ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

11-87-283

КАСЧИЕВА
Вера Атанасова

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ В НЕЛИНЕЙНЫХ ПОЛЕВЫХ ТЕОРИЯХ

Специальность: 01.01.07 - вычислительная математика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1987

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук
профессор Пузынин Игорь Викторович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор Гулин Алексей Владимирович

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник Зябрев Николай Борисович

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Институт кибернетики Академии наук Украинской ССР.

Автореферат разослан "___" __________ 1987 г.

Защита диссертации состоится "___" __________ 1987 г. в " " часов на заседании Специализированного совета Д047.01.04 при Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ, Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических
наук Ив. З.М.Иванченко

Актуальность

Ряд математических моделей, к которым приводят исследования в различных разделах теоретической физики, описывается граничными задачами для нелинейных дифференциальных уравнений. Нелинейные модели дают возможность более полно по сравнению с упрощенными линейными описать изучаемые физические объекты, а их решение позволяет найти такие эффекты,как, например, наличие точек ветвления, которые невозможно получить в линейных моделях. Кроме того, более реалистичными являются многопараметрические нелинейные задачи, у которых область изменения независимых переменных двумерная или трёхмерная. При этом необходимо получить их решение при таких наборах значений параметров, для которых реализуется изучаемый физический процесс.

Решение многопараметрических двумерных граничных задач для нелинейных дифференциальных уравнений и исследование зависимости их решений от физических параметров задачи - одна из актуальных проблем, к которой приводят исследования в современной физике.

При исследовании нелинейных задач применение аналитических и качественных методов может оказаться малоэффективным или невозможным. Поэтому очень часто единственным путем решения этих задач остается их численное решение. При этом возрастающее значение приобретают вопросы выбора метода линеаризации задачи, её дискретизации, решение линеаризованной дискретной задачи. Именно на этой основе разрабатываются эффективные алгоритмы и программы для численного решения нелинейных задач.

Проведенные в диссертации исследования выполнены в соответствии с проблемно-тематическим планом ЛВТА ОИЯИ.

Цель работы состоит в проведении численного анализа на основе единого подхода - непрерывного аналога метода Ньютона(НАМН)[1] и методов дискретизации задачи с помощью метода конечных разностей (МКР)[2] и метода конечных элементов (МКЭ)[3] - следующих важных нелинейных многопараметрических стационарных задач полевых теорий.

---

[1] М.К.Гавурин. Нелинейные функциональные уравнения и непрерывные аналоги итеративных методов. Изв.ВУЗов, сер. мат.,5,1958, с.18.
[2] А.А.Самарский. Теория разностных схем. "Наука", М., 1977.
[3] Г.Стренг, Дж.Фикс. Теория метода конечных элементов. "Мир", М., 1977.

Задача I. Численное исследование устойчивости и точек бифуркации связанных статических состояний флюксонов в круговом джозефсоновском переходе с микронеоднородностью.

Эта модель описывается нелинейным дифференциальным уравнением

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\varphi}{dr}+[1-\mu\delta(r-r_0)]\sin\varphi=0, \qquad (I)$$

$\varphi=\varphi(r), 0\le r\le R_1$, μ, r_0, R_1 – параметры, $0<r_0<R_1$.

Действие δ – функции в уравнении (I) эквивалентно условию разрыва производной в точке r_0:

$$\left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=r_0+0}-\left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=r_0-0}=-\mu\sin\varphi(r_0).$$

Задача состоит в исследовании свойств нетривиальных ограниченных решений уравнения (I) в зависимости от параметров μ, r_0, R_1.

Задача II. Численное решение нелинейной задачи двух центров в рамках уравнений Янга-Миллса (ЯМ) и исследование зависимости решений от физических параметров задачи.

Уравнения ЯМ для частного вида статических внешних источников в сфероидальных координатах имеют вид

$$\begin{gathered}-\frac{4}{R_2^2(\xi^2-\eta^2)}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^2-1)\frac{\partial u_1}{\partial\xi}+\frac{\partial}{\partial\eta}(1-\eta^2)\frac{\partial u_1}{\partial\eta}\right]+g^2u_2^2u_1-f_1=0,\\ -\frac{4}{R_2^2(\xi^2-\eta^2)}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^2-1)\frac{\partial u_2}{\partial\xi}+\frac{\partial}{\partial\eta}(1-\eta^2)\frac{\partial u_2}{\partial\eta}\right]-g^2u_1^2u_2-f_2=0,\\ u_i=u_i(\xi,\eta;R_2),\ i=1,2,\ (\xi,\eta)\in\Omega=\{1\le\xi<\infty,\ -1\le\eta\le1\}.\end{gathered} \qquad (2)$$

Здесь R_2 и g – параметры, а f_1 и f_2 – заданные функции, отвечающие источникам.

