

СЗ46.28(04)

Л-384



Учебно-  
методические  
пособия  
Учебно-научного  
центра ОИЯИ  
Дубна

УНЦ-2010-42

Ф. Легар, Е. А. Строковский

ФЕНОМЕНОЛОГИЯ,  
ФОРМАЛИЗМ И ПРОЦЕДУРЫ АНАЛИЗА  
НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ

2010

Учебно-научный центр ОИЯИ

C 346.26/07  
Л-384

Ф. Легар, Е. А. Строковский

ФЕНОМЕНОЛОГИЯ,  
ФОРМАЛИЗМ И ПРОЦЕДУРЫ АНАЛИЗА  
НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ

*Учебное пособие*

Объединенный институт  
ядерных исследований  
Дубна 2018  
БИБЛИОТЕКА

B-19593

# Оглавление

Предисловие	5
Феноменология нуклон-нуклонного рассеяния	7
1. Введение	9
2. Матрица нуклон-нуклонного рассеяния	12
3. Экспериментальные величины в системе центра масс	19
4. Экспериментальные величины в лабораторной системе	28
5. Соотношения между величинами в системе центра масс и в лабораторной системе	41
6. Соотношения между измеряемыми величинами в лабораторной системе	47
7. Принцип Паули и нуклон-нуклонное рассеяние	53
Заключение	58
Приложения. Формализм и процедуры анализа нуклон-нуклонных данных	63
Введение	65
A1: Прямая реконструкция амплитуды	66
A2: пр-перезарядка и DRSA для состояний с $I=0$	79
A3: Анализы фазовых сдвигов	98
A4: Анализ в терминах NN-потенциала	112

*... и предал я сердце мое тому, чтобы исследовать и испытать мудростью все, что делается под небом: это тяжелое занятие дал Бог сынам человеческим, чтобы они упражнялись в нем.*

Екклезиаст I,13

## Предисловие

Эта работа адресована, в первую очередь, студентам старших курсов, аспирантам, специализирующимся в области физики элементарных частиц и ядерной физики, а также — начинающим свой путь молодым ученым. Мы надеемся, что она будет полезна в повседневной работе и тем специалистам, которые используют данные о нуклон-нуклонных взаимодействиях.

Несколько причин побудили нас написать эту работу. **Во-первых**, упругое нуклон-нуклонное рассеяние является давно и подробно изучаемым примером реакции рассеяния двух частиц со спином  $1/2$ , где проявляется много деталей, связанных с поляризационными явлениями в сильных взаимодействиях. В классических учебниках при рассмотрении эффектов, возникающих из-за того, что многие элементарные частицы имеют собственный момент количества движения (спин), обычно ограничиваются рассеянием бесспиновой частицы на частице со спином  $1/2$ , а рассеяние двух частиц со спином  $1/2$  в деталях обсуждается редко. В реальной практике, однако, часто встречается именно этот случай. Разбирая феноменологию упругого нуклон-нуклонного рассеяния, мы надеемся заполнить возникающий из-за этого пробел в подготовке молодых физиков.

**Во-вторых**, переведенная здесь на русский язык работа Быстрицкого, Легара и Винтерница, содержащая формализм феноменологического описания упругого нуклон-нуклонного рассеяния, уже давно стала классической работой, вводящей основные определения экспериментально измеряемых величин (наблюдаемых). Определения и конвенции, сформулированные или введенные впервые в этой работе, стали общепринятыми. Они используются практически повсеместно как в теоретических, так и в экспериментальных работах, а сама статья этих авторов цитируется почти в каждой новой работе, посвященной вопросам нуклон-нуклонного или барион-барионного взаимодействия. Вместе с тем, указанная статья была опубликована достаточно давно; журнал с ней не слишком часто встречается в библиотеках и потому труднодоступен для студентов, аспирантов и начинающих самостоятельную работу физиков. Авторизованный перевод этой статьи на русский язык, проверенный одним из ее авторов (Ф. Легаром), позволит, по нашему мнению, молодым физикам познакомиться с основными определениями и понятиями, совершенно необходимыми с самого начала самостоятельной работы для любого, кто хоть однажды обращался к результатам анализа фазовых сдвигов нуклон-нуклонного рассеяния.

**В-третьих**, в ходе колоссальной работы, проведенной в прошедшие десятилетия по накоплению, проверке, анализу и обобщению экспериментальных дан-

ных о сильном взаимодействии нуклонов друг с другом, были разработаны приемы и методы, имеющие более широкую область применения, чем чистая феноменология упругого нуклон-нуклонного рассеяния. В частности, мы имеем в виду так называемый "глобальный фит нуклонных структурных функций". Даже при беглом сравнении задач, решенных при феноменологическом описании  $NN$ -взаимодействия, и задач, решаемых в этом "глобальном фите", видно их глубокое сходство. Однако, далеко не все физики, занятые проблемой извлечения структурных функций нуклонов из данных по глубоконеупругому рассеянию, достаточно хорошо знакомы с опытом анализа и описания  $NN$ -взаимодействия. Мы надеемся, что приведенные в данной работе Приложения окажутся полезными и в этом отношении.

Здесь содержится перевод на русский язык основополагающей статьи Быстрицкого, Легара и Винтерница, на которую далее мы обычно ссылаемся как на [BLW], и даны четыре Приложения; где кратко, но достаточно полно для первого знакомства, рассматриваются основные методы и подходы, употребляемые при анализе и описании упругого  $NN$ -взаимодействия. Список использованной литературы приводится к каждому Приложению отдельно.

## Феноменология нуклон-нуклонного рассеяния \*)

\*) Перевод на русский язык статьи Bystricky J., Lehar F., Winternitz P., "Formalism of Nucleon-Nucleon Elastic Scattering Experiments", опубликованной в журнале Le Journal de Physique, v.39 (N 1) (1978), p. 1

# Глава 1

## Введение

Представлено подробное изложение формализма для описания упругого нуклон-нуклонного рассеяния и рассматриваются как уже известные, так и некоторые новые результаты. Дан обзор различных представлений матрицы рассеяния, в котором учитываются принципы симметрии такие, как сохранение четности, инвариантность по отношению к обращению времени, принцип Паули и изоспиновая инвариантность. Экспериментальные величины в системе центра масс (с.ц.м.) и в лабораторной системе (л.с.) выражены через амплитуды рассеяния. В каждой из этих двух систем даны (со всеми подробностями) соотношения между экспериментальными величинами, вытекающие из перечисленных выше симметрий. Приведены также выражения, позволяющие связать между собой величины в системе центра масс и в лабораторной системе. Приведена и обсуждается общая формула для углового распределения коррелированного рассеяния. Эта формула содержит все существующие экспериментальные величины. Она может быть приспособлена для описания любого выбранного эксперимента при явном указании начальных поляризаций и конечных анализирующих способностей. Рассмотрены следствия принципа Паули для рассеяния тождественных частиц. Получены соотношения между величинами в с.ц.м., измеренными при с.ц.м. углах рассеяния  $\theta$  и  $\pi - \theta$  или при л.с. углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (угол рассеяния и угол вылета частицы отдачи). Особое внимание уделено соотношениям при угле  $\theta = \pi/2$ , т. е.  $\theta_1 = \theta_2$ . Материал, содержащийся в этой статье, может быть полезен экспериментаторам и физикам, занятым феноменологическим анализом, при восстановлении амплитуд рассеяния из экспериментальных данных.

Цель данной статьи — подробное изучение кинематики нуклон-нуклонного рассеяния. Поскольку за последние 25 лет (или около того) этой теме уже посвящен большой объем литературы, некоторые части данной статьи будут носить характер унифицирующего обзора, тогда как в других будут содержаться новые результаты (для знакомства с оригинальными работами и предыдущими обзорами см. [2]-[16]).

В главе 2 этой статьи обсуждается матрица  $M$  нуклон-нуклонного рассеяния, даются и связываются друг с другом несколько ее различных параметризаций,

а также обсуждаются ограничения на  $M$ , вытекающие из таких принципов инвариантности, как сохранение четности, инвариантность к обращению времени, изотопическая инвариантность и принцип Паули. В главе 3 мы определяем понятие чистой экспериментальной величины (или чистого эксперимента), т. е. такого, который содержит только спиновые проекции на определенные базисные векторы в импульсном пространстве. Перечисляются 256 различных "чистых" экспериментальных величин, взятых в системе центра масс, и затем находятся все ограничения на них, следующие из принципов инвариантности, рассмотренных в главе 2. Обсуждаются также нелинейные соотношения между экспериментальными величинами в с.ц.м. и некоторые ограничения, налагаемые на них в форме неравенств. "Чистые" эксперименты в лабораторной системе рассматриваются в главе 4. Для случая, когда оба начальных нуклона поляризованы, дана общая формула, описывающая угловое распределение коррелированного рассеяния. Из этой общей формулы получены более простые, связывающие различные угловые распределения с компонентами поляризационных тензоров в лабораторной системе: например, когда предполагается, что одна из начальных поляризаций (или обе) равна нулю и/или считается, что одна или обе конечные поляризации не измеряются. Компоненты поляризационных тензоров в лабораторной системе выражаются в терминах матрицы рассеяния в таблицах 5 и 6. Чистые экспериментальные величины в с.ц.м. и в лабораторной системе связываются друг с другом в главе 5, где полностью учтены релятивистские эффекты. Затем мы снова даем общую формулу для произвольной экспериментальной величины, после чего рассматриваем случаи, когда включены 1, 2, 3 или 4 поляризации. В главе 6 устанавливаются линейные соотношения между экспериментальными величинами в лабораторной системе, следующие из обычных принципов инвариантности. Хотя эти соотношения не являются независимыми от аналогичных соотношений для с.ц.м., их вид, учитывая релятивистские вращения спинов, значительно более сложный. В главе 7 обсуждаются следствия принципа Паули. Кроме того, что его учет снижает число независимых амплитуд в матрице рассеяния с 6 до 5, тем самым существенно ограничивая число независимых экспериментов, есть и другие следствия учета принципа Паули. Так например, для  $nn$ - и  $pp$ -рассеяния мы приводим все соотношения симметрии между величинами, измеренными при с.ц.м. углах  $\theta$  и  $\pi - \theta$ , т. е. при лабораторных углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (углах рассеяния и отдачи). Далее, получены интересные соотношения для  $nn$ - и  $pp$ -рассеяния, когда  $\theta = \pi/2$ , т. е.  $\theta_1 = \theta_2$ , равно как и соотношения между  $pn$ - и, скажем,  $np$ -экспериментальными величинами. Выводы и взгляд на будущее даны в Заключение.

Новые результаты содержатся в главах с 3 по 7; в основном, они касаются величин, требующих использования поляризованных мишеней и, в особенности, более сложных экспериментальных величин. Хотя мы и приводим ссылки на работы других авторов в тех случаях, когда используются их результаты, мы не пытались дать что-либо вроде полной библиографии по данному предмету. Мы также не очень стремились связать формализм, представленный в этой статье, с многочисленными видами эквивалентных формализмов, рассеянными в литературе.

Теперь нужно сказать несколько слов о соглашениях и обозначениях.

В данной статье повсюду мы используем один и тот же набор базисных векторов в импульсном пространстве в системе центра масс и три разных набора в лабораторной системе (связанных с начальной и рассеянной частицами, а также с частицей отдачи). Во всех случаях используется одна и та же нормаль к плоскости реакции. Хотя такой подход и является общим для многих, работающих в этой области, это, строго говоря, не согласуется с Базельской конвенцией [17]. Действительно, если в точности использовать эту конвенцию, то поляризации рассеянной частицы и частицы отдачи должны связываться с противоположными нормальными. "Нормаль мишени" в лабораторной системе плохо определена. Во всяком случае, несложно преобразовать формулы из конвенции, где используется одна нормаль, к форме в конвенции с двумя нормальными.

Мы последовательно используем 4-индексные обозначения для экспериментальных величин:  $X_{pqik}$ , где  $p$  и  $q$  обозначают поляризации рассеянной частицы и частицы отдачи, а  $i$  и  $k$  относятся к поляризациям начального пучка (частицы-снаряда) и мишени. Если начальная частица не поляризована или поляризация частицы конечного состояния не анализируется, значение соответствующего индекса полагается нулевым. Такое обозначение должно помочь избежать некоторой общей путаницы при идентификации экспериментальных величин. Это также помогает при переходах между конвенциями с одной нормалью и двумя нормальными, равно как и при установлении соотношений между различными величинами. В принципе, использование разных буквенных обозначений для разных экспериментов не является необходимым, но по историческим причинам мы используем буквы  $I$  для интенсивностей (поперечных сечений),  $P$  для поляризаций,  $A$  для асимметрий,  $D$  и  $K$  для тензоров деполяризации и передачи поляризации,  $M$  и  $N$  для вкладов двух начальных поляризаций в конечные поляризации рассеянной частицы и частицы отдачи и, наконец,  $C$  для корреляций поляризаций.

## Глава 2

# Матрица нуклон-нуклонного рассеяния

Удобная для наших целей форма матрицы упругого нуклон-нуклонного рассеяния имеет вид [4, 6, 12]:

$$M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = \frac{1}{2} \{ (a+b) + (a-b)(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + (c+d)(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + (c-d)(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) + e(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) \}. \quad (2.1)$$

Здесь амплитуды  $a, b, c, d$  и  $e$  являются комплексными функциями двух переменных, например, импульса  $k$  в с.д.м. и угла рассеяния  $\theta$ . Базисные векторы в с.д.м. определяются как

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f|}, \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_f$  — единичные векторы, направленные по импульсам начальной и рассеянной частиц в с.д.м. Споровые матрицы  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  (матрицы Паули) действуют на волновые функции первого и второго нуклонов соответственно. (Проекции  $(\sigma, \mathbf{a})$  спиновой матрицы  $\sigma$  на произвольное направление  $\mathbf{a}$  будут также записываться в форме  $(\sigma, \mathbf{a}) = (\sigma \mathbf{a}) = \sigma_{\mathbf{a}}$ .)

В формуле (2.1) мы уже учли инвариантности относительно четности и обращения времени. Мы также приняли предположение, что частицы тождественны, что имеет место для  $pp$ - и  $pn$ -рассеяния. Для  $pn$ -рассеяния это означает предположение об изотопической инвариантности нуклон-нуклонного взаимодействия. Матрица рассеяния для упругого рассеяния двух нетождественных частиц содержала бы 6-й член, а именно

$$\frac{1}{2} f(\sigma_1 - \sigma_2, \mathbf{n}). \quad (2.3)$$

Предполагая все-таки изотопическую инвариантность, можно записать матрицу рассеяния для  $pp$ -,  $pn$ - и  $pn$ -рассеяния в терминах двух матриц  $M_0$  и  $M_1$  вида (2.1), полагая

$$M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = M_0 \left[ \frac{1 - (\tau_1, \tau_2)}{4} \right] + M_1 \left[ \frac{3 + (\tau_1, \tau_2)}{4} \right], \quad (2.4)$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — изоспиновые нуклонные матрицы,  $M_0$  и  $M_1$  — изосинглетная и изотриплетная матрицы рассеяния соответственно. Очевидно, что

$$\begin{aligned} M(pp \rightarrow pp) &= M(nn \rightarrow nn) = M_1, \\ M(np \rightarrow np) &= M(pn \rightarrow pn) = (M_1 + M_0)/2, \\ M(np \rightarrow pn) &= M(pn \rightarrow np) = (M_1 - M_0)/2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Формулы (2.4) и (2.5), в отличие от всех других в этой статье, относятся только к рассеянию за счет сильного взаимодействия, когда электромагнитные взаимодействия игнорируются.

Обобщенный принцип Паули для нуклонов подразумевает определенные соотношения симметрии для амплитуд в (2.1); они суммированы в таблице 2.1 [6]:

Таблица 2.1.

Соотношения симметрии, вытекающие из обобщенного принципа Паули

T=1	T=0
-	-
$a_1(\vartheta) = -a_1(\pi - \vartheta)$	$a_0(\vartheta) = a_0(\pi - \vartheta)$
$b_1(\vartheta) = -c_1(\pi - \vartheta)$	$b_0(\vartheta) = c_0(\pi - \vartheta)$
$c_1(\vartheta) = -b_1(\pi - \vartheta)$	$c_0(\vartheta) = b_0(\pi - \vartheta)$
$d_1(\vartheta) = d_1(\pi - \vartheta)$	$d_0(\vartheta) = -d_0(\pi - \vartheta)$
$e_1(\vartheta) = e_1(\pi - \vartheta)$	$e_0(\vartheta) = -e_0(\pi - \vartheta)$

Везде в данной статье мы будем использовать амплитуды  $a, b, c, d$  и  $e$ , хотя часто используются многие различные, но эквивалентные, параметризации.

Хошизаки [9] использует матрицу рассеяния

$$\begin{aligned} M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) &= a_H + c_H(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) + m_H(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + \\ &+ g_H[(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) + (\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m})] + \\ &+ h_H[(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) - (\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m})], \end{aligned} \quad (2.6)$$

так что

$$a_H = \frac{1}{2}(a+b), \quad c_H = \frac{e}{2}, \quad m_H = \frac{1}{2}(a-b), \quad g_H = \frac{c}{2}, \quad h_H = -\frac{d}{2}, \quad (2.7)$$

что подразумевает

$$a = a_H + m_H, \quad b = a_H - m_H, \quad c = 2g_H, \quad d = -2h_H, \quad e = 2c_H. \quad (2.8)$$

Так называемые амплитуды Вольфенштейна  $B, C, N, G, H$  [2] определяются как

$$\begin{aligned} M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) &= BS + \{ C(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) + N(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + \\ &+ \frac{1}{2}G[(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + (\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l})] + \\ &+ \frac{1}{2}H[(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) - (\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l})] \} T, \end{aligned} \quad (2.9)$$



где  $S$  и  $T$  есть спин-синглетный и спин-триплетный проекционные операторы соответственно:

$$S = \frac{1}{4} [1 - (\sigma_1, \sigma_2)], \quad T = \frac{1}{4} [3 + (\sigma_1, \sigma_2)]. \quad (2.10)$$

Амплитуды Вольфенштейна связаны с нашими так:

$$B = b - c, \quad C = \frac{e}{2}, \quad N = a, \quad G = a + b + c, \quad H = d, \quad (2.11)$$

что влечет за собой

$$a = N, \quad b = (B - N + G)/2, \quad c = (G - B - N)/2, \quad d = H, \quad e = 2C. \quad (2.12)$$

В т. н. "синглет-триплетном" представлении, матричные элементы есть [18]

$$\begin{aligned} M_{ss} &= b - c, \\ M_{00} &= a + d \cos \vartheta, \\ M_{11} &= \frac{1}{2} (a + b + c - d \cos \vartheta), \\ M_{10} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (d \sin \vartheta + ie), \\ M_{01} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (d \sin \vartheta - ie), \\ M_{1-1} &= \frac{1}{2} (-a + b + c + d \cos \vartheta) = \\ &= M_{11} - M_{00} - \sqrt{2} (M_{10} + M_{01}) \cot \vartheta, \\ M_{-1-1} &= M_{11}, \quad M_{-11} = M_{1-1}, \quad M_{0-1} = -M_{01}, \quad M_{-10} = -M_{10}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

что подразумевает

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} (M_{11} + M_{00} - M_{1-1}), \\ b &= \frac{1}{2} (M_{11} + M_{ss} + M_{1-1}), \\ c &= \frac{1}{2} (M_{11} - M_{ss} + M_{1-1}), \\ d &= \frac{1}{2 \cos \vartheta} (-M_{11} + M_{00} + M_{1-1}) = -\frac{1}{\sqrt{2} \sin \vartheta} (M_{10} + M_{01}), \\ e &= \frac{i}{\sqrt{2}} (M_{10} - M_{01}). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Жакоб и Вик [19] развили спиральный формализм, в котором состояния помечаются  $\lambda$  - проекцией спина на направление импульса частицы ( $\lambda$  есть квантовое число *спиральности*). Ввиду того, что существуют некоторые неоднозначности в определении спиральных состояний и амплитуд, здесь мы определим используемый нами формализм. По сути, он совпадает с формализмом Жакоба и Вика [19],

Мартина и Спирмена [20], Гольдбергера, Грисару, Макдоувелла и Вонга [16], Хошизаки [9] и др. Другие авторы, например, Коэн-Таннуджи, Морель и Навле [21] и Котанский [22, 23] используют несколько иные соглашения о фазах (опуская фактор  $(-1)^{s-\lambda}$  для состояний 2 и 4).

Мы используем систему центра масс, рассматриваем плоскость  $xz$  как плоскость рассеяния, направляем ось  $z$  вдоль импульса начальной частицы и ось  $y$  вдоль нормали  $n$ . Спиральные состояния начальной и рассеянной частицы есть

$$\chi_{\lambda_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \lambda_1 \\ \frac{1}{2} - \lambda_1 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

и

$$\chi'_{\lambda_3} = \exp\left(-i\frac{\sigma_n}{2}\vartheta\right) \chi_{\lambda_3} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2} + \lambda_3\right) \cos \frac{\vartheta}{2} - \left(\frac{1}{2} - \lambda_3\right) \sin \frac{\vartheta}{2} \\ \left(\frac{1}{2} + \lambda_3\right) \sin \frac{\vartheta}{2} + \left(\frac{1}{2} - \lambda_3\right) \cos \frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Спиральные состояния частиц 2 и 4 определяются с другой фазой как

$$\chi'_{\lambda_2} = (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} \exp\left(-i\frac{\sigma_n}{2}\pi\right) \chi_{\lambda_2} = (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + \lambda_2 \\ \frac{1}{2} + \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

и

$$\begin{aligned} \chi'_{\lambda_4} &= (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_4} \exp\left[-i\frac{\sigma_n}{2}(\vartheta + \pi)\right] \chi_{\lambda_4} = \\ &= (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_4} \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{2} + \lambda_4\right) \sin \frac{\vartheta}{2} - \left(\frac{1}{2} - \lambda_4\right) \cos \frac{\vartheta}{2} \\ \left(\frac{1}{2} + \lambda_4\right) \cos \frac{\vartheta}{2} - \left(\frac{1}{2} - \lambda_4\right) \sin \frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Спиральность  $\lambda$  для нуклона равна  $1/2$ , если проекция спина параллельна импульсу, и  $-1/2$ , если она антипараллельна. Спиральные амплитуды обозначаются как  $\langle \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$  и могут быть разложены в ряд по парциальным волнам:

$$\langle \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \frac{1}{2ik} \sum_J (2J+1) \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle d_{\lambda\mu}^J(\vartheta), \quad (2.19)$$

где  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ,  $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$  и  $d_{\lambda\mu}^J(\vartheta)$  есть матрицы вращения Вигнера [24], удовлетворяющие соотношениям

$$d_{\lambda\mu}^J(\vartheta) = (-1)^{\lambda-\mu} d_{\lambda\mu}^J(\vartheta) = (-1)^{\lambda-\mu} d_{-\lambda-\mu}^J(\vartheta). \quad (2.20)$$

Сохранение четности, инвариантность относительно обращения времени и принцип Паули влекут за собой, соответственно:

$$\begin{aligned} \langle -\lambda_3 - \lambda_4 | T^J(E) | -\lambda_1 - \lambda_2 \rangle &= \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \\ \langle \lambda_1 \lambda_2 | T^J(E) | \lambda_3 \lambda_4 \rangle &= \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \\ \langle \lambda_4 \lambda_3 | T^J(E) | \lambda_2 \lambda_1 \rangle &= \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Эти соотношения для парциальных волн спиральных амплитуд, вместе с (2.19) и (2.20), в свою очередь влекут за собой справедливость следующих соотношений для полных спиральных амплитуд:

$$\begin{aligned} < -\lambda_3 - \lambda_4 | \Phi | -\lambda_1 - \lambda_2 > = (-1)^{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4} < \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 >, \\ < \lambda_1 \lambda_2 | \Phi | \lambda_3 \lambda_4 > = (-1)^{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4} < \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 >, \\ < \lambda_4 \lambda_3 | \Phi | \lambda_2 \lambda_1 > = (-1)^{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4} < \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 >. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Принимая во внимание эти соотношения симметрии и оставляя указания только на знаки спиральностей нуклонов, имеем

$$\begin{aligned} \Phi_1 &\equiv < ++ | \Phi | ++ > = < -- | \Phi | -- >, \\ \Phi_2 &\equiv < ++ | \Phi | -- > = < -- | \Phi | ++ >, \\ \Phi_3 &\equiv < +- | \Phi | +- > = < -+ | \Phi | -+ >, \\ \Phi_4 &\equiv < +- | \Phi | -+ > = < -+ | \Phi | +- >, \\ \Phi_5 &\equiv < ++ | \Phi | +- > = < -+ | \Phi | -- > = < -- | \Phi | +- > = \\ &= < -+ | \Phi | ++ > = - < -- | \Phi | -+ > = - < +- | \Phi | ++ > = \\ &= - < ++ | \Phi | -+ > = - < +- | \Phi | -- >. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Подставляя выражение (2.1) для  $M$  и вычисляя необходимые матричные элементы, мы получим соотношения между инвариантными с.д.м. амплитудами  $a, \dots, e$  и спиральными амплитудами  $\Phi_1, \dots, \Phi_5$ . Оставаясь в рамках наших соглашений, мы получим, таким образом, что

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{1}{2} (a \cos \vartheta + b - c + d + ie \sin \vartheta), \\ \Phi_2 &= \frac{1}{2} (a \cos \vartheta - b + c + d + ie \sin \vartheta), \\ \Phi_3 &= \frac{1}{2} (a \cos \vartheta + b + c - d + ie \sin \vartheta), \\ \Phi_4 &= \frac{1}{2} (-a \cos \vartheta + b + c + d - ie \sin \vartheta), \\ \Phi_5 &= \frac{1}{2} (-a \sin \vartheta + ie \sin \vartheta). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Формулы (2.24) можно обратить, что дает

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} [(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \cos \vartheta - 4\Phi_5 \sin \vartheta], \\ b &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4), \\ c &= \frac{1}{2} (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4), \\ d &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4), \\ e &= -\frac{i}{2} [(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \sin \vartheta + 4\Phi_5 \cos \vartheta]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Для рассеяния вперед, когда  $\vartheta = 0$ , сохранение полного углового момента влечет за собой  $e(0) = 0$ ,  $a(0) - b(0) = c(0) + d(0)$ . Для спиральных амплитуд это, очевидно, подразумевает, что  $\Phi_4(0) = \Phi_5(0) = 0$ .

Очевидно, что может быть введено бесконечно много разных типов амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния, и действительно, в научной литературе существует очень большое их число. В дополнение к тем, которые были введены выше, мы намерены рассмотреть еще два, а именно – амплитуды "поперечности" (или "transversity") [22, 23] и обменные амплитуды [25, 7], так как они обе используются различными группами экспериментаторов.

Обменные амплитуды полезны потому, что в пределе высоких энергий они соответствуют обмену определенными квантовыми числами (полюсами Редже) в  $t$ -канале (амплитуды  $N_0, N_1, N_2$  соответствуют обменам с натуральной четностью,  $U_0$  и  $U_2$  – с ненатуральной четностью; нижний индекс отвечает величине  $t$ -канального переворота спиральности). Обменные амплитуды связаны с  $s$ -канальными спиральными амплитудами и амплитудами  $a, \dots, e$  соотношениями

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_3) = \frac{1}{2} (a \cos \vartheta + b + ie \sin \vartheta), \\ N_1 &= \Phi_3 = \frac{1}{2} (-a \sin \vartheta + ie \cos \vartheta), \\ N_2 &= \frac{1}{2} (\Phi_4 - \Phi_2) = \frac{1}{2} (-a \cos \vartheta + b - ie \sin \vartheta), \\ U_0 &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_3) = \frac{1}{2} (-c + d), \\ U_2 &= \frac{1}{2} (\Phi_4 + \Phi_2) = \frac{1}{2} (c + d). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Это можно обратить и получить

$$\begin{aligned} a &= (N_0 - N_2) \cos \vartheta - 2N_1 \sin \vartheta, \\ b &= N_0 + N_2, \\ c &= U_2 - U_0, \\ d &= U_2 + U_0, \\ e &= -i [(N_0 - N_2) \sin \vartheta + 2N_1 \cos \vartheta]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

"Трансверсальные" амплитуды  $T_{cdab}$  были введены Котаньским [22, 23] для того, чтобы диагонализировать кроссинговые матрицы. Для нуклон-нуклонного рассеяния они связаны со спиральными амплитудами Жакоба и Вика  $\Phi_{cdab}$  соотношением

$$T_{cdab} = \sum_{a' b' c' d'} (-1)^{b+d+1} U_{c'a'}^* U_{d'a'}^* \Phi_{c'd'a'b'} U_{a'a} U_{b'b}, \quad (2.28)$$

где

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Более конкретно, пять независимых "трансверсальных" амплитуд даются выражениями

$$\begin{aligned}
 T_1 \equiv T_{++++} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 - 4i \Phi_5) = (a + e) \exp(i\vartheta), \\
 T_2 \equiv T_{----} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 + 4i \Phi_5) = (a - e) \exp(-i\vartheta), \\
 T_3 \equiv T_{+--+} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) = b, \\
 T_4 \equiv T_{++--} &= \frac{1}{2} (-\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) = -d, \\
 T_5 \equiv T_{+---} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 - \Phi_4) = -c.
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Формулы (2.30) в точности соответствуют тем, которые используются в Аргоннской национальной лаборатории (см., например, [26]).

## Глава 3

### Экспериментальные величины в системе центра масс

Здесь мы вводим четырехиндексные обозначения для всех экспериментальных величин. Первый и второй индексы обозначают поляризации в конечном состоянии рассеянной частицы и частицы отдачи соответственно. Третий и четвертый индексы обозначают начальные поляризации пучка и мишени соответственно. В системе центра масс эти метки обозначаются буквами  $p, q, i$  и  $k$ : именно в таком порядке. Если какая-то из начальных частиц неполяризована или поляризация какой-то из частиц конечного состояния не анализируется, то соответствующая метка принимает значение 0.

Таблица 3.1.  
Экспериментальные величины для рассеяния частиц спина  $\frac{1}{2}$

Измеряемая величина		Неполяриз.	Поляриз.	Неполяриз.	Поляриз.
		пучок, неполяриз. мишень	пучок, неполяриз. мишень	пучок, поляриз. мишень	пучок, поляриз. мишень
		A	B	C	D
Дифференциальное сечение	1	$I_{0000}$	$A_{00i0}$	$A_{000k}$	$A_{00ik}$
Поляризация рассеянной частицы	2	$P_{p000}$	$D_{p0i0}$	$K_{p00k}$	$M_{p0ik}$
Поляризация частицы отдачи	3	$P_{0q00}$	$K_{0qi0}$	$D_{0q0k}$	$N_{0qik}$
Корреляции поляризаций	4	$C_{pq00}$	$C_{pqi0}$	$C_{pq0k}$	$C_{pqik}$

Некоторая "чистая" экспериментальная величина (кратко, некоторый чистый эксперимент), по определению, есть величина, которая включает только спиновые проекции на базисные векторы. Этот базис может быть разным для разных

частиц, но в системе центра масс для всех частиц будет использоваться система векторов  $l, m, n$ . В принципе, всего может быть определено 256 чистых экспериментов как компонентов различных тензоров. Они суммированы в таблице 3.1 и определены следующим образом:

A.1. Дифференциальное сечение для неполяризованных частиц:

$$\sigma \equiv I_{0000} = \frac{1}{4} \text{Tr} (MM^+).$$

A.2. Поляризация рассеянной частицы:

$$\sigma P_{r000} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p} MM^+).$$

A.3. Поляризация частицы отдачи:

$$\sigma P_{0q00} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q} MM^+).$$

B.1. Асимметрия в сечениях из-за поляризованного пучка:

$$\sigma A_{00i0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (M\sigma_{1i}M^+).$$

C.1. Асимметрия в сечениях из-за поляризованной мишени:

$$\sigma A_{000k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (M\sigma_{2k}M^+).$$

A.4. Коэффициент корреляции поляризаций при рассеянии первоначально неполяризованных частиц:

$$\sigma C_{pq00} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}MM^+).$$

B.2. Тензор деполаризации для поляризованного пучка:

$$\sigma D_{p0i0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}M\sigma_{1i}M^+).$$

B.3. Коэффициент передачи поляризации от пучка к частице отдачи:

$$\sigma K_{0q0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q}M\sigma_{1i}M^+).$$

C.2. Коэффициент передачи поляризации от мишени к рассеянной частице:

$$\sigma K_{p00k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}M\sigma_{2k}M^+).$$

C.3. Тензор деполаризации для поляризованной мишени:

$$\sigma D_{0q0k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q}M\sigma_{2k}M^+).$$

D.1. Тензор асимметрии для поляризованных пучка и мишени:

$$\sigma A_{00ik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+).$$

B.4. Вклад в коэффициент корреляции поляризаций от поляризованного пучка:

$$\sigma C_{pq0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}M\sigma_{1i}M^+).$$

C.4. Вклад в коэффициент корреляции поляризаций от поляризованной мишени:

$$\sigma C_{pq0k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}M\sigma_{2k}M^+).$$

D.2. Вклад в поляризацию рассеянной частицы от поляризаций пучка и мишени:

$$\sigma M_{p0ik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+).$$

D.3. Вклад в поляризацию частицы отдачи от поляризаций пучка и мишени:

$$\sigma N_{0qik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q}M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+).$$

D.4. Вклад в коэффициент корреляции поляризаций от поляризованных пучка и мишени:

$$\sigma C_{pqik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+).$$

Для произвольной реакции типа  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  все 256 экспериментов могут дать независимую информацию. Однако, если предполагаются сохранение четности, обобщенный принцип Паули и инвариантность по отношению к обращению времени, то число независимых экспериментов сильно уменьшается.

