ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Ю.Ф. Смирнов

1034

АНАЛИЗ НУКЛОННЫХ АССОЦИАЦИЙ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
Ю.М. Широков

Дубна 1962 год

Ю.Ф. Смирнов

АНАЛИЗ НУКЛОННЫХ АССОЦИАЦИЙ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
Ю.М. Широков

Дубна 1962 год

В последние годы в теории ядра большое внимание уделяется вопросу ассоциирования нуклонов в ядрах. На образование нуклонных ассоциаций в ядрах указывают такие явления как альфа-распад, ядерные реакции с участием сложных частиц (дейтронов, тритонов, альфа-частиц и др.), явление фрагментации, когда при взаимодействии быстрых нуклонов с ядром из ядра вылетают фрагменты Be^7, Li^8 и т.п.

В настоящее время не существует последовательной и строгой теории ядра. Имеется ряд ядерных моделей. В некоторых их них с феноменологической точки зрения учитывается ассоциирование нуклонов в ядрах. К числу таких моделей относятся альфа-частичная модель ядра [1] и модель резонансных групп Уилера [2], созданные еще в довоенные годы, а также модель ассоциаций [3] /cluster Model /, которая представляет собою развитие модели Уилера. Эти модели с успехом применялись для описания свойств некоторых легких ядер. Однако область их применимости ограничена только ядрами и ядерными состояниями определенных типов (например, альфа-частичную модель имеет смысл использовать только для ядер с $A = 4n$ или $4n \pm 1$). Кроме того, конкретные расчеты по этим моделям для ядер с достаточно большим А связаны с серьезными математическими трудностями. (В модели ассоциаций выполнены расчеты только для ядер с $A \leq 8$ и для $A = 12$).

Между тем в теории легких ядер успешно применяется оболочечная модель [4], которая хорошо описывает спектры и другие свойства всех низших уровней легких ядер [5]. В этой модели подробно разработан математический аппарат, который позволяет стандартными методами рассчитывать спектры уровней ядер, магнитные и электрические квадрупольные моменты ядер, вероятности электромагнитных переходов, величины ft для β -распада, а также приведенные нуклонные ширины, которые необходимы для расчета сечений прямых и резонансных реакций с испусканием или поглощением нуклона ядром. Однако до последнего времени с помощью модели оболочек не исследовались явления, связанные с ассоциированием нуклонов, так как считалось, что модель оболочек не может описывать эти явления. Но Перринг и Скирм [6] установили, что оболочечные осцилляторные волновые функции ядер Be^8, C^{12}, O^{16} тождественны с волновыми функциями модели ассоциаций для этих ядер. Этот факт позволил сделать вывод, что в рамках модели оболочек уже учтено в определенной степени ассоциирование нуклонов в ядре. Поэтому возникает задача расчета различных характеристик ядер, связанных с ассоциированием нуклонов, на основе модели оболочек. Рассмотрению этого вопроса и посвящена реферируемая работа.

Диссертация состоит из шести глав.

В первой вводной главе излагаются основные положения альфа-частичной модели, модели резонансных групп Уилера и модели ассоциаций. Кратко осуждаются результаты, полученные с помощью этих моделей для различных ядер.

Во второй главе исследуется связь модели оболочек с моделью ассоциаций. Тождество волновых функций этих моделей имеет место не только для ядер Be^8, C^{12}, O^{16}, состоящих из α -частиц, но и для ядер, имеющих другую структуру. С помощью методов теории групп (используются свойства группы перестановок) устанавливается общий факт, что для низших состояний легких ядер в LS связи, когда орбитальная часть волновой функции имеет схему Юнга с максимальной возможной симметрией (например, для B^{10} /442/), волновая функция теории оболочек для осцилляторного потенциала совпадает с антисимметризованной волновой функцией, составленной из волновых функций нуклонных ассоциаций (для B^{10} - это две альфа-частицы + дейтрон, для Li^7 - это альфа-частица + тритон и т.д.).