Задача состоит в определении ограниченных решений u_1 и u_2 уравнений (2) в широком диапазоне изменения параметров модели.

Задача III. Определение волновой функции двумерного неоднородного бозе-конденсата и вычисление энергии неоднородности с учётом квантовых поправок. Численное исследование проводится для неоднородности в виде"молекулы",составленной из двух квантовых вихрей с противоположными направлениями вращения сверхтекучей компоненты.

Математическая модель для неоднородного бозе-конденсата описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в сфероидальных координатах

$$\begin{gathered}-\frac{4}{R_3^2(\xi^2-\eta^2)}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^2-1)\frac{\partial F}{\partial\xi}+\frac{\partial}{\partial\eta}(1-\eta^2)\frac{\partial F}{\partial\eta}\right]+\\ +\left[\frac{4(\xi^2-1)}{R_3^2(\xi^2-\eta^2)}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\right)^2+\frac{4(1-\eta^2)}{R_3^2(\xi^2-\eta^2)}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)^2+F^2-1\right]F=0,\\ -\frac{4}{R_3^2(\xi^2-\eta^2)}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^2-1)F^2\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}+\frac{\partial}{\partial\eta}(1-\eta^2)F^2\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right]=0,\\ F=F(\xi,\eta;R_3),\ \Phi=\Phi(\xi,\eta;R_3),\ (\xi,\eta)\in\Omega=\{1\le\xi<\infty,-1\le\eta\le1\}.\end{gathered} \qquad (3)$$

Здесь $\psi=Fe^{i\Phi}$ – волновая функция бозе-конденсата, соответствующая основному состоянию бозе-газа, а параметр R_3 – расстояние между центрами вихрей.

Необходимо определить ограниченные решения F и Φ системы уравнения (3) и проследить их эволюцию при изменении R_3 от нуля до $R_3\gg1$.

Для достижения этой цели требуется

– постановка граничных условий, выделяющих необходимый класс решений;

– выбор метода линеаризации полученных нелинейных граничных задач, т.е. построение эффективного итерационного процесса для решения линейных задач на каждом шаге итерационного процесса и разработка оптимальных методов их дискретизации;

– разработка алгоритмов численного решения дискретных задач на заданном уровне экономичности и быстродействия;

– создание программ для реализации на ЭВМ разработанных методов и алгоритмов;

– проведение численного анализа решений сформулированных задач.

Научная новизна работы

Для класса многопараметрических задач в нелинейных полевых теориях предложена единая схема численного анализа, основанная на НАМН, МКР и МКЭ. На базе предложенной схемы разработаны методы и алгоритмы численного исследования трёх важных физических задач.

I. Для нахождения точек бифуркации и исследования устойчивости связанных состояний в модели кругового джозефсоновского перехода с микронеоднородностью разработана разностная схема, учитывающая условие разрыва производных искомых решений. Получена оценка для порядка аппроксимации схемы. Проведены численные исследования точности решений, позволившие подобрать параметры вычислительной схемы так, чтобы получить результат с требуемой точностью.

2. Получено решение стационарных уравнений ЯМ с внешними источниками в широком диапазоне изменения параметров. В асимптотических областях изменения параметров, где решение этой задачи, полученное ранее другими методами, известно, наши результаты совпадают. Для численного исследования задачи предложена новая итерационная схема. Эта схема является одним из возможных дискретных представлений эволюционного уравнения НАМН, позволяет экономично вычислить итерационные поправки, в смысле требуемой машинной памяти и времени, и не замедляет сходимость итерационного процесса НАМН.

3. Для двувихревой молекулы в двумерном бозе-газе поставлена граничная задача для определения волновой функции основного состояния бозе-конденсата. Разработаны алгоритмы для её вычисления с требуемой точностью. На основе этих расчётов решена задача определения энергии молекулы с учётом квантовых поправок.