При пространственных отражениях векторы  $l$  и  $m$  меняют свой знак, тогда как вектор  $n$  сохраняется. Тем самым сохранение четности подразумевает, что отличными от нуля будут только величины с четным числом  $l$  или  $m$  индексов.

Обобщенный принцип Паули (включающий изоспиновую инвариантность для  $pp$  рассеяния) требует равенства результатов двух экспериментов, связанных взаимной заменой пучка на мишень и рассеянной частицы на частицу отдачи (или наоборот). В общем случае чистого эксперимента это дает

$$X_{pqik} = (-1)^{|l|+|m|} X_{qpk i}, \quad (3.1)$$

где  $[l]$  и  $[m]$  есть число меток  $l$  и  $m$ , соответственно, среди  $p, q, i$  и  $k$ .

Сохранение четности вместе с соотношением (3.1) дает

$$X_{pqik} = X_{qpki} \quad (3.2)$$

Действие обращения времени может быть выражено через изменение знаков обоих импульсов  $K_i$  и  $K_j$  и знаков  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , так же как и взаимной переменной мест начальных и конечных состояний и импульсов. Поэтому базисные векторы при обращении времени преобразуются как

$$l \rightarrow -l, \quad m \rightarrow m, \quad n \rightarrow -n \quad (3.3)$$

Инвариантность относительно обращения времени приводит к соотношениям

$$X_{pqik} = (-1)^{[m]} X_{ikpq} \quad (3.4)$$

Очень полезный метод демонстрации соотношений между разными экспериментальными величинами использует инвариантность относительно отражений в плоскости рассеяния (т. н. правило Бора [27]). Для нуклон-нуклонной матрицы рассеяния эта инвариантность влечет за собой тождество

$$\sigma_{1n}\sigma_{2n}M\sigma_{1n}\sigma_{2n} = M, \quad (3.5)$$

которое можно проверить, используя формулу (2.1).

Обсудим теперь чистые эксперименты в с.ц.м.

(0) Дифференциальное сечение  $\sigma \equiv I_{0000}$  есть, очевидно, скаляр по отношению ко всем рассмотренным здесь дискретным симметриям.

(1) *Однокомпонентные тензоры (аксиальные векторы)  $P_{p000}, P_{0q00}, A_{00i0}$  и  $A_{000k}$ .* Сохранение четности приводит к тому, что единственными ненулевыми компонентами оказываются  $P_{n000}, P_{0n00}, A_{00n0}$  и  $A_{000n}$ . Принцип Паули влечет за собой  $P_{n000} = P_{0n00}$  и  $A_{00n0} = A_{000n}$ . Наконец, инвариантность к обращению времени дает:  $P_{n000} = A_{00n0}$  и  $P_{0n00} = A_{000n}$ . Таким образом, из 12 различных величин 8 равны нулю, а оставшиеся 4 равны друг другу.

(2) *Двухкомпонентные тензоры  $C_{pq00}, D_{p0i0}, K_{0qi0}, K_{p00k}, D_{0q0k}$  и  $A_{00ik}$ .* Сохранение четности уменьшает число компонент с 54 до 30. Учет принципа Паули приводит к соотношениям  $C_{pq00} = C_{qp00}, D_{p0i0} = D_{0p0i}, K_{p00k} = K_{0pko}$  и  $A_{00ik} = A_{00ki}$ , так что остается только 18 компонент. Наконец, инвариантность к обращению времени приводит к соотношениям  $C_{nm00} = A_{00nn}, C_{l100} = A_{00il}, C_{mm00} = A_{00mm}, C_{m100} = -A_{00ml}, D_{m0l0} = -D_{l0m0}$  и  $K_{0mld} = -K_{ldm0}$ , уменьшая число различных экспериментов до 12.

(3) *Трехкомпонентные тензоры  $C_{pqi0}, C_{pq0k}, M_{p0ki}$  и  $N_{0qik}$ .* Сохранение четности уменьшает число компонент со 108 до 52. Из принципа Паули следует, что  $C_{pqi0} = C_{qp0i}$  и  $M_{p0ki} = N_{0pki}$ . Инвариантность к обращению времени приводит

к  $C_{pqi0} = (-1)^{[m]} M_{i0pq}$ . Таким образом, у нас остается 13 компонент. Их число может быть уменьшено еще дальше, если использовать правило Бора (3.5), которое приводит к соотношениям  $C_{mmn0} = -C_{lln0}, C_{nmn0} = C_{nl0}$  и  $C_{mmn0} = C_{lln0}$ , а также связывает  $C_{nmn0}$  с поляризацией  $C_{nmn0} = P_{n000}$ . В итоге только 9 компонент трехкомпонентных тензоров остаются независимыми.

(4) *Четырехкомпонентные тензоры  $C_{pqik}$ .* Сохранение четности сводит число ненулевых компонент с 81 до 41. Принцип Паули приводит к соотношению  $C_{pqik} = C_{qpki}$ , а инвариантность к обращению времени влечет за собой  $C_{pqik} = (-1)^{[m]} C_{ikpq}$ . Таким образом, мы остаемся всего с 17 компонентами. Используя правило Бора (3.5), мы можем свести некоторые компоненты к компонентам тензоров более низкого порядка, а также найти два новых соотношения между компонентами  $C_{pqik}$ . Эти соотношения следующие:

$$\begin{aligned} C_{nnnn} &= 1, \quad C_{nlrl} = D_{0m0m}, \quad C_{nmnm} = D_{0l0l}, \\ C_{nlln} &= K_{0mm0}, \quad C_{nmnm} = K_{0ll0}, \quad C_{llnn} = -C_{mm00}, \\ C_{mmnn} &= -C_{ll00}, \quad C_{nmln} = -K_{0lml}, \quad C_{mlnn} = C_{lm00}, \\ C_{mnlm} &= -D_{l0m0}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

а также

$$C_{mmmm} - C_{llll}, \quad C_{mmml} = -C_{lllm}. \quad (3.7)$$

Непосредственно используя формулу (2.1), мы можем найти, что

$$\begin{aligned} \sigma_{2m}M\sigma_{2m} &= -\sigma_{1l}M\sigma_{1l} + \sigma_{1m}M\sigma_{1m} + \sigma_{2l}M\sigma_{2l}, \\ -i\sigma_{2l}M\sigma_{1n}\sigma_{2m} &= \sigma_{1l}M\sigma_{1l} - i\sigma_{1l}M\sigma_{1m}\sigma_{2n} - \sigma_{2l}M\sigma_{2l}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

а также

$$-i\sigma_{2m}M\sigma_{1n}\sigma_{2l} = -\sigma_{1l}M\sigma_{1l} + i\sigma_{1l}\sigma_{2n}M\sigma_{1m} + \sigma_{2l}M\sigma_{2l}.$$

Умножив каждое из равенств (3.8) на  $\sigma_{1l}$  слева и на  $\sigma_{1l}M^+$  справа, получим дополнительно еще три линейных соотношения между компонентами  $C_{pqik}$  и тензорами низшего порядка. Эти соотношения можно записать, например, так

$$\begin{aligned} C_{lmtm} &= C_{mtml} = -1 + D_{n0n0} + C_{lll}, \\ C_{llmm} &= C_{mml} = 1 - A_{00nn} - C_{lll}, \\ C_{lmm} &= C_{mllm} = -1 + K_{0nm0} + C_{lll}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Таким образом, только две компоненты  $C_{pqik}$  несут новую (линейно независимую) информацию и в качестве таковых мы выбираем  $C_{lll}$  и  $C_{llm}$ .

В конце концов, мы остаемся с 25 линейно независимыми величинами. Давайте теперь выразим все ненулевые экспериментальные величины через амплитуды рассеяния, определенные в (2.1). Полученные результаты представлены в табл. 3.2, где 122 ненулевые экспериментальные с.ц.м. величины даны в явном виде. Оставшиеся 6 компонент  $C_{pqik}$  даны в формулах (3.9).

Билинейные комбинации амплитуд  $a, b, c, d$  и  $e$ , выраженные через экспериментальные с.ц.м. величины, даны в табл. 3.3.

Таблица 3.2. Экспериментальные с.ц.м. величины, выраженные через амплитуды рассеяния.

$$\begin{aligned}
 \sigma &\equiv I_{0000} = \sigma C_{nnnn} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma C_{nn00} &= \sigma A_{00nn} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma D_{n0n0} &= \sigma D_{0n0n} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma K_{0nn0} &= \sigma K_{n00n} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma C_{llll} &= \sigma C_{mmmm} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 - |e|^2 \} \\
 \sigma P &\equiv \sigma P_{n000} = \sigma P_{0n00} = \sigma A_{00n0} = \sigma A_{000n} = \\
 &= \sigma C_{nnn0} = \sigma C_{nn0n} = \sigma M_{n0nn} = \sigma N_{0nnn} = \text{Re } a^* e \\
 \sigma C_{lllm} &= \sigma C_{llml} = -\sigma C_{lml} = -\sigma C_{mlll} = \\
 &= \sigma C_{lmmm} = \sigma C_{mlmm} = -\sigma C_{mmlm} = -\sigma C_{nmml} = \text{Im } a^* e \\
 \sigma C_{lnl0} &= \sigma C_{mnm0} = \sigma C_{nl0l} = \sigma C_{nm0m} = \\
 &= \sigma M_{l0ln} = \sigma M_{m0mn} = \sigma N_{0lnl} = \sigma N_{0mnm} = \text{Re } b^* e \\
 \sigma D_{l0m0} &= \sigma D_{0l0m} = -\sigma D_{m0l0} = -\sigma D_{0m0l} = \\
 &= \sigma C_{nlm} = \sigma C_{lmn} = -\sigma C_{mnl} = -\sigma C_{nmml} = \text{Im } b^* e \\
 \sigma C_{nll0} &= \sigma C_{nmml} = \sigma C_{ln0l} = \sigma C_{mn0m} = \\
 &= \sigma M_{l0nl} = \sigma M_{m0nm} = \sigma N_{0lln} = \sigma N_{0mnm} = \text{Re } c^* e \\
 \sigma K_{0lm0} &= \sigma K_{l00m} = -\sigma K_{m00l} = -\sigma K_{0m0l} = \\
 &= \sigma C_{nlm} = \sigma C_{lmn} = -\sigma C_{mnl} = -\sigma C_{nmml} = \text{Im } c^* e \\
 \sigma C_{lln0} &= -\sigma C_{mnm0} = \sigma C_{ll0n} = -\sigma C_{mnm0n} = \\
 &= \sigma M_{n0ll} = -\sigma M_{n0mm} = \sigma N_{0nll} = -\sigma N_{0nmml} = -\text{Re } d^* e \\
 \sigma C_{lm00} &= \sigma C_{ml00} = -\sigma A_{00lm} = -\sigma A_{00ml} = \\
 &= -\sigma C_{nmml} = -\sigma C_{nmml} = \sigma C_{mlnn} = \sigma C_{lmnn} = \text{Im } d^* e \\
 \sigma D_{m0m0} &= \sigma D_{0m0m} = \sigma C_{nlml} = \sigma C_{lnln} = \text{Re } (a^* b + c^* d) \\
 \sigma C_{mnl0} &= \sigma C_{nm0l} = -\sigma M_{l0mn} = -\sigma N_{0lmm} = \text{Im } (a^* b + c^* d) \\
 \sigma D_{l0l0} &= \sigma D_{0l0l} = \sigma C_{nmnm} = \sigma C_{mnmn} = \text{Re } (a^* b - c^* d) \\
 \sigma C_{lnm0} &= \sigma C_{nl0m} = -\sigma M_{m0ln} = -\sigma N_{0mnl} = -\text{Im } (a^* b - c^* d) \\
 \sigma K_{0mm0} &= \sigma K_{m00m} = \sigma C_{nlml} = \sigma C_{lnml} = \text{Re } (a^* c + b^* d) \\
 \sigma C_{nmml} &= \sigma C_{mnl0} = -\sigma M_{l0nm} = -\sigma N_{0lmm} = \text{Im } (a^* c + b^* d) \\
 \sigma K_{0ll0} &= \sigma K_{l00l} = \sigma C_{mnmn} = \sigma C_{nmnm} = \text{Re } (a^* c - b^* d) \\
 \sigma C_{nlm0} &= \sigma C_{ln0m} = -\sigma M_{m0nl} = -\sigma N_{0mnl} = -\text{Im } (a^* c - b^* d) \\
 \sigma C_{mnm0} &= \sigma A_{00mm} = -\sigma C_{nlll} = -\sigma C_{llnn} = \text{Re } (a^* d + b^* c) \\
 \sigma C_{lmn0} &= \sigma C_{ml0n} = -\sigma M_{n0lm} = -\sigma N_{0nml} = -\text{Im } (a^* d + b^* c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma C_{ll00} &= \sigma A_{00ll} = -\sigma C_{mnmn} = -\sigma C_{nmnm} = -\text{Re } (a^* d - b^* c) \\
 \sigma C_{mln0} &= \sigma C_{lm0n} = -\sigma M_{n0ml} = -\sigma N_{0nml} = -\text{Im } (a^* d - b^* c)
 \end{aligned}$$

Таблица 3.3. Билинейные комбинации  $a, b, c, d, e$ , выраженные через с.ц.м. экспериментальные величины.

$$\begin{aligned}
 |a|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ -1 + D_{n0n0} + K_{0nn0} + C_{nn00} + 2C_{llll} \} \\
 |b|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ 1 + D_{n0n0} - K_{0nn0} - C_{nn00} \} \\
 |c|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ 1 - D_{n0n0} + K_{0nn0} - C_{nn00} \} \\
 |d|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ 1 - D_{n0n0} - K_{0nn0} + C_{nn00} \} \\
 |e|^2 &= \sigma \{ 1 - C_{llll} \} \\
 a^* b &= \frac{\sigma}{2} \{ D_{m0m0} + D_{l0l0} + i (C_{mnl0} - C_{lnm0}) \} \\
 a^* c &= \frac{\sigma}{2} \{ K_{0mm0} + K_{0ll0} + i (C_{nmml} - C_{mlnm}) \} \\
 a^* d &= \frac{\sigma}{2} \{ C_{mnm0} - C_{ll00} - i (C_{lmn0} + C_{mnl0}) \} \\
 a^* e &= \sigma \{ P + i C_{llll} \} \\
 b^* c &= \frac{\sigma}{2} \{ C_{mnm0} + C_{ll00} + i (C_{mnl0} - C_{lnm0}) \} \\
 b^* d &= \frac{\sigma}{2} \{ K_{0mm0} - K_{0ll0} + i (C_{nlm0} + C_{mnl0}) \} \\
 b^* e &= \sigma \{ C_{lnl0} + i D_{l0m0} \} \\
 c^* d &= \frac{\sigma}{2} \{ D_{m0m0} - D_{l0l0} + i (C_{lnm0} + C_{mnl0}) \} \\
 c^* e &= \sigma \{ C_{nll0} + i K_{0lm0} \} \\
 d^* e &= \sigma \{ -C_{lln0} + i C_{lm00} \}
 \end{aligned}$$

Единственные оставшиеся независимые экспериментальные величины содержатся в полных сечениях. Действительно, полные сечения можно записать в виде [28, 29]:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{0tot} + \sigma_{1tot} (P_B P_T) + \sigma_{2tot} (P_B k) (P_T k), \quad (3.10)$$

где  $P_B$  и  $P_T$  - поляризации пучка и мишени,  $k$  - единичный вектор в направлении импульса пучка. Величины  $\sigma_{0tot}$ ,  $\sigma_{1tot}$  и  $\sigma_{2tot}$  можно получить, измеряя полные сечения при соответственно поляризованных начальных нуклонах. Они связаны с

амплитудами через оптическую теорему:

$$\begin{aligned}\sigma_{0\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \operatorname{Im} [a(0) + b(0)] , \\ \sigma_{1\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \operatorname{Im} [c(0) + d(0)] , \\ \sigma_{2\text{tot}} &= -\frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} d(0) ,\end{aligned}\quad (3.11)$$

где  $k$  есть волновое число. Обозначения  $\sigma_{1\text{tot}}$  и  $\sigma_{2\text{tot}}$  не следует понимать буквально. Действительно, эти "сечения" могут быть положительными, равными нулю или отрицательными; только  $\sigma_{\text{tot}}$  и  $\sigma_{0\text{tot}}$  являются положительно определенными.

В терминах спиральных амплитуд имеем

$$\begin{aligned}\sigma_{0\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \operatorname{Im} [\Phi_1(0) + \Phi_3(0)] , \\ \sigma_{1\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \operatorname{Im} \Phi_2(0) , \\ \sigma_{2\text{tot}} &= -\frac{2\pi}{k} \operatorname{Im} [\Phi_1(0) + \Phi_2(0) - \Phi_3(0)] .\end{aligned}\quad (3.12)$$

Величины  $\sigma_{0\text{tot}}$ ,  $\sigma_{1\text{tot}}$  и  $\sigma_{2\text{tot}}$  прямо связаны с триплетным и синглетным полными сечениями следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\sigma_{0\text{tot}} &= \frac{1}{4}\sigma_s + \frac{1}{4}\sigma_{t,0} + \frac{1}{2}\sigma_{t,+1} , \\ \sigma_{1\text{tot}} &= \frac{1}{4}(\sigma_{t,0} - \sigma_s) , \\ \sigma_{2\text{tot}} &= \frac{1}{2}(\sigma_{t,+1} - \sigma_{t,0}) ,\end{aligned}\quad (3.13)$$

(здесь  $\sigma_{t,-1} = \sigma_{t,+1}$ ).

В табл. 3.2 даны выражения 25 линейно независимых экспериментальных величин через 9 вещественных параметров: абсолютных величин и относительных фаз амплитуд  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$ . Очевидно, что можно найти 16 независимых нелинейных соотношений между экспериментальными величинами, используя тривиальные соотношения для комплексных чисел. Например, если (на время) примем  $x_1 = a$ ,  $x_2 = b$ ,  $x_3 = c$ ,  $x_4 = d$  и  $x_5 = e$ , то можно записать очевидные тождества между амплитудами:

$$(x_i x_j^*) = \frac{|x_i|^2 (x_1 x_j^*)}{(x_1 x_i^*)} \quad (3.14)$$

при  $i = 2, 3, 4, 5$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5$  и  $j \neq i$ .

Будучи рассмотренными как равенства между квадратичными членами типа  $(x_i x_j^*)$ , соотношения (3.14) представляют пример полного набора независимых соотношений. Действительно, из (3.14) следуют все прочие соотношения, такие как

$$(x_i x_j^*) (x_j x_k^*) = |x_j|^2 (x_i x_k^*) , \quad (3.15)$$

или [30]:

$$\begin{aligned}(x_1 x_i^*) [(x_j x_k^*) - (x_k x_j^*)] + (x_1 x_j^*) [(x_k x_i^*) - (x_i x_k^*)] + \\ + (x_1 x_k^*) [(x_i x_j^*) - (x_j x_i^*)] = 0\end{aligned}\quad (3.16)$$

и [31]

$$(x_i x_i^*) (x_j x_k^*) (x_k x_i^*) = |x_i|^2 |x_j|^2 |x_k|^2 \quad (3.17)$$

для всех  $i, j, k, l = 1, 2, 3, 4, 5$ .

Соотношения между наблюдаемыми можно написать, непосредственно подставляя в (3.15), (3.16) или (3.17) соответствующие выражения из табл. 3.3. Поступая аналогичным образом, можно получить соотношения между величинами в лабораторной системе, или даже между с.ц.м. и лабораторными величинами, пользуясь табл. 4.1. В литературе [30, 31, 32] уже обсуждались многие из таких соотношений, и мы не будем на этом задерживаться.

Аналогичным образом мы можем найти неравенства, содержащие экспериментальные величины. Например, из

$$0 \leq |a \pm e|^2$$

получаем

$$4|P| \leq 1 + D_{n0n0} + K_{0nn0} + C_{nn00} ,$$

а из

$$0 \leq |c \pm d|^2$$

следует

$$|D_{m0m0} - D_{l0l0}| \leq 1 - D_{n0n0} .$$

Аналогичным образом можно получить остальные возможные соотношения.

## Глава 4

# Экспериментальные величины в лабораторной системе

В любом эксперименте измеримо только некоторое угловое распределение. В этой главе мы обсудим формулу, описывающую угловое распределение коррелированного рассеяния для случая, когда оба начальных нуклона поляризованы. Это наиболее общая формула для упругого нуклон-нуклонного рассеяния. Она содержит все возможные экспериментальные величины и может быть легко сведена к конкретным случаям, представляющим интерес. Для этого достаточно положить значения тех или иных начальных или конечных поляризаций равными нулю либо выбрать их в определенных направлениях.

Введем символы  $\tilde{I}_i$  и  $\tilde{P}_i$ :

$$\tilde{I}_i = \frac{1}{2} \text{Tr} M_i M_i^+, \quad \tilde{I}_i \tilde{P}_i = \frac{1}{2} \text{Tr} M_i (\sigma_i, n_i) M_i^+ \quad (i = 1, 2) \quad (4.1)$$

для сечений и поляризаций в рассеянии (на анализаторе 1 для рассеянной и 2 для частицы отдачи) с матрицами рассеяния  $M_1$  и  $M_2$  и единичными векторами  $n_1$  и  $n_2$  в направлениях нормалей к первой и второй анализирующим плоскостям соответственно (мы предполагаем, что анализирующие рассеяния происходят на бесспиновых ядрах). Если  $i$ -й анализатор отсутствует, то мы полагаем  $\tilde{P}_i = 0$  и  $M_i$  равной единичной матрице, что подразумевает  $\tilde{I}_i = 1$ .

Сечение коррелированного рассеяния в общем виде определяется как

$$\Sigma_{P_B P_T} (\tilde{P}_1, \tilde{P}_2) = \text{Tr} M_1 M_2 \rho M_2^+ M_1^+, \quad (4.2)$$

где буквы  $P_B$  и  $P_T$  обозначают поляризации начального пучка и мишени, а  $\rho$  есть нуклон-нуклонная матрица плотности после первого (т. е. изучаемого) рассеяния. Размерности в (4.1) равны первой, второй и третьей степеням сечений, если обе  $\tilde{P}_1$  и  $\tilde{P}_2$  равны нулю, только одна из них имеет ненулевое значение или обе они отличны от нуля соответственно.

Разложив матрицу плотности  $\rho$  по базисным тензорам, можно получить общую

формулу [32]:

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B P_T} (\tilde{P}_1, \tilde{P}_2) = & \tilde{I}_1 \tilde{I}_2 \sigma \{ [1 + A_{00i0} P_{B_i} + A_{000k} P_{T_k} + A_{00ik} P_{B_i} P_{T_k}] + \\ & + \tilde{P}_1 [P_{p000} + P_{B_i} D_{p0i0} + P_{T_k} K_{p00k} + P_{B_i} P_{T_k} M_{p0ik}] n_{1p} + \\ & + \tilde{P}_2 [P_{0q00} + P_{B_i} K_{0qi0} + P_{T_k} D_{0q0k} + P_{B_i} P_{T_k} N_{0qik}] n_{2q} + \\ & + \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 [C_{pq00} + P_{B_i} C_{pqi0} + P_{T_k} C_{p0k} + P_{B_i} P_{T_k} C_{pqik}] n_{1p} n_{2q} \}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Везде подразумевается суммирование по повторяющимся индексам  $p, q, i$  и  $k$ . На практике эта формула полезна при обработке событий рассеяния методом максимума правдоподобия. Угловое распределение, обычно измеряемое в эксперименте, описывается отношением

$$\Sigma_{P_B P_T} (00) / \Sigma_{00} (00),$$

если  $\tilde{P}_1 = \tilde{P}_2 = 0$  (т. е. для экспериментов В.1, С.1 и D.1 таблицы 3.1) и отношением

$$\Sigma_{P_B P_T} (\tilde{P}_1 \tilde{P}_2) / \tilde{I}_1 \tilde{I}_2 \Sigma_{P_B P_T} (00),$$

в остальных случаях. Дифференциальное сечение (А.1 таблицы 3.1) является исключением, так как в этом эксперименте необходимы абсолютные измерения.

Формула (4.3) справедлива в любой системе отсчета, но мы будем использовать ее, в основном, в лабораторной системе (т. е. с покоящейся мишенью), причем индексы  $p, q, i$  и  $k$  будут заменены на  $a, b, c$  и  $d$ .

При обсуждении экспериментов в лабораторной системе, мы будем использовать

$$k, k' \text{ and } k'' \quad (4.4)$$

т. е. единичные векторы в направлениях импульсов начальной и рассеянной частиц, а также частицы отдачи в лабораторной системе ( $k = k_i$ ). Мы будем использовать следующие поперечные векторы:

$$s = n \times k, \quad s' = n \times k', \quad s'' = n \times k'', \quad (4.5)$$

где  $n$  определена в (2.2).

В "чистых лабораторных экспериментах" начальные поляризации определяются по отношению к направлениям  $k, s$  или  $n$ , поляризации рассеянных частиц измеряются в направлениях  $k', s'$  или  $n$ , а для частиц отдачи — в направлениях  $k'', s''$  или  $n$ .

Заметим, что в присутствии магнитного поля спины рассеянных частиц или частиц отдачи могут подвергнуться вращениям прежде, чем эти частицы достигнут анализаторов (см. комментарии в конце этой главы).

Теперь рассмотрим представляющие интерес отдельные случаи, используя при этом те свойства экспериментальных величин, которые будут установлены в главе 6.



A. Неполаризованный пучок, неполаризованная мишень:  $P_B = P_T = 0$ .

A.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{00}(0, 0) = \sigma. \quad (4.6)$$

A.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{00}(\bar{P}_1, 0) = \bar{I}_1 \sigma (1 + \bar{P}_1 P n_{1n}). \quad (4.7)$$

A.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .

$$\Sigma_{00}(0, \bar{P}_2) = \bar{I}_2 \sigma (1 + \bar{P}_2 P n_{2n}). \quad (4.8)$$

A.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

$$\begin{aligned} \Sigma_{00}(\bar{P}_1, \bar{P}_2) = & \bar{I}_1 \bar{I}_2 \sigma (1 + [\bar{P}_1 n_{1n} + \bar{P}_2 n_{2n}] P + \\ & + \bar{P}_1 \bar{P}_2 [C_{nn00} n_{1n} n_{2n} + C_{s's''00} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''00} n_{1s'} n_{2k''} + \\ & + C_{k's''00} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''00} n_{1k'} n_{2k''}]). \end{aligned} \quad (4.9)$$

B. Поляризованный пучок, неполаризованная мишень:  $P_B \neq 0$ ,  $P_T = 0$ .

B.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{P_B 0}(0, 0) = \sigma (1 + P P_{Bn}). \quad (4.10)$$

B.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B 0}(\bar{P}_1, 0) = & \bar{I}_1 \sigma \{1 + P P_{Bn} + \bar{P}_1 [P n_{1n} + D_{n0n0} P_{Bn} n_{1n} + \\ & + (D_{s'0s0} n_{1s'} + D_{k'0s0} n_{1k'}) P_{Bs} + \\ & + (D_{s'0k0} n_{1s'} + D_{k'0k0} n_{1k'}) P_{Bk}]\}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

B.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B 0}(0, \bar{P}_2) = & \bar{I}_2 \sigma \{1 + P P_{Bn} + \bar{P}_2 [P n_{2n} + K_{0nn0} P_{Bn} n_{2n} + \\ & + (K_{0s''s0} n_{2s''} + K_{0k''s0} n_{2k''}) P_{Bs} + \\ & + (K_{0s''k0} n_{2s''} + K_{0k''k0} n_{2k''}) P_{Bk}]\}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

B.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

Выражение для  $\Sigma_{P_B 0}(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$  можно получить из (4.3), положив  $P_T = 0$ . Таким образом, в формуле появятся только  $P$ ,  $D_{a0c0}$ ,  $K_{0bc0}$ ,  $C_{a0b0}$  и  $C_{a0c0}$ .

C. Неполаризованный пучок, поляризованная мишень:  $P_B = 0$ ,  $P_T \neq 0$ .

C.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{0P_T}(0, 0) = \sigma (1 + P P_{Tn}). \quad (4.13)$$

C.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{0P_T}(\bar{P}_1, 0) = & \bar{I}_1 \sigma \{1 + P P_{Tn} + \bar{P}_1 [P n_{1n} + K_{n00n} P_{Tn} n_{1n} + \\ & + (K_{s'00s} n_{1s'} + K_{k'00s} n_{1k'}) P_{Ts} + \\ & + (K_{s'00k} n_{1s'} + K_{k'00k} n_{1k'}) P_{Tk}]\}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

C.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{0P_T}(0, \bar{P}_2) = & \bar{I}_2 \sigma \{1 + P P_{Tn} + \bar{P}_2 [P n_{2n} + D_{0n0n} P_{Tn} n_{2n} + \\ & + (D_{0s''0s} n_{2s''} + D_{0k''0s} n_{2k''}) P_{Ts} + \\ & + (D_{0s''0k} n_{2s''} + D_{0k''0k} n_{2k''}) P_{Tk}]\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

C.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

Выражение для  $\Sigma_{0P_T}(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$  можно получить из (4.3), положив  $P_B = 0$ . Оно будет содержать только  $P$ ,  $K_{a00d}$ ,  $D_{0b0d}$ ,  $C_{a0b0}$  и  $C_{a0d0}$ .

D. Поляризованный пучок и мишень:  $P_B \neq 0$ ,  $P_T \neq 0$ .

D.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B P_T}(0, 0) = & \sigma [1 + P (P_{Bn} + P_{Tn}) + A_{00nn} P_{Bn} P_{Tn} + \\ & + A_{00ss} P_{Bs} P_{Ts} + A_{00sk} (P_{Bs} P_{Tk} + P_{Bk} P_{Ts}) + \\ & + A_{00kk} P_{Bk} P_{Tk}]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

D.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .  $\Sigma_{P_B P_T}(\bar{P}_1, 0)$  выражается через  $P$ ,  $A_{00cd}$ ,  $D_{a0c0}$ ,  $K_{a00d}$  и  $M_{a0cd}$ .

D.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .  $\Sigma_{P_B P_T}(0, \bar{P}_2)$  выражается через  $P$ ,  $A_{00cd}$ ,  $D_{0b0d}$ ,  $K_{0bc0}$  и  $N_{0bcd}$ .