Тем самым показано, что модель оболочек и модель ассоциаций (а также альфа-частичная модель) не являются взаимоисключающими и в модели оболочек уже в значительной мере учтено ассоциирование нуклонов.

В дальнейшем в диссертации решается задача расчета приведенных ширин ядерных состояний по отношению к испусканию из ядра нуклонных ассоциаций d, t, α, которые необходимы для расчета сечений резонансных и прямых ядерных реакций с участием этих сложных частиц. Главы 3 и 4 посвящены развитию формального аппарата, используемого в этих расчетах.

В главе 3 исследуются генеалогические коэффициенты для отделения нескольких частиц. В § 1 дано определение этих коэффициентов и получен ряд соотношений, позволяющих вычислить, например, коэффициенты для отделения трех и четырех частиц с помощью коэффициентов отделения одной и двух частиц, для которых имеются таблицы. В § 2 устанавливается связь между генеалогическими коэффициентами для первой и второй половин оболочки (связь частиц и "дырок"). Полученные соотношения позволяют без специальных вычислений найти коэффициенты для большинства состояний второй половины оболочки.

В §§ 3 и 4 введены генеалогические коэффициенты для обобщенной модели ядра (в формулировке Нильссона[/7/]), получены формулы для их вычисления и приведены таблицы этих коэффициентов.

В главе 4 рассматривается преобразование Тальми, позволяющее перейти от произведения волновых функций двух частиц, движущихся в поле трехмерного гармонического осциллятора с одинаковой частотой ω, к произведению волновой функции движения центра масс этих частиц на волновую функцию относительного движения. Это преобразование было введено Тальми[/8/] для части с одинаковыми

массами. В § 1 главы 4 это преобразование обобщается на случай двух частиц с произвольными массами μ_1 и μ_2, движущихся в осцилляторном потенциале с одинаковой частотой ω.

Если имеется волновая функция модели оболочек с осцилляторным потенциалом для трех нуклонов, то для выделения движения их общего центра масс можно сначала использовать обычное преобразование Тальми для перехода к системе центра масс первых двух частиц, а затем в произведении волновой функции центра масс этих частиц на волновую функцию третьей частицы выделить волновую функцию общего центра масс. Для этого необходимо будет пользоваться коэффициентами Тальми с $\mu_1 = 2m$ и $\mu_2 = m$, где m - масса нуклона. Если рассматривается волновая функция n нуклонов $/n > 3/$, то аналогичным путем, применяя несколько раз преобразование Тальми для частиц с разными массами, можно отделить в оболочечной функции n нуклонов волновую функцию их центра масс от волновой функции их внутреннего взаимного движения.

В § 2 непосредственным переходом от сферических координат $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ к переменным $\vec{R} = (\mu_1\vec{r}_1 + \mu_2\vec{r}_2)/(\mu_1+\mu_2)$, $\vec{r}=\vec{r}_1-\vec{r}_2$ получена общая формула для коэффициентов Тальми, выражающая их через коэффициенты Рака, $9j$ - символы и коэффициенты Клебша-Гордана с нулевыми проекциями моментов. Исследована зависимость коэффициентов Тальми от проекций моментов количества движения. Показано, что можно ввести коэффициенты Тальми, не зависящие от этих проекций. Введение таких коэффициентов уменьшает объем работы по составлению таблиц.

В § 3 анализируется преобразование Тальми для осцилляторных функций в декартовых координатах. Выражения для коэффициентов Тальми в этих координатах исключительно просто по структуре. Рассматривается зависимость коэффициентов Тальми от соотношения масс μ_1 и μ_2.