Методы и алгоритмы численного исследования зависимости решений, рассмотренных в диссертации задач, от параметров представляет интерес для развития численных методов решения нелинейных задач в других областях.

Практическая ценность

В результате проведённых численных исследований получены важные физические результаты.

I. Обнаружена точка бифуркации связанных состояний статических флюксонов в круговом джозефсоновском переходе с микронеоднородностью.

2. Решена нелинейная задача двух центров в рамках уравнений ЯМ.

Полученные результаты позволяют оценить область применимости существующих теоретических моделей с экспериментальными данными.

3. Исследована математическая модель двумерного неоднородного бозе-газа и вычислена энергия неоднородности с учётом квантовых поправок. Показано, что при $R_3 \to 0$ энергия монотонно стремится к нулю и неоднородность исчезает (вихри "аннигилируют").

4. Разработано программное обеспечение, которое может быть использовано для решения других нелинейных стационарных задач теоретической физики.

Апробация работы

Работы, положенные в основу диссертации, доложены на семинарах ОВМ ЛВТА, на У Международной конференции по вариационно-разностным методам в математической физике, Москва I7-I9.09.I983 г., на семинарах по численным методам Математического института БАН.

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 5 работ, в том числе в сб."Вариационно-разностные методы в математической физике" и в сообщениях ОИЯИ.

Объём диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Общий объём составляет IOI страницу. Диссертация содержит 2I рисунок, I4 таблиц и список литературы (49 наименований).

Содержание диссертации

Во введении содержится краткое описание рассматриваемых в диссертации нелинейных задач и обосновывается необходимость разработки методов их численного решения. Сформулированы основные требования, предъявляемые к вычислительным схемам. Дано описание структуры диссертации и перечень основных результатов.

Первая глава посвящена изучению задачи I.

В § I.I дана математическая постановка задачи, которая сводится к нахождению нетривиальных решений нелинейного уравнения

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\varphi}{dr} + [1-\mu\delta(r-r_0)]\sin\varphi = 0, \qquad (4)$$

$$\varphi=\varphi(r), \quad 0<r<R_1, \quad 0<r_0<R_1,$$

с граничными условиями

$$\lim_{r\to 0} r\frac{d\varphi}{dr} = 0, \quad \left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=R_1} = 0,$$

а ответ на вопрос об устойчивости полученных решений даётся в терминах спектра соответствующей задачи на собственные значения:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\eta}{dr} + [1-\mu\delta(r-r_0)]\cos\varphi\,\eta = \lambda\eta, \qquad (5)$$

$$\eta=\eta(r), \; 0<r<R_1, \; 0<r_0<R_1,$$

$$\lim_{r\to 0} r\frac{d\eta}{dr} = 0, \quad \left.\frac{d\eta}{dr}\right|_{r=R_1} = 0.$$

Следующие два параграфа имеют вспомогательный характер.

В § I.2 сформулирован НАМН в самом общем виде. С его помощью линеаризуются рассматриваемые в диссертации нелинейные задачи.

В § I.3 рассмотрен метод итерации подпространств [3], предназначенный для одновременного нахождения p собственных значений и соответствующих им собственных векторов алгебраической задачи

$$Kx = \lambda Mx, \quad x \in E^N,$$

где K и M – симметричные ленточные матрицы порядка N. С его помощью численно исследуются спектральные задачи, возникающие в изучаемых моделях.

В § I.4 при помощи метода баланса [2] выведены разностные схемы, аппроксимирующие на равномерной сетке задачи (4) и (5). Показано, что погрешность аппроксимации есть величина $O(h^2)$.

В следующем § I.5 рассмотрены вопросы реализации алгоритмов численного решения линейных задач. В качестве метода решений линейных алгебраических задач относительно итерационных поправок в НАМН выбрано полное разложение Холесского. Этот метод позволяет нам эффективно учитывать симметричность и ленточную структуру матрицы линейной задачи.

Полученная в § I.4 оценка для погрешности аппроксимации разностных схем даёт основание предположить, что точность разностных решений будет оцениваться также величиной порядка h^2. В § I.6 это предположение проверяется путём численного анализа результатов, найденных на последовательностях вдвое сгущающихся вложенных сеток.