D.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

В этом случае все члены в (4.3) остаются в формуле, и хотя она и выписывается без затруднений, все же весьма громоздка. Мы не будем выписывать ее в самом общем виде, но рассмотрим только некоторые интересные специальные случаи (указывая конкретные направления поляризаций). Сконцентрируемся на измерениях, дающих интересные компоненты 4-индексного тензора.

(i)  $P_B = P_{Bs}$ ,  $P_T = P_{Ts}$ ,  $\bar{P}_1 = \bar{P}_1 n_1 = \bar{P}_{1s'} s' + \bar{P}_{1k'} k'$ ,  $\bar{P}_2 = \bar{P}_2 n_2 = \bar{P}_{2s''} s'' + \bar{P}_{2k''} k''$  [анализируются только компоненты поляризации в плоскости первого рассеяния, то есть  $n_1$  ( $n_2$ ) есть комбинация  $s'$  и  $k'$  ( $s''$  и  $k''$ )].

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B P_T} (\bar{P}_1, \bar{P}_1) = & \bar{I}_1 \bar{I}_2 \sigma \{1 + A_{00s} P_B P_T + \\ & + \bar{P}_1 [P_B (D_{s'0s0} n_{1s'} + D_{k'0s0} n_{1k'}) + P_T (K_{s'00s} n_{1s'} + K_{k'00s} n_{1k'})] + \\ & + \bar{P}_2 [P_B (K_{0s''s0} n_{2s''} + K_{0k''s0} n_{2k''}) + P_T (D_{0s''0s} n_{2s''} + D_{0k''0s} n_{2k''})] + \\ & + \bar{P}_1 \bar{P}_2 [C_{s's''00} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''00} n_{1s'} n_{2k''} + \\ & + C_{k's''00} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''00} n_{1k'} n_{2k''} + \\ & + P_B P_T (C_{s's''ss} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''ss} n_{1s'} n_{2k''} + \\ & + C_{k's''ss} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''ss} n_{1k'} n_{2k''})] \}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

(ii)  $P_B = P_B s$ ,  $P_T = P_T k$ ,  $\bar{P}_1 = \bar{P}_1 n_1 = \bar{P}_{1s'} s' + \bar{P}_{1k'} k'$ ,  $\bar{P}_2 = \bar{P}_2 n_2 = \bar{P}_{2s''} s'' + \bar{P}_{2k''} k''$  ( $n_1$  и  $n_2$  опять находятся в плоскости первого рассеяния).

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B P_T} (\bar{P}_1, \bar{P}_1) = & \bar{I}_1 \bar{I}_2 \sigma \{1 + A_{00sk} P_B P_T + \\ & + \bar{P}_1 [P_B (D_{s'0s0} n_{1s'} + D_{k'0s0} n_{1k'}) + P_T (K_{s'00k} n_{1s'} + K_{k'00k} n_{1k'})] + \\ & + \bar{P}_2 [P_B (K_{0s''s0} n_{2s''} + K_{0k''s0} n_{2k''}) + P_T (D_{0s''0k} n_{2s''} + D_{0k''0k} n_{2k''})] + \\ & + \bar{P}_1 \bar{P}_2 [C_{s's''00} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''00} n_{1s'} n_{2k''} + \\ & + C_{k's''00} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''00} n_{1k'} n_{2k''} + \\ & + P_B P_T (C_{s's''sk} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''sk} n_{1s'} n_{2k''} + \\ & + C_{k's''sk} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''sk} n_{1k'} n_{2k''})] \}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Во всех формулах, приведенных выше, иногда бывает полезным выразить векторные компоненты через полярные углы  $\phi_1$  и  $\phi_2$  между нормалью к плоскости рассеяния и двумя нормальями к анализирующим плоскостям. Они удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} \cos \phi_1 &= (\mathbf{n}, \mathbf{n}_1), \quad \sin \phi_1 = (\mathbf{n}, \mathbf{n}_1 \times \mathbf{k}') = -(\mathbf{n}_1, \mathbf{s}'), \\ \cos \phi_2 &= (\mathbf{n}, \mathbf{n}_2), \quad \sin \phi_2 = (\mathbf{n}, \mathbf{n}_2 \times \mathbf{k}'') = -(\mathbf{n}_2, \mathbf{s}''). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Следует иметь в виду важное обстоятельство, касающееся всех приведенных выше формул. В отсутствие магнитного поля скалярные произведения с  $n_{1k'}$  и  $n_{2k''}$  равны нулю, так как векторы  $k'$  и  $k''$  лежат в первой и второй анализирующих плоскостях соответственно. Т. е. все компоненты поляризационных тензоров, содержащие индексы  $k'$  или  $k''$ , фактически исчезают из измеряемых распределений. Для того чтобы эти компоненты наблюдать, необходимо использовать магнитное поле перед анализатором, поворачивающее поляризацию. В частности, магнитное поле между мишенью и анализатором 1 (2) вдоль направления  $s'$  ( $s''$ ) будет поворачивать поляризацию рассеянной частицы (частицы отдачи) в плоскости  $k'$ ,  $n$  ( $k''$ ,  $n$ ). Скалярные произведения  $n_{1n}$  и  $n_{1k'}$  ( $n_{2n}$  и  $n_{2k''}$ ) в этом случае будут пониматься как косинусы углов между нормальями  $n_1$  ( $n_2$ ) и направлениями, к которым компоненты поляризации рассеянной частицы (частицы отдачи)  $n$  и  $k'$  ( $n$  и  $k''$ ) будут повернуты магнитным полем (после рассматриваемого рассеяния).

Наблюдаемые, измеряемые в лабораторной системе, выражены в табл. 4.1 через амплитуды  $a, b, c, d, e$ , а в табл. 4.2 — через спиральные амплитуды.

Таблица 4.1. Экспериментальные величины в лабораторной системе, выраженные через амплитуды рассеяния.

В.2.

$$\begin{aligned} \sigma D_{s'0s0} &= Re a^* b \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re c^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im b^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma D_{s'0k0} &= -Re a^* b \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re c^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im b^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma D_{k'0s0} &= Re a^* b \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re c^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) + Im b^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma D_{k'0k0} &= Re a^* b \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - Re c^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im b^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

В.3.

$$\begin{aligned} \sigma K_{0s''s0} &= -Re a^* c \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \cos \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma K_{0s''k0} &= Re a^* c \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \sin \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma K_{0k''s0} &= -Re a^* c \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \sin \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma K_{0k''k0} &= -Re a^* c \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \cos \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

С.2.

$$\begin{aligned} \sigma K_{s'00s} &= Re a^* c \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma K_{s'00k} &= -Re a^* c \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma K_{k'00s} &= Re a^* c \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma K_{k'00k} &= Re a^* c \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

C.3.

$$\begin{aligned}\sigma D_{0s''0s} &= -Re a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Re c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma D_{0s''0k} &= Re a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Re c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma D_{0k''0s} &= -Re a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Re c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma D_{0k''0k} &= -Re a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Re c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right)\end{aligned}$$

A.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s's''00} &= -Re a^* d \cos(\alpha + \beta) - Re b^* c \cos(\alpha - \beta) + Im d^* e \sin(\alpha + \beta) \\ \sigma C_{k's''00} &= -Re a^* d \sin(\alpha + \beta) - Re b^* c \sin(\alpha - \beta) - Im d^* e \cos(\alpha + \beta) \\ \sigma C_{s'k''00} &= -Re a^* d \sin(\alpha + \beta) + Re b^* c \sin(\alpha - \beta) - Im d^* e \cos(\alpha + \beta) \\ \sigma C_{k'k''00} &= Re a^* d \cos(\alpha + \beta) - Re b^* c \cos(\alpha - \beta) - Im d^* e \sin(\alpha + \beta)\end{aligned}$$

D.1.

$$\begin{aligned}\sigma A_{00ss} &= Re a^* d \cos \theta + Re b^* c - Im d^* e \sin \theta \\ \sigma A_{00sk} &= \sigma A_{00ks} = -Re a^* d \sin \theta - Im d^* e \cos \theta \\ \sigma A_{00kk} &= -Re a^* d \cos \theta + Re b^* c + Im d^* e \sin \theta\end{aligned}$$

B.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s's''n0} &= -Re d^* e \cos(\alpha + \beta) - Im a^* d \sin(\alpha + \beta) - Im b^* c \sin(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{k's''n0} &= -Re d^* e \sin(\alpha + \beta) + Im a^* d \cos(\alpha + \beta) + Im b^* c \cos(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{s'k''n0} &= -Re d^* e \sin(\alpha + \beta) + Im a^* d \cos(\alpha + \beta) - Im b^* c \cos(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{k'k''n0} &= Re d^* e \cos(\alpha + \beta) + Im a^* d \sin(\alpha + \beta) - Im b^* c \sin(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{s'ns0} &= Re b^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{k'0kn} \\ \sigma C_{k'ns0} &= Re b^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{s'0kn} \\ \sigma C_{s'nk0} &= -Re b^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{k'0sn} \\ \sigma C_{k'nk0} &= Re b^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma M_{s'0sn}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma C_{ns''s0} &= -Re c^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0k''kn} \\ \sigma C_{nk''s0} &= -Re c^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0s''kn} \\ \sigma C_{ns''k0} &= Re c^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0k''sn} \\ \sigma C_{nk''k0} &= -Re c^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0s''sn}\end{aligned}$$

В этом и следующем пунктах для полноты и наглядности выписаны связи с величинами  $M_{abcd}$  и  $N_{abcd}$ , хотя в подробностях они обсуждаются в главе 6.

C.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{k'k''0n} &= -C_{s's''n0}, C_{k's''0n} = C_{s'k''n0} \\ \sigma C_{s's''0n} &= -C_{k'k''n0}, C_{s'k''0n} = C_{k's''n0} \\ \sigma C_{s'n0s} &= Re c^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma M_{k'0nk} \\ \sigma C_{k'n0s} &= Re c^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{s'0nk} \\ \sigma C_{s'n0k} &= -Re c^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{k'0ns} \\ \sigma C_{k'n0k} &= Re c^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma M_{s'0ns} \\ \sigma C_{ns''0s} &= -Re b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0k''nk} \\ \sigma C_{nk''0s} &= -Re b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0s''nk}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma C_{ns''s0} &= -Re b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0k''ns} \\ \sigma C_{nk''0k} &= -Re b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0s''ns}\end{aligned}$$

D.2.

$$\begin{aligned}\sigma M_{n0ss} = -\sigma M_{n0kk} &= \sigma N_{omss} = -\sigma N_{0nkk} = Re d^* e \cos \theta + Im a^* d \sin \theta \\ \sigma M_{n0ks} &= \sigma N_{0nks} = -Re d^* e \sin \theta + Im a^* d \cos \theta + Im b^* c \\ \sigma M_{n0sk} &= \sigma N_{0nks} = -Re d^* e \sin \theta + Im a^* d \cos \theta - Im b^* c \\ M_{s'0ns} &= C_{k'n0k}, \quad M_{k'0ns} = -C_{s'n0k}, \quad M_{s'0nk} = -C_{k'n0s}, \quad M_{k'0nk} = C_{s'n0s} \\ M_{s'0sn} &= C_{k'nk0}, \quad M_{k'0sn} = -C_{s'nk0}, \quad M_{s'0kn} = -C_{k'ns0}, \quad M_{k'0kn} = C_{s'ns0}\end{aligned}$$

D.3.

$$\begin{aligned}N_{0nss} &= -N_{0nkk} = M_{n0ss} = -M_{n0kk}, \quad N_{0nks} = M_{n0sk}, \quad N_{0nks} = M_{n0ks} \\ N_{0s''ns} &= C_{nk''0k}, \quad N_{0k''ns} = -C_{ns''0k}, \quad N_{0s''nk} = -C_{nk''0s}, \quad N_{0k''nk} = C_{ns''0s} \\ N_{0s''sn} &= C_{nk''k0}, \quad N_{0k''sn} = -C_{ns''k0}, \quad N_{0s''kn} = -C_{nk''s0}, \quad N_{0k''kn} = C_{ns''s0}\end{aligned}$$

D.4.

$$\begin{aligned}\sigma(C_{s's''ss} + C_{k'k''ss}) &= -(|b|^2 + |c|^2) \cos(\beta - \alpha) \\ \sigma(C_{s'k''ss} - C_{k's''ss}) &= -(|b|^2 + |c|^2) \sin(\beta - \alpha) \\ \sigma(C_{s's''sk} + C_{k'k''sk}) &= (|b|^2 - |c|^2) \sin(\beta - \alpha) \\ \sigma(C_{s'k''sk} - C_{k's''sk}) &= -(|b|^2 - |c|^2) \cos(\beta - \alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma(C_{s's''ss} - C_{k'k''ss}) &= -(|a|^2 - |e|^2) \cos(\alpha + \beta + \theta) - \\ &\quad - |d|^2 \cos(\alpha + \beta - \theta) + 2Im a^* e \sin(\alpha + \beta + \theta) \\ \sigma(C_{s'k''ss} + C_{k's''ss}) &= -(|a|^2 - |e|^2) \sin(\alpha + \beta + \theta) - \\ &\quad - |d|^2 \sin(\alpha + \beta - \theta) - 2Im a^* e \cos(\alpha + \beta + \theta) \\ \sigma(C_{s's''sk} - C_{k'k''sk}) &= (|a|^2 - |e|^2) \sin(\alpha + \beta + \theta) - \\ &\quad - |d|^2 \sin(\alpha + \beta - \theta) + 2Im a^* e \cos(\alpha + \beta + \theta) \\ \sigma(C_{s'k''sk} + C_{k's''sk}) &= -(|a|^2 - |e|^2) \cos(\alpha + \beta + \theta) + \\ &\quad + |d|^2 \cos(\alpha + \beta - \theta) + 2Im a^* e \sin(\alpha + \beta + \theta)\end{aligned}$$

Таблица 4.2. Экспериментальные величины в лабораторной системе, выраженные через спиральные амплитуды.

A.1.

$$\sigma = \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 + |\Phi_4|^2 + |\Phi_5|^2)$$

A.2.

$$\sigma P = -Im [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4)]$$

B.2.

$$\begin{aligned}\sigma D_{n0n0} &= Re (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) + 2|\Phi_5|^2 \\ \sigma D_{s'0s0} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1 \\ \sigma D_{s'0k0} &= Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1 \\ \sigma D_{k'0s0} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1 \\ \sigma D_{k'0k0} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 - \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1\end{aligned}$$

B.3.

$$\begin{aligned}\sigma K_{0nn0} &= -Re (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) + 2|\Phi_5|^2 \\ \sigma K_{0s''s0} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_2 \\ \sigma K_{0s''k0} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (-|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_2 \\ \sigma K_{0k''s0} &= Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_2 \\ \sigma K_{0k''k0} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - \frac{1}{2} (-|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_2\end{aligned}$$

C.2.

$$\begin{aligned}\sigma K_{s'00s} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1 \\ \sigma K_{s'00k} &= Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (-|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma K_{k'00s} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1 \\ \sigma K_{k'00k} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1\end{aligned}$$

C.3.

$$\begin{aligned}\sigma D_{0s''0s} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_2 \\ \sigma D_{0s''0k} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_2 \\ \sigma D_{0k''0s} &= Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_2 \\ \sigma D_{0k''0k} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_2\end{aligned}$$

A.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{nm00} &= Re (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) + 2|\Phi_5|^2 \\ \sigma C_{s's''00} &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1 \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \\ &\quad + Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \sin (\theta_1 - \theta_2) \\ \sigma C_{k's''00} &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \\ &\quad + Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \cos (\theta_1 - \theta_2) \\ \sigma C_{s's''k''00} &= \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \\ &\quad + Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \cos (\theta_1 - \theta_2) \\ \sigma C_{k'k''00} &= \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1 \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \sin (\theta_1 - \theta_2)\end{aligned}$$

D.1.

$$\begin{aligned}\sigma A_{00ss} &= Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \\ \sigma A_{00sk} &= \sigma A_{00ks} = Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \\ \sigma A_{00kk} &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2)\end{aligned}$$

B.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s's''n0} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \cos (\theta_1 - \theta_2) + \\ &\quad + (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1 \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1 \cos \theta_2] \\ \sigma C_{k's''n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \sin (\theta_1 - \theta_2) - \\ &\quad - (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1 \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1 \cos \theta_2] \\ \sigma C_{s's''k''n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \sin (\theta_1 - \theta_2) - \\ &\quad - (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1 \cos \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1 \sin \theta_2] \\ \sigma C_{k'k''n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \cos (\theta_1 - \theta_2) + \\ &\quad + (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1 \cos \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1 \sin \theta_2] \\ \sigma C_{s'n0s} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{k'n0s} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{s'nk0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{k'nk0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 + (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{ns''s0} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_2] \\ \sigma C_{nk''s0} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{ns''k0} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{nk''k0} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_2]\end{aligned}$$

C.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s'n0s} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{k'n0s} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{s'n0k} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 + (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{k'n0k} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{ns''0s} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_2] \\ \sigma C_{nk''0s} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{ns''s0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{nk''k0} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_2]\end{aligned}$$

D.2.

$$\begin{aligned}\sigma \Phi_{n0ss} &= -\sigma \Phi_{n0kk} = -Im [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \\ \sigma \Phi_{n0ks} &= Im (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \\ \sigma \Phi_{n0sk} &= -Im (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma(C_{s's''ss} + C_{k'k''ss}) &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1 - \Phi_2|^2 + |\Phi_3 + \Phi_4|^2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s'k''ss} - C_{k's''ss}) &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1 - \Phi_2|^2 + |\Phi_3 + \Phi_4|^2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s's''sk} + C_{k'k''sk}) &= \operatorname{Re} [(\Phi_1^* - \Phi_2^*)(\Phi_3^* + \Phi_4^*)] \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s'k''sk} - C_{k's''sk}) &= \operatorname{Re} [(\Phi_1^* - \Phi_2^*)(\Phi_3^* + \Phi_4^*)] \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s's''s's} - C_{k'k''s's}) &= \left[ 4|\Phi_5|^2 - \frac{1}{2} (|\Phi_1 + \Phi_2|^2 + |\Phi_3 - \Phi_4|^2) \right] \cos(\theta_2 - \theta_1) - \\
&\quad - 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \sin(\theta_2 - \theta_1) \\
\sigma(C_{s'k''s's} + C_{k's''s's}) &= \left[ 4|\Phi_5|^2 - \frac{1}{2} (|\Phi_1 + \Phi_2|^2 + |\Phi_3 - \Phi_4|^2) \right] \sin(\theta_2 - \theta_1) + \\
&\quad + 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \cos(\theta_2 - \theta_1) \\
\sigma(C_{s's''s'k} - C_{k'k''s'k}) &= -\left[ 4|\Phi_5|^2 - \operatorname{Re} (\Phi_1^* + \Phi_2^*) (\Phi_3 - \Phi_4) \right] \sin(\theta_2 - \theta_1) - \\
&\quad - 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \cos(\theta_2 - \theta_1) \\
\sigma(C_{s'k''s'k} + C_{k's''s'k}) &= -\left[ 4|\Phi_5|^2 - \operatorname{Re} (\Phi_1^* + \Phi_2^*) (\Phi_3 - \Phi_4) \right] \cos(\theta_2 - \theta_1) - \\
&\quad - 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \sin(\theta_2 - \theta_1)
\end{aligned}$$

## Глава 5

### Соотношения между величинами в системе центра масс и в лабораторной системе

Релятивистские формулы для дифференциальных сечений, которые зависят от выбора кинематических переменных, хорошо известны и не будут здесь обсуждаться. Рассмотрим, однако, преобразования в с.ц.м. других величин, измеренных в лабораторной системе, и выразим их через комбинации чистых экспериментальных с.ц.м. величин. Говоря в общем виде, эти соотношения можно записать как

$$X_{abcd}^{is} = X_{pqik}^{cms} a_{R_1 p} b_{R_2 q} c_i d_k. \quad (5.1)$$

По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Символы  $a_{R_1 p}$  и  $b_{R_2 q}$  являются компонентами векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ , повернутых на углы релятивистского вращения спина вокруг нормали к плоскости рассеяния. Они представляют направления спина рассеянной частицы и частицы отдачи в с.ц.м., если эти направления в л.с. задаются векторами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ .

Углы релятивистского вращения есть

$$\begin{aligned}
\Omega_1 &= \theta - 2\theta_1 = 2\alpha, \quad \alpha = \frac{\theta}{2} - \theta_1, \\
\Omega_2 &= -\pi + \theta + 2\theta_2 = -\pi + 2\beta, \quad \beta = \frac{\theta}{2} + \theta_2
\end{aligned} \quad (5.2)$$

для рассеянной частицы и частицы отдачи соответственно, где  $\theta$  есть угол рассеяния в с.ц.м., а  $\theta_1$  и  $\theta_2$  есть углы рассеяния и отдачи в л.с. В нерелятивистском случае имеем

$$\alpha = 0, \quad \beta = \frac{\pi}{2}. \quad (5.3)$$

Заметим, что все углы  $\theta$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\Omega_1$  неотрицательны, тогда как  $\Omega_2 \leq 0$ .

Все векторы и углы, фигурирующие здесь, показаны на рис. 5.1. Легко найти, что

$$\begin{aligned}
k'_{R_1} &= 1 \cos \alpha + m \sin \alpha, \quad k''_{R_2} = -1 \cos \beta - m \sin \beta, \\
s'_{R_1} &= -1 \sin \alpha + m \cos \alpha, \quad s''_{R_2} = 1 \sin \beta - m \cos \beta,
\end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} k &= l \cos \frac{\theta}{2} - m \sin \frac{\theta}{2}, \\ s &= l \sin \frac{\theta}{2} + m \cos \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

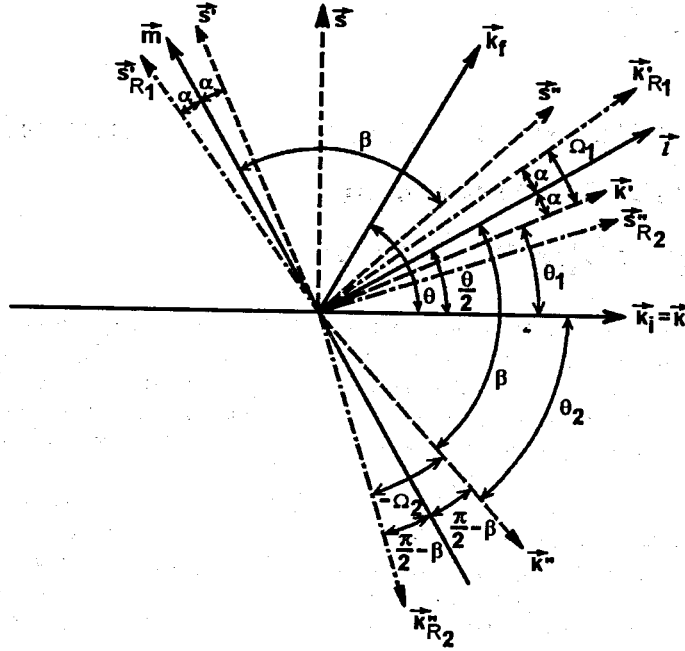


Рис. 5.1. Кинематика нуклон-нуклонного рассеяния в с.ц.м. и в лабораторной системах. Показаны следующие углы:  $\theta$  - угол рассеяния в с.ц.м.,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  - угол рассеяния и угол вылета отдачи в л.с. соответственно. Углы релятивистского вращения  $\Omega_1 = 2\alpha$  и  $\Omega_2 = -\pi + 2\beta$  для рассеянной частицы и частицы отдачи соответственно (в нерелятивистском пределе имеем  $\alpha = 0, \beta = \pi/2$ ). Единичные векторы показаны в следующих направлениях: начального и конечного импульсов в с.ц.м.  $k_i$  и  $k_f$ , направлениях  $l \sim k_i + k_f$ ,  $m \sim k_f - k_i$ , импульсов начальной, рассеянной частицы и частицы отдачи  $k = k_i, k'$  и  $k''$ , направлениях  $s = n \times k, s' = n \times k'$  и  $s'' = n \times k''$ , где  $n \sim k_i \times k_f$ . Наконец,  $k'_{R1}, s'_{R1}, k''_{R2}$  и  $s''_{R2}$  есть указанные выше векторы  $k', s', k''$  и  $s''$ , повернутые на углы  $\Omega_1$  (или  $\Omega_2$ ) для рассеянной частицы (частицы отдачи) соответственно.

Формула (5.1) написана для четырехкомпонентных тензоров. Формулы для тензоров низших рангов легко получить, положив значения соответствующих индексов равными нулю и опустив соответствующие векторные компоненты в правой части.

Каждый из индексов  $p, q, i$  и  $k$  в (5.1) равен 0,  $l, m$  или  $n$  [см. (2.2)], а  $[b]$  равны 0,  $k', s'$  или  $n$  [ $0, k'', s''$  или  $n$ ] и каждый из  $c$  и  $b$  равен 0,  $k, s$  или  $n$  [см. (4.4) и (4.5)].

Рассмотрим теперь отдельные случаи из табл. 3.1 и выведем соотношения между экспериментальными величинами в с.ц.м. и л.с., используя результаты главы 3.

A.2. Анализируется поляризация рассеянных частиц:  $P^{ls} = P^{cms} = P$ .

B.2. Поляризованный пучок, анализируется поляризация рассеянной частицы. Хорошо известные параметры Вольфенштейна  $D_{a0c0} = D_{p0i0} a_{R1p} c_i$  есть:

$$\begin{aligned} D &\equiv D_{n0n0} \quad (\text{л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу}), \\ R &\equiv D_{s'0s0} = -D_{l0l0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} - D_{l0m0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2}, \\ A &\equiv D_{s'0k0} = -D_{l0l0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - D_{l0m0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2}, \\ R' &\equiv D_{k'0s0} = D_{l0l0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} + D_{l0m0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2}, \\ A' &\equiv D_{k'0k0} = D_{l0l0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} - D_{l0m0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2}. \end{aligned}$$

B.3. Поляризованный пучок, анализируется поляризация частицы отдачи. Поперечные параметры Вольфенштейна удовлетворяют соотношениям  $K_{0k0} = K_{0q0} b_{R2q} c_i$ .

$$\begin{aligned} K &\equiv K_{0n00} \quad (\text{л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу}), \\ R_i &\equiv K_{0s''s0} = K_{0l00} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} + K_{0lm0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0mm0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2}, \\ A_i &\equiv K_{0s''k0} = K_{0l00} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2} + K_{0lm0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0mm0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2}, \\ R'_i &\equiv K_{0k''s0} = -K_{0l00} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} - K_{0lm0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0mm0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2}, \\ A'_i &\equiv K_{0k''k0} = -K_{0l00} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2} + K_{0lm0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0mm0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2}. \end{aligned}$$

C.2. Поляризованная мишень, анализируется поляризация рассеянной частицы. В случае поляризованной мишени и неполяризованного пучка будем использовать строчные буквы для аналогов параметров Вольфенштейна. При этом имеем  $K_{a00k} = K_{p00k} a_{R1p} d_k$  и выразим  $K_{p00k}$  через  $K_{0q0}$ :

$k_t \equiv K = K_{n00n}$  (л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу),

$$r_t \equiv K_{s'000s} = -K_{0100} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} - K_{01m0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0mm0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a_t \equiv K_{s00k} = -K_{0100} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - K_{01m0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0mm0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$r'_t \equiv K_{k'00s} = K_{0100} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} + K_{01m0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0mm0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a'_t \equiv K_{k'00k} = K_{0100} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} - K_{01m0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0mm0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2}.$$

С.3. Поляризованная мишень, анализируется поляризация частицы отдачи.

Имеем  $D_{000d} = D_{0q0k} b_{R_2 q} d_k$  и выражаем  $D_{0q0k}$  в терминах  $D_{p0i0}$ :

$d \equiv D = D_{n0n0}$  (л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу),

$$r \equiv D_{0s''0s} = D_{1010} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} + D_{10m0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a \equiv D_{0s''0k} = D_{1010} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2} + D_{10m0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2},$$

$$r' \equiv D_{0k''0s} = -D_{1010} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} - D_{10m0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a' \equiv D_{0k''0k} = -D_{1010} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2} + D_{10m0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2}.$$

А.4. Корреляции поляризаций для первоначально неполяризованных частиц.

Имеем  $C_{ab00} = C_{pq00} a_{R_1 p} b_{R_2 q}$ , так что (верхние индексы  $ls$  и  $mts$  указывают на систему отсчета: лабораторную и центра масс соответственно):

$C_{nn00}^{ls} = C_{nn00}^{mts}$  (л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу),

$$C_{s's''00} = -C_{1100} \sin \alpha \sin \beta + C_{1m00} \sin (\alpha + \beta) - C_{mm00} \cos \alpha \cos \beta,$$

$$C_{k'k''00} = C_{1100} \cos \alpha \sin \beta - C_{1m00} \cos (\alpha + \beta) - C_{mm00} \sin \alpha \cos \beta,$$

$$C_{s'k''00} = C_{1100} \sin \alpha \cos \beta - C_{1m00} \cos (\alpha + \beta) - C_{mm00} \cos \alpha \sin \beta,$$

$$C_{k'k''00} = -C_{1100} \cos \alpha \cos \beta - C_{1m00} \sin (\alpha + \beta) - C_{mm00} \sin \alpha \sin \beta.$$

Д.1. Сечения для рассеяния поляризованного пучка на поляризованной мишени [33]. Имеем  $A_{00cd} = A_{00ik} c_i d_k$ :

$$A_{00ss} = C_{1100} \sin^2 \frac{\theta}{2} - C_{1m00} \sin \theta + C_{mm00} \cos^2 \frac{\theta}{2},$$

$$A_{00sk} = A_{00ks} = \frac{1}{2} (C_{1100} - C_{mm00}) \sin \theta - C_{1m00} \cos \theta,$$

$$A_{00kk} = C_{1100} \cos^2 \frac{\theta}{2} + C_{1m00} \sin \theta + C_{mm00} \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

В.4. Поляризованный пучок, анализируются поляризации обеих конечных частиц. Имеем  $C_{abcd} = C_{pq00} a_{R_1 p} b_{R_2 q} c_i$ :

$$C_{s's''n0} = C_{11n0} \cos (\alpha + \beta) + C_{m1n0} \cos \alpha \sin \beta + C_{1mn0} \sin \alpha \cos \beta,$$

$$C_{k'k''n0} = C_{11n0} \sin (\alpha + \beta) + C_{m1n0} \sin \alpha \sin \beta - C_{1mn0} \cos \alpha \cos \beta,$$

$$C_{s'k''n0} = C_{11n0} \sin (\alpha + \beta) - C_{m1n0} \cos \alpha \cos \beta + C_{1mn0} \sin \alpha \sin \beta,$$

$$C_{k'k''n0} = -C_{11n0} \cos (\alpha + \beta) - C_{m1n0} \sin \alpha \cos \beta - C_{1mn0} \cos \alpha \sin \beta,$$

$$C_{s'n0s} = C_{11n0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m1n0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} - C_{1mn0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'n0s} = C_{11n0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m1n0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} + C_{1mn0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{s'n0k} = -C_{11n0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m1n0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} + C_{1mn0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'n0k} = C_{11n0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m1n0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - C_{1mn0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{ns''s0} = -C_{n110} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{nm10} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} + C_{n1m0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{nk''s0} = -C_{n110} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{nm10} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} - C_{n1m0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{ns''k0} = C_{n110} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{nm10} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2} - C_{n1m0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{nk''k0} = -C_{n110} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{nm10} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2} + C_{n1m0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2}.$$

С.4. Поляризованная мишень, анализируются поляризации обеих конечных частиц. Имеем  $C_{abcd} = C_{pq0k} a_{R_1 p} b_{R_2 q} d_k$  и выражаем  $C_{pq0k}$  через  $C_{pq00}$ :

$$C_{s's'n0s} = C_{n110} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{nm10} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} - C_{n1m0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'k'n0s} = C_{n110} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{nm10} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} + C_{n1m0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{s's'n0k} = -C_{n110} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{nm10} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} + C_{n1m0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'k'n0k} = C_{n110} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{nm10} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - C_{n1m0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{ns''s0s} = -C_{n110} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{nm10} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} + C_{n1m0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{nk''s0s} = -C_{n110} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{nm10} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} - C_{n1m0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2},$$



$$\begin{aligned}
C_{ns''0k} &= C_{lnl0} \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - C_{mnl0} \cos\beta \cos\frac{\theta}{2} - C_{lmn0} \sin\beta \sin\frac{\theta}{2}, \\
C_{nk''0k} &= -C_{lnl0} \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - C_{mnl0} \sin\beta \cos\frac{\theta}{2} + C_{lmn0} \cos\beta \sin\frac{\theta}{2}, \\
C_{s's''0n} &= C_{lln0} \cos(\alpha + \beta) + C_{lmn0} \cos\alpha \sin\beta + C_{mln0} \sin\alpha \cos\beta, \\
C_{k's''0n} &= C_{lln0} \sin(\alpha + \beta) + C_{lmn0} \sin\alpha \sin\beta - C_{mln0} \cos\alpha \cos\beta, \\
C_{s'k''0n} &= C_{lln0} \sin(\alpha + \beta) - C_{lmn0} \cos\alpha \cos\beta + C_{mln0} \sin\alpha \sin\beta, \\
C_{k'k''0n} &= -C_{lln0} \cos(\alpha + \beta) - C_{lmn0} \sin\alpha \cos\beta - C_{mln0} \cos\alpha \sin\beta.
\end{aligned}$$

D.2. Поляризованный пучок и мишень, анализируется поляризация рассеянных частиц. Имеем  $M_{abcd} = M_{p0ik} a_{R_1 p_i} d_k$  и выражаем  $M_{p0ik}$  через  $C_{pq0}$ :

$$\begin{aligned}
M_{n0ss} &= -M_{n0kk} = -C_{lln0} \cos\theta - \frac{1}{2}(C_{mln0} + C_{lmn0}) \sin\theta, \\
M_{n0ks} &= C_{lln0} \sin\theta + C_{mln0} \sin^2\frac{\theta}{2} - C_{lmn0} \cos^2\frac{\theta}{2}, \\
M_{n0sk} &= C_{lln0} \sin\theta - C_{mln0} \cos^2\frac{\theta}{2} + C_{lmn0} \sin^2\frac{\theta}{2}.
\end{aligned}$$

D.3. Поляризованный пучок и мишень, анализируется поляризация частиц отдачи. Для экспериментов, где измеряются  $N_{abcd}$ , см. главу 6.

