

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

⊕
P 82
2480

В.Г. Кадышевский

K-138

1041

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ
КВАНТОВАННОГО ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Автореферат диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
академик

Н.Н. Боголюбов

Дубна 1982 год

Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

В.Г. Кадышевский

Фр $\frac{82}{2480}$

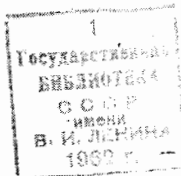
1041

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ
КВАНТОВАННОГО ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Автореферат диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
академик

Н.Н. Боголюбов



Известные трудности с ультрафиолетовыми расходимостями в современной квантовой теории поля, вероятно, не могут быть устранены без введения "фундаментальной длины" ℓ , определяющей основные законы физических явлений, протекающих в малых пространственно-временных масштабах, или, соответственно, при высоких энергиях. Квантование пространства-времени является одной из наиболее радикальных попыток ввести в теорию новый масштаб ℓ .

В настоящей диссертации исследуется схема с квантованным пространством-временем и отвечающим ему четырехмерным p -пространством постоянной кривизны, предложенная в работе ^{1/1} и развитая в работе ^{1/2}. Радиус кривизны p -пространства полагается равным h/ℓ . При этом нами делается предположение, что фундаментальная длина ℓ пропорциональна константе $\sqrt{G/hc} = 6 \cdot 10^{-17}$ см, где G - постоянная Ферми, приблизительно определяющая интенсивность слабых процессов. Принятие этой гипотезы означает, что новая геометрия x - и p -пространств должна быть тесно связана со слабыми взаимодействиями элементарных частиц, и, возможно, мы теперь вправе ожидать объяснения такого своеобразного "геометрического" свойства слабых процессов, как несохранение пространственной четности и инвариантность относительно "сильной" инверсии времени.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и двух приложений.

В первой главе подробно исследуется геометрия, топология и группа движений четырехмерного p -пространства постоянной кривизны. В качестве модели этого пространства рассматривается пятимерная гиперсфера

$$g^{\mu\nu} \eta_\mu \eta_\nu = \eta_0^2 - \eta_1^2 - \eta_2^2 - \eta_3^2 - \epsilon \eta_4^2 = -\epsilon, \\ (\epsilon = \pm 1; \mu = 0, 1, 2, 3, 4)$$

диаметрально противоположные точки которой отождествлены. В этом случае группа движений p -пространства изоморфна фактор-группе группы преобразований $\eta_\mu = a_\mu^\nu \eta_\nu$, оставляющих инвариантным уравнение гиперсферы, по подгруппе, состоящей из преобразований $\eta_\mu \rightarrow \eta_\mu$ и $\eta_\mu \rightarrow -\eta_\mu$.

Находится явный вид преобразования сдвига $p' = p(+k)$ в кривом p -пространстве в геодезических координатах ^{1/2}, и инфинитезимальные операторы этих преобразований вводятся в качестве операторов координат x^μ . Рассмотрены трансляционные свойства квантованного x -пространства.

Вторая глава посвящена изучению спинорного представления группы движений p -пространства постоянной кривизны. Матрицы S -спинорных преобразований определяются из условия

$$S \Gamma^\lambda S^{-1} = \Gamma^\mu a_\mu^\lambda,$$

где Γ^μ - пять четырехрядных матриц, подчиняющихся соотношениям

$$\Gamma^\mu \Gamma^\lambda + \Gamma^\lambda \Gamma^\mu = 2g^{\mu\lambda}.$$

Базис Γ^μ выбирается в виде:

$$\Gamma^m = \gamma^m \gamma^5, \quad \Gamma^4 = \sqrt{\epsilon} \gamma^5 \quad (m = 0, 1, 2, 3)$$

Особое внимание уделяется характеристике поведения спиноров при отражениях. При этом определяются как линейные, так и антилинейные спинорные преобразования. Найден вид операторов α^n для случая, когда волновая функция является спинором. Определены все ковариантные квадратичные формы, которые можно построить из спинора ψ и эрмитовски сопряженной к нему величины ψ^\dagger .

В третьей главе рассматриваются вопросы, связанные с неоднозначностью определения вектора 4-импульса в данном формализме /1,3/. Изучаются основные релятивистски ковариантные параметризации (геодезическая, стереографическая, ортогональная) в пространстве импульсов постоянной кривизны и выдвигаются аргументы в пользу ортогональной параметризации. Свойство "правинвариантности" элемента объема $d\Omega_p$ кривого p -пространства при сдвигах

$$d\Omega_p(t) = d\Omega_p$$

кладется в основу определения свертки функций $f_1(p)$ и $f_2(p)$ в этом пространстве:

$$f_1(p) * f_2(p) = \int f_1(q) f_2(-q(-)p) d\Omega_q$$

Новая операция свертки коммутативна -

$$f_1 * f_2 = f_2 * f_1,$$

но, вообще говоря, неассоциативна. Дается определение δ -функции в p -пространстве постоянной кривизны ($\delta(p(-)q)$) и вводится функциональное дифференцирование.

