поведение непрерывно планируемого эксперимента при больших временах. Прежде всего продолжается изучение свойств информации, начатое Стоуном<sup>12/</sup>, и устанавливается фундаментальный факт, что информация является вогнутой функцией экспериментов (теоремы 6-8), т.е. информация от смеси экспериментов не меньше, чем смесь информации.

Вводится понятие взвешенной оптимальности, обобщающей глобальную и локальную оптимальность, и показывается (теорема 9), что для взвешенной оптимальности эксперимента необходимо и достаточно, чтобы в каждый момент времени измерение проводилось в точке, где произведение эффективности на субдисперсию, усредненную по будущему отрезку времени, максимально.

Рассматривается связь информационного и минимаксного критериев и показывается, что обнаруженная Кифером<sup>/3/</sup> эквивалентность не имеет всеобщего характера и в сингулярном случае информационный критерий лучше.

Количественно оценивается информация, получаемая в непрерывно планируемом эксперименте и показывается (теорема 10), что при ограниченном поступлении информации извне и неизменной эффективности непрерывно планируемый эксперимент асимптотически глобально оптимален. Качественное рассмотрение непрерывного планирования в изменяющейся обстановке показывает, что и в этом случае непрерывное планирование должно быть близким к глобально оптимальному, в какой бы момент эксперимент ни был прерван.

По анализу и планированию экспериментов диссертантом опубликованы работы<sup>/4-13/</sup>, из которых работы<sup>/5-12/</sup> непосредственно относятся к теме диссертации. Работа<sup>/14/</sup>, содержащая уточненное изложение §§ 25, 26, 28 книги<sup>/11/</sup>, находится в печати.

Диссертант благодарит Н.П. Клепикова и Я.А. Смородинского за руководство и И.Н. Силина, Ю.М. Казаринова, А.Н. Ширяева и Л.Н. Большева за помощь и критику.

#### Л и т е р а т у р а

1. M.G. Kendall and A. Stuart. The Advanced Theory of Statistics. Vol. 2; Inference and Relationship. London, Griffin, 1961.
2. M. Stone. Application of a Measure of Information to the Design and Comparison of Experiments. Ann. Math. Stat. 30, 55-70 (1959).
3. J. Kiefer. Optimum Designs in Regression Problems II. Ann. Math. Stat. 32, 298-325 (1961).
4. Н.П. Клепиков, С.Н. Соколов. Нелинейный конъюгентный анализ. Журнал "Теор. вероятностей и ее прим.", II, 473-475 (1957).
5. Н.П. Клепиков, С.Н. Соколов. Анализ экспериментальных данных методом максимума правдоподобия. Препринт ОИЯИ Р-235 (стр. 1-198) (1958).
6. Н.П. Клепиков, В.А. Мещеряков, С.Н. Соколов. Анализ экспериментальных данных по полным сечениям пи-мезонов с протонами. Препринт ОИЯИ Д-584 (стр. 1-68) (1960).
7. С.Н. Соколов. Измерение, дающее наибольшую информацию, и его определение при непрерывном планировании эксперимента. Препринт ОИЯИ Д-573 (стр. 1-21) (1960).
8. Н.С. Амаглобели, Ю.М. Казаринов, С.Н. Соколов, И.Н. Силин. Определение константы пи-мезон-нуклонного взаимодействия по дифференциальным сечениям упругого  $pp$ -рассеяния при энергиях 90, 380-400, 630 Мэв. Препринт ОИЯИ Д-535. ЖЭТФ 39, 948-953 (1960).
9. Ю.М. Казаринов, В.С. Киселев, И.Н. Силин, С.Н. Соколов. Определение константы пи-мезон-нуклонного взаимодействия по дифференциальным сечениям упругого  $pp$ -рассеяния. Препринт ОИЯИ Д-658. ЖЭТФ 41, 197-198 (1961).

10. С.Н.Соколов, И.Н.Сялин. Нахождение минимумов функционалов методом линеаризации. Препринт ОИЯИ Д-810 (стр. 1-19) 1961.
11. N.P.Klepikov, S.N.Sokolov. Analysis and Planning of Experiments by the Method of Maximum Likelihood; (p.p. 1-127). Berlin, Akademie - Verlag, 1961.
12. S.N.Sokolov. Continuous Planning of Regression Experiments. Preprint JINR E-1067 (p.p.1-15) (1962). Журн. "Теор. вероятностей и ее прим.", VIII, 95-101 (1963).
13. С.Н. Соколов, К.Д. Толстов. Контроль эффективности наблюдений и оценка истинного числа событий. Препринт ОИЯИ Р-1085 (стр. 1-11) (1962).
14. Н.П. Клепиков, С.Н.Соколов. Геометрический прием оптимального размещения измерений. Журн. "Теор. вероятностей и ее прим." (в печати).

Рукопись поступила в издательский отдел  
15 марта 1963 года.