D.4. Поляризованный пучок и мишень, анализируются поляризации обеих конечных частиц. Соответствующие соотношения даны в (6.30) и (6.31).

## Глава 6

### Соотношения между измеряемыми величинами в лабораторной системе

Число линейно независимых измерений одно и то же в любой системе отсчета. Конечно, 25 линейно независимых измерений в лабораторной системе можно выбрать многими способами.

В отличие от системы центра масс, в лабораторной системе мы используем три различных базиса, что (вместе с релятивистскими вращениями спинов) усложняет соотношения между экспериментальными величинами, следующие из сохранения четности, принципа Паули и инвариантности по отношению к обращению времени. Относительно простой способ вывода таких соотношений состоит в том, чтобы использовать соотношения преобразования между базисными векторами в обеих системах. Обращение соотношений (5.4) и (5.5) дает

$$\begin{aligned}
l &= k \cos\frac{\theta}{2} + s \sin\frac{\theta}{2} = k'_{R_1} \cos\alpha - s'_{R_1} \sin\alpha = -k''_{R_2} \cos\beta + s''_{R_2} \sin\beta, \\
m &= -k \sin\frac{\theta}{2} + s \cos\frac{\theta}{2} = k'_{R_1} \sin\alpha + s'_{R_1} \cos\alpha = -k''_{R_2} \sin\beta - s''_{R_2} \cos\beta. \quad (6.1)
\end{aligned}$$

Теперь подставим эти соотношения в равенства, выведенные в главе 3, и преобразуем результаты в лабораторную систему.

Легко видеть, как правило Бора можно применить в лабораторной системе. Это правило означает, что две экспериментальных величины равны с точностью до знака, если одна из них получается из другой путем замены индексов 0 на  $n$ ,  $n$  на 0,  $k$  ( $k'$  и  $k''$ ) на  $s$  ( $s'$  и  $s''$ ) и  $s$  ( $s'$  и  $s''$ ) на  $k$  ( $k'$  и  $k''$ ). Знак равен  $(-1)^{1/2([s]_f - [s]_i + [k]_i - [k]_f)}$ , где  $[s]_i$  и  $[s]_f$  указывают на число индексов  $s$ -типа в начальном и конечном состояниях; то же самое относится к  $[k]_i$  и  $[k]_f$ .

Сохранение четности, как и в системе центра масс, приводит к тому, что ненулевые значения имеют только те измеряемые величины, для которых число  $k$ ,  $k'$ ,  $k''$ ,  $s$ ,  $s'$  и  $s''$  индексов четно.

Обобщенный принцип Паули, вместе с сохранением четности, приводит также к соотношению

$$X_{abcd} = X_{badc}. \quad (6.2)$$

Формула (6.2) связывает чистые измеряемые величины в лабораторной системе, если  $a$  и  $b$  равны 0 или  $n$ ,  $c$  и  $d$  равны 0,  $k$ ,  $s$  или  $n$  (всегда с четным числом

индексов  $k$  и  $s$ ). Подстановка (6.1) в (3.2) дает после простых вычислений

$$\begin{aligned} X_{k'bcd} &= -X_{bk'dc} \cos(\theta_1 + \theta_2) + X_{bs'dc} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ X_{s'bcd} &= -X_{bk'sd} \sin(\theta_1 + \theta_2) - X_{bs'dc} \cos(\theta_1 + \theta_2), \end{aligned} \quad (6.3)$$

где  $b = 0, n$  и  $c, d = 0, k, s, n$ . Заметим, что второе соотношение есть следствие первого и правила Бора. Используя опять (3.2) и (6.1), так же, как и правило Бора, получаем

$$\frac{X_{k'k'cd} + X_{s's'cd}}{X_{k's'cd} - X_{s'k'cd}} = -\frac{X_{k's'cc} - X_{s'k'cc}}{X_{k'k'cc} + X_{s's'cc}} = \tan(\theta_1 + \theta_2), \quad (6.4)$$

где  $(c, d) = (0, n), (n, 0)$  ( $k, s$ ) или  $(s, k)$ . В нерелятивистском случае (6.4) сводится к соотношению

$$X_{k's'cd} - X_{s'k'cd} = X_{k'k'cc} + X_{s's'cc} = 0.$$

Инвариантность по отношению к обращению времени приводит к соотношениям типа (3.4) в лабораторной системе только тогда, когда все индексы равны 0 или  $n$ . Другие комбинации индексов дают более сложные соотношения между чистыми измерениями, такие как:

$$\begin{aligned} \frac{X_{k'bab} + X_{s'bbk}}{X_{k'bbk} - X_{s'bab}} &= -\frac{X_{k'bkd} - X_{s'bsd}}{X_{k'bsd} + X_{s'bkd}} = \tan \theta_1, \\ \frac{X_{ak'ck} - X_{as'cs}}{X_{ak'cs} + X_{as'ck}} &= -\frac{X_{ak'as} + X_{as'ak}}{X_{ak'ak} - X_{as'as}} = \tan \theta_2, \end{aligned} \quad (6.5)$$

где  $a, b, c, d = 0, n, a \neq c$  и  $b \neq d$ . Обе строки связаны принципом Паули (6.3).

Другое следствие инвариантности по отношению к обращению времени состоит в том, что справедливо

$$\begin{aligned} X_{k'bcg} \sin \theta_1 - X_{s'bcg} \cos \theta_1 &= X_{ck'ab} \sin \theta_2 + X_{cs'ab} \cos \theta_2, \\ X_{k'bcg} \cos \theta_1 + X_{s'bcg} \sin \theta_1 &= X_{ck'kb} \sin \theta_2 + X_{cs'kb} \cos \theta_2, \end{aligned} \quad (6.6)$$

где  $b, c = 0, n$ , и два последующих соотношения, которые также могут быть выведены из (6.6) с помощью правила Бора. Подставляя (6.3) в (6.6), получаем четыре равенства, связанные попарно принципом Паули:

$$\begin{aligned} \frac{X_{k'bbg} + X_{s'bbk}}{X_{k'bbk} - X_{s'bbg}} &= -\frac{X_{k'bcg} - X_{s'bcg}}{X_{k'bcg} + X_{s'bcg}} = \tan \theta_1, \\ \frac{X_{ak'kd} - X_{as'sd}}{X_{ak'sd} + X_{as'kd}} &= -\frac{X_{ak'sa} + X_{as'ka}}{X_{ak'ka} - X_{as'sa}} = \tan \theta_2, \end{aligned} \quad (6.7)$$

где  $a, b, c, d = 0, n, a \neq d$  и  $b \neq c$ .

Следующие четыре соотношения, вытекающие из инвариантности по отношению к обращению времени, есть

$$\begin{aligned} X_{k'k'cd} + X_{s's'cd} &= (X_{cdks} - X_{cdsk}) \sin(\theta_1 + \theta_2) - (X_{cdkk} + X_{cdss}) \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ X_{k's'cd} - X_{s'k'cd} &= (X_{cdks} - X_{cdsk}) \cos(\theta_1 + \theta_2) + (X_{cdkk} + X_{cdss}) \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ X_{k'k'cd} - X_{s's'cd} &= (X_{cdks} + X_{cdsk}) \sin(\theta_2 - \theta_1) - (X_{cdkk} - X_{cdss}) \cos(\theta_2 - \theta_1), \\ X_{k's'cd} + X_{s'k'cd} &= (X_{cdks} + X_{cdsk}) \cos(\theta_2 - \theta_1) + (X_{cdkk} - X_{cdss}) \sin(\theta_2 - \theta_1), \end{aligned} \quad (6.8)$$

где  $c, d = 0, n$ . Заметим, что если  $c \neq d$ , то  $X_{cdkk} = -X_{cdss}$  по правилу Бора и принципу Паули, что упрощает соотношения (6.8). С другой стороны,  $c = d$  влечет за собой  $X_{cdks} = X_{cdsk}$ .

Обсудим теперь отдельные классы измеряемых экспериментальных величин.

(1) Однокомпонентные тензоры.

$$P_{n000} = P_{0n00} = A_{00n0} = A_{000n} = P, \quad (6.9)$$

как и в системе центра масс.

(2) Двухкомпонентные тензоры. Принцип Паули (6.2), (6.3) и (6.4) влечет за собой

$$\begin{aligned} A_{00ks} &= A_{00sk}, \quad D_{0n0n} = D_{n0n0}, \quad K_{n00n} = K_{0nn0} \quad (6.10) \\ D_{0k'0d} &= -D_{s'0d0} \sin(\theta_1 + \theta_2) - D_{k'0d0} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ D_{0s'0d} &= -D_{s'0d0} \cos(\theta_1 + \theta_2) + D_{k'0d0} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ K_{k'00d} &= K_{0s'0d} \sin(\theta_1 + \theta_2) - K_{0k'0d} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ K_{s'00d} &= -K_{0s'0d} \cos(\theta_1 + \theta_2) - K_{0k'0d} \sin(\theta_1 + \theta_2), \end{aligned} \quad (6.11)$$

для  $d = s, k$  и

$$\frac{C_{k's''00} - C_{s'k''00}}{C_{k'k''00} + C_{s's''00}} = -\tan(\theta_1 + \theta_2). \quad (6.12)$$

Инвариантность по отношению к обращению времени накладывает дальнейшие ограничения, а именно (3.4), (6.5) и (6.7), приводя к

$$\begin{aligned} C_{nn00} &= A_{00nn}, \quad (6.13) \\ \frac{D_{k'0s0} + D_{s'0k0}}{D_{k'0k0} - D_{s'0s0}} &= \frac{R' + A}{A' - R} = \tan \theta_1, \\ \frac{D_{0s''0k} + D_{0k''0s}}{D_{0s''0s} - D_{0k''0k}} &= \frac{a + r'}{r - a'} = \tan \theta_2, \\ \frac{K_{k'00s} + K_{s'00k}}{K_{k'00k} - K_{s'00s}} &= \frac{r'_t + a_t}{a'_t - r_t} = \tan \theta_1, \\ \frac{K_{0s''k0} + K_{0k''s0}}{K_{0s''s0} - K_{0k''k0}} &= \frac{A_t + R'_t}{R_t - A'_t} = \tan \theta_2. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Соотношения (6.8) упрощаются до следующих:

$$\begin{aligned} C_{k'k''00} + C_{s's''00} &= -(A_{00kk} + A_{00ss}) \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k's''00} - C_{s'k''00} &= (A_{00kk} + A_{00ss}) \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k'k''00} - C_{s's''00} &= 2A_{00ks} \sin(\theta_2 - \theta_1) - (A_{00kk} - A_{00ss}) \cos(\theta_2 - \theta_1), \\ C_{k's''00} + C_{s'k''00} &= 2A_{00ks} \cos(\theta_2 - \theta_1) + (A_{00kk} - A_{00ss}) \sin(\theta_2 - \theta_1). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Таким образом, мы остаемся с двенадцатью независимыми величинами, например:  $A_{00nn}, A_{00kk}, A_{00ss}, A_{00sk}, D_{n0n0}$ , тремя из четырех величин  $D_{s'0s0}, D_{k'0k0}, D_{s'0k0}, D_{k'0s0}$ ;  $K_{0nn0}$  и тремя из величин  $K_{0s''s0}, K_{0k''k0}, K_{0s''k0}$  и  $K_{0k''s0}$ .

- (3) *Трехкомпонентные тензоры.* Сохранение четности подразумевает, что каждый из тензоров имеет не более 13 ненулевых компонент. Рассмотрим вначале тензор  $M_{abcd}$ . Используя правило Бора и (6.2), находим

$$M_{n0nn} = P, \quad M_{n0kk} = -M_{n0ss}. \quad (6.16)$$

Обобщенный принцип Паули вместе с инвариантностью по отношению к обращению времени и правилом Бора влечет за собой [см. (6.5) и (6.7)]:

$$\frac{M_{s'0sn} - M_{k'0kn}}{M_{k'0sn} + M_{s'0kn}} = \frac{M_{s'0ns} - M_{k'0nk}}{M_{k'0ns} + M_{s'0nk}} = \tan \theta_1. \quad (6.17)$$

В итоге мы остаемся с 9 линейно независимыми компонентами поляризационного тензора  $M_{abcd}$  в лабораторной системе отсчета.

Поляризация частицы отдачи, для случая поляризованных мишени и пучка, связывается с поляризацией рассеянной частицы  $M_{abcd}$  обобщенным принципом Паули. Используя (6.2), получаем

$$N_{0nnn} = M_{n0nn} = P, \quad N_{0ncd} = M_{n0dc}, \quad (6.18)$$

а соотношения, обратные к (6.3), означают, что

$$\begin{aligned} N_{0k'nd} &= -M_{k'0dn} \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0dn} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ N_{0s'nd} &= M_{k'0dn} \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0dn} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ N_{0k''cn} &= -M_{k'0nc} \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0nc} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ N_{0s''cn} &= M_{k'0nc} \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0nc} \cos(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Метки  $c$  и  $d$  в формулах (6.18) и (6.19) равны  $k$  или  $s$ . Таким образом, все 13 ненулевых компонент  $N_{abcd}$  выражаются через  $M_{abcd}$ .

Два тензора корреляций поляризаций связаны друг с другом. Правило Бора дает

$$C_{ab0n} = -C_{[n \times a][n \times b]n0}, \quad (6.20)$$

где  $a$  и  $b$  пробегает, соответственно, через  $(k', s')$  и  $(k'', s'')$ , а метки  $[n \times v]$  соответствуют направлению векторного произведения  $[n \times v]$  для произвольного единичного вектора  $v$ . Более подробно: соотношение (6.20) дает

$$\begin{aligned} C_{k'k''0n} &= -C_{s's''n0}, \quad C_{k's''0n} = C_{s'k''n0}, \\ C_{s'k''0n} &= C_{k's''n0}, \quad C_{s's''0n} = -C_{k'k''n0}. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Другие компоненты,  $C_{ab0i}$  и  $C_{ab0j}$ , связаны принципом Паули (6.3).

Оказывается, что тензоры корреляций поляризации можно связать с  $M_{abcd}$  и  $N_{abcd}$ . Вполне непосредственно, правило Бора дает

$$C_{nnn0} = P, \quad C_{anc0} = M_{[n \times a]0[n \times c]n}, \quad C_{nbc0} = N_{0[n \times b][n \times c]n}, \quad (6.22)$$

где  $a, b$  и  $c$  пробегает значения  $(s', k')$ ,  $(s'', k'')$  и  $(s, k)$  соответственно. Последнее из равенств (6.22) вместе с (6.19) дает

$$\begin{aligned} C_{ns's'0} &= -M_{s'0nk} \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_{k'0nk} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{ns's'k0} &= M_{s'0ns} \sin(\theta_1 + \theta_2) + M_{k'0ns} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{nk'k'0} &= M_{s'0nk} \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_{k'0nk} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{nk'k'k0} &= -M_{s'0ns} \cos(\theta_1 + \theta_2) + M_{k'0ns} \sin(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned} \quad (6.23)$$

Остающиеся компоненты этого тензора взаимно связаны принципом Паули (6.4)

$$\frac{C_{k'k''n0} + C_{s's''n0}}{C_{k's''n0} - C_{s'k''n0}} = \tan(\theta_1 + \theta_2). \quad (6.24)$$

Эти коэффициенты корреляции связаны также с тензором  $M_{n0cd}$  соотношениями (6.8), вытекающими из инвариантности по отношению к обращению времени:

$$\begin{aligned} C_{k'k''n0} + C_{s's''n0} &= (M_{n0ks} - M_{n0sk}) \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k's''n0} - C_{s'k''n0} &= (M_{n0ks} - M_{n0sk}) \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k'k''n0} - C_{s's''n0} &= (M_{n0ks} + M_{n0sk}) \sin(\theta_2 - \theta_1) - 2M_{n0kk} \cos(\theta_2 - \theta_1), \\ C_{k's''n0} + C_{s'k''n0} &= (M_{n0ks} + M_{n0sk}) \cos(\theta_2 - \theta_1) + 2M_{n0kk} \sin(\theta_2 - \theta_1). \end{aligned} \quad (6.25)$$

Таким образом, мы выразили прямо или косвенно, все 52 ненулевые компоненты трехиндексных тензоров через 9 линейно независимых компонент тензора  $M_{abcd}$ .

- (4) *Четырехкомпонентные тензоры.* Сохранение четности приводит к тому, что только 41 компонента  $C_{abcd}$  отлична от нуля, а именно: все компоненты с четным числом индексов  $n$ : нуль, два или четыре. Используя правило Бора, мы немедленно можем свести 25 из этих компонент к компонентам тензоров более низкого ранга. Действительно:

$$\begin{aligned} C_{nnnn} &= 1, \\ C_{abnn} &= -C_{[n \times a][n \times b]00}, \quad C_{nncd} = -A_{00[n \times c][n \times d]}, \\ C_{nbcn} &= K_{0[n \times b][n \times c]0}, \quad C_{nbnd} = D_{0[n \times b]0[n \times d]}, \\ C_{ancn} &= D_{[n \times a]0[n \times c]0}, \quad C_{annnd} = K_{[n \times a]00[n \times d]}. \end{aligned} \quad (6.26)$$

В (6.26) значения  $a$  и  $b$  пробегает через  $(s', k')$  и  $(s'', k'')$  соответственно, а  $c$  и  $d$  — через  $k$  и  $s$ . Оставшиеся 16 компонент связаны попарно правилом Бора:

$$\begin{aligned} C_{k'k''kk} &= C_{s's''ss}, \quad C_{k'k''ks} = -C_{s's''sk}, \\ C_{k's''kk} &= -C_{s'k''ss}, \quad C_{k's''ks} = C_{s'k''sk}, \\ C_{s'k''kk} &= -C_{k's''ss}, \quad C_{s'k''ks} = C_{k's''sk}, \\ C_{s's''kk} &= C_{k'k''ss}, \quad C_{s's''ks} = -C_{k'k''sk}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

В итоге мы остаемся с 8 компонентами, например теми, что стоят в правой части (6.27).

Принцип Паули (6.4) накладывает два добавочных ограничения, а именно:

$$\frac{C_{k'k''sk} + C_{s's''sk}}{C_{k'k''sk} - C_{s's''sk}} = -\frac{C_{k's''ss} - C_{s'k''ss}}{C_{k'k''ss} + C_{s's''ss}} = \tan(\theta_1 + \theta_2). \quad (6.28)$$

Еще одно независимое соотношение между шестью остающимися компонентами можно найти, используя инвариантность по отношению к обращению времени. Действительно, в с.ц.м. мы имеем  $C_{lml} = -C_{llm}$ , что в лабораторной системе можно переписать, используя (6.1) и правило Бора как:

$$\begin{aligned} & [(C_{s'k''sk} - C_{s's''ss}) \sin \theta_2 + (C_{s's''sk} + C_{s'k''ss}) \cos \theta_2] \cos \theta_1 = \\ & = [(C_{k'k''sk} - C_{k's''ss}) \sin \theta_2 + (C_{k's''sk} + C_{k'k''ss}) \cos \theta_2] \sin \theta_1. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Итак, мы остаемся с пятью компонентами. Вместо того, чтобы искать оставшиеся соотношения в лабораторной системе, выразим 8 комбинаций  $C_{abcd}$  через с.ц.м. величины. Используя тот факт, что  $C_{lmlm}$ ,  $C_{llmm}$  и  $C_{lmm}$  являются линейными комбинациями  $C_{lll}$  и тензоров низшего ранга [см. (3.9)], а также используя принцип Паули (6.28) и инвариантность по отношению к обращению времени (6.29), находим

$$\begin{aligned} C_{s's''ss} + C_{k'k''ss} &= (A_{00nn} - 1) \cos(\beta - \alpha), \\ C_{s'k''ss} - C_{k's''ss} &= (A_{00nn} - 1) \sin(\beta - \alpha), \\ C_{s's''sk} + C_{k'k''sk} &= -(K_{0nn0} - D_{n0n0}) \sin(\beta - \alpha), \\ C_{s'k''sk} - C_{k's''sk} &= (K_{0nn0} - D_{n0n0}) \cos(\beta - \alpha), \end{aligned} \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} C_{s's''ss} - C_{k'k''ss} &= -2C_{lll} \cos(\alpha + \beta + \theta) + 2C_{llm} \sin(\alpha + \beta + \theta) - \\ & - (A_{00nn} - 1) \cos(\alpha + \beta) \cos \theta + \\ & + (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \sin(\alpha + \beta) \sin \theta, \\ C_{s'k''ss} + C_{k's''ss} &= -2C_{lll} \sin(\alpha + \beta + \theta) - 2C_{llm} \cos(\alpha + \beta + \theta) - \\ & - (A_{00nn} - 1) \sin(\alpha + \beta) \cos \theta - \\ & - (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \cos(\alpha + \beta) \sin \theta, \\ C_{s's''sk} - C_{k'k''sk} &= 2C_{lll} \sin(\alpha + \beta + \theta) + 2C_{llm} \cos(\alpha + \beta + \theta) + \\ & + (A_{00nn} - 1) \cos(\alpha + \beta) \sin \theta + \\ & + (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \sin(\alpha + \beta) \cos \theta, \\ C_{s'k''sk} + C_{k's''sk} &= -2C_{lll} \cos(\alpha + \beta + \theta) + 2C_{llm} \sin(\alpha + \beta + \theta) + \\ & + (A_{00nn} - 1) \sin(\alpha + \beta) \sin \theta - \\ & - (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \cos(\alpha + \beta) \cos \theta. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Из (6.30) и (6.31) видно, что только две комбинации  $C_{abcd}$  из всех остальных измеряемых в лабораторной системе величин являются действительно независимыми (они дают  $C_{lll}$  и  $C_{llm}$ ), как и ожидалось.

## Глава 7

### Принцип Паули и нуклон-нуклонное рассеяние

Матрица нуклон-нуклонного рассеяния, используемая в этой работе, симметрична по отношению к взаимной перестановке частиц 1 и 2. Для протон-протонного или нейтрон-нейтронного рассеяния эта симметрия является следствием тождественности частиц. Для нейтрон-протонного рассеяния отсутствие несимметричного члена, пропорционального  $(\sigma_1 - \sigma_2, n)$ , есть дополнительное предположение, связанное с изотопической инвариантностью ядерных сил.

Прямым следствием этой симметрии, которая повсюду используется в этой статье, является то, что число независимых экспериментов (в любой системе отсчета) существенно уменьшается (см. главы 3 и 6).

Дальнейшие следствия принципа Паули можно получить для истинно тождественных частиц (*pp*- или *nn*-рассеяние). Тождественность частиц либо в начальном, либо в конечном состоянии приводит к тому, что

$$X_{pqik}(k_f, k_i) = X_{ppik}(-k_f, k_i) = X_{pqki}(k_f, -k_i). \quad (7.1)$$

Все индексы (метки) в трех членах (7.1) относятся к базису, определенному в (2.2) для начальных и конечных импульсов в направлениях  $k_i$  и  $k_f$ . Однако, экспериментальные величины, определенные в главе 3 размечены в системах, определенных по отношению к направлениям фактически рассматриваемых конечных и начальных импульсов, то есть,  $-k_f, k_i$  для второго и  $k_f, -k_i$  для третьего члена в (7.1). Поэтому, в дополнение к (7.1), необходимо выполнить следующие преобразования:

$$n \rightarrow -n, \quad l \rightarrow -m, \quad m \rightarrow -l, \quad \text{для } k_f \rightarrow -k_f$$

и

$$n \rightarrow -n, \quad l \rightarrow m, \quad m \rightarrow l, \quad \text{для } k_i \rightarrow -k_i.$$

Кроме того, инверсия  $k_f \rightarrow -k_f$ , также как и  $k_i \rightarrow -k_i$ , заменяет угол рассеяния  $\theta_{c.m.} = \theta$  на  $\pi - \theta$ .

Более подробно, формулы (7.1), вместе с приведенными в главе 3 соотношениями

ями, приводят к

$$\begin{aligned}
 \sigma(\theta) &= \sigma(\pi - \theta), & P(\theta) &= -P(\pi - \theta), \\
 C_{nn00}(\theta) &= C_{nn00}(\pi - \theta), & C_{i00}(\theta) &= C_{m00}(\pi - \theta), \\
 C_{lm00}(\theta) &= C_{lm00}(\pi - \theta), & & \\
 D_{n0n0}(\theta) &= K_{0nn0}(\pi - \theta), & D_{l0l0}(\theta) &= K_{0m00}(\pi - \theta), \\
 D_{m0m0}(\theta) &= K_{0l00}(\pi - \theta), & D_{l0m0}(\theta) &= K_{0m0l}(\pi - \theta), \\
 C_{iln0}(\theta) &= C_{iln0}(\pi - \theta), & C_{imn0}(\theta) &= -C_{imn0}(\pi - \theta), \\
 C_{mln0}(\theta) &= -C_{mln0}(\pi - \theta), & C_{inl0}(\theta) &= -C_{nli0}(\pi - \theta), \\
 C_{lnm0}(\theta) &= -C_{nml0}(\pi - \theta), & C_{mnl0}(\theta) &= -C_{nlm0}(\pi - \theta), \\
 C_{lil}(\theta) &= C_{lil}(\pi - \theta), & C_{llm}(\theta) &= -C_{llm}(\pi - \theta), \\
 C_{lim}(\theta) &= C_{lim}(\pi - \theta), & C_{llm}(\theta) &= C_{llm}(\pi - \theta).
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Напомним, что метки  $l, m, n$  всегда определяются в соответствии с фактически проводимыми измерениями.

Приведенные выше соотношения между измеряемыми величинами в с.д.м. могут быть преобразованы с помощью (6.1) в соотношения между величинами в л.с., измеренными при углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (то есть, углами вылета рассеянной частицы и частицы отдачи). Однако такие соотношения можно получить более простым способом, используя таблицы 2.1 и 4.1, если вспомнить, что преобразование  $\theta_1 \rightarrow \theta_2$  ( $\theta \rightarrow \pi - \theta$ ) соответствует  $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2} - \beta$  и  $\beta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \alpha$ . В результате получаем:

$$\begin{aligned}
 \sigma(\theta_1) &= \sigma(\theta_2), & P(\theta_1) &= -P(\theta_2), \\
 C_{nn00}(\theta_1) &= C_{nn00}(\theta_2), & D_{n0n0}(\theta_1) &= K_{0nn0}(\theta_2), \\
 C_{s's''00}(\theta_1) &= C_{s's''00}(\theta_2), & A_{00ss}(\theta_1) &= A_{00ss}(\theta_2), \\
 C_{s'k''00}(\theta_1) &= -C_{s'k''00}(\theta_2), & A_{00sk}(\theta_1) &= -A_{00sk}(\theta_2), \\
 C_{k'k''00}(\theta_1) &= C_{k'k''00}(\theta_2), & A_{00kk}(\theta_1) &= A_{00kk}(\theta_2), \\
 D_{s'0s0}(\theta_1) &= K_{0s''s0}(\theta_2), & K_{s'00s}(\theta_1) &= D_{0s''0s}(\theta_2), \\
 D_{s'0k0}(\theta_1) &= -K_{0s''k0}(\theta_2), & K_{s'00k}(\theta_1) &= -D_{0s''0k}(\theta_2), \\
 D_{k'0s0}(\theta_1) &= -K_{0k''s0}(\theta_2), & K_{k'00s}(\theta_1) &= -D_{0k''0s}(\theta_2), \\
 D_{k'0k0}(\theta_1) &= K_{0k''k0}(\theta_2), & K_{k'00k}(\theta_1) &= D_{0k''0k}(\theta_2), \\
 C_{s's'n0}(\theta_1) &= -C_{s's'n0}(\theta_2), & & \\
 C_{k'k'n0}(\theta_1) &= C_{k'k'n0}(\theta_2), & & \\
 C_{k'k''n0}(\theta_1) &= -C_{k'k''n0}(\theta_2), & & \\
 C_{s'n0s}(\theta_1) &= -C_{ns''s0}(\theta_2), & C_{s'n0s}(\theta_1) &= -C_{ns''0s}(\theta_2), \\
 C_{k'n0s}(\theta_1) &= C_{nk''s0}(\theta_2), & C_{k'n0s}(\theta_1) &= C_{nk''0s}(\theta_2), \\
 C_{s'nk0}(\theta_1) &= C_{ns''k0}(\theta_2), & C_{s'n0k}(\theta_1) &= C_{ns''0k}(\theta_2), \\
 C_{k'nk0}(\theta_1) &= -C_{nk''k0}(\theta_2), & C_{k'n0k}(\theta_1) &= -C_{nk''0k}(\theta_2),
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

$$\begin{aligned}
 M_{n0kk}(\theta_1) &= -M_{n0kk}(\theta_2), \\
 M_{n0ks}(\theta_1) &= M_{n0sk}(\theta_2), \\
 C_{s's'ss}(\theta_1) &= C_{s's'ss}(\theta_2), & C_{k'k'sk}(\theta_1) &= -C_{k'k'sk}(\theta_2), \\
 C_{k'k'ss}(\theta_1) &= C_{k'k'ss}(\theta_2), & C_{s'k'ss}(\theta_1) &= -C_{s'k'ss}(\theta_2), \\
 C_{s'k'sk}(\theta_1) &= C_{s'k'sk}(\theta_2), & C_{s's'sk}(\theta_1) &= -C_{s's'sk}(\theta_2).
 \end{aligned}$$

Дополнительные простые соотношения между экспериментальными величинами возникают при  $\theta = \pi/2$ , то есть, при  $\theta_1 = \theta_2$ . Для  $pn$ - (или  $pp$ -) рассеяния эти соотношения следуют из того факта, что  $a_1(\pi/2) = 0$ ,  $b_1(\pi/2) = -c(\pi/2)$  [см. табл. 2.1] (многие из них можно получить из (7.2), положив  $\pi - \theta = \theta$ ).