Если ввести матрицу $A(n\ell m, pqs)$, связывающую между собой собственные функции трехмерного гармонического осциллятора $\Psi_{n\ell m}(\vec{r})$ в сферических координатах и $\Psi_{pqs}(xyz) = \Psi_p(x)\Psi_q(y)\Psi_s(z)$ в декартовых координатах, то можно выразить коэффициенты Тальми для случая сферических координат через матрицу А и коэффициенты Тальми в декартовых координатах. Тем самым для коэффициентов Тальми в сферических координатах получается простое выражение, не содержащее коэффициентов Рака, $9j$ - символов и т.п. В заключение параграфа описан способ вычисления элементов матрицы А, даны таблицы ряда коэффициентов Тальми и элементов А $(n\ell m, pqs)$.

В § 4 рассмотрено выделение движения центра масс и внутреннего движения в оболочечной волновой функции нуклонов $|\ell^n[\lambda] LSJT>$ (ℓ - орбитальный момент нуклона, L - общий орбитальный момент всех нуклонов, S - общий спин, Т - общий изотопический спин, J - полный момент количества движения

n нуклонов, $[\lambda]$ – символ схемы Юнга, характеризующей состояние). Для случая n =2, 3, 4 получена формулы для величин

$$K_n(N\Lambda, L_1; L) = \langle \Psi_{N\Lambda}(\vec{R}_n) \Psi^{\text{внутреннее}}_{L_1 S T J_1} | \ell^n[\lambda] L S J T \rangle ,$$

определяющих статистический вес в общем состоянии $|\ell^n[\lambda] LSJT\rangle$ компоненты движения центра масс $\Psi_{N\Lambda}(\vec{R}_n)$ (N – главное квантовое число осцилляторной функции, Λ – орбитальный момент движения центра масс n нуклонов) и внутреннего движения $\psi^{\text{внутреннее}}_{L_1 S T J_1}$. Величины K_n выражены через генеалогические коэффициенты и коэффициенты Тальми.

В главе 5 выводятся общие формулы приведенных ширин для нуклонных ассоциаций в модели оболочек. Рассматриваются случаи LS связи, jj – связи и промежуточной связи, а также расчет ширин в обобщенной модели.

Общая схема вывода такова. Пусть имеется составное ядро, у которого незаполненная оболочка находится в состоянии $|\ell^n[\lambda] LSJT\rangle$, и рассматривается испускание альфа-частицы с переходом в конечное состояние $|\ell^{n-4}[\lambda_1] L\ S J_1 T\rangle$. Амплитуда приведенной ширины для альфа-частицы γ_a пропорциональна скалярному произведению волновой функции начального ядра на так называемую функцию канала, представляющую собой произведение функции конечного ядра на внутреннюю функцию альфа-частицы $\psi^{\text{внутреннее}}_{a L_2=0 S_2=0 T_2=0}$ и на сферическую функцию относительного движения альфа-частицы и конечного ядра $Y_{\Lambda M}(\theta\phi)$. Отсюда ясно, что для вычисления приведенной ширины γ_a необходимо с помощью генеалогических коэффициентов отделить четыре частицы в состоянии $|\ell^4[4]L_2 S_2=0 T_2=0 J_2\rangle$, а затем с помощью коэффициентов $K_4(N\Lambda, 0; L_2)$ выделить в этой функции внутреннюю функцию альфа-частицы $\psi^{\text{внутреннее}}_a$ и функцию относительного движения альфа-частицы и конечного ядра $\Psi_{N\Lambda} = R\ (R)\, Y_{\Lambda M}(\theta\phi)$. По определению приведенной ширины значение радиальной функции относительного движения $R_{N\Lambda}(R)$ следует брать при $R=a$, где a – радиус канала реакции. Таким образом амплитуда приведенной ширины γ_a выражается через генеалогический коэффициент $\langle n | n-4, 4\rangle$ для отделения четырех частиц, через величины $K_4(N\Lambda)$, связанные с коэффициентами Тальми, а также через коэффициенты Рака, необходимые для изменения схем связи различных моментов количества движения. Кроме того в выражение для приведенной ширины γ_a^2 войдет множитель $n!/(n-4)!4!$, учитывающий тождественность нуклонов, и множитель $(A/A-4)^N$, который отражает поправку на движение центра масс. Дело в том, что волновая функция модели оболочек описывает не покоящееся ядро, а ядро, центр масс которого совершает нулевые колебания около начала координат с частотой ω. Указанная выше поправка исключает влияние общего движения ядра, и полученная при этом приведенная ширина отражает только свойства внутреннего движения нуклонов в ядре. Для легких ядер включение этой поправки существенно меняет