Основные результаты этой главы получены в § I.7. При помощи разработанных программ и проведённых численных исследований впервые найдены значения параметров μ, τ_0 и R_1, определяющие точку бифуркации. Полученные результаты представляют отдельный интерес для проведения физических экспериментов, так как соответствующий переход с "размытой" неоднородностью вполне можно реализовать. Теоретически предсказанные эффекты могут быть использованы при конструкции новых запоминающих и переключающих элементов ЭВМ.

Во второй главе проводится численное исследование задачи П.

В § 2.I дана постановка задачи для частного вида уравнений Янга-Миллса со статическими внешними источниками. В сфероидальных координатах (ξ, η) эта задача имеет вид

$$-Lu_1 + g^2u_2^2u_1 - f_1 = 0,$$
$$-Lu_2 - g^2u_1^2u_2 - f_2 = 0, \qquad (6)$$
$$L = \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\frac{R}{2}(\xi^2-1)\frac{\partial}{\partial\xi} + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{R}{2}(1-\eta^2)\frac{\partial}{\partial\eta}\right],$$

где f_1 и f_2 – заданные функции, отвечающие внешним источникам, $\rho = \frac{R^3}{8}(\xi^2-\eta^2)$, параметр R_2 – расстояние между источниками, параметр g – константа связи, а L – оператор Лапласа в сфероидальных координатах. Необходимо найти пару функций u_1 и u_2, удовлетворяющих уравнению (6) и граничным условиям

$$\lim_{\xi\to 1}(\xi^2-1)\frac{\partial u_i}{\partial\xi} = 0, \quad \lim_{\eta\to\pm 1}(1-\eta^2)\frac{\partial u_i}{\partial\eta} = 0, \qquad (7)$$

$$\lim_{\xi\to\infty} u_i(\xi,\eta) = 0, \quad i = 1,2. \qquad (8)$$

Уравнения (7) выделяют ограниченные при $\xi = 1$, $\eta = \pm 1$ решения, а условия (8) означают исчезновение потенциалов на бесконечности.

В § 2.2 приведено уравнение НАМН для задачи (6)-(8) и получен итерационный процесс для её решения.

В § 2.3 проведена дискретизация НАМН с использованием восьмиузловых сирендиповых конечных элементов. Указаны способы автоматического построения матрицы дискретной задачи.

Особенностью алгебраической задачи для вычисления итерационных поправок является то, что её матрица несимметричная. С учётом этого на основе блочного разложения матрицы в § 2.4 разработан эффективный итерационный метод для решения алгебраической задачи. Там же предложен оптимальный выбор начальных приближений как для реализации НАМН, так и для вычисления итерационных поправок в зависимости от значений параметров R_2 и g.

В § 2.5 обсуждаются полученные результаты. В таблицах приведена зависимость полной энергии поля Янга-Миллса от параметров задачи. Полученные результаты хорошо согласуются с другими расчётами при больших R_2. Ценность полученных результатов заключается в том, что они вычислены при широком наборе изменения параметров.

В § 2.6 изложены основные результаты, полученные в этой главе.

Третья глава диссертации посвящена изучению задачи Ш.

В § 3.I изложены физические предпосылки, стоящие в основе рассмотренной модели.

В § 3.2 на основе работы Н.Н.Боголюбова[4] получено уравнение, которому удовлетворяет волновая функция неоднородного бозе-конденсата. Показано, что у вихрей, расположенных на конечном расстоянии друг от друга, существуют центры, т.е. что сердцевины вихрей при их сближении не "размываются".

В следующем § 3.3 в приближении Хартри-Фока выведено выражение для энергии молекулы с учётом квантовых поправок.

В § 3.4 сформулирована математическая постановка задачи. Наличие двух центров позволяет ввести сфероидальные координаты. Представив волновую функцию $\Psi_0(\xi,\eta;R_3)$, R_3 – расстояние между центрами вихрей, в виде

$$\Psi_0(\xi,\eta;R_3) = F(\xi,\eta;R_3)e^{i\Phi(\xi,\eta;R_3)},$$

где F и Φ-вещественные функции, и используя уравнение из § 3.2, по-

[4] N.N.Bogolubov. Journal of Physics, 1947, vol.11, p.23.