В итоге получаем [12]:

$$\begin{aligned}
 P\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{lmn0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = C_{mln0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = C_{llm}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \\
 C_{m000}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{l000}\left(\frac{\pi}{2}\right), & D_{n0n0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= K_{0nn0}\left(\frac{\pi}{2}\right), & D_{l0m0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= K_{0m0l}\left(\frac{\pi}{2}\right) \\
 D_{l0l0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= -D_{m0m0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -K_{0l00}\left(\frac{\pi}{2}\right) = K_{0m00}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 C_{mnl0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{lnm0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -C_{nml0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -C_{nlm0}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 C_{lnl0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= -C_{nll0}\left(\frac{\pi}{2}\right), & C_{lmlm}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{lmml}\left(\frac{\pi}{2}\right); \\
 2D_{n0n0}\left(\frac{\pi}{2}\right) + C_{nn00}\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2C_{lil}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 1.
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Поскольку из принципа Паули следует, что  $d_0(\pi/2) = e_0(\pi/2) = 0$ , мы получаем также соотношения между  $pn$ - (или  $pp$ -) и  $pr$ -экспериментами в с.д.м. [12]:

$$\begin{aligned}
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lm00}^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lm00}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lln0}^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lln0}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[1 - C_{lil}^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] &= 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[1 - C_{lil}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right], \\
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[1 + C_{nn00}^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2D_{n0n0}^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] &= \\
 = 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[C_{nn00}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) - D_{n0n0}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) - K_{0nn0}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right].
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Соотношения, эквивалентные (7.4), для  $pn$  или  $pp$ -рассеяния можно записать и в лабораторной системе. Их можно получить непосредственно из (7.4), выполнив соответствующие вращения, либо из формул табл. 4.1, вспомнив, что  $a_1(\pi/2) = 0$ ,  $b_1(\pi/2) = -c_1(\pi/2)$ .

Рассмотренные для л.с. соотношения справедливы для  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4 - \alpha = \beta - \pi/4$  (т. е.  $\theta = \pi/2$ ,  $\alpha + \beta = \pi/2$ ). Лабораторный угол рассеяния, при котором

это имеет место, равен

$$\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = \left( \frac{s}{s + 4m^2} \right)^{1/2}, \quad (7.6)$$

где  $s$  есть квадрат полной энергии в с.ц.м., а  $m$  — масса нуклона.

Рассмотрим вначале рассеяние тождественных нуклонов. Все соотношения (7.3) справедливы при  $\theta_2 = \theta_1$ . В дополнение к ним имеем соотношения:

$$P = A_{00sk} = C_{s's'n0} = Ck'k''n0 = M_{n0ss} = C_{s's'sk} = C_{k'k''sk} = 0, \quad (7.7a)$$

$$D_{s'0s0} = -D_{0s''0s} = -K_{s'00s} = K_{0s''s0},$$

$$D_{s'0k0} = D_{0s''0k} = -K_{s'00k} = -K_{0s''k0},$$

$$D_{k'0s0} = D_{0k''0s} = -K_{k'00s} = -K_{0k''s0},$$

$$D_{k'0k0} = -D_{0k''0k} = -K_{k'00k} = K_{0k''k0},$$

$$A_{00kk} - A_{00ss} = C_{s's''00} - C_{k'k''00},$$

$$A_{00kk} + A_{00ss} = C_{nn00} - 1,$$

$$2C_{s'k''00} = (1 - C_{nn00}) \sin 2\theta_1,$$

$$\frac{D_{s'0k0}}{D_{k'0k0}} = -\frac{D_{k'0s0}}{D_{s'0s0}} = \tan \theta_1, \quad \frac{2C_{s'k''00}}{C_{s's''00} + C_{k'k''00}} = \tan 2\theta_1, \quad (7.7b)$$

$$C_{s'n0s} = -C_{s'n0s} = -C_{ns''s0} = C_{ns''0s},$$

$$C_{k'ns0} = -C_{k'n0s} = C_{nk''s0} = -C_{nk''0s},$$

$$C_{s'nk0} = -C_{s'n0k} = C_{ns''k0} = -C_{ns''0k}, \quad (7.7c)$$

$$C_{k'nk0} = -C_{k'n0k} = -C_{nk''k0} = C_{nk''0k},$$

$$\frac{C_{s'ns0}}{C_{k'ns0}} = -\frac{C_{k'nk0}}{C_{s'nk0}} = \tan \theta_1,$$

$$C_{s's''ss} + C_{k'k''ss} = -C_{s's''00} - C_{k'k''00},$$

$$C_{s'k''ss} = -C_{s'k''00}, \quad (7.7d)$$

$$C_{k'k''ss} - C_{s's''ss} + 2C_{s'k''sk} = 1 - 2D_{n0n0} + C_{nn00}.$$

Для тождественных нуклонов при  $\theta_1 = \theta_2$  ( $\theta = \pi/2$ ) независимы только три амплитуды, например  $b = b_1$ ,  $d = d_1$  и  $e = e_1$  (нижний индекс означает изоспин  $T = 1$ ). Таким образом, существуют только 9 линейно независимых экспериментальных величин. Действительно, измерения  $\sigma$ ,  $C_{nn00}$  и  $D_{n0n0} = K_{n00n}$  будут определять  $|b|^2$ ,  $|d|^2$  и  $|e|^2$ . Две независимые компоненты двухиндексных тензоров, например,  $D_{s'0s0}$  и  $D_{s'0k0}$  будут определять  $Re b^*d$  и  $Im b^*e$ , а измерение любой из величин  $A_{00ss}$ ,  $A_{00kk}$ ,  $C_{s's''00}$  или  $C_{k'k''00}$  даст в итоге  $Im d^*e$ . Наконец, три компоненты трехиндексных тензоров, например  $C_{s'n0s}$ ,  $C_{s'nk0}$  и  $M_{n0ks}$ , даст нам  $Re b^*e$ ,  $Im b^*d$  и  $Re d^*e$ .

Формулы (7.5), связывающие  $nn$ - (или  $pp$ -) и  $np$ -экспериментальные величины, имеют свои эквиваленты в лабораторной системе. Четыре независимых соотношения этого типа можно записать в различной форме. Мы полагаем удобным

использовать следующий набор соотношений:

$$\begin{aligned} \sigma^{nn} (C_{s's''00}^{nn} - C_{k'k''00}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (C_{s's''00}^{np} - C_{k'k''00}^{np}), \\ \sigma^{nn} (C_{s'k''n0}^{nn} + C_{k's'n0}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (C_{s'k''n0}^{np} + C_{k's'n0}^{np}), \\ \sigma^{nn} (1 + C_{nn00}^{nn} - 2D_{n0n0}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (1 + C_{nn00}^{np} - D_{n0n0}^{np} - K_{0nn0}^{np}), \\ \sigma^{nn} (2D_{n0n0}^{nn} - C_{s's''ss}^{nn} + C_{k'k''ss}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (D_{n0n0}^{np} + K_{0nn0}^{np} - C_{s's''ss}^{np} + C_{k'k''ss}^{np}). \end{aligned} \quad (7.8)$$

## Заключение

В этой статье мы сделали обзор кинематики нуклон-нуклонного рассеяния и заполнили многие лакуны в существующем формализме. Мы концентрировались только на феноменологических аспектах проблемы, т. е. на связях между экспериментально измеряемыми величинами и матрицей рассеяния, а также соотношениях между самими экспериментальными величинами. Представленные в этой работе формулы должны быть полезны для экспериментаторов, изучающих упругое нуклон-нуклонное рассеяние, а также для тех, кто занят его амплитудным анализом.

Полученные здесь результаты делают возможным явное и точное сравнение всех экспериментов, выполненных при различных условиях с целью получения одной и той же физической информации (как, например, различных компонент тензора вращения поляризации  $D_{ab,00}$  для поляризованного пучка или  $D_{00,0a}$  для поляризованной мишени, различные компоненты поляризаций рассеянной частицы или частицы отдачи для поляризованных в начальном состоянии пучков или мишеней и т. п.). Поэтому достаточно разумный полный список соотношений между экспериментальными величинами обеспечивает использование любых экспериментальных данных при реконструкции амплитуд рассеяния (например, через анализ фазовых сдвигов). С другой стороны, эти соотношения делают возможным реализацию проверки на взаимную согласованность данных различных экспериментов, обычно проводимых в разных лабораториях. Поскольку можно легко отследить происхождение большей части этих соотношений из различных симметрий (сохранения четности, инвариантности к обращению времени и принципа Паули), проверка этих соотношений есть также и проверка принципов, лежащих в их основе.

Некоторые новые формулы содержатся во всех главах от 3 до 7, но мы хотим специально отметить подробное изучение следствий принципа Паули для рассеяния тождественных нуклонов, представленное в главе 7. Для  $nn$ - (или  $pp$ -) рассеяния эти соотношения даны между экспериментальными величинами, измеренными при с.ц.м. углах  $\theta$  и  $\pi - \theta$  или лабораторных углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  ( $\theta_1$  и  $\theta_2$  есть угол рассеяния и угол вылета частицы отдачи). Перечислены все ограничения, возникающие при  $\theta = \pi/2$ , т. е. при  $\theta_1 = \theta_2$ , как и соотношения между определенными при том же самом угле  $nn$  и  $pp$  величинами.

Имея в виду интерес к нуклон-нуклонным взаимодействиям, доступность ускорителей на промежуточные и высокие энергии и все возрастающее использование

поляризованных протонных мишеней, мы считаем, что сейчас именно то время, когда необходимо дать явное и полное описание нуклон-нуклонного формализма.

Мы хотели бы подчеркнуть еще раз, что все содержание данной статьи есть именно формализм, то есть чистая кинематика. Как таковая, она должна быть полезной при любом исследовании нуклон-нуклонного рассеяния, теоретическом или экспериментальном. В частности, весь этот формализм имеет непосредственное отношение к любой попытке реконструкции нуклон-нуклонных амплитуд из данных. Это относится как к прямой реконструкции, использующей данные полного эксперимента, как это было определено Пузиковым, Рындиным и Смородиным [6], так и для реконструкции через анализ фазовых сдвигов, теорию Редже или любое иное разложение.

В ближайшем будущем мы планируем представить некоторые размышления и результаты применения данного формализма для реконструкции амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния из экспериментальных данных. Одной из составляющих нашего интереса здесь является проблема однозначности такой реконструкции (будь то прямая реконструкция или реконструкция через анализ фазовых сдвигов). Дальнейшая программа, в которой предполагается использование этого формализма, касается одновременной реконструкции для всех энергий (и углов) с использованием ранее развитого разложения амплитуды рассеяния по двум переменным (см. обзор [34] и статью [35]).

Благодарности. Работа над этой статьей началась благодаря стимулирующему предложению Л. Ван Россума, которому мы выражаем свою благодарность. Мы признательны Д. Бессету, М. Боргини, А. Юноду, Г. Гринхаузу, Р. Хессу, К. Лешануа, М. Й. Моравчику, Й. Патере, Ч. Веддигену и Д. Веррену за обсуждения ее тем.

## Литература

- [1] Bystricky J., Lehar F., Winternitz P., "Formalism of Nucleon-Nucleon Elastic Scattering Experiments", *Le Journal de Physique*, v.39 (N 1) (1978), p. 1
- [2] Wolfenstein L. and Ashkin J., *Phys. Rev.* **85** (1952) 947.  
Wolfenstein L., *Phys. Rev.* **96** (1954) 1054.  
Wolfenstein L., *Phys. Rev.* **101** (1956) 427.  
Wolfenstein L., *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **6** (1956) 43.
- [3] Dalitz R.H., *Proc. Phys. Soc. A* **65** (1952) 175.
- [4] Oehme R., *Phys. Rev.* **98** (1955) 147, 216.
- [5] Stapp H.P., *Phys. Rev.* **103** (1956) 425.
- [6] Puzikov L.D., Ryndin R.M. and Smorodinskii Ya.A., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **32** (1957) 592 (*Sov. Phys. JETP* **5** (1957) 489);  
Bilenky S.M., Lapidus L.I. and Ryndin R.M., *Usp. Fiz. Nauk* **84** (1964) 243 (*Sov. Phys. Usp.* **7** (1965) 721).
- [7] Halzen F. and Thomas G.H., *Phys. Rev. D* **10** (1974) 344.
- [8] MacGregor M.H., Moravcsik M.J. and Stapp H.P., *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **10** (1960) 291.
- [9] Hoshizaki N., *Suppl. Progr. Theor. Phys.* **42** (1968) 1, 107.
- [10] Csonka P.L. and Moravcsik M.J., *Phys. Rev. D* **1** (1970) 1821.
- [11] Lacombe M., *Thesis, Faculté des Sciences de l'Université de Paris, Centre d'Orsay*, 1964.
- [12] Lehar F. and Winternitz P., *Fortschr.* **15** (1967) 495 and *Czech. J. Phys. A* **17** (1967) 158.
- [13] Faissner H., *Ergeb. Exakten Naturwiss.* **32** (1959) 180.
- [14] Wilson R., *The nucleon-nucleon interaction. Experimental and Phenomenological Aspects* (J. Wiley and Sons, New York) 1963.
- [15] Reid R.V. and Moravcsik M.J., *Ann. Phys. (N.Y.)* **84** (1974) 535.
- [16] Goldberger M.L., Nambu Y. and Oehme R., *Ann. Phys. (N.Y.)* **2** (1957) 226.  
Goldberger M.L., Crisarú M.T., MacDowell S.W. and Wong D.Y., *Phys. Rev.* **120** (1960) 2250.
- [17] Basle convention, *Nucl. Phys.* **21** (1960) 696.
- [18] Stapp H.P., Ypsilantis T.J. and Metropolis N., *Phys. Rev.* **105** (1957) 302.
- [19] Jacob M. and Wick G.C., *Ann. Phys. (N.Y.)* **7** (1959) 404.
- [20] Martin A.D. and Spearman T.S., *Elementary particle theory* (J. Wiley and Sons, New York) 1970.
- [21] Cohen-Tannoudji G., Morel A. and Navelet H., *Ann. Phys. (N.Y.)* **46** (1968) 239.
- [22] Kotański A., *Acta Phys. Pol.* **29** (1966) 699.
- [23] Kotański A., *Acta Phys. Pol.* **30** (1966) 629.
- [24] Brink D.M. and Satchler G.R. *Angular momentum* (Clarendon Press, Oxford) 1968.
- [25] Leader E. and Slansky R.C., *Phys. Rev.* **148** (1966) 1491.
- [26] *Physics with polarized beams*, Report of the ANL Technical Advisory Panel, ANL-HEP-CP-75-73.
- [27] Bohr A., *Nucl. Phys.* **10** (1959) 486.
- [28] Bilenky S.M. and Ryndin R.M., *Phys. Lett.* **6** (1963) 217.
- [29] Phillips R.J.N., *Nucl. Phys.* **43** (1963) 413.
- [30] Bilenky S.M., Lapidus L.I. and Ryndin R.M., Preprint JINR P-2227, Dubna, 1965.
- [31] Bourrely C. and Soffer J., preprint 74/P.633, Marceille 1974 and *Phys. Rev. D* **12** (1975) 2932.  
Delaney R.M. and Gammel J.L., *Phys. Rev. D* **12** (1975) 1978.
- [32] Winternitz P., Lehar F. and Janout Z., *Yad. Fiz.* **5** (1967) 201; (*Sov. J. Nucl. Phys.* **5** (1967) 141) and *Czech. J. Phys. B* **18** (1968) 8.
- [33] Raynal J., *Nucl. Phys.* **28** (1961) 220.
- [34] Kalnins E.G., Patera J., Sharp R.T. and Winternitz P., in "Group Theory and its applications" Vol.3 (edited by E.Loebl, Academic Press) 1975.
- [35] Bystricky J., Lehar F., Patera J. and Winternitz P., *Phys. Rev. D* **13** (1976) 1276.



## Приложения

### Формализм и процедуры анализа нуклон-нуклонных данных

## Введение

Четыре Приложения, приведенные здесь, призваны объяснить суть различных методов проведения анализа данных об упругом  $NN$ -рассеянии и тех предсказаний, которые можно экспериментально наблюдать. Стоит отметить, что феноменологическое описание данных, накопленных в результате многолетних измерений, есть максимум того, что могут дать экспериментаторы. Два из описанных методов практически не зависят от моделей. С другой стороны, динамика упругого  $NN$ -взаимодействия всегда модельно-зависима.

Ссылка на ранее опубликованный  $NN$ -формализм (первая часть этого пособия: главы 1- 7 и "Заключение") будет обозначаться как [BLW]. Из него будут последовательно использованы т. н. четырехиндексные обозначения. В тех случаях, когда используются опубликованные результаты других авторов, приводятся соответствующие ссылки на оригинальные работы.

В Приложении А1 описывается метод прямой реконструкции амплитуд рассеяния (DRSA, или "direct reconstruction of the scattering amplitudes"). Здесь может быть использован как аналитический, так и статистический подход. Экспериментальные данные должны быть измерены при одной и той же энергии (на практике это означает, что значения энергий отдельных измерений должны быть как можно ближе друг к другу). Условия угловой симметрии, связывающие амплитуды рассеяния в переднюю и заднюю полусферы, могут быть использованы для чистых изоспиновых состояний с  $I = 0, 1$ . Следовательно, при отсутствии какой-либо другой информации,  $pp$ - данные могут быть рассмотрены только при некотором одном угле.

В Приложении А2 феноменология упругого рассеяния (формализм [BLW]) сравнивается с так называемой "упругой перезарядкой". Далее там же показано, как условия угловой симметрии можно адаптировать к анализу смешанного изоспинового состояния.

В Приложении А3 описан наиболее важный феноменологический инструмент: анализ фазовых сдвигов (PSA). Разложения инвариантных амплитуд рассеяния в ряд по полиномам Лежандра и фазовым сдвигам даны в явном виде. Описаны процедуры учета вкладов однопионного обмена (OPE), электромагнитных поправок и неупругостей. Дано объяснение основ "S-матричного" и "K-матричного" подходов. Обсуждаются "не зависящие от энергии" (FE) и "зависящие от энергии" (ED) фазовые анализы.

Для полноты обсуждения в Приложении А4 дается очерк потенциальных моделей и пределов их применимости. Этот метод должен рассматриваться как модель-позависимый; вряд ли возможно адаптировать его для прямого анализа данных. С другой стороны, он дает очень хорошие результаты при энергиях ниже порога рождения пионов. В некоторых случаях удается достичь даже более точных результатов, чем в PSA.

# A1: Прямая реконструкция амплитуды

## 1. "Полный" и "достаточный" опыты

Как упоминалось в работе [BLW] [1] (см. первую часть этого Пособия), еще в 1957 году Пузиков, Рындин и Смородинский [2] ввели понятие "полного опыта" для случая  $NN$ -рассеяния. Они предложили некоторый набор измеряемых наблюдаемых, который они назвали "полным", если содержащаяся в нем информация достаточна для полного и исчерпывающего описания упругого рассеяния взаимодействующих частиц. С таким набором контрастирует одиночная наблюдаемая величина, которая дает очень ограниченную и специфическую информацию о рассматриваемом процессе. Поскольку теоретики ввели представление о матрице рассеяния, которая, к сожалению, недоступна прямому измерению, но удобна для описания взаимодействия во всех его аспектах, "полный опыт" можно определить как такой набор наблюдаемых, который позволяет провести полную и однозначную реконструкцию матрицы рассеяния [3]. "Достаточным" набором наблюдаемых ("достаточным" опытом) можно назвать такой набор экспериментально измеряемых величин, который позволяет провести прямую реконструкцию матрицы рассеяния (DRSA или "ПРАР" – прямую реконструкцию амплитуды рассеяния), но с т. н. дискретными неоднозначностями. DRSA является полностью модельно-независимым анализом, использующим только фундаментальные законы сохранения. С другой стороны, говоря буквально, такой анализ может быть применен только при одном угле рассеяния и одной энергии.

Амплитуды рассеяния можно записать либо через их вещественные и мнимые части, либо через величины в т. н. "полярном" представлении

$$A = |A| \exp(i\eta_A),$$

где  $A = a, b, c, d, e$  и  $\eta_A$  есть фаза амплитуды  $A$  (см. также Приложение A2). Поскольку наблюдаемые (кроме "величин оптической теоремы", определенных уравнением (3.11) в работе [BLW]) являются билинейными функциями амплитуд рассеяния, при любом угле рассеяния остается неопределенной одна общая фаза,

входящая множителем во все амплитуды. Это явно видно в выражениях для наблюдаемых, приведенных в работе [BLW]. Любое изменение общей фазы не будет видно в наблюдаемых, так как амплитуды всегда появляются как квадрат модуля произведения комплексно-сопряженных величин. Эти амплитуды, кроме того, можно считать относительными по отношению к одной из (выбранных заранее) вещественных или мнимых частей  $a, b, c, d, e$ . Здесь мы выберем амплитуду  $e$  как чисто вещественную и положительную. Такой выбор произволен, но оправдан тем фактом, что абсолютное значение  $e$  остается большим при всех углах рассеяния в области энергий, где проведены измерения.

Довольно легко представить простое аналитическое DRSA-вычисление, как было показано в работе [4]. Предположим на время, что любая "чистая" наблюдаемая может быть измерена (все равно, в какой системе отсчета: центра масс или лабораторной) и не будем учитывать экспериментальные погрешности:

$$e^2 = \sigma (1 - C_{mmmm}), \quad (A1.1)$$

где  $\sigma = d\sigma/d\Omega$  как в [BLW]. Для других амплитуд имеем

$$e \operatorname{Re} a = \sigma P_{n000}, \quad -e \operatorname{Im} a = \sigma C_{mlmm}, \quad (A1.2)$$

$$e \operatorname{Re} b = \sigma C_{mm00}, \quad -e \operatorname{Im} b = \sigma D_{l0m0}, \quad (A1.3)$$

$$e \operatorname{Re} c = \sigma C_{nmm0}, \quad -e \operatorname{Im} c = \sigma K_{0l00}, \quad (A1.4)$$

$$e \operatorname{Re} d = \sigma C_{mm00}, \quad -e \operatorname{Im} d = \sigma C_{l000}. \quad (A1.5)$$

Как видно из табл. 3.2 в [BLW], каждая из комбинаций амплитуд в соотношениях (A1.2)-(A1.5) представляет 8 эквивалентных чистых наблюдаемых как для вещественных, так и для мнимых частей и 2 наблюдаемые для соотношения (A1.1). Видно, что выбор необходимых измерений велик.

Нахождение минимального числа наблюдаемых, необходимых для того, чтобы набор был полон, представляет собой скорее математическую, чем физическую задачу. Гольдштейн, Моравчик и Брегман (1974 г.) [5] представили ее решение и дали вывод вполне общего предписания для формулировки необходимых и достаточных условий для случая реакций между частицами с произвольным спином. Согласно утверждению этих авторов, если  $N$  есть число независимых амплитуд, то полное знание матрицы рассеяния с точностью до общей фазы требует только  $(2N - 1)$  вещественных функций, поскольку существует  $(N - 1)^2$  независимых нелинейных соотношений между набором  $N^2$  наблюдаемых. Как только выполнены  $(2N - 1)$  измерений, амплитуды можно извлечь, решая набор из  $(2N - 1)$  связанных квадратных уравнений для амплитуд.

В принципе, это и есть полная схема для определения матрицы рассеяния из эксперимента [3]. Ее применение к случаю  $pp$ -рассеяния, которое описывается пятью комплексными амплитудами, означает, что 25 линейно независимых экспериментальных измерения связаны 16 независимыми квадратными уравнениями.

Поэтому для извлечения амплитуд достаточно реализовать минимальный набор из девяти хорошо выбранных измерений.

Однако на деле все это представляет, в сильной степени, только академический интерес, поскольку выбор набора наблюдаемых, который можно действительно измерить, диктуется условиями эксперимента, то есть качеством и надежной доступностью спиновых ориентаций пучка и мишени, возможностью анализа различных компонент поляризаций частиц в конечном состоянии и т. д. Более того, эксперименты выполняются в лабораторной системе, но аналитические решения для амплитуд определяются в системе центра масс. Это подразумевает релятивистские преобразования, которые тоже усложняют дело. По этим причинам число наблюдаемых должно быть больше, чем  $(2N - 1)$ .

Аналитическая DRSA рассматривалась также в работах [6, 7]. В работе [7] было введено определение "оптимального" набора для  $NN$ -рассеяния. Этот оптимальный набор содержит только дифференциальные сечения, поляризации или асимметрии и двухкомпонентные тензоры. Они обсуждались с точки зрения их "достаточности" или полноты (см. выше). Повторим здесь, в качестве примера, вычисления из статьи [7].

Из табл. 3.2 в [BLW] имеем:

$$\sigma = (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad \sigma P = Re a^* e, \quad (A1.6)$$

$$\sigma C_{nn00} = (|a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad (A1.7)$$

$$\sigma D_{n0n0} = (|a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad (A1.8)$$

$$\sigma K_{0nn0} = (|a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad (A1.9)$$

и некоторые комбинации двухкомпонентных тензоров:

$$\sigma D^+ = \sigma (D_{m0m0} + D_{l0l0}) / 2 = Re a^* b, \quad (A1.10)$$

$$\sigma D^- = \sigma (D_{m0m0} - D_{l0l0}) / 2 = Re c^* d, \quad (A1.10)$$

$$\sigma D^0 = \sigma D_{l0m0} = Im b^* e,$$

$$\sigma K^+ = \sigma (K_{0mm0} + K_{l0l0}) / 2 = Re a^* b, \quad (A1.11)$$

$$\sigma K^- = \sigma (K_{0mm0} - K_{l0l0}) / 2 = Re c^* d, \quad (A1.11)$$

$$\sigma K^0 = \sigma K_{0lmm0} = Im c^* e,$$

$$\sigma C^+ = \sigma (C_{mm00} - C_{ll00}) / 2 = Re a^* d,$$

$$\sigma C^- = \sigma (C_{mm00} + C_{ll00}) / 2 = Re c^* d, \quad (A1.12)$$

$$\sigma C^0 = \sigma C_{lmm0} = Im d^* e.$$

Возьмем пример полного оптимального набора 10 экспериментов, а именно:

$$\sigma, P, C^+, C^-, C^0, D^+, D^-, D^0, C_{nn00}, D_{n0n0}. \quad (A1.13)$$

Этот набор обеспечивает нахождение значений

$$Re a^* b, Re a^* d, Re a^* e, Re b^* c, Re c^* d, Im b^* e, Im d^* e, \quad (A1.14a)$$

$$(|b|^2 + |c|^2), (|c|^2 + |d|^2) \text{ и } (|a|^2 + |d|^2 + |e|^2). \quad (A1.14b)$$

Очевидно, что набор экспериментов будет полным, если все  $N^2$  линейно независимых измеримых наблюдаемых из табл. 3.2 в [BLW] можно вычислить на основе этого набора. Этот факт наилучшим образом можно продемонстрировать (см. работу [8]), используя некоторые тождества, справедливые для произвольных комплексных чисел  $x, y, z$  и  $u$ :

$$Re u^* x \cdot Im y^* z + Re u^* y \cdot Im z^* x - Re u^* z \cdot Im x^* y = 0, \quad (A1.15)$$

$$Re u^* x \cdot Im y^* z - Re u^* y \cdot Re z^* x - Im u^* z \cdot Im x^* y = 0, \quad (A1.16)$$

$$Im u^* x \cdot Im y^* z + Im u^* y \cdot Im z^* x + Im u^* z \cdot Im x^* y = 0, \quad (A1.17)$$

$$|x|^2 \cdot Re y^* z = +Re x^* y \cdot Re x^* z + Im x^* y \cdot Im x^* z, \quad (A1.18)$$

$$|x|^2 \cdot Im y^* z = -Im x^* y \cdot Re x^* z + Re x^* y \cdot Im x^* z, \quad (A1.19)$$

$$|x|^2 \cdot |y|^2 = (Re x^* y)^2 = (Im x^* y)^2. \quad (A1.20)$$

Применим эти тождества для DRSA упругого  $NN$ -рассеяния.

- Применяя формулу (A1.15) для  $a, b, d, e$  и  $c, b, d, e$  получаем  $Im b^* d$  и  $Re c^* e$ .
- Применяя формулу (A1.16) для  $b, a, c, d$  получаем  $Im a^* c$ .
- Применив снова формулы (A1.16) и (A1.15), получаем  $Im a^* b, Im a^* d, Im a^* e, Im b^* c, Im c^* e, Im c^* d$  и  $Re a^* c$ , выраженные через  $Re b^* e, Re d^* c$  и  $Re b^* d$ .
- Используя "диагональные" наблюдаемые формулы (A1.7), (A1.8), (A1.9) и соотношения (A1.18), (A1.19), получаем оставшиеся величины  $Re b^* c, Re d^* e$  и  $Re a^* c$ .
- Модули  $|a|^2, |b|^2, |c|^2, |d|^2$  и  $|e|^2$  получаем, используя формулы (A1.18), (A1.19) и (A1.20).

Итак, получены все 25 линейно независимых билинейных величин, выраженных через набор измеряемых наблюдаемых (A1.13). Здесь необходимо сделать несколько замечаний.

1. Существует девять наборов типа (A1.13). В самом деле:  $C_{nn00}$  или  $D_{n0n0}$  можно заменить на  $K_{0nn0}$ . Триплеты  $C^+, C^-, C^0$  или  $D^+, D^-, D^0$  можно заменить на  $K^+, K^-, K^0$ .

- Выражения от (A1.10) до (A1.13) записаны в с.д.м. Однако величины в лабораторной системе  $C_{ab00}$ ,  $D_{a0c0}$  и  $K_{0bc0}$  являются линейными комбинациями  $C^+$ ,  $C^-$ ,  $C^0$ ,  $D^+$ ,  $D^-$ ,  $D^0$  и  $K^+$ ,  $K^-$ ,  $K^0$ , соответственно (см. главу 5 в [BLW]). Следовательно, 10 опытов (A1.13) в с.д.м. соответствуют 10 чистым наблюдаемым в лабораторной системе.
- Для DRSA не являются необходимыми более сложные опыты, включающие 2 и 4 спиновых индекса. С другой стороны, в зависимости от данной экспериментальной установки, измерения некоторых двухкомпонентных тензорных величин могут оказаться более сложными, чем определение трехиндексных наблюдаемых.
- Существуют особенно неподходящие наборы 17 измерений, которые не являются достаточными для определения амплитуд  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ .

Довольно очевидно, что аналитическая DRSA для всех существующих амплитуд представляет собой своего рода игру, в которую долго играют многие известные физики, работающие в этой области. Список опубликованных по этому направлению работ весьма обширный. Тем не менее, частные DRSA, где некоторые амплитуды остаются неопределенными или неоднозначными, быстро нашли свое оправдание. В этом случае аналитический подход позволил определить некоторые желательные характеристики отдельных амплитуд и эти частные DRSA помогли эффективно планировать оптимальные эксперименты. В качестве примера можно упомянуть спин-синглетные или спин-триплетные вклады в  $NN$ -взаимодействие, реконструкцию интересных частей матрицы рассеяния (вещественные или мнимые части, амплитуды с данной спиральностью или "трансверсیتی"), DRSA при специфических углах рассеяния ("вперед", "назад", под  $90^\circ_{CM}$ ) и т. д.

## 2. Статистический анализ DRSA

В аналитическом DRSA не принимаются во внимание фактические численные значения наблюдаемых и их экспериментальные погрешности. Но в упругом  $pp$ -рассеянии, например, измеренные наблюдаемые содержат в себе электромагнитные эффекты, которые необходимо также учесть при извлечении амплитуд (см. Приложение А3).

Для того чтобы учесть погрешности измерений, обычно применяются статистические методы. Ошибки амплитуд зависят от экспериментальных погрешностей и уменьшаются при увеличении степени переопределенности наблюдаемых.