результат, между тем в ряде аналогичных работ [9, 10] она не учитывалась. Подобным образом выводятся формулы для приведенных ширин в jj связи (здесь при выделении внутренней функции ассоциации необходимо сначала перейти от LS связи к jj связи), в промежуточной связи и в обобщенной модели в схеме Нильссона.

В целом для приведенной ширины относительно испускания ассоциации из m нуклонов следующая формула

$$\gamma_n^2 = S\gamma_0^2$$

Здесь S так называемый спектроскопический множитель, так как он зависит от состоянии начального и конечного ядра и момента количества движения уносимого частицей. Он как раз и выражается через генеалогические коэффициенты, величины K и т.п. γ_0^2 – так называемая одночастичная приведенная ширина, пропорциональная значению радиальной функции относительного движения ассоциации и конечного ядра на границе канала реакции.

Значение спектроскопических множителей позволяет находить отношение приведенных ширин для разных уровней одного ядра или отношение ширин различных ядер. Для получения абсолютных значений приведенных ширин мы воспользовались оценкой одночастичных ширин, сделанной Лэйном [9]. Он показал, что $\gamma_0^2 = \frac{\hbar^2}{Ma}$ (M – приведенная масса ассоциации и конечного ядра).

В главе 6 с помощью этого значения γ_0^2 рассчитаны приведенные ширины для ряда уровней P -оболочки. При не слишком больших энергиях возбуждения ($E^* <$ 10 Мэв), где наиболее подробно исследованы волновые функции ядерных состояний. Основные результаты нашего расчета приведены в таблице. Для большинства уровней были использованы волновые функции в LS связи, поскольку известно, что в LS связи довольно хорошо описываются свойства легких ядер. В таблице даны значения безразмерной приведенной ширины $\theta^2 = \gamma^2 / \frac{3}{2}\frac{\hbar^2}{Ma}$.

Из таблицы видно, что рассчитанные приведенные ширины находятся в неплохом согласии с экспериментом. Все аномально большие ширины (порядка Вигнеровского предела) в легких ядрах находят объяснение в настоящем расчете, чем еще раз подтверждается то, что модель оболочек в существенной мере учитывает ассоциирование нуклонов.

Из таблицы видно также, что в модели оболочек могут быть одновременно рассчитаны и объяснены значения приведенных ширин относительно испускания различных нуклонных ассоциаций из данного ядерного состояния (например, для B^{10} рассчитаны θ_p^2, θ_d^2, θ_a^2 для уровня 1^- с энергией 6,88 Мэв). В этом отношении модель оболочек имеет преимущества перед другими моделями. Так в альфа-частичной модели можно рассчитать альфа-частичные приведенные ширины, но нельзя вычислить одновременно с ними нуклонные, дейтронные и тритонные ширины.