лучаем следующую нелинейную систему для определения F и Φ:

$$\mathcal{L}(F,\Phi)=0, \tag{9}$$

где

$$\mathcal{L}(F,\Phi)=\begin{cases}\frac{1}{\rho}\left(-L+M(F,\Phi)\right)F,\\ -\frac{1}{\rho}K(F)\Phi.\end{cases}$$

Операторы L, K и функция Φ имеют вид

$$L=\frac{\partial}{\partial\zeta}k_1(\zeta;R_3)\frac{\partial}{\partial\zeta}+\frac{\partial}{\partial\eta}k_2(\eta;R_3)\frac{\partial}{\partial\eta},$$

$$K(F)=\frac{\partial}{\partial\zeta}k_1(\zeta;R_3)F^2\frac{\partial}{\partial\zeta}+\frac{\partial}{\partial\eta}k_2(\eta;R_3)F^2\frac{\partial}{\partial\eta},$$

$$M(F,\Phi)=k_1(\zeta;R_3)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\zeta}\right)^2+k_2(\eta;R_3)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)^2+\rho(\zeta,\eta;R_3)(F^2-1),$$

$$k_1(\zeta;R_3)=\frac{R_3}{2}(\zeta^2-1),\ k_2(\eta;R_3)=\frac{R_3}{2}(1-\eta^2),\ \rho(\zeta,\eta;R_3)=\frac{R_3^3}{8}(\zeta^2-\eta^2).$$

При $\zeta\to\infty$ функции F и Φ удовлетворяют условиям

$$\lim_{\zeta\to\infty}F(\zeta,\eta;R_3)=1,\quad \lim_{\zeta\to\infty}\Phi(\zeta,\eta;R_3)=0. \tag{10}$$

Ограниченность F при ζ = I, η = ±I выделяется, как и в предыдущей главе, условиями

$$\lim_{\zeta\to 1}(\zeta^2-1)\frac{\partial F}{\partial\zeta}=0,\quad \lim_{\eta\to\pm 1}(1-\eta^2)\frac{\partial F}{\partial\eta}=0. \tag{11}$$

На этих же границах, как показано в § 3.2, функция Φ удовлетворяет условиям

$$\Phi(1,\eta;R_3)=\pi,\quad \Phi(\zeta,\pm 1;R_3)=0. \tag{12}$$

Наличие центров у вихрей означает, что

$$F(1,-1;R_3)=0,\quad F(1,1;R_3)=0. \tag{13}$$

Таким образом, сформулирована нелинейная задача (9)-(I3) для определения волновой функции Ψ_0 бозе-конденсата.

Вычисление энергии молекулы с учётом квантовых поправок приводит к решению спектральной задачи

$$-\frac{1}{\rho}L\psi+F^2\psi=\varepsilon\psi,$$
$$\lim_{\zeta\to 1}(\zeta^2-1)\frac{\partial\psi}{\partial\zeta}=0,\quad \lim_{\eta\to\pm 1}(1-\eta^2)\frac{\partial\psi}{\partial\eta}=0,\quad \lim_{\zeta\to\infty}\psi(\zeta,\eta;R_3). \tag{14}$$

Здесь ε и ψ - значения энергии и волновой функции связанного состояния атомов газа, движущихся в поле вихревой молекулы.

В § 3.5 излагается метод решения задачи (9)-(I3) на основе НАМН.

Дискретизация полученного эволюционного уравнения НАМН для определения итерационных поправок и задачи (I4) осуществляется методом конечных элементов в § 3.6. Используются элементы, рассмотренные во второй главе.

В § 3.7 обсуждаются вопросы, связанные с программной реализацией предложенных методов и выбора начального приближения итерационного процесса. Все программы, реализующие численное решение задачи (9)-(I3) и (I4), объединены в пакете программ, имеющем функциональное и системное наполнение.

Для проверки правильности работы программ в § 3.8 рассмотрена задача об определении волновой функции одиночного вихря Питаевского. В этом случае функция F зависит только от полярного радиуса r, а функция Φ равна полярному углу θ. Функцию F можно определить, решая уравнение (9), записанное в декартовой системе координат (k_1 =I, k_2 = I, ρ = I), при граничных условиях

$$\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\quad F(0,0)=0,\quad F\Big|_{x^2+y^2=\ell^2}=1,$$
$$\Phi\Big|_{x=0}=\frac{\pi}{2},\quad \Phi\Big|_{y=0}=0,\quad \Phi\Big|_{x^2+y^2=\ell^2}=\operatorname{arctg}\frac{y}{x},\quad \ell\gg 1 \tag{15}$$

или из решения нелинейной задачи

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{df}{dr}+\left(f^2-1+\frac{1}{r^2}\right)f=0,$$
$$f(0)=0,\quad f(\ell)=1, \tag{16}$$
$$F(x,y)=f(r).$$

Результаты численного решения задачи (9), (I5) и задачи (I6) совпадают с точностью 10^{-1}–10^{-4}%, что соответствует точности разработанных схем.