В статистическом DRSA-анализе находят решение соотношений для доступных чистых измеренных наблюдаемых и для их комбинаций одновременно. Наблюдаемые задаются непосредственно в лабораторной системе [BLW]. Неизвестными параметрами являются вещественные и мнимые части амплитуд. Их подгонка к данным методом наименьших квадратов применяется при тех углах рассеяния, при которых существуют полные наборы наблюдаемых. На эти углы обычно накладываются измерения с перерассеянием, для которых статистика событий обыч-

но невелика по сравнению с данными по однократному рассеянию. Так как разные измерения обычно выполнены при слегка различающихся углах, каждая наблюдаемая интерполируется в небольшой окрестности по углу рассеяния.

Поиск решения начинается со случайного выбора 9 амплитуд. Если некоторое решение оказывается приемлемым, процедура повторяется. Каждое новое решение должно быть признано приемлемым, если оно отличается (с учетом погрешностей амплитуд) от одного из уже принятых. Такой поиск повторяется несколько сотен раз до тех пор, пока не станут появляться только обнаруженные ранее решения.

Некоторые решения либо обнаруживают неопределенности  $\pm 180^\circ$  для относительных фаз всех амплитуд, либо дают фиксированные значения амплитуды (например,  $e$ , см. выше), тождественно равные нулю. Такие решения, называемые "тривиальными", должны быть удалены.

Оставшиеся нетривиальные решения могут быть отобраны далее на базе критерия  $\chi^2$ , если значения  $\chi^2$  на степень свободы (DoF) сильно различаются. Все тривиальные решения обычно имеют большие значения  $\chi^2$ .

Чтобы исключить "плохие" решения, можно использовать "нестатистические" критерии. Они могут быть различными в DRSA-анализах  $pp$ - и  $np$ -взаимодействий. Эти критерии касаются амплитуд, которые легко могут быть выражены через наблюдаемые при использовании, например, результатов частных аналитических DRSA.

В качестве примера, приведем некоторые нестатистические критерии, использованные в анализе DRSA [9]  $np$ -данных. Один из мощных критериев основан на хорошо известной форме угловой зависимости анализирующей способности  $A_{00n0}$ . Умножая  $A_{00n0}$  на положительно определенное дифференциальное сечение, получаем уже имеющуюся в распоряжении экспериментальную величину, выраженную только через две амплитуды (табл. 3.2 в [BLW]). Используя представление амплитуды через ее абсолютную величину и фазу, имеем для  $e$

$$e = Re, e = |e| \geq 0, \quad Im, e = 0, \quad \phi_e = 0, \quad (A1.21)$$

и получаем соотношение

$$\sigma A_{00n0} = |a| e \cos \phi_a. \quad (A1.22)$$

Очевидно, что для фиксированного значения  $\sigma A_{00n0}$  уменьшение  $Re a$  требует увеличения  $e$  и наоборот.

Наблюдаемая  $A_{00n0}(np)$  равна нулю при  $0^\circ$  и при  $180^\circ$  с.д.м. При промежуточных энергиях она имеет широкий максимум вокруг  $\theta_{CM} = 30^\circ$  и широкий минимум при  $\theta_{CM} = 110^\circ$ . Она переходит через нуль от положительного к отрицательному значениями при  $\theta_{CM} \sim 70^\circ$  и относительной фазе  $\phi_a(np) = \pm 90^\circ$ , тогда как  $|a(np)|$  и  $e(np)$  остаются ненулевыми. Оба интервала фазы  $\phi_a$

$$0^\circ \leq \phi_a \leq 180^\circ \text{ и } 180^\circ \leq \phi_a \leq 360^\circ \quad (A1.23)$$

одинаково допустимы при одной и той же энергии и одном и том же значении угла рассеяния.

Дальнейшее рассмотрение может оказаться разным при рассмотрении интервала углов рассеяния. Если при одном  $\theta_{CM}$  будет найдена фаза  $\phi_a(np)$  в одном из интервалов (A1.23), а при соседнем значении угла рассеяния та же самая фаза окажется в другом интервале, то очевидно, что между этими двумя значениями углов рассеяния фаза  $\phi_a$  пересекает либо  $0^\circ$ , либо  $180^\circ$ . В таких точках  $\cos \phi_a$  равен либо  $+1$ , либо  $-1$  соответственно, и величина  $A_{00n0}(np)$  достигает локального экстремума (предполагая, что  $|a|$  и  $e$  отличны от нуля). Никаких подобных особенностей в угловой зависимости анализирующей способности в  $pp$  рассеянии до сих пор никогда не наблюдалось. Отсюда следует, что любое значение  $\phi_a$  в рассматриваемом угловом диапазоне рассеяния может варьироваться внутри одного, и только одного из интервалов (A1.23).

Другой пример нестатистических критериев следует из табл. 3.3 в [BLW], где приведены простые соотношения между  $|b|^2$ ,  $|c|^2$ ,  $|d|^2$  и наблюдаемыми  $\sigma$ ,  $D_{n0n0}$ ,  $K_{0nn0}$ ,  $A_{00nn}$ . Большое различие между абсолютными значениями амплитуд какого-либо решения и теми же значениями, полученными из наблюдаемых по формулам табл. 3.3, является указанием на необходимость отбросить проверяемое решение.

Описанный здесь подход к статистическому DRSA-анализу не является единственным. Отметим один эффективный и надежный метод, предложенный Бессе и др. (1978 г.) в работах [10, 3]. Этот метод был использован для DRSA-анализа  $pp$ -данных, измеренных на ускорителе Института им. Пауля Шерера (PSI, Швейцария). Другой подход был использован при анализе  $pp$ -данных при 6 ГэВ/с из Аргоннской национальной лаборатории (ANL). При таком импульсе спиновозависящие параметры не столь велики, как при меньших энергиях, и к тому же имеют меньшую точность. Но здесь ни один из этих методов не обсуждается.

### 3. Существующие DRSA-анализы

Первый DRSA-анализ для всех амплитуд упругого  $pp$ -рассеяния был выполнен Лимоном, Пондромом, Ольсеном, Клеппелем, Хандлером и Райтом в 1968 г. [12]. Главная часть данных была измерена этими авторами в хорошо спланированном эксперименте. Для этой цели протонный пучок Чикагского синхротронного ускорителя был поляризован методом рассеяния на бериллиевой мишени внутри ускорителя. Энергия выведенного пучка была  $429 \pm 7$  МэВ. Протоны рассеивались на внешней жидководородной мишени на углы  $\theta_{CM} = 65^\circ$  и  $115^\circ$ . Была измерена анализирующая способность  $A_{00n0}$  при  $65^\circ$  и при обоих углах были измерены также параметры Вольфенштейна  $D_{n0n0}$ ,  $D_{s'0s0}$ ,  $D_{s'0k0}$ ,  $D_{k'0s0}$  и  $D_{k'0k0}$ .

Вследствие соотношений симметрии для изоспина  $I=1$  (см. табл. 2.1 в [BLW]), этот набор представляет 9 независимых наблюдаемых. В одном DRSA-анализе могут быть использованы два дополнительных друг к другу с.ц.м. угла, так как система  $pp$  является только изотриплетной. Число наблюдаемых было увеличено

Таблица A1.1. Список доступных DRSA-анализов для наблюдаемых в упругом  $pp$ -рассеянии. Две наблюдаемые:  $d\sigma/d\Omega$  и  $A_{00n0} = A_{00nn}$  используются всегда и без исключения, поэтому они не указаны в списке.

Лаборатория	$T_{kin}$ , МэВ	Интервал $\theta_{CM}$ , град.	Число значений $\theta_{CM}$	Наблюдаемые	Ссылка, год
CHICAGO Univ.	429	65 115	1	$D_{n0n0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0s0}$ , $D_{k'0k0}$ , $A_{00nn}$	[12] 1968
PSI	447 497 517 539 579	38-58 38-58 38-58 38-58 38-58	6 6 6 6 6	$A_{00nn}$ , $A_{00ss}$ , $A_{00kk}$ , $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $M_{s'0sn}$ , $M_{s'0kn}$	[16] 1981
PSI	447 497 517 539 579	82-90 82-90 82-90 82-90 82-90	15 15 15 15 15	Все предыдущие и $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$ $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$ $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$	[17] 1989
LAMPF	730	38-72	12	$A_{00sk}$ , $A_{00kk}$ , $D_{n0n0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0s0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{s'00k}$ , $K_{k'00k}$ , $M_{n0sk}$ , $M_{n0kk}$ , $M_{s'0nk}$ , $M_{k'0nk}$	[18] 1990
LAMPF	800	46-90	5	$A_{00nn}$ , $D_{n0n0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{n00n}$ , $K_{s'00s}$ , $K_{s'00k}$ , $K_{k'00k}$	[19] 1985
SATURNE II	834 874 934 995 1095 1295 1595	50-82 46-83 51-80 51-82 51-82 51-82 51-82	6 7 5 6 7 8 10	$A_{00nn}$ , $A_{00sk}$ , $A_{00kk}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{n00n}$ , $K_{0s''s0}$ , $K_{0s''k0}$ , $N_{0nkk}$ , $N_{0nsk}$ , $N_{0s''nk}$ , $N_{0s''kn}$	[20] 1990
SATURNE II	1800 2100 2400 2700	33-90 33-90 29-83 42,82	12 11 5 2	$A_{00nn}$ , $A_{00sk}$ , $A_{00kk}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{n00n}$ , $K_{0s''s0}$ , $K_{0s''k0}$ , $N_{0nkk}$ , $N_{0nsk}$ , $N_{0s''nk}$ , $N_{0s''kn}$ , $N_{0s''sn}$	[21] 1998

Лаборатория	$T_{kin}$ , МэВ	Интервал $\theta_{CM}$ , град.	Число значений $\theta_{CM}$	Наблюдаемые	Ссылки, год
ANL	5135	19-38	21	$A_{00cd} \times 4$ $D_{00cd}$ и $K_{00cd} \times 5$ $N_{00cd} \times 7$	[11] 1986

до 11, так как упомянутые авторы добавили результаты по  $A_{00nn}$  из работы [13] и дифференциальные сечения из работы [14].

Общая фаза была фиксирована из сопоставления фазы фиксированной амплитуды с фазой, полученной из анализа фазовых сдвигов (PSA) в решении из работы [15] (см. Приложение А3 об анализе фазовых сдвигов). Согласно результатам обоих методов оказалось на удивление хорошим.

Обновленный список анализов DRSA для  $pp$ -рассеяния дан в табл. А1.1. Легко увидеть, что в широких угловом диапазоне и области энергий измерены не только двух-, но и трехиндексные наблюдаемые. Можно также заметить, что для обеспечения высокой анализирующей способности в последнем (анализирующем) рассеянии, в некоторых опытах анализировались как поляризации частиц отдачи, так и некоторые поляризации рассеянных частиц. В ряде экспериментов возможность измерения поляризаций для  $k'$ - и/или  $k''$ -ориентаций частиц конечного состояния была исключена. Как отмечалось в [BLW], такая возможность требует дополнительного спин-ротатора и, в дополнение к этому, перемагничивает в магнитном поле чистые наблюдаемые. В указанной таблице перечислены доминирующие наблюдаемые, кроме дифференциальных сечений и  $A_{00n0} = A_{00nn}$ . На практике многие наблюдаемые были определены как комбинации "чистых" величин.

Довольно большое число существующих измерений позволяет провести также (пока не выполненный) DRSA-анализ для  $pp$ -системы при добавочных 2-х или 3-х энергиях (например, при 650 МэВ) ЛАМПФ (Los Alamos Meson Factory).

DRSA-анализ для  $pp$ -системы резко контрастирует со случаем  $pp$ -рассеяния. В настоящее время он проведен намного хуже. Только данные САТУРН-II использованы для реконструкции амплитуд при пяти энергиях между 840 и 1100 МэВ. Впервые DRSA-анализ при этих энергиях был опубликован в работах [22] в 1992 г. Окончательные результаты были опубликованы в 1998 г. в работах [9]; они приведены в табл. А1.2. При энергии 800 МэВ были использованы как данные САТУРН-II, так и ЛАМПФ. Все DRSA-анализы для  $pp$ -системы были выполнены только в передней полусфере и каждый из них – лишь в окрестности такого одного угла, где были измерены все необходимые данные.

В данных по  $pp$  рассеянию выше 800 МэВ и вплоть до 1100 МэВ существует пробел в измерениях  $d\sigma/d\Omega(pp)$  при углах  $40^\circ \leq \theta_{CM} \leq 90^\circ$ . Имеются в распоряжении только три набора: данные Пенсильванского протонного ускорителя (PPA)

при 817 и 1028 МэВ [23] и данные из Бирмингема при 991 МэВ [24]. Нужно принять во внимание, что данные из Пенсильвании при всех тех энергиях, где существуют другие измерения, не согласуются по характеру угловой зависимости с другими данными и поэтому исключены из всех анализов, имеющих хоть какой-то смысл. Однако, база данных по  $pp$ -рассеянию содержит измерения  $d\sigma/d\Omega(pp)$  при малых углах, выполненные в опытах на САТУРН-II ниже 1135 МэВ [25]. Та же наблюдаемая при углах  $\theta_{CM} \geq 130^\circ$  была измерена на САТУРН-I вплоть до 1252 МэВ [26] (численные значения содержатся, например, в базе данных [27, 28]). Полные сечения, необходимые для нормировочных целей (см. Приложение А3), тоже приведены в тех же базах. Только энергетически зависимые PSA (Приложение А3), общие для  $pp$ - и  $pn$ -рассеяния и включающие все существующие на сегодня данные, могут предсказывать разумную угловую зависимость дифференциальных сечений. Такие предсказания были использованы в работе [9].

Данные, измеренные в PSI на пучке NA2, позволяют провести с высокой степенью точности DRSA-анализ для  $pp$ -рассеяния еще при пяти дополнительных энергиях между 260 и 560 МэВ при нескольких углах. Полученные результаты были опубликованы и использованы в базах данных для существующих PSA, так как этот метод рассматривается как более перспективный.

Таблица А1.2. Список доступных DRSA-анализов для наблюдаемых в упругом  $pp$  и  $pn$  рассеянии. При 800 МэВ были использованы некоторые  $pp$ -данные из ЛАМПФ. Здесь, как и в предыдущей таблице,  $d\sigma/d\Omega$  и  $A_{00n0} = A_{00nn}$  в списке не указаны

Лаборатория	$T_{kin}$ , (МэВ)	Интервал $\theta_{CM}$ , град.	Число значений $\theta_{CM}$	Наблюдаемые	Ссылка, год
SATURNE II	800	42,62	2	$A_{00nn}, A_{00kk}, A_{00sk}$	[9]
	840	54,61, 74	3	$D_{\pi 0 n 0}, D_{0 s^* 0 k}, K_{0 n n 0}$	1998
	880	49,56, 61,77	4	$K_{0 s^* k 0}, K_{0 s^* s 0},$ $N_{0 n k k}, N_{0 n s k}$	
	940	47,54, 59,72	4		
	1000	47,56, 62,77	4		
	1100	42,53, 68	3		

Амплитудный анализ для  $pp$ -рассеяния позволяет определить амплитуды для  $I = 0$ . Для данных  $T_{kin}$  и с.с.м. угла рассеяния, амплитуды с  $I = 0$  можно получить,

используя соотношение

$$A_{mp}(I=0) = 2 A_{mp}(np) - A_{mp}(pp), \quad (A1.24)$$

если амплитуды с  $I = 1$  известны из  $pp$ -рассеяния. Это уравнение верно при тех углах, где амплитуды  $pp$  рассеяния определены. Фактор 2 в формуле (A1.24) означает, что амплитуды с  $I = 0$ , вообще говоря, определяются хуже, чем амплитуды с  $I = 1$ , если спиновые наблюдаемые  $pp$ - и  $np$ -рассеяния измерены с одинаковой точностью.

#### 4. Заключение

В целом, наблюдается превосходное согласие между анализами DRSA и PSA (см. Приложение A3), если только оба они выполнены на одной и той же базе данных. Недостаток DRSA-подхода по сравнению с методом PSA состоит в том, что большая часть входных данных теряется. Это вызвано тем, что модельно-независимый амплитудный анализ может быть выполнен в одно и то же время только при одном угле и одной энергии, причем только при тех, при которых существует полный набор наблюдаемых.

## Литература к Приложению A1

- [1] J. Bystrický, F. Lehar and P. Winternitz, J. Phys. (Paris) **39** (1978) 1.
- [2] L.D. Puzikov, R.M. Ryndin and Ya.A. Smorodinskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **32** (1957) 592, and transl. Sov. Phys. JETP **5** (1957) 489 (see also Nucl. Phys. **3** (1957) 436).
- [3] C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, Rev. Mod. Phys. **65** (1993) 47.
- [4] F. Lehar, Thesis : Elastic  $n - p$  Scattering at 630 MeV, Dubna 1966 and abstract Preprint JINR 2734, Dubna 1966.
- [5] G.R. Goldstein, M.J. Moravcsik, and D. Bregman, Phys. Rev. **169** (1968) 1026. Lett. Nuovo Cimento **11** (1974) 137.
- [6] J. Bystrický, F. Lehar and P. Winternitz, Fourth International Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Reactions, Zürich, August 25-29, 1975, Proceedings edited by W. Grüber and V. König, Birkhauser Verlag Basel und Stuttgart, Experientia Suppl. **25** (1976) 458.
- [7] J. Bystrický, F. Lehar, J. Patera, and P. Winternitz, 8<sup>th</sup> International Conference on Few Body Systems and Nuclear Forces, Graz, August 24-30, 1978, Proceedings edited by H. Zingl, M. Haftel and H. Zankel, Lecture Notes in Physics **87** (1978) 509.
- [8] S.M. Bilenky, L.I. Lapidus, and R.M. Ryndin, Usp. Fiz. Nauk **84** (1964) 243 and transl. Sov. Phys. Uspekhi **7** (1965) 721.
- [9] J. Ball *et al.*, Nuovo Cimento A **111** (1998) 13.
- [10] D. Besset *et al.*, Nucl. Instrum. Methods **148** (1978) 129.
- [11] M. Matsuda, H. Suemitsu, and M. Yonezawa, Phys. Rev. D **33** (1986) 2563.
- [12] P. Limon *et al.*, Phys. Rev. **169** (1968) 1026.
- [13] A. Beretvas *et al.*, Rev. Mod. Phys. **39** (1968) 536.
- [14] R.B. Sutton *et al.*, Phys. Rev. **97** (1955) 583.
- [15] M.H. MacGregor, R.A. Arndt, and R.M. Wright Phys. Rev. **169** (1968) 1128.



- [16] E. Aprile *et al.*, Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 1047.
- [17] R. Hausammann *et al.*, Phys. Rev. D **40** (1989) 22.
- [18] M.W. McNaughton *et al.*, Phys. Rev. C **41** (1990) 2809.
- [19] M.J. Moravcsik, F. Arash, and G.R. Goldstein, Phys. Rev. D **31** (1985) 1577.
- [20] C.D. Lac *et al.*, J. Phys. (Paris) **51** (1990) 2689.
- [21] J. Bystrický, C. Lechanoine-Leluc, F. Lehar, Eur. Phys. J. C **4** (1998) 607.
- [22] J. Ball, Ph.D. Thesis, Université de Paris, Orsay, No. 2132, (1992).
- [23] P.F. Shepard, T.J. Devlin, R.E. Mishke and J. Solomon, Phys. Rev. D **10** (1974) 2735.
- [24] T.A. Murray *et al.*, Nuovo Cimento **49** (1967) 241.
- [25] B.H. Silverman, *et al.*, Nucl. Phys. A **499** (1989) 763.
- [26] G. Bizard *et al.*, Nucl. Phys. B **85** (1975) 14.
- [27] J. Bystrický and F. Lehar, *Nucleon-Nucleon Scattering Data*, editors H. Behrens und G. Ebel, Fachinformationszentrum Karlsruhe, 1978 Edition, Nr.11-1 (1978), 1981 Edition, Nr.11-2 and Nr.11-3 (1981).
- [28] J. Bystrický *et al.*, *Elastic and Charge-Exchange Scattering of Elementary Particles a: Nucleon Nucleon and Kaon Nucleon Scattering*, Landolt-Börnstein, New Series, Vol. 9, editor H. Schopper, editor in Chief: K.H. Hellwege, Group I: Nuclear and Particle Physics, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York (1980)

## A2: *np*-перезарядка и DRSA для состояний с $I=0$

### Введение

В этом Приложении обсудим DRSA для *np*-рассеяния так же, как и реконструкцию амплитуд рассеяния с  $I = 0$ . Напомним, что имеется бесконечное число различных представлений амплитуд и все они взаимно линейно зависимы. Это означает, что все представления строго эквивалентны. Выбор того или иного предпочитаемого представления зависит только от концепции данного конкретного эксперимента и от соответствующей экспериментальной установки.

Различные представления амплитуд эквивалентны также и по отношению к выбору базисных векторов. Экспериментатор свободен в том, какую из частиц конечного состояния называть "рассеянной", а какую – "частицей отдачи", равно как и в том, какой именно угол из всех возможных углов между  $\mathbf{z}$ -векторами импульсов частиц начального и конечного состояний называть "углом рассеяния".

В Приложении A1 было показано, что DRSA эквивалентен реконструкции всех 25 линейно независимых экспериментов (измеряемых наблюдаемых) из полного подмножества всего лишь 18 экспериментов. В предположении о том, что все основные законы сохранения выполняются, этот полный набор позволяет восстановить все 128 чистых, исчезающих, наблюдаемых и любую их произвольную комбинацию. Любая наблюдаемая будет выражена однозначно через величины, содержащиеся в полном наборе, независимо от амплитудного представления.

Сформулированные утверждения очевидны, но встречаются физики, утверждающие, что численные значения одних и тех же наблюдаемых, будучи вычисленными через амплитуды упругого рассеяния, отличаются от значений, вычисленных с использованием т. н. амплитуд упругой перезарядки (CE). Это в корне противоречит феноменологии упругого *NN*-рассеяния. Одной из причин указанного непродуманного утверждения является неполное определение используемой формы матрицы рассеяния и (или) системы базисных векторов. В этой связи необходимо напомнить, что экспериментально измеряемые величины, связанные с рассеянной частицей и частицей отдачи, различны, но обычно выражаются функци-

ями одного и того же угла рассеяния в системе центра масс (с.ц.м.).

Здесь снова будет использоваться полный  $NN$ -формализм для упругого рассеяния (см. работу [1], ссылка на которую дается как [BLW]). В разделе 2 даются соотношения преобразования между представлениями "упругого рассеяния" и "перезарядки" для амплитуд. В качестве примера в пунктах А и В при использовании представления инвариантных амплитуд [BLW] вычисляются спиновозависимые и спиновонезависимые части упругого дифференциального сечения  $np$ -рассеяния  $(d\sigma/d\Omega)_{np}$  при  $\theta_{CM} = \pi$ . Вычисления выполнены отдельно для рассеянного нейтрона ( $np \rightarrow np$ ) и отдельно - для протона отдачи ( $np \rightarrow pn$ ). Одни и те же величины выражаются как функции амплитуд либо как комбинации чистых экспериментов в терминах работы [BLW].

В пунктах С и D используются представления SE для инвариантных амплитуд. В них с.ц.м. угол является сопряженным к предыдущему определению с.ц.м. угла. Видно, что для соответствующих наблюдаемых результаты не зависят от представления амплитуд. Возникающие в SE изменения знаков или названий некоторых наблюдаемых рассмотрены в пункте E. Изменения связаны только с выбором базисных векторов при использовании того или иного представления.

Представленные примеры выбраны не случайно. Рассмотренная наблюдаемая является одной из тех, которые могут быть использованы для уменьшения возможных неопределенностей в знаках при проведении DRSA общего  $np$ -упругого рассеяния в направлениях "вперед" и "назад" (см. параграф 4 этого Приложения). Выбор подходящих наблюдаемых для этой цели достаточно ограничен.

Дифференциальное сечение  $np \rightarrow np$  рассеяния  $(d\sigma/d\Omega)_{np}$  можно разделить на "спиновонезависимую" часть (SI) и "спиновозависимую" (SD) часть:

$$(d\sigma/d\Omega)_{np} = (d\sigma/d\Omega)_{np}^{SI} + (d\sigma/d\Omega)_{np}^{SD}. \quad (A2.1)$$

Ни одно из двух слагаемых в правой части (A2.1) не может быть измерено на практике по отдельности. С другой стороны, в работах [2]-[4] было предсказано, что (SD)-вклад пропорционален легко измеряемому дифференциальному сечению реакции  $nd \rightarrow (nn) + p$ , когда оба нейтрона практически покоятся.

Следуя математическому формализму, развитому в работах [5]-[7] (которые здесь не обсуждаются), дифференциальное сечение реакции  $nd \rightarrow (nn) + p$  можно записать в импульсном приближении (IA) как

$$(d\sigma/d\Omega)_{nd} = [1 - F](d\sigma/d\Omega)_{np}^{SI} + [1 - (1/3)F](d\sigma/d\Omega)_{np}^{SD}. \quad (A2.2)$$

Здесь  $F$  есть формфактор дейтрона, равный единице в направлении "назад" [8]. Первый член в правой части (A2.2) исчезает, и для дифференциального сечения при  $\theta_{CM} = \pi$  эта теория дает

$$(d\sigma/d\Omega)_{nd} = (2/3)(d\sigma/d\Omega)_{np}^{SD}. \quad (A2.3)$$

Данный результат и его следствия используются в параграфе 2.

Реакция  $nd \rightarrow (nn) + p$  в направлении вылета нейтрона "назад" была недавно исследована в деталях Легаром и Вилкиным в статье [9]. Из этой работы, а также из статьи [BLW] здесь будут использованы некоторые соотношения для выражения ряда комбинаций амплитуд через "чистые" наблюдаемые.

В Приложении A1 подчеркивалось, что соотношения угловой симметрии (формула (2.5) в [BLW]) справедливы для чистых изоспиновых состояний. Только в этих состояниях можно совместно анализировать данные, полученные при сопряженных углах. В параграфах 3 и 4 показаны условия, которые позволяют расширить возможность такого совместного анализа на упругое  $np$ -рассеяние.

## 2. Упругое рассеяние и упругая перезарядка

Напомним, что матрицы  $M_0$  и  $M_1$  в формулах (2.5) в [BLW] определены при выборе базисных векторов согласно формулам (2.2) работы [BLW]. Вектор  $k_f$  лежит вдоль направления рассеянной частицы, которая первоначально (до взаимодействия) была частицей пучка. В этом случае матрицу  $M(np \rightarrow np)$  следует понимать как матрицу рассеяния для рассеянной частицы (нейтрона), а матрицу  $M(np \rightarrow pn)$  как матрицу для частицы отдачи (протона-мишени). Обе матрицы содержат одни и те же амплитуды  $a_0, b_0, c_0, d_0, e_0$  и  $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1$  соответственно. Что касается угла рассеяния  $\theta_{CM}$  в с.ц.м. для упругого  $np$ -взаимодействия, то под ним понимается угол между направлениями импульса начального (пучкового) нейтрона и импульса вылетающего (рассеянного) нейтрона. Очевидно, что экспериментально наблюдаемые величины при одном и том же  $\theta_{CM}$  для рассеянной частицы и частицы отдачи различаются.

Если взаимно переставить конечные частицы так, что угол рассеяния в с.ц.м. будет углом между начальным нейтроном и вылетающим протоном мишени, то получим систему упругой перезарядки (CE). Базисные с.ц.м. векторы при этом обычно изменяются согласно

$$n = -n^{CE}, \quad \ell = -m^{CE}, \quad m = -\ell^{CE}. \quad (A2.4)$$

После этого, матрицу  $M(np \rightarrow pn)$  называют "матрицей упругой перезарядки" (CE), которая имеет тот же самый вид, что и матрица упругого рассеяния, но другой угол рассеяния и другие (CE) амплитуды. В CE-системе вектор  $k_f^{CE}$  означает теперь направление вылетающей частицы мишени, а угол рассеяния есть  $\alpha_{CM} = \pi - \theta_{CM}$ . Матрицы рассеяния теперь будут  $M_0^{CE}$  и  $M_1^{CE}$  и будут содержать амплитуды  $a_0^{CE}, b_0^{CE}, c_0^{CE}, d_0^{CE}, e_0^{CE}$  и  $a_1^{CE}, b_1^{CE}, c_1^{CE}, d_1^{CE}, e_1^{CE}$  соответственно. Направления "вперед" и "назад" для упругого рассеяния и упругой перезарядки взаимно противоположны. Соотношения для  $M(np \rightarrow np)$  и для  $M(np \rightarrow pn)$  взаимно меняются.

Соотношения преобразования между упругим рассеянием и упругой перезарядкой в представлении инвариантных амплитуд просты. Применив уравнение (2.5) и соотношения симметрии из табл. 2.1 в [BLW], связь амплитуд  $np$  для

частицы отдачи (в нашем случае – протона) и СЕ амплитуд при  $\alpha_{CM} = \pi - \theta_{CM}$  можно записать так:

$$a^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -a_1(\pi - \theta_{CM}) - a_0(\pi - \theta_{CM}) = -a^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5a)$$

$$b^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -c_1(\pi - \theta_{CM}) - c_0(\pi - \theta_{CM}) = -c^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5b)$$

$$c^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -b_1(\pi - \theta_{CM}) - b_0(\pi - \theta_{CM}) = -b^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5c)$$

$$d^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = +d_1(\pi - \theta_{CM}) + d_0(\pi - \theta_{CM}) = +d^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5d)$$

$$e^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = +e_1(\pi - \theta_{CM}) + e_0(\pi - \theta_{CM}) = +e^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}). \quad (A2.5e)$$

Следующие далее четыре примера приведены для подробного разъяснения сказанного выше.

**А.** Вычислим некоторую величину  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$  для рассеянных частиц, т. е. для нейтронов. В результате получим это выражение как функцию амплитуд упругого рассеяния, а также – как комбинацию линейно независимых измеряемых величин. При использовании формализма [BLW] величина  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$  будет функцией параметров деполяризации.

**В.** Найдем наблюдаемую  $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$  для частиц отдачи (протонов), выраженную в терминах амплитуд упругого рассеяния. Затем получим то же самое выражение как функцию линейно независимых измеряемых величин; в данном случае это будут параметры передачи поляризации. Величина  $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$  будет отличаться от  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$ , определенной в примере А. Подчеркнем, что аргумент этих выражений, т. е. угол рассеяния, один и тот же, т. е.  $\theta_{CM}$ .

**С.** Вычислим, как и в примере А, величину  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  в СЕ-системе для вылетающих нейтронов. Напомним, что теперь, в СЕ-системе, частицы отдачи есть те частицы, которые считались рассеянными в "системе упругого рассеяния". Опять, получим выражение для  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  как функцию СЕ-амплитуд  $a^{CE}$ ,  $b^{CE}$ ,  $c^{CE}$ ,  $d^{CE}$ ,  $e^{CE}$ . Затем получим выражение для  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  снова, но как функцию параметров деполяризации. Будет показано, что упругая перезарядка для частиц отдачи и упругое рассеяние для рассеянных частиц дают  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$ . Подчеркнем, что результат, полученный в пункте С, должен сравниваться с результатом из пункта А.

**Д.** Вычислим, как и в примере В, величину  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  в СЕ-системе для вылетающих протонов. Угол ( $\alpha_{CM} = 0$ ) здесь тот же самый, что в пункте С. Напомним, что теперь, в СЕ-системе, рассеянные частицы есть те, которые считались частицами отдачи в "системе упругого рассеяния". Опять, получим выражение для  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  как функцию СЕ-амплитуд  $a^{CE}$ ,  $b^{CE}$ ,  $c^{CE}$ ,  $d^{CE}$ ,  $e^{CE}$  для рассеянных частиц в СЕ-системе. Получим также выражение для  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  в терминах параметров передачи поляризации. Будет продемонстрировано, что упругая перезарядка для рассеянных частиц и упругое рассеяние для частиц отдачи дают  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$ . Подчеркнем, что результат, полученный в пункте Д, должен сравниваться с результатом из пункта В.

**Е.** В заключение этого рассмотрения покажем, как меняются экспериментальные величины, если вместо "системы упругого рассеяния" используется "система упругой перезарядки", т. е. СЕ-система.