Т а б л и ц а   № 1

Результаты расчета приведенных ширин

Ядро	E^* (mev)	J^π, T	Волновая функция	Тип распада	Λ	$\theta^2_{теор}$	$\theta^2_{экспер}$	R (ферми)
He^5	16,69	$3/2^+, 1/2$	$s^3 L_1=0\ S_1=1/2\ T_1=1/2,\ p^1$	H^3+d	0	0,9	1,0 (0,7)	5(7)
Li^5	16,81	$3/2^+, 1/2$	$L_2=0,\ S_2=1,\ T_2=0;\ J=3/2\ T=1/2$	He^3+d	0		1,4 (0,7)	
Li^6	0	$1^+, 0$	$p^2[2]\ L=0\ S=1\ T=0\ J=1$	He^4+d	0	0,75	0,51; 0,3–0,45	5
	2,183	$3^+, 0$	$p^2[2]\ L=2\ S=1\ T=0\ J=3$		2	0,75	0,8	3,5
	4,52	$2^+, 0$	$p^2[2]\ L=2\ S=1\ T=0\ J=2$		2	0,75	1,0	
	4,9–5,8	$1^+, 0$	$p^2[2]\ L=2\ S=1\ T=0\ J=1$		2	0,75	0,2–1,0	
Li^7	0	$3/2^-, 1/2$	$p^3[3]\ L=1\ S=1/2\ T=1/2\ J=3/2$	He^4+H^3	1	0,8	(≈1,0)	2,8
	0,48	$1/2^-, 1/2$	$p^3[3]\ L=1\ S=1/2\ T=1/2\ J=1/2$		1	0,8	(≈1,0)	2,8
	4,63	$(7/2^-, 1/2)$	$p^3[3]\ L=3\ S=1/2\ T=1/2\ J=7/2$		3	0,8	0,5±0,2	
Be^7	4,53	$7/2^-, 1/2$	$p^3[3]\ L=3\ S=1/2\ T=1/2\ J=7/2$	He^4+He^3	3	0,8	0,36	
Li^7	7,47	$5/2^-, 1/2$	$p^3[3]\ L=3\ S=1/2\ T=1/2\ J=5/2$	He^4+H^3	3	0,8	0,04; 0,014;	
Be^7	7,18	$(5/2^-), 1/2$	$p^3[21]\ L=3\ S=1/2\ T=1/2\ J=5/2$	He^4+He^3		0	0,017; 0,095	
Be^8	0	$0^+, 0$	$p^4[4]\ L=0\ S=0\ T=0$	He^4+He^4	0	1	0,75 (0,15)	4,44 (5,7)
	2,92	$2^+, 0$	$p^4[4]\ L=2\ S=0\ T=0$		2	1	0,7 (0,4)	5 (3,5)
	11,8	$4^+, 0$	$p^4[4]\ L=4\ S=0\ T=0$		4	1	1,3	4,44
B^{10}	6,88	$1^-, 0$	$p^5[41],\ L_1=1\ S_1=1/2\ T_1=1/2\ J_1=3/2;\ 2s\ J=1,\ T=0$	Be^9+p	0	0,8	0,15 (0,5)	
				Be^8+d	1	0,1	0,12 (0,4)	
				$Li^6+\alpha$	1	0,01	0,013 (0,05)	
	8,89	$2^+, 1$	$p^6[42]\ D_1\ S=0\ T=1$	$Li^{6*}_{3,57}+\alpha$	2	0,3	0,33	
				Be^9+p	1	0,05	0,0018	
C^{12}	7,65	$0^+, 0$	$\sqrt{\frac{3}{13}}\,\vert s^3 2s, p^8[44]:00\rangle + \sqrt{\frac{10}{13}}\,\vert s^4, p^7 2p[44]:00\rangle$	$Be^8+\alpha$	0	0,9	0,1; ≈1,0	

Если имеется несколько вариантов структуры данного ядерного состояния, то вычисление приведенных ширин для нуклонных ассоциаций в ряде случаев может помочь сделать выбор между этими возможностями. Примером этого может служить уровень 5/2 с энергией 7,47 Мэв в Li^7. Часто этот уровень рассматривался как вторая компонента дублета $p^3[3]^{22}F_{7/2,\,5/2}$. С другой стороны, есть основания [11] считать, что вторая компонента этого дублета лежит ниже в районе 6,6 Мэв, а уровень 7,47 Мэв имеет характеристику $p^3[21]^{24}P_{5/2}$. Расчет тритонных приведенных ширин показывает, что в первом варианте этот уровень имел бы ширину $\theta_t^2 = 0,8$, во втором – $\theta_t^2 = 0$. Экспериментальная ширина очень мала, и поэтому можно считать, что уровню 7,47 Мэв более соответствует характеристика $p^3[21]^{24}P_{5/2}$, но имеется малая примесь других состояний. Экспериментальные данные по нуклонным приведенным ширинам [12] также находятся в согласии со второй характеристикой, а не с первой. Кроме того, в работе [13], действительно, был обнаружен уровень $\frac{5}{2}$ в районе 6,6 Мэв.