В четвертой главе на примере скалярной модели исследуются различные способы обобщения аппарата квантовой теории поля, возможные в формализме квантованного пространства-времени. Рассмотрение проводится в ортогональной параметризации. Формализм свободных полей переносится в новую схему с изменением лишь в одном пункте: вместо четырехмерной функции $\delta(p-q)$, фигурирующей в релятивистски ковариантной записи перестановочных соотношений, "нормальных" и "хронологических" спариваний, используется функция $\delta(p(-)q)$. При построении лагранжиана взаимодействия в кривом p -пространстве применяется новая операция свертки. S -матрица строится в представлении взаимодействия и с помощью рецепта, данного в /4/, в представлении Гайзенберга. В последнем случае матрица рассеяния имеет явно унитарный вид. Исследуется сходимость

интегралов. Подробно рассматривается массовый оператор 2-го порядка. Для этого оператора найдено параметрическое представление, которое при переходе к теории с псевдоевклидовым p -пространством ($\epsilon \rightarrow 0$) становится обычным фейнмановским представлением.

Выводы

1. Четырехмерное p -пространство постоянной кривизны в отличие от обычного p -пространства представляет собой одностороннее многообразие. Следствием этого является тот факт, что в новых преобразованиях сдвига содержится либо "сильная" инверсия времени (T_s), либо инверсия 3-пространства (P). Учитывая, что сдвиги в p -пространстве не соответствуют какой-либо физической симметрии (при фиксированном 4-импульсе вакуума инвариантность относительно этих преобразований вообще нельзя рассматривать) и предполагая дополнительно сохранение СРТ-теоремы, мы приходим к выводу о возможности снятия в данной схеме требований T_s и P -инвариантности.

2. Спиноры p -пространства постоянной кривизны при сдвигах умножаются на некоторую матрицу. В тех случаях, когда сдвиг является инверсией (T_s или P), эта матрица есть либо $i\gamma_0\gamma_5$, либо $i\gamma_0$. Таким образом, в отличие от обычной теории, где фазовый множитель при спинорных преобразованиях инверсии равен либо $\pm i$, либо ± 1 , новый формализм в данном пункте содержит существенно меньший произвол.

3. Трансляционные свойства квантованного x -пространства находятся в определенном соответствии с некоммутативным сложением 4-импульсов p_m кривого p -пространства. При этом коммутационные соотношения между компонентами p_m остаются прежними:

$$[p_m, p_n] = 0$$

хотя p_m уже не являются инфинитезимальными операторами трансляций. Принимая во внимание релятивистскую инвариантность новой схемы, можно прийти к заключению, что в ней сохраняются соотношения структуры неоднородной группы Лоренца.

4. Кроме (p_0, \vec{p}) -представления в формализме квантованного пространства-времени можно использовать смешанное (t, \vec{p}) -представление, если ввести в p -пространстве ортогональную параметризацию.

5. В p -пространстве постоянной кривизны можно развить формализм матрицы рассеяния. При этом новая S -матрица не будет содержать расходимостей (ни ультрафиолетовых, ни по гиперболическим углам), если она является обобщением такой формы обычной S -матрицы, в которой все интегрирования производятся по евклидову 4-пространству. В результате разложения S по теории возмущений возникает совокупность диаграмм Фейнмана с новым элементом объема, новой

областью интегрирования и видоизмененным законом сложения 4-импульсов p_m в вершинах, причем порядок суммируемых 4-импульсов из-за однозначности выражений для лагранжиана взаимодействия и спариваний операторов полей оказывается совершенно определенным и согласуется с правилом, данным в ^{12/}.

6. Унитарность S -матрицы в рассматриваемой схеме очевидным образом выполняется в первых двух порядках теории возмущений, тогда как в высших порядках ситуация значительно более сложная, и необходим специальный анализ. Исследование аналитических свойств массового оператора 2-го порядка, выполненное с помощью представления, аналогичного фейнмановскому, показало, что эти свойства являются обычными с той лишь разницей, что разрез в плоскости p^2 теперь начинается с точки $(m(+)\mu)^2$, где (+) - новая операция сложения, примененная в данном случае к 4-векторам $(m, \vec{0})$ и $(\mu, \vec{0})$. Таким образом, для данного оператора справедливо представление Челлена-Лемана.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. В.Г. Кадышевский. ДАН СССР, 136, 70 (1961).
2. В.Г. Кадышевский. Тезисы и программа I Советской гравитационной конференции, 1961, Москва.
3. В.Г. Кадышевский. ЖЭТФ, 41, 1885 (1961).
4. В.Г. Кадышевский. "О различных параметризациях в теории квантованного пространства-времени", препринт ОИЯИ, P-1017 (1962).
5. В.Г. Кадышевский "Модель скалярной теории поля в квантованном пространстве-времени", препринт ОИЯИ, P-1018 (1962).
6. В.Г. Кадышевский. Доклад, представленный на Женевскую конференцию по физике высоких энергий, 1962.

Л и т е р а т у р а

1. H.Snyder, Phys. Rev, 71, 38 (1947).
2. Ю.А. Гольфанд. ЖЭТФ, 37, 504 (1959).
3. В.Л. Авербах, Б.В. Медведев. ДАН СССР, 54, 41 (1949).
4. Д.А. Киржищ. ЖЭТФ, 41, 557 (1961).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июля 1962 года.

65620

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Заказ 2475. || Тираж 140. Август 1982 г.