#### А. $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM})$ для упруго рассеянных нейтронов

Дифференциальные сечения упругого  $np$ -рассеяния при одном и том же угле рассеяния  $\theta_{CM}$  для обеих реакций  $np \rightarrow np$  и  $np \rightarrow pn$  одинаковы и равны [BLW]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |e|^2). \quad (A2.6)$$

Выражение для не зависящей от спиновых переменных ( $SI$ ) части дифференциального сечения упругого взаимодействия при любом угле имеет вид

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np \rightarrow np}^{SI(r)} = \frac{1}{4} |a + b|^2. \quad (A2.7)$$

Вычитая  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow np}^{SI(r)}$  из уравнения (A2.6), получаем зависящую от спиновых переменных ( $SD$ ) часть упругого дифференциального сечения  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow np}^{SD(r)}$ . Ее вид тоже не зависит от угла рассеяния.

Взяв амплитуды упругого рассеяния в направлении "назад" (при  $\theta_{CM} = \pi$ ), имеем для отношения не зависящей от спиновых переменных ( $SI$ ) части упругого дифференциального сечения к сечению (A2.6) при том же угле, т. е. величины  $r_{np \rightarrow np}^{SI}(\theta_{CM} = \pi)$ , как функции амплитуд:

$$r_{np \rightarrow np}^{SI}(\pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a + b|^2}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.8)$$

Здесь и далее нормирующий множитель  $2/3$  взят из формулы (A2.3) для того, чтобы сравнивать данные по реакции  $nd \rightarrow (nn) + p$  и данные по упругому  $np$ -рассеянию. Для отношения зависящей от спиновых переменных ( $SD$ ) части упругого дифференциального сечения к сечению (A2.6) при том же угле, т. е. для величины  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$ , получаем:

$$r_{np \rightarrow np}(\pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a - b|^2 + \frac{1}{2} (|c|^2 + |d|^2)}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.9)$$

Теперь покажем, как можно записать соотношения (A2.8) и (A2.9) в форме функций от линейно независимых измеряемых величин. Для этой цели простейшую возможность дают параметры деполяризации. Используя обозначения  $X_{stbt}$

как в лабораторной, так и в с.ц.м. системах (индексы относятся к рассеянной частице, частице отдачи, пучковой частице-снаряду и частице-мишени соответственно) получаем (см. [BLW]) либо тензор деполяризации для поляризованного пучка

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} D_{s_0 s_0} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{1s} M \sigma_{1s} M^+, \quad (A2.10a)$$

либо тензор деполяризации для поляризованной мишени (см. перечень наблюдаемых В2 или С3 в [BLW])

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} D_{\sigma_1 \sigma_1} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{2r} M \sigma_{2r} M^+. \quad (A2.10b)$$

Соотношения (A2.10a) и (A2.10b) взаимно зависимы.

Формула (A2.10a) описывает эксперименты, где поляризованный нейтронный пучок рассеивается на неполяризованной протонной мишени. Поляризация вылетающих нейтронов конечного состояния должна измеряться во втором (анализирующем) рассеянии. При угле рассеяния  $\theta_{CM} = \pi$  кинетическая энергия рассеянного нейтрона в лабораторной системе равна нулю. Поэтому наблюдаемые  $D_{s_0 s_0}(\pi)$  остаются не поддающимися измерениям в опытах с фиксированной (неподвижной в лабораторной системе) мишенью.

Формула (A2.10b) описывает эксперименты, где неполяризованный нейтронный пучок рассеивается на поляризованной протонной мишени и поляризация вылетающих протонов конечного состояния измеряется во втором рассеянии. Энергия протонов отдачи при том же самом угле рассеяния  $\theta_{CM} = \pi$  практически равна энергии начальных нейтронов и наблюдаемые тензоры  $D_{\sigma_1 \sigma_1}$  являются, в принципе, измеримыми.

Для параметров деполяризации, помеченных в лабораторной системе, при  $\theta_{CM} = \pi$  имеем

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{n_0 n_0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{\sigma_1 \sigma_1} = \frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2), \quad (A2.11a)$$

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{k'_{0s_0}} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{\sigma_1 \sigma_1} = + Re a^* b - Re c^* d, \quad (A2.11b)$$

$$- \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{s'_{0k_0}} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{\sigma_1 \sigma_1} = + Re a^* b + Re c^* d. \quad (A2.11c)$$

Принимая во внимание, что

$$a(0) - b(0) = c(0) + d(0), \quad e(0) = 0, \quad (A2.12a)$$

$$a(\pi) - b(\pi) = c(\pi) - d(\pi), \quad e(\pi) = 0, \quad (A2.12b)$$

получаем  $D_{k'_{0s_0}}(\pi) = D_{\sigma_1 \sigma_1}(\pi) = D_{\sigma_1 \sigma_1}(\pi)$ .

Для параметров деполяризации, помеченных в с.ц.м. системе, в направлении "назад" имеем

$$D_{k'_{0s_0}} = D_{\sigma_1 \sigma_1} = D_{k'_{0s_0}} = D_{\sigma_1 \sigma_1} = D_{n_0 n_0} = D_{\sigma_1 \sigma_1}, \quad (A2.13a)$$

$$D_{m_0 m_0} = D_{\sigma_1 \sigma_1} = -D_{s'_{0k_0}} = D_{\sigma_1 \sigma_1}. \quad (A2.13b)$$

Выразим  $r_{np}^{SI}(\pi)$  и  $r_{np \rightarrow np}(\pi)$  через параметры деполяризации:

$$r_{np}^{SI}(\pi) = \frac{1}{6} (1 + 2D_{\sigma_1 \sigma_1}(\pi) + D_{\sigma_1 \sigma_1}(\pi)), \quad (A2.14)$$

$$r_{np \rightarrow np}(\pi) = \frac{1}{6} (3 - 2D_{\sigma_1 \sigma_1}(\pi) - D_{\sigma_1 \sigma_1}(\pi)). \quad (A2.15)$$

Однако, сюда можно также подставить эквивалентные наблюдаемые из формул (A2.13a,b). В формулах (A2.14) и (A2.15) все величины являются чистыми наблюдаемыми.

### V. $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM})$ для протонов отдачи при упругом рассеянии

Амплитуды для перехода к частицам отдачи (протонам) даются формулами (A2.5a-e). Они получены из матрицы  $M(np \rightarrow pn)$  и соотношений симметрии из табл. 2.1 [BLW]. При угле рассеяния  $\theta_{CM}$ , всегда определяемом рассеянными частицами, то есть нейтронами, матрица упругого рассеяния для частицы отдачи выглядит так:

$$M(k_f, k_i) = \frac{1}{2} \left[ - (a + c) - (a - c) (\sigma_1, n) (\sigma_2, n) - (b - d) (\sigma_1, \ell) (\sigma_2, \ell) - (b + d) (\sigma_1, m) (\sigma_2, m) + e (\sigma_1 + \sigma_2, n) \right]. \quad (A2.16)$$

Как отмечалось выше, дифференциальное сечение (формула (A2.6)) остается тем же самым. Связывая все наблюдаемые с углом вылета рассеянной частицы (нейтрона) и приняв во внимание определение базисных векторов согласно формуле (2.2) из [BLW], можно увидеть, что  $SI$ -член для амплитуд частицы отдачи будет  $-(a + c)/2$  и т. д. (всегда при угле рассеяния  $\theta_{CM}$ ). Формулы (A2.8) и (A2.9) для протонов отдачи примут вид

$$R_{np \rightarrow pn}^{SI}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a + c|^2}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.17)$$

Принимая во внимание уравнение (A2.12), для  $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$  получаем

$$R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a - c|^2 + \frac{1}{2} (|b|^2 + |d|^2)}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.18)$$

Все амплитуды рассеяния в (A2.17) и (A2.18) должны быть взяты при угле  $\pi$ .

Формулы (A2.17) и (A2.18) можно переписать в терминах линейно независимых измеряемых величин – параметров передачи поляризации (см. также определения наблюдаемых в ВЗ, С2 в работе [BLW]). Опять, используя обозначения  $X_{srbl}$ , при  $\theta_{CM} = \pi$  имеем либо

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} K_{0r\tau 0} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{2r} M \sigma_{1b} M^+, \quad (A2.19)$$

т. е. коэффициент передачи поляризации от пучка к частице отдачи, либо

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} K_{s00l} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{1s} M \sigma_{2t} M^+, \quad (A2.20)$$

т. е. коэффициент передачи поляризации от мишени к рассеянной частице.

Формула (A2.19) относится к рассеянию поляризованного нейтронного пучка на неполяризованной протонной мишени. Поляризация вылетающего протона конечного состояния измеряется во втором рассеянии в анализаторе. Спины падающих на мишень нейтронов должны быть ориентированы либо перпендикулярно, либо продольно по отношению к направлению пучка. Поляризация протона конечного состояния должна измеряться, соответственно, в тех же направлениях. При  $\theta_{CM} = \pi$  получаем параметры  $K_{0rn0}(\pi)$  и  $K_{0k^*k0}(\pi)$ . В принципе, оба коэффициента являются наблюдаемыми, измеримыми в лабораторной системе.

Формула (A2.20) относится к рассеянию неполяризованного нейтронного пучка на поляризованной протонной мишени, а поляризация вылетающих нейтронов конечного состояния должна быть найдена. Спины протонов мишени должны быть ориентированы либо перпендикулярно, либо продольно по отношению к направлению пучка, а поляризация нейтронов конечного состояния должна измеряться в направлении, перпендикулярном направлению пучка в обоих случаях. Получаем параметры  $K_{n00n}(\pi)$  и  $K_{s^*00k}(\pi)$ , т. е. неизмеримые в лабораторной системе, т.к. кинетическая энергия нейтронов конечного состояния в лабораторной системе равна нулю.

Повторяя вычисления, подобные тем, что были проделаны для получения формул (A2.11a – c), для  $\theta_{CM} = \pi$  получаем

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{0nm0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{n00n} = \frac{1}{2} (|a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2), \quad (A2.21a)$$

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{0s^*s0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{k^*00s} = + Re a^*c - Re b^*d, \quad (A2.21b)$$

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{0k^*k0} = - \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{s^*00k} = + Re a^*c + Re b^*d. \quad (A2.21c)$$

Учитывая формулу (A2.12b), получаем  $K_{0s^*s0}(\pi) = K_{k^*00s}(\pi) = K_{0nm0}(\pi)$ .

Два параметра передачи поляризации, помеченные компонентами спина в с.п.м., дают при одном и том же угле

$$K_{0l\ell 0} = K_{00l} = K_{0s^*s0} = K_{k^*00s} = K_{0nm0} = K_{n00n}, \quad (A2.22)$$

$$K_{0nm0} = K_{n00n} = - K_{s^*00k} = K_{0k^*k0}. \quad (A2.23)$$

После этого имеем

$$R_{np \rightarrow pn}^{SI}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{1}{6} (1 + 2K_{0nm0}(\pi) + K_{0k^*k0}(\pi)), \quad (A2.24)$$

$$R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{1}{6} (3 - 2K_{0nm0}(\pi) - K_{0k^*k0}(\pi)). \quad (A2.25)$$

Можно опять-таки подставить эквивалентные наблюдаемые из формул (A2.22) и (A2.23). Подчеркнем, что  $R_{np}(\pi)$  отличается от  $r_{np}(\pi)$ .

Поскольку здесь везде последовательно использовались определения базисных векторов и соотношения преобразований, приведенные в работе [BLW], то в пунктах А и В обычно не возникает недоразумений. Наблюдаемые в с.п.м. и в лабораторной системе определяются однозначно. В системе обозначений СЕ ситуации драматически меняется, если будут использоваться другие базисные векторы. В этом случае могут измениться некоторые знаки и даже названия наблюдаемых. Именно по этой причине рекомендуется, по возможности, избегать системы упругой NN-перезарядки. Для демонстрации тождественности подходов "упругого рассеяния" и "упругой перезарядки", в дальнейшем не будут меняться ни векторный базис, ни обозначения наблюдаемых.

### С. $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM})$ для нейтронов отдачи в упругой перезарядке

Перепишем соотношения преобразований (A2.5):

$$a^{CE}(\alpha_{CM}) = a^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = - a^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26a)$$

$$b^{CE}(\alpha_{CM}) = b^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = - c^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26b)$$

$$c^{CE}(\alpha_{CM}) = c^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = - b^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26c)$$

$$d^{CE}(\alpha_{CM}) = d^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = + d^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26d)$$

$$e^{CE}(\alpha_{CM}) = e^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = + e^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}). \quad (A2.26e)$$

В этом случае в матрице упругой перезарядки заменяются амплитуды и угловой аргумент: вместо  $\theta_{CM}$  появляется  $\alpha_{CM}$ . Эта матрица может быть записана в форме

$$M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i)^{CE} = \frac{1}{2} [(a^{CE} + b^{CE}) + (a^{CE} - b^{CE})(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) +$$

$$+ (c^{CE} + d^{CE})(\sigma_1, \boldsymbol{\ell})(\sigma_2, \boldsymbol{\ell}) + (c^{CE} - d^{CE})(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + e^{CE}(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n})].$$

Формула (A2.12b) при использовании СЕ амплитуд и угла  $\alpha_{CM} = 0$  будет иметь вид

$$a^{CE}(0) - b^{CE}(0) = c^{CE}(0) + d^{CE}(0), \quad e^{CE}(0) = 0. \quad (A2.28)$$

Спиновнезависимая часть ( $SI(r)$ ) дифференциального сечения при любом угле в  $CE$ -представлении инвариантных амплитуд дается выражением

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np \rightarrow np}^{CE-SI(r)}(\alpha=0) = \frac{1}{4}|a^{CE}(\alpha=0) + c^{CE}(\alpha=0)|^2. \quad (A2.29)$$

Спиновзависимую часть сечения, т. е.  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow np}^{SD(r)}$ , получаем в представлении перезарядки вычитанием уравнения (A2.29) из (A2.6) при том же самом  $CE$ -угле. Его вид будет таким же при всех углах.

Для отношения  $r_{np \rightarrow np}^{CE-SI}(\alpha=0)$  в  $CE$ -системе имеем

$$r_{np \rightarrow np}^{CE-SI}(\alpha=0) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4}|a^{CE} + c^{CE}|^2}{\frac{1}{2}(|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}, \quad (A2.30a)$$

а для  $R_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha=0)$  получаем

$$r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha=0) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4}|a^{CE} - c^{CE}|^2 + \frac{1}{2}(|b^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}{\frac{1}{2}(|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}. \quad (A2.30b)$$

$CE$ -амплитуды в формулах (A2.27a,b) следует рассматривать при  $\alpha_{CM} = 0$ , то есть при  $\theta_{CM} = \pi$ . Преобразования  $CE$ -амплитуд в амплитуды упругого рассеяния (и наоборот) дают

$$r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi), \quad (A2.31)$$

$$r_{np \rightarrow np}^{CE-SI}(\alpha_{CM} = 0) = r_{np \rightarrow np}^{SI}(\theta_{CM} = \pi). \quad (A2.32)$$

Если эти соотношения преобразования между прямыми и  $CE$ -амплитудами известны в одном амплитудном представлении, то их легко можно записать в любом другом представлении. Нужны только соотношения перехода между двумя амплитудными представлениями: упругим рассеянием или  $CE$ . Поскольку такие два амплитудных представления линейно связаны, то преобразования каждой чистой наблюдаемой, или каждой комбинации наблюдаемых, всегда однозначны. Очевидно также, что выражения для рассмотренных отношений как функций линейно зависимых наблюдаемых, являются тождествами.

#### D. $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM})$ для упруго рассеянных протонов перезарядки

Будем снова пользоваться формулами преобразования (A2.26a, b, c, d, e). Теперь преобразуем матрицу рассеяния из формулы (A2.136) (не из формулы (2.1) работы [BLW]!).

$$M(k_f, k_i)^{CE} = \frac{1}{2} \left[ (a^{CE} + b^{CE}) + (a^{CE} - b^{CE})(\sigma_1, n)(\sigma_2, n) + \right. \quad (A2.33)$$

$$\left. + (c^{CE} + d^{CE})(\sigma_1, \ell)(\sigma_2, \ell) + (c^{CE} - d^{CE})(\sigma_1, m)(\sigma_2, m) + e^{CE}(\sigma_1 + \sigma_2, n) \right].$$

Теперь перепишем соотношения с (A2.29) по (A2.30a,b).

Спиновнезависимая часть  $SI$  дифференциального сечения при любом угле в  $CE$ -представлении инвариантных амплитуд дается выражением

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np \rightarrow pn}^{CE-SI(R)}(\alpha=0) = \frac{1}{4}|a^{CE}(\alpha=0) + b^{CE}(\alpha=0)|^2. \quad (A2.34)$$

Опять, спиновзависимую часть  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow pn}^{SD(R)}$  в  $CE$ -системе получаем вычитанием уравнения (A2.31) из (A2.6) при том же самом  $CE$ -угле.

Для отношения  $R_{np \rightarrow pn}^{CE-SI}(\alpha=0)$  имеем

$$R_{np \rightarrow pn}^{CE-SI}(\alpha=0) = \frac{2}{3} \frac{\frac{1}{4}|a^{CE} + b^{CE}|^2}{\frac{1}{2}(|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}. \quad (A2.35a)$$

Для  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha=0)$  имеем

$$R_{np \rightarrow pn}(\alpha=0)^{CE} = \frac{2}{3} \frac{\frac{1}{4}|a^{CE} - b^{CE}|^2 + \frac{1}{2}(|c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}{\frac{1}{2}(|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}. \quad (A2.35b)$$

$CE$ -амплитуды в уравнениях от (A2.34) до (A2.35a,b) должны рассматриваться при  $\alpha_{CM} = 0$ , то есть, при  $\theta_{CM} = \pi$ . Упростим опять описание  $np$  реакции. Преобразование  $CE$ -амплитуд в амплитуды упругого рассеяния и наоборот дают:

$$R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi), \quad (A2.36a)$$

$$R_{np \rightarrow pn}^{CE-SI}(\alpha_{CM} = 0) = R_{np \rightarrow pn}^{SI}(\theta_{CM} = \pi), \quad (A2.36b)$$

Итак, было продемонстрировано, что упругое  $np$ -взаимодействие дает для одних и тех же экспериментов те же самые результаты как для упругого рассеяния, так и для упругой перезарядки.

#### E. Наблюдаемые в $CE$ -системе

В пунктах C и D были использованы те же векторные базисы для с.д.м. и лабораторной системы, что и в работе [BLW]. В этом случае преобразования матрицы

рассеяния из системы СЕ в систему упругого рассеяния и наоборот очевидны, и выражения для всех наблюдаемых остаются без изменений. Единственное различие между указанными системами лежит в определении угла рассеяния.

Но если изменяется векторный базис для одной из систем, например, если в с.ц.м. для СЕ-системы используется базис (A2.4), то изменяются также спиновые компоненты и ненулевые метки (индексы) для наблюдаемых. Подчеркнем, что эти наблюдаемые, их знаки и даже их названия сильно зависят от выбора векторного базиса.

Приведем три примера того, как изменяются наблюдаемые, если при использовании инвариантных амплитуд векторный базис будет либо из работы [BLW], либо из уравнений (A2.4).

Первый пример подчеркивает, что некоторые наблюдаемые остаются неизменными (инвариантными). Так происходит в случае дифференциального сечения упругого рассеяния для вылетающих нейтронов и для вылетающих протонов при том же самом с.ц.м. угле в любой системе. То же самое наблюдается для параметра спиновой корреляции  $A_{\text{отп}}$  так же, как и для амплитуды спин-синглетного рассеяния  $b - c$ .

Второй пример показывает эксперимент, где меняются знаки, но названия переменных не меняются. Например, поляризация, или анализирующая способность  $P_{\text{ноо}} = A_{\text{отп}}$  по [BLW], выражается через амплитуды рассеяния как  $(d\sigma/d\Omega)P_{\text{ноо}} = \text{Re} a^* e$ . Легко показать, что эти величины для рассеянного нейтрона и для протона отдачи имеют разные знаки (см. пункты А и В). Знаки для одних и тех же частиц не меняются для СЕ- системы, если векторный базис сохраняется. С другой стороны, знаки для конечных нейтронов (или протонов) меняются местами, если сначала взяты базисные векторы [BLW], а затем – обычный векторный базис СЕ, определенный формулой (A2.4).

В качестве последнего примера того, как в разных амплитудных представлениях с разными базисными векторами меняются названия наблюдаемых, можно упомянуть определенные в [BLW] параметр деполяризации  $D_{\text{ноно}}$  и параметр передачи поляризации  $K_{\text{отно}}$  (формулы (A2.10а) и (A2.19)). Указанные наблюдаемые взаимно обмениваются названиями, если для СЕ-системы используются базисные векторы формулы (A2.4).

Обобщить продемонстрированные только что примеры можно следующим образом. Если вместо матрицы упругого рассеяния используется матрица упругой перезарядки, то дифференциальные сечения и параметры корреляции спинов остаются неизменными. Все другие параметры изменяются, а некоторые из них даже меняют название. Подчеркнем поэтому, что когда используется феноменология в рамках NN-рассеяния, то термин "перезарядка" представляет собой бесполезное и внутренне несогласованное усложнение. Чтобы избежать недоразумений, необходимо было бы описать полный NN-формализм (того же типа, что и [BLW]) для каждого взятого амплитудного представления при каждой системе

базисных векторов. Можно лишь констатировать, что вплоть до настоящего времени пока никто не предпринял такой изнурительной работы, и многие разумные авторы (большой частью – экспериментаторы) попросту избегали использовать СЕ-наблюдаемые в своих статьях.

### 3. Прямая реконструкция изосинглетных амплитуд: общий случай

В этом разделе описывается определение амплитуд с изоспином  $I = 0$  в предположении, что амплитуды с  $I = 1$  известны и что при угле  $\theta_{\text{СМ}}$  измерено достаточное число независимых наблюдаемых для *pp*-рассеяния. Показано, что по меньшей мере одна наблюдаемая, измеренная при угле  $\pi - \theta_{\text{СМ}}$ , необходима для того, чтобы определить амплитуды с  $I = 0$ , включая их фазу по отношению к амплитудам с  $I = 1$ . Специальные случаи с  $\theta_{\text{СМ}} = 0, \pi$  обсуждаются в параграфе 4. В основном, изложение следует работе [10] с использованием соотношений из работы [BLW].

Система *pp* содержит только состояния с  $I = 1$ , тогда как в *pn*-системе есть состояния как с  $I = 0$ , так и с  $I = 1$ . Поэтому если доступно достаточное количество данных по *pn*-рассеянию при одной энергии и одном угле, то можно сначала извлечь *pn*-амплитуды, а затем и чистые амплитуды с  $I = 0$ , если известны амплитуды с  $I = 1$ . Ясно, что такая реконструкция возможна только в том случае, когда *pp*- и *pn*-базы данных достаточны или полны, в смысле, рассмотренном в Приложении А1.

Амплитуды, выписанные в табл. 2.1 [BLW], можно расписать в терминах модулей и фаз так, как показано ниже:

Амплитуды с  $I = 0$

$$|a_0| \left[ \exp(i\alpha_0) \right] (\theta) = + |a_0| \left[ \exp(i\alpha_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37a)$$

$$|b_0| \left[ \exp(i\beta_0) \right] (\theta) = + |c_0| \left[ \exp(i\gamma_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37b)$$

$$|c_0| \left[ \exp(i\gamma_0) \right] (\theta) = + |b_0| \left[ \exp(i\beta_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37c)$$

$$|d_0| \left[ \exp(i\delta_0) \right] (\theta) = - |d_0| \left[ \exp(i\delta_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37d)$$

$$|e_0| \left[ \exp(i\epsilon_0) \right] (\theta) = - |e_0| \left[ \exp(i\epsilon_0) \right] (\pi - \theta). \quad (A2.37e)$$

Амплитуды с  $I = 1$

$$|a_1| \left[ \exp(i\alpha_1) \right] (\theta) = + |a_1| \left[ \exp(i\alpha_1) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38a)$$

$$|b_1| \left[ \exp(i\beta_1) \right] (\theta) = - |c_1| \left[ \exp(i\gamma_1) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38b)$$

$$|c_1| \left[ \exp(i\gamma_1) \right] (\theta) = - |b_1| \left[ \exp(i\beta_1) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38c)$$

$$|d_1| \left[ \exp(i\delta_1) \right] (\theta) = + |d_1| \left[ \exp i\delta_1 \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38d)$$

$$|e_1| \left[ \exp(i\epsilon_1) \right] (\theta) = + |e_1| \left[ \exp i\epsilon_1 \right] (\pi - \theta). \quad (A2.38e)$$

Величины от  $|a_{0,1}|$  до  $|e_{0,1}|$  обозначают абсолютные значения, величины от  $\alpha_{0,1}$  до  $\epsilon_{0,1}$  являются соответствующими фазами. Для  $np$ -наблюдаемых можно получить  $np$ -амплитуды, обозначенные соответствующими абсолютными значениями от  $|a_{np}|$  до  $|e_{np}|$  и фазами от  $\alpha_{np}$  до  $\epsilon_{np}$ , относящимися к  $np$ -системе.

Разложение  $np$ -амплитуд по чистым изоспиновым состояниям при угле  $\theta = \theta_{CM}$  дает

$$a_{np} = \frac{1}{2} (a_0 + a_1), \quad (A2.39a)$$

$$b_{np} = \frac{1}{2} (b_0 + b_1), \quad (A2.39b)$$

$$c_{np} = \frac{1}{2} (c_0 + c_1), \quad (A2.39c)$$

$$d_{np} = \frac{1}{2} (d_0 + d_1), \quad (A2.39d)$$

$$e_{np} = \frac{1}{2} (e_0 + e_1). \quad (A2.39e)$$

Используя табл. 2.1 [BLW], находим следующие соотношения между  $np$ - и  $pp$ -амплитудами при угле  $\pi - \theta_{CM}$  и  $np$ - и  $pp$ -амплитудами при угле  $\theta_{CM}$ :

$$a_{np}(\pi - \theta_{CM}) = + a_{np}(\theta_{CM}) - a_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40a)$$

$$b_{np}(\pi - \theta_{CM}) = + c_{np}(\theta_{CM}) - c_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40b)$$

$$c_{np}(\pi - \theta_{CM}) = + b_{np}(\theta_{CM}) - b_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40c)$$

$$d_{np}(\pi - \theta_{CM}) = - d_{np}(\theta_{CM}) + d_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40d)$$

$$e_{np}(\pi - \theta_{CM}) = - e_{np}(\theta_{CM}) + e_1(\theta_{CM}). \quad (A2.40e)$$

Отметим, что приведенные в табл. 2.1 [BLW] (или в формулах (A2.37), (A2.38), (A2.39) и (A2.40)) соотношения не симметричны. Можно определить новые амплитуды  $g$  и  $h$ :

$$g = b + c, \quad h = b - c \quad (A2.41)$$

по отдельности для систем с  $I = 0$  и с  $I = 1$ . Тогда для каждой изоспиновой системы все амплитуды будут либо симметричны, либо антисимметричны.

Будем считать, что измерены полные наборы наблюдаемых для упругого  $pp$ - и  $np$ -рассеяния при угле  $\theta_{CM}$  и для обеих систем выполнена прямая реконструкция амплитуд вплоть до общих фаз  $\eta_{np}$  или  $\eta_1$  для каждого рассеяния. Предположим, что в обоих случаях общие фазы есть фазы амплитуд  $e_{np}$  или  $e_1$  и они обозначены как  $\epsilon_{np}$  и  $\epsilon_1$  соответственно. Это означает, что для каждой амплитуды известны ее

абсолютное значение и ее фаза относительно  $e_{np}$  или  $e_1$ ; например, для амплитуды  $a_1$  определены  $|a_1|$  и  $\eta_1 = \alpha_1 - \epsilon_1$ .

Чтобы реконструировать изосинглетные амплитуды, необходимо найти фазу  $\phi$  между нашими  $np$ - и  $pp$ -амплитудами. Введем обозначение  $\omega$  для фазы между амплитудой с  $I = 0$  и  $pp$ -амплитудой, а для фазы между амплитудой с  $I = 0$  и  $np$ -амплитудой — обозначение  $\chi$ .

Определим, например,  $\phi = \epsilon_{np} - \epsilon_1$ . В статье [10] было показано, что для нахождения  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  с одной дискретной неопределенностью нужно выполнить один  $np$ -эксперимент также и при угле  $\pi - \theta_{CM}$ . Два таких измерения однозначно определяют величину  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$ .

Обозначим

$$x = \tan \frac{\epsilon_{np} - \epsilon_1}{2}. \quad (A2.42)$$

Тогда

$$\sin(\epsilon_{np} - \epsilon_1) = \frac{2x}{1+x^2}, \quad (A2.43a)$$

и

$$\cos(\epsilon_{np} - \epsilon_1) = \frac{1-x^2}{1+x^2}. \quad (A2.43b)$$

В качестве первого примера нахождения  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  рассмотрим дифференциальное сечение  $np$ -рассеяния на угол  $\pi - \theta_{CM}$ . Используя формулу (A2.40), его можно записать как

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{np} (\pi - \theta_{CM}) &= \frac{1}{2} \left( |a_{np}(\theta_{CM}) - a_1(\theta_{CM})|^2 + |b_{np}(\theta_{CM}) - b_1(\theta_{CM})|^2 + \right. \\ &+ |c_{np}(\theta_{CM}) - c_1(\theta_{CM})|^2 + |d_{np}(\theta_{CM}) - d_1(\theta_{CM})|^2 + |e_{np}(\theta_{CM}) - e_1(\theta_{CM})|^2 \Big) = \\ &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{np} (\theta_{CM}) + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{pp} (\theta_{CM}) - \\ &- \operatorname{Re} \left( a_{np} a_1^* + b_{np} b_1^* + c_{np} c_1^* + d_{np} d_1^* + e_{np} e_1^* \right). \end{aligned} \quad (A2.44)$$

Чтобы изолировать разность фаз изосинглет-изотриплет и выразить нужные величины через отдельно реконструированные  $pp$ - и  $np$ -амплитуды и фазы, удобно записать

$$\operatorname{Re} a_{np} a_1^* = |a_{np}| |a_1| \cos(\alpha_{np} - \alpha_1). \quad (A2.45)$$

Теперь можно выписать разложение:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha_{np} - \alpha_1) &= \cos(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1) + \epsilon_{np} - \epsilon_1) = \\ &= + \cos(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \cos(\epsilon_{np} - \epsilon_1) - \end{aligned}$$



#### 4. Реконструкция изосинглетной амплитуды "вперед" и "назад"

Как уже было видно из уравнений (A2.12a,b), матрица рассеяния упрощается для рассеяния "вперед" ( $\theta_{CM} = 0$ ) и "назад" ( $\theta_{CM} = \pi$ ). Независимыми остаются только три амплитуды. При рассеянии "вперед" только усредненное по спином полное сечение и два спиновозависимых вклада могут быть определены в инклюзивных  $pp$ - и  $pn$ -измерениях. Используя уравнения (3.10) и (3.11) из [BLW], можно связать члены  $\sigma_{1tot}$  и  $\sigma_{2tot}$  с разностями полных сечений:

$$-\Delta\sigma_T = 2\sigma_{1tot}, \quad (A2.49a)$$

$$-\Delta\sigma_L = 2(\sigma_{1tot} + \sigma_{2tot}), \quad (A2.49b)$$

которые могут быть измерены для соответствующим образом поляризованных нуклонов. Они линейно зависят от трех исчезающих амплитуд через оптические теоремы:

$$\sigma_{tot} = (2\pi/K) \text{Im} [a(0) + b(0)], \quad (A2.50a)$$

$$-\Delta\sigma_T = 2\sigma_{1tot} = (4\pi/K) \text{Im} [c(0) + d(0)], \quad (A2.50b),$$

$$-\Delta\sigma_L = 2(\sigma_{1tot} + \sigma_{2tot}) = (4\pi/K) \text{Im} [c(0) - d(0)]. \quad (A2.50c)$$

Благодаря этим оптическим теоремам, все мнимые части амплитуд для  $pp$ - и  $pn$ -систем фиксированы. Именно поэтому исчезающие амплитуды рассеяния вперед являются абсолютными. Если бы можно было определить поворот  $pn$ -системы по отношению к  $pp$ -системе на  $\theta_{CM} = \pi$ , то абсолютные амплитуды были бы вполне определены и при этом угле.