Из вышеизложенного следует, что поскольку имеется возможность расчета приведенных ширин для нуклонных ассоциаций, то экспериментальные данные по этим ширинам становятся дополнительным источником сведений о структуре ядерных состояний, и могут служить критерием применимости той или иной модели к данному ядру. В настоящее время объем экспериментальных данных по приведенным ширинам для нуклонных ассоциаций очень невелик. Поэтому является желательным проведение экспериментов на легких ядрах по измерению этих величин. Большой

интерес представляют прямые реакции с вылетом сложных частиц, которые позволили бы определить приведенные ширины для нуклонных ассоциаций в связанных состояниях.

Изложенный в настоящей диссертации метод анализа нуклонных ассоциаций в легких ядрах на основе модели оболочек может быть применен к исследованию прямых и резонансных процессов с участием сложных частиц, к рассмотрению фотоядерных реакций с вылетом нуклонных ассоциаций и т.п. Разработанный в первых главах формальный аппарат может быть использован и в других направлениях. Например, с помощью генеалогических коэффициентов для отделения нескольких частиц можно вычислять матричные элементы многочастичных операторов.

Содержание диссертации опубликовано в работах [14–19]. Кроме того, работы [17,18] были доложены на II Всесоюзной конференции по ядерным реакциям при низких и средних энергиях (Москва 1960).

Л и т е р а т у р а

1. D.M.Dennison Phys. Rev. 57, 474 (1940); 96, 378 (1954).
2. J.A.Wheeler Phys. Rev. 52, 1083, 1107 (1937).
3. K.Wildermuth, Th.Kannelopoulos Nucl. Phys. 7, 150 (1938); 9, 449 (1958–59).
4. М. Майер, Дж. Иенсен "Элементарная теория оболочек".
5. D Kurath. Phys. Rev. 101, 216 (1956).
6. J.K.Perring, T.H.R.Skyrme Proc. Phys. Soc. A 69, 600 (1956).
7. С.Нильссон в сб. "Деформация атомных ядер" ИЛ (1958).
8. I.Talmi Helv. Phys. Acta 25, 185 (1952).
9. A.M.Lane Revs. Mod. Phys. 32, 519 (1960)
10. I.Brandus, M.Micu, A.Sandulescu Revue de Physique 5, 427 (1960).
11. S.Meshkov, C.W.Ufford Phys. Rev. 101, 734 (1956).
12. E.W.Hamburger, J.R.Cameron Phys. Rev. 117, 781, (1960).
13. В.Г. Шевченко, Б.А. Юрьев. Изв. АН СССР, 25, 1269 (1961).
14. В.Г. Неудачин, Ю.Ф. Смирнов. ЖЭТФ, 36, 186 (1959).
15. В.В. Балашов, В.Г. Неудачин, Ю.Ф. Смирнов, Н.П. Юдин. ЖЭТФ, 237, 1385 /1959/.
16. В.Г. Неудачин, Ю.Ф. Смирнов, И.П. Юдин. ЖЭТФ, 37, 1781 (1959).
17. Ю.Ф. Смирнов, Д. Хлебовска. Nucl. Phys. 26, 306 (1961).
18. Ю.Ф. Смирнов. Nucl. Phys. 27, 177 (1961).
19. В.В. Балашов, В.Г. Неудачин, Ю.Ф. Смирнов. Изв. АН СССР, 25, 57 (1961).

Рукопись поступила в издательский отдел
29 июня 1962 года.