В § 3.9 приведены результаты решения задачи (9)-(I3) в интересующей нас области изменения параметра R_3. Показана зависимость классического вклада $\gamma_0=\int_1^\infty\int_{-1}^1\rho(1-|F|^4)d\zeta d\eta$ в энергии неоднородности от значения параметра R_3. Из полученных результатов следует, что γ_0 монотонно убывает с R_3 и при $R_3\to 0$, $\gamma_0(R_3)\to 0$, а это означает, что неоднородность исчезает (вихри "аннигилируют").

Вычисление квантово-механических поправок в энергии, полученных из решения задачи (II), показывает, что квантово-механический выигрыш в энергии, возникающий при размещении атомов по связанным состояниям, всегда положителен и не может скомпенсировать энергию, затрачиваемую на создание неоднородности конденсата.

В § 3.I0 изложены основные результаты, полученные в этой главе.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты диссертации:

I. Созданы вычислительные схемы для решения нелинейной граничной задачи и связанной с ней задачи на собственные значения, с дополнительным условием разрыва производных искомых решений, в модели кругового джозефсоновского перехода с микронеоднородностью. Получена оценка аппроксимации схем и выполнен численный анализ их точности. Вычислительные схемы позволили определить с необходимой точностью точку бифуркации в практически важных задачах теории джозефсоновских переходов.

Полученные численные результаты имеют важное значение при создании новой элементной базы для ЭВМ нового поколения.

2. Создана итерационная схема численного решения нелинейной задачи двух центров в рамках уравнений Янга-Миллса. Предложена и реализована внутренняя итерационная схема для нахождения итерационных поправок, позволившая быстро и экономично реализовать ньютоновский итерационный процесс. При этом эффективность вычислительной схемы не зависит от значений внешних параметров модели. На базе этой схемы численно исследована нелинейная задача ЯМ в широком диапазоне изменения параметров.

3. В модели двумерного бозе-газа разработана итерационная схема с обоснованными теоретическими оценками точности. На её основе вычислена волновая функция неоднородности бозе-конденсата и прослежена её эволюция в зависимости от значения параметра R_3. Вычислена с учётом квантовых поправок энергия молекулы, составленной из двух квантовых вихрей с противоположными направлениями вращения сверхтекучей компоненты. Показано, что наименьшая энергия двумерного бозе-газа достигается при однородном конденсате.

Работы, положенные в основу диссертации:

I. В.А.Касчиева, М.С.Касчиев, Ю.В.Катышев, Н.В.Махалдиани, В.Г.Маханьков, И.В.Пузынин. Решение классических уравнений Янга-Миллса с внешними источниками. Численное исследование нелинейной задачи двух центров. ОИЯИ, Р2-82-35, Дубна, 1982.

2. М.С.Касчиев, В.А.Касчиева, Н.В.Махалдиани, И.В.Пузынин. Численное решение нелинейной задачи двух центров в рамках уравнений Янга-Миллса. В сб.: Вариационно-разностные методы в математической физике. ОВМ Академии наук СССР, М., 1984, с.130-143.

3. М.С.Касчиев, В.А.Касчиева, В.Г.Маханьков, Т.П.Пузынина, И.В.Пузынин, А.Т.Филиппов. Численное исследование устойчивости и точек бифуркации связанных статических флюксонов в круговом джозефсоновском переходе с микронеоднородностью. ОИЯИ, Р11-84-832, Дубна, 1984.

4. В.А.Касчиева, М.С.Касчиев, Л.И.Меньшиков, И.В.Пузынин. Молекула из двух квантовых вихрей в двумерном бозе-газе. Основные уравнения. ОИЯИ, Р5-87-231, Дубна, 1987.

5. В.А.Касчиева, М.С.Касчиев, Л.И.Меньшиков, И.В.Пузынин. Молекула из двух квантовых вихрей в двумерном бозе-газе. Численное исследование задачи. Результаты. Р5-87-232, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 апреля 1987 года.