Чтобы реконструировать вещественные части амплитуд рассеяния вперед, требуется определить по меньшей мере три другие наблюдаемые как для  $pp$ -, так и для  $pn$ -рассеяния. В точности под углом  $0^\circ$  нельзя измерить никакую наблюдаемую, связанную с рассеянием. Для  $pp$ -системы данные доступны, начиная с угла  $\theta_{CM} = 4^\circ$ . В  $pn$ -рассеянии наблюдаемые измерены при углах меньше, чем  $\theta_{CM} = 10^\circ$ .

Фактически, вещественные части ядерных амплитуд  $pp$ -рассеяния вперед хорошо экстраполируются к  $\theta = 0$  с помощью процедуры PSA, которая представляет собой наилучшую подгонку угловой зависимости любой измеренной наблюдаемой. Для  $pn$ -системы определение наблюдаемых в направлении "вперед" можно заменить измерениями дифференциального сечения и двух исчезающих параметров спиновой корреляции при  $\theta_{CM} = \pi$ . В качестве примера рассмотрим наблюдаемые [BLW]  $A_{oonn}(\pi)$  и  $A_{ookk}(\pi)$ . Так как  $e(0) = e(\pi) = 0$ ,

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi) = \frac{1}{2} [ |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 ], \quad (A2.51a)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi) A_{oonn}(\pi) = \frac{1}{2} [ |a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 ], \quad (A2.51b)$$

$$- \sin(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \sin(\epsilon_{np} - \epsilon_1) = \quad (A2.46)$$

$$= \cos(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \frac{1-x^2}{1+x^2} - \sin(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \frac{2x}{1+x^2}.$$

и аналогичные выражения для других вещественных частей в формуле (A2.44). Это превратит (A2.44) в квадратное уравнение относительно  $x$ , из которого  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  находится с одной дискретной неоднозначностью.

Вместо дифференциального сечения  $pn$ -рассеяния, можно измерить любую другую наблюдаемую  $O_{np}$  при  $\theta_{CM}$  и  $\pi - \theta_{CM}$ . Величины

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\theta_{CM}) O_{np}(\theta_{CM}), \quad (A2.47)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi - \theta_{CM}) O_{np}(\pi - \theta_{CM}), \quad (A2.48)$$

выражаются через амплитуды рассеяния из [BLW]. В работе [10] демонстрируется практическая реализация такого подхода, позволяющая проводить интерполяцию или экстраполяцию соответствующих данных.

Знание одной наблюдаемой позволяет получить квадратное уравнение для величины  $x$ , из которого легко определить  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  не более чем с одной дискретной неоднозначностью (см. уравнения (A2.43a,b)). Информация из второго  $pn$ -измерения при угле  $\pi - \theta_{CM}$  эту неоднозначность устранил.

Заметим, что информация о любых двух различных измерениях, выполненных при  $\pi - \theta_{CM}$ , может быть выражена в форме системы двух линейных уравнений для  $\cos(\epsilon_{np} - \epsilon_1)$  и  $\sin(\epsilon_{np} - \epsilon_1)$ , которую также можно решать вместо двух квадратных уравнений относительно  $x$ . Однако в практическом применении экспериментальные данные содержат статистические погрешности и следует использовать метод наименьших квадратов для того, чтобы обеспечить согласованность между значениями синуса и косинуса.

В специальном случае  $\theta_{CM} = \pi/2$ , из табл. 2.1 [BLW] имеем  $e_0(\pi/2) = 0$  и  $2e_{np}(\pi/2) = e_1(\pi/2)$ . Тогда  $\phi = \epsilon_{np} - \epsilon_1 = 0$  и прямая реконструкция амплитуд  $pn$ - и  $pp$ -рассеяния дает также и амплитуды с  $I = 0$  без каких-либо дополнительных измерений.

Как разъясняется в Приложении A3, анализ фазовых сдвигов (PSA) дает абсолютные фазы амплитуд для чистых изоспиновых состояний при всех углах рассеяния  $\theta_{CM}$ . Фазы от  $\alpha$  до  $\epsilon$  для  $pp$ - и  $pn$ -амплитуд фиксируются вкладами однопсионного обмена (OPE) для взаимодействий при больших расстояниях (периферических). Более того, процедура PSA, выполняемая одновременно для  $pp$ - и  $pn$ -данных, автоматически определяет фазу  $\phi$  между  $pp$ - и  $pn$ -системами.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi) A_{00kk}(\pi) = Re a^* d + Re b^* c. \quad (A2.51c)$$

Используя простое соотношение типа

$$|a + d|^2 = |a|^2 + |d|^2 + Re a^* d, \quad (A2.52)$$

находим

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi)(1 + A_{00kk}) = |b + c|^2, \quad (A2.53a)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi)(1 - A_{00kk} - 2A_{00nn}) = |b - c|^2, \quad (A2.53b)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi)(1 - A_{00kk} + 2A_{00nn}) = |b - c|^2, \quad (A2.53c)$$

где все величины вычислены при  $\theta_{CM} = \pi$ . Используя указанные измерения, получаем оставшиеся три вещественных части  $np$ -амплитуд, но с независимыми неопределенностями знаков для каждой комбинации амплитуд, из-за чего получаем восемь возможных решений. Всякий независимый эксперимент, проведенный при  $\theta_{CM} = \pi$ , уменьшает число неопределенностей в 2 раза.

Эти неопределенности можно устранить несколькими разными способами. В первых, по меньшей мере можно использовать знак отношения

$$\rho(0) = \frac{Re(a(0) + b(0))}{Im(a(0) + b(0))}, \quad (A2.54)$$

амплитуд  $pp$ - и  $np$ -рассеяния "вперед". Заметим, что для  $pp$ -рассеяния эта величина определяется в PSA (см. Приложение А3) вплоть до 3 ГэВ и известна вплоть до очень высоких энергий из других измерений, а также из дисперсионных соотношений. Для  $np$ -рассеяния эта наблюдаемая известна вплоть до 1.3 ГэВ из PSA и может быть рассчитана вплоть до 10 ГэВ (см. работу [11]).

Другая возможность состоит в использовании независимых величин, определенных в пунктах А, В (С, D), или только их знаков. Сравнение с теорией существующих измерений такого рода рассмотрено, например, в работе [9].

В заключение, касаясь предмета параграфов 3 и 4, подчеркнем, что вплоть до настоящего времени DRSA амплитуд  $np$ -рассеяния при  $\theta_{CM}$  был выполнен без использования связей с наблюдаемыми при сопряженном угле  $\pi - \theta_{CM}$ . Не рассматривался также более общий вопрос о DRSA амплитуд  $np$ -рассеяния из двух "неполных" наборов экспериментов: одного при  $\theta_{CM}$ , а другого - при  $\pi - \theta_{CM}$ . Интересные идеи по этой теме можно найти в работе [12].

## Литература к Приложению А2

- [1] J. Bystrický, F. Lehar and P. Winternitz, J. Phys. (Paris) **39** (1978) 1.
- [2] G.F. Chew, Phys. Rev. **80** (1950) 196.
- [3] G.F. Chew, Phys. Rev. **84** (1951) 710.
- [4] I. Pomeranchuk, Doklady Akad. Nauk LXXVII (1951) 249.
- [5] L.I. Lapidus, J.Exp.Theor.Phys.(USSR) **32** (1957) 1437, and transl. Sov. Phys. JETP **5** (1957) 1170.
- [6] N.W. Dean, Phys. Rev. D **5** (1972) 1661.
- [7] N.W. Dean, Phys. Rev. D **5** (1972) 2832.
- [8] A.B. Migdal, J.Exp.Theor.Phys.(USSR) **28** (1955) 3, and transl. Sov. Phys. JETP **1** (1955) 2.
- [9] F. Lehar and C. Wilkin, Eur. Phys. J. A **37** (2008) 143.
- [10] J. Ball *et al.*, Eur. Phys. J. C **5** (1998) 57.
- [11] C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, Rev. Mod. Phys **65** (1993) 47.
- [12] H. Spinka, Phys. Rev. D **30** (1984) 1461.

## А3: Анализы фазовых сдвигов

### 1. Угловая зависимость амплитуд рассеяния

В статье [BLW] [1] было показано, как выражаются наблюдаемые упругого  $NN$ -рассеяния через амплитуды, входящие в матрицу рассеяния. В Приложении А1 рассматривался подход DRSA (прямая реконструкция амплитуд рассеяния), который может быть выполнен при данной энергии и угле рассеяния. Для того, чтобы учесть угловую зависимость наблюдаемых, амплитуды рассеяния должны быть разложены в ряд по полиномам Лежандра и парциально-волновым амплитудам  $S_J, S_{JJ}, S_{J-1,J}, S_{J+1,J}, S^J$ , которые не зависят от угла рассеяния (см. работу [2]). Здесь орбитальный момент обозначается буквой  $L$ , а полный угловой момент — буквой  $J$ . Парциально-волновая матрица упругого рассеяния обозначена как  $S$ . Парциально-волновые амплитуды связаны с фазовыми сдвигами  $\delta_{L,J}$ , где индексы отвечают значениям орбитального и углового момента. Согласно спектроскопическим обозначениям, значения орбитального углового момента  $L$  помечаются заглавными буквами S, P, D, F, G, H, I, J, L, M, N и т. д., соответственно числовым значениям 0, 1, 2, 3, 4 и т. д. Нижние индексы обозначают полный угловой момент, а верхние индексы отмечают спиновое состояние (синглету отвечает значение 1, триплету — 3). Для  $NN$ -взаимодействия имеем правило:

$$(-1)^{L+s+1} = -1, \quad (A3.1)$$

где  $I$  есть изоспин, а  $s$  — полный спин системы.

Из уравнения (A3.1) следует, что анализ фазовых сдвигов (PSA) по данным о  $pp$ -рассеянии содержит фазовые сдвиги  $^1S_0, ^2D_2, ^1G_4, ^1I_6$ , и т. д. с четным синглетом  $L = J$ , нечетные триплетные  $L = J$  фазы  $^3P_1, ^3F_3, ^3H_5$  и т. д., нечетные триплетные  $L = J \pm 1$  фазы и четные  $L = J$  параметры смешивания  $^3P_0, ^3P_2, \epsilon_2, ^3F_2, ^3F_4, \epsilon_4, ^3H_4, ^3H_6, \epsilon_6, ^3J_6$ ....

Система с  $I = 0$  содержит свободные параметры для нечетных синглетных  $L = J$  фазовых сдвигов  $^1P_1, ^1F_3, ^1H_5, ^1J_7$ , и т. д., четных триплетных  $L = J$  фаз  $^3D_2, ^3G_4, ^3I_6$ , и т. д., четных триплетных  $L = J \pm 1$  фаз и нечетных  $L = J$  параметров смешивания  $^3S_1, \epsilon_1, ^3D_1, ^3F_3, \epsilon_3, ^3G_3, ^3G_5, \epsilon_5, ^3I_5$  и т. д.

Для синглетных и не связанных триплетных амплитуд имеем

$$S_J = \exp(2i\delta_J) - 1, \quad S_{J,J} = \exp(2i\delta_{J,J}) - 1, \quad (A3.2a)$$

где  $L = J$ . Связанные триплетные парциально-волновые амплитуды содержат также параметры смешивания  $\epsilon_J$ , которые связывают между собой относительные фазовые сдвиги с орбитальными моментами  $L = J \pm 1$ :

$$S_{J\pm 1,J} = \cos 2\epsilon_J \exp(2i\delta_{J\pm 1,J}) - 1, \quad (A3.2b)$$

$$S^J = i \sin 2\epsilon_J \exp(i(\delta_{J+1,J} + \delta_{J-1,J})). \quad (A3.2c)$$

Парциально-волновая матрица упругого рассеяния для связанных состояний с угловым моментом  $J = L \pm 1$  может быть записана в форме

$$S_{L,J} = \begin{vmatrix} S_{J-1,J} & S^J \\ S^J & S_{J+1,J} \end{vmatrix}, \quad (A3.3)$$

если использовать уравнения (A3.2b), (A3.2c).

Полиномы Лежандра и их производные удобны в использовании, так как в первых, степень полинома имеет смысл орбитального углового момента  $L$ , и во вторых, из-за их свойств ортогональности. При использовании на практике этот бесконечный ряд должен быть оборван при некотором, хорошо определенном, значении  $L_{\max}$ . Оставшиеся члены, от  $L_{\max}$  до бесконечности, могут быть заменены членом, представляющим периферическую часть взаимодействия, например, вкладом от обмена одиночным виртуальным пионом (ОПЕ). Амплитуды рассеяния  $a, b, c, d, e$  должны быть поправлены на электромагнитные эффекты, зависящие от типа взаимодействующих частиц. Заметим, что цель PSA состоит в определении ядерной части взаимодействия, а именно — "чисто ядерных фазовых сдвигов".

Ниже порога рождения одного пиона  $T_{Thr}$ , фазовые сдвиги  $\delta_{L,J}$  и параметры смешивания  $\epsilon_J$  вещественны и соотношение унитарности для  $S$ -матрицы выполняется автоматически. Выше  $T_{Thr}$  присутствуют неупругости и ситуация изменяется из-за проблем унитарности. Эти изменения незначительны для синглетных и несвязанных триплетных парциальных волн (уравнение (A3.2a)), где фазовые сдвиги просто становятся комплексными. В уравнениях (A3.2b,c) фазы  $\delta_{J\pm 1,J}$  принимаются комплексными, а  $\epsilon_J$  остаются вещественными. Условие унитарности требует, чтобы  $Im \delta \geq 0$ .

Первое представление, полностью совместимое с унитарностью, было получено Брайаном (1981 г.) [3], который ввел т. н. "шестой параметр". Формула (A3.2c) им была заменена на

$$S^J = i \sin 2\epsilon_J \exp(i(\delta_{J+1,J} + \delta_{J-1,J} + \alpha_J)). \quad (A3.4)$$

где дополнительный член  $\alpha_J$  можно понимать как мнимую часть  $\epsilon_J$ . Теоретики всегда пытались получить эту величину расчетным путем, поскольку они считали, что введение этого члена должно улучшить сходимость PSA. Эти детали здесь не рассматриваются, так как вплоть до нынешнего времени все практические применения такого подхода показали, что этот параметр несуществен. Так происходит потому, что "эффект шестого параметра" умножается на  $\sin \epsilon_J$ , а все  $\epsilon_J$  малы. По этой причине будем считать, что только  $\delta_{L,J}$  могут быть комплексны, а "шестой параметр" будет опущен. Обсуждение этих подробностей можно найти в работах [4, 5].

Разложение синглет-триплетных амплитуд рассеяния [BLW] для целей PSA было впервые выписано в 1955 г. Стаппом [6]. В его представлении нужные соотношения выглядят наиболее просто, что было очень важно во времена, когда объем памяти для компьютерных вычислений играл решающую роль. Здесь мы приводим нужные формулы для представления инвариантных амплитуд.

Обозначая полиномы Лежандра как  $P_J(\cos \theta_{CM}) = P_J$ , а их производные по  $\cos \theta_{CM}$  как  $P'_J(\cos \theta_{CM}) = P'_J$ , можно записать определенные в работе [7] инвариантные амплитуды рассеяния в виде

$$a = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \left[ (2J+1) \left( \frac{S_{J,J}}{J(J+1)} \cos \theta P'_J + S_{J+1,J} P_{J+1} + S_{J-1,J} P_{J-1} \right) + \frac{P'_J}{J(J+1)} \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J - J S_{J+1,J} - (J+1) S_{J-1,J} \right) \right], \quad (A3.5a)$$

$$b = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \left[ (2J+1)(S_{J,J} + S_J) P_{J-} - \frac{P'_J}{J(J+1)} \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J + (2J+1)S_{J,J} \cos \theta - J S_{J+1,J} - (J+1)S_{J-1,J} \right) \right], \quad (A3.5b)$$

$$c = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \left[ (2J+1)(S_{J,J} - S_J) P_{J-} - \frac{P'_J}{J(J+1)} \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J + (2J+1)S_{J,J} \cos \theta - J S_{J+1,J} - (J+1)S_{J-1,J} \right) \right], \quad (A3.5c)$$

$$d = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \frac{1}{J(J+1)} \left[ -(2J+1)S_{J,J} P'_J + \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J + S_{J+1,J} \right) J P'_{J+1} - \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J - S_{J-1,J} \right) (J+1) P'_{J-1} \right], \quad (A2.5d)$$

$$e = \frac{\sin \theta}{4K} \sum_{J=0}^{\infty} \frac{2J+1}{J(J+1)} \left[ -S_{J,J} P'_J - J S_{J+1,J} P'_{J+1} + (J+1) S_{J-1,J} P'_{J-1} \right], \quad (A3.5e)$$

где  $K$  – импульс начального нуклона в с.ц.м. (волновое число),  $S_{00} = S_{10} = S^0 = 0$ .

Подчеркнем еще раз, что те неизвестные свободные параметры, значения которых должны быть найдены процедурой минимизации методом наименьших квадратов, и есть фазовые сдвиги.

## 2. Вклады однопионного обмена

Разложение амплитуд рассеяния обрезается при некотором значении полного углового момента  $J_{\max}$ , которое определяется по величине  $\chi^2$  на степень свободы (DoF) сходящегося PSA-решения. Требуется, чтобы это решение было "стабильным", т. е. при увеличении значения  $J_{\max}$  значения всех более низких фазовых сдвигов изменялись незначительно.

Для этого состояния с более высокими угловыми моментами обычно заменяются борновским приближением однопионного вклада [8]-[10]. Однопионные инвариантные амплитуды, вклад от которых при  $J \leq J_{\max}$  необходимо вычесть, следующие:

$$a_{\text{OPE}}(pp) = e_{\text{OPE}}(pp) = 0, \quad (A3.6a)$$

$$b_{\text{OPE}}(pp) = -F_0(\pi - \theta_{CM}), \quad c_{\text{OPE}}(pp) = F_0(\theta_{CM}), \quad (A3.6b)$$

$$d_{\text{OPE}}(pp) = F_0(\theta_{CM}) + F_0(\pi - \theta_{CM}). \quad (A3.6c)$$

и

$$a_{\text{OPE}}(np) = e_{\text{OPE}}(np) = 0, \quad (A3.7a)$$

$$b_{\text{OPE}}(np) = -2F_+(\pi - \theta_{CM}), \quad c_{\text{OPE}}(np) = -F_0(\theta_{CM}), \quad (A3.7b)$$

$$d_{\text{OPE}}(np) = -F_0(\theta_{CM}) + F_+(\pi - \theta_{CM}), \quad (A3.7c)$$

где

$$F_k(\theta_{CM}) = \frac{2M_1 M_2}{\mu_k^2 E} \times \frac{1 - \cos \theta_{CM}}{1 + (\mu_k^2 / 2p^2) - \cos \theta_{CM}} \times f^2, \quad k = 0, +; \quad (A3.8)$$

при этом:

$M_1, M_2$  – массы нуклонов пучка и мишени соответственно,  $\mu_0$  – масса  $\pi^0$ ,  $\mu_+$  – масса  $\pi^\pm$ ,  $E$  – полная энергия,  $p$  – импульс в с.ц.м.,  $f^2$  – константа пион-нуклонной связи.

В принципе,  $f^2$  может быть различной для обмена виртуальным  $\pi^0$  ( $pp$ - и  $np$ -рассеяние "вперед") и для обмена виртуальным  $\pi^\pm$  ( $np$ -рассеяние "назад"). Поскольку только для обмена виртуальным  $\pi^\pm$  константа связи может быть точно измерена, обычно в PSA вводится именно это значение  $f^2$ . С другой стороны, в минимизационной процедуре PSA величина  $f^2$  может рассматриваться как свободный параметр. Для упругого  $pp$ -рассеяния PSA представляет собой одну из редких процедур, позволяющих определить значение константы связи для обмена виртуальным  $\pi^0$ , но вычисленные при этом погрешности оказываются значительными [11].

ных о сильном взаимодействии нуклонов друг с другом, были разработаны приемы и методы, имеющие более широкую область применения, чем чистая феноменология упругого нуклон-нуклонного рассеяния. В частности, мы имеем в виду так называемый "глобальный фит нуклонных структурных функций". Даже при беглом сравнении задач, решенных при феноменологическом описании  $NN$ -взаимодействия, и задач, решаемых в этом "глобальном фите", видно их глубокое сходство. Однако, далеко не все физики, занятые проблемой извлечения структурных функций нуклонов из данных по глубоконеупругому рассеянию, достаточно хорошо знакомы с опытом анализа и описания  $NN$ -взаимодействия. Мы надеемся, что приведенные в данной работе Приложения окажутся полезными и в этом отношении.

Здесь содержится перевод на русский язык основополагающей статьи Быстрицкого, Легара и Винтерница, на которую далее мы обычно ссылаемся как на [BLW], и даны четыре Приложения, где кратко, но достаточно полно для первого знакомства, рассматриваются основные методы и подходы, употребляемые при анализе и описании упругого  $NN$ -взаимодействия. Список использованной литературы приводится к каждому Приложению отдельно.

## Феноменология нуклон-нуклонного рассеяния \*)

\*) Перевод на русский язык статьи Bystricky J., Lehar F., Winternitz P., "Formalism of Nucleon-Nucleon Elastic Scattering Experiments", опубликованной в журнале Le Journal de Physique, v.39 (N 1) (1978), p. 1

# Глава 1

## Введение

Представлено подробное изложение формализма для описания упругого нуклон-нуклонного рассеяния и рассматриваются как уже известные, так и некоторые новые результаты. Дан обзор различных представлений матрицы рассеяния, в котором учитываются принципы симметрии такие, как сохранение четности, инвариантность по отношению к обращению времени, принцип Паули и изоспиновая инвариантность. Экспериментальные величины в системе центра масс (с.ц.м.) и в лабораторной системе (л.с.) выражены через амплитуды рассеяния. В каждой из этих двух систем даны (со всеми подробностями) соотношения между экспериментальными величинами, вытекающие из перечисленных выше симметрий. Приведены также выражения, позволяющие связать между собой величины в системе центра масс и в лабораторной системе. Приведена и обсуждается общая формула для углового распределения коррелированного рассеяния. Эта формула содержит все существующие экспериментальные величины. Она может быть приспособлена для описания любого выбранного эксперимента при явном указании начальных поляризаций и конечных анализирующих способностей. Рассмотрены следствия принципа Паули для рассеяния тождественных частиц. Получены соотношения между величинами в с.ц.м., измеренными при с.ц.м. углах рассеяния  $\theta$  и  $\pi - \theta$  или при л.с. углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (угол рассеяния и угол вылета частицы отдачи). Особое внимание уделено соотношениям при угле  $\theta = \pi/2$ , т. е.  $\theta_1 = \theta_2$ . Материал, содержащийся в этой статье, может быть полезен экспериментаторам и физикам, занятым феноменологическим анализом, при восстановлении амплитуд рассеяния из экспериментальных данных.

Цель данной статьи – подробное изучение кинематики нуклон-нуклонного рассеяния. Поскольку за последние 25 лет (или около того) этой теме уже посвящен большой объем литературы, некоторые части данной статьи будут носить характер унифицирующего обзора, тогда как в других будут содержаться новые результаты (для знакомства с оригинальными работами и предыдущими обзорами см. [2]-[16]).

В главе 2 этой статьи обсуждается матрица  $M$  нуклон-нуклонного рассеяния, даются и связываются друг с другом несколько ее различных параметризаций,

а также обсуждаются ограничения на  $M$ , вытекающие из таких принципов инвариантности, как сохранение четности, инвариантность к обращению времени, изотопическая инвариантность и принцип Паули. В главе 3 мы определяем понятие чистой экспериментальной величины (или чистого эксперимента), т. е. такого, который содержит только спиновые проекции на определенные базисные векторы в импульсном пространстве. Перечисляются 256 различных "чистых" экспериментальных величин, взятых в системе центра масс, и затем находятся все ограничения на них, следующие из принципов инвариантности, рассмотренных в главе 2. Обсуждаются также нелинейные соотношения между экспериментальными величинами в с.ц.м. и некоторые ограничения, налагаемые на них в форме неравенств. "Чистые" эксперименты в лабораторной системе рассматриваются в главе 4. Для случая, когда оба начальных нуклона поляризованы, дана общая формула, описывающая угловое распределение коррелированного рассеяния. Из этой общей формулы получены более простые, связывающие различные угловые распределения с компонентами поляризационных тензоров в лабораторной системе: например, когда предполагается, что одна из начальных поляризаций (или обе) равна нулю и/или считается, что одна или обе конечные поляризации не измеряются. Компоненты поляризационных тензоров в лабораторной системе выражаются в терминах матрицы рассеяния в таблицах 5 и 6. Чистые экспериментальные величины в с.ц.м. и в лабораторной системе связываются друг с другом в главе 5, где полностью учтены релятивистские эффекты. Затем мы снова даем общую формулу для произвольной экспериментальной величины, после чего рассматриваем случаи, когда включены 1, 2, 3 или 4 поляризации. В главе 6 устанавливаются линейные соотношения между экспериментальными величинами в лабораторной системе, следующие из обычных принципов инвариантности. Хотя эти соотношения не являются независимыми от аналогичных соотношений для с.ц.м., их вид, учитывая релятивистские вращения спинов, значительно более сложный. В главе 7 обсуждаются следствия принципа Паули. Кроме того, что его учет снижает число независимых амплитуд в матрице рассеяния с 6 до 5, тем самым существенно ограничивая число независимых экспериментов, есть и другие следствия учета принципа Паули. Так например, для  $nn$ - и  $pp$ -рассеяния мы приводим все соотношения симметрии между величинами, измеренными при с.ц.м. углах  $\theta$  и  $\pi - \theta$ , т. е. при лабораторных углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (углах рассеяния и отдачи). Далее, получены интересные соотношения для  $pn$ - и  $pp$ -рассеяния, когда  $\theta = \pi/2$ , т. е.  $\theta_1 = \theta_2$ , равно как и соотношения между  $pn$ - и, скажем,  $pn$ -экспериментальными величинами. Выводы и взгляд на будущее даны в Заключение.

Новые результаты содержатся в главах с 3 по 7; в основном, они касаются величин, требующих использования поляризованных мишеней и, в особенности, более сложных экспериментальных величин. Хотя мы и приводим ссылки на работы других авторов в тех случаях, когда используются их результаты, мы не пытались дать что-либо вроде полной библиографии по данному предмету. Мы также не очень стремились связать формализм, представленный в этой статье, с многочисленными видами эквивалентных формализмов, рассеянными в литературе.

Теперь нужно сказать несколько слов о соглашениях и обозначениях.

В данной статье повсюду мы используем один и тот же набор базисных векторов в импульсном пространстве в системе центра масс и три разных набора в лабораторной системе (связанных с начальной и рассеянной частицами, а также с частицей отдачи). Во всех случаях используется одна и та же нормаль к плоскости реакции. Хотя такой подход и является общим для многих, работающих в этой области, это, строго говоря, не согласуется с Базельской конвенцией [17]. Действительно, если в точности использовать эту конвенцию, то поляризации рассеянной частицы и частицы отдачи должны связываться с противоположными нормальными. "Нормаль мишени" в лабораторной системе плохо определена. Во всяком случае, несложно преобразовать формулы из конвенции, где используется одна нормаль, к форме в конвенции с двумя нормальными.

Мы последовательно используем 4-индексные обозначения для экспериментальных величин:  $X_{pqik}$ , где  $p$  и  $q$  обозначают поляризации рассеянной частицы и частицы отдачи, а  $i$  и  $k$  относятся к поляризациям начального пучка (частицы-снаряда) и мишени. Если начальная частица не поляризована или поляризация частицы конечного состояния не анализируется, значение соответствующего индекса полагается нулевым. Такое обозначение должно помочь избежать некоторой общей путаницы при идентификации экспериментальных величин. Это также помогает при переходах между конвенциями с одной нормалью и двумя нормальными, равно как и при установлении соотношений между различными величинами. В принципе, использование разных буквенных обозначений для разных экспериментов не является необходимым, но по историческим причинам мы используем буквы  $I$  для интенсивностей (поперечных сечений),  $P$  для поляризаций,  $A$  для асимметрий,  $D$  и  $K$  для тензоров деполяризации и передачи поляризации,  $M$  и  $N$  для вкладов двух начальных поляризаций в конечные поляризации рассеянной частицы и частицы отдачи и, наконец,  $C$  для корреляций поляризаций.

## Глава 2

# Матрица нуклон-нуклонного рассеяния

Удобная для наших целей форма матрицы упругого нуклон-нуклонного рассеяния имеет вид [4, 6, 12]:

$$M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = \frac{1}{2} \{ (a+b) + (a-b)(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + (c+d)(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + (c-d)(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) + e(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) \}. \quad (2.1)$$

Здесь амплитуды  $a, b, c, d$  и  $e$  являются комплексными функциями двух переменных, например, импульса  $k$  в с.д.м. и угла рассеяния  $\theta$ . Базисные векторы в с.д.м. определяются как

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f + \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f}{|\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f|}, \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_f$  – единичные векторы, направленные по импульсам начальной и рассеянной частиц в с.д.м. Спиновые матрицы  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  (матрицы Паули) действуют на волновые функции первого и второго нуклонов соответственно. (Проекции  $(\sigma, \mathbf{a})$  спиновой матрицы  $\sigma$  на произвольное направление  $\mathbf{a}$  будут также записываться в форме  $(\sigma, \mathbf{a}) = (\sigma \mathbf{a}) = \sigma_a$ .)

В формуле (2.1) мы уже учли инвариантности относительно четности и обращения времени. Мы также приняли предположение, что частицы тождественны, что имеет место для  $pp$ - и  $pn$ -рассеяния. Для  $pn$ -рассеяния это означает предположение об изотопической инвариантности нуклон-нуклонного взаимодействия. Матрица рассеяния для упругого рассеяния двух нетождественных частиц содержала бы 6-й член, а именно

$$\frac{1}{2} f(\sigma_1 - \sigma_2, \mathbf{n}). \quad (2.3)$$

Предполагая все-таки изотопическую инвариантность, можно записать матрицу рассеяния для  $pp$ -,  $pn$ - и  $np$ -рассеяния в терминах двух матриц  $M_0$  и  $M_1$  вида (2.1), полагая

$$M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = M_0 \left[ \frac{1 - (\tau_1, \tau_2)}{4} \right] + M_1 \left[ \frac{3 + (\tau_1, \tau_2)}{4} \right], \quad (2.4)$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – изоспиновые нуклонные матрицы,  $M_0$  и  $M_1$  – изосинглетная и изотриплетная матрицы рассеяния соответственно. Очевидно, что

$$\begin{aligned} M(pp \rightarrow pp) &= M(nn \rightarrow nn) = M_1, \\ M(np \rightarrow np) &= M(pn \rightarrow pn) = (M_1 + M_0)/2, \\ M(np \rightarrow pn) &= M(pn \rightarrow np) = (M_1 - M_0)/2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Формулы (2.4) и (2.5), в отличие от всех других в этой статье, относятся только к рассеянию за счет сильного взаимодействия, когда электромагнитные взаимодействия игнорируются.

Обобщенный принцип Паули для нуклонов подразумевает определенные соотношения симметрии для амплитуд в (2.1); они суммированы в таблице 2.1 [6]:

Таблица 2.1.

Соотношения симметрии, вытекающие из обобщенного принципа Паули

T=1	T=0
$a_1(\vartheta) = -a_1(\pi - \vartheta)$	$a_0(\vartheta) = a_0(\pi - \vartheta)$
$b_1(\vartheta) = -c_1(\pi - \vartheta)$	$b_0(\vartheta) = c_0(\pi - \vartheta)$
$c_1(\vartheta) = -b_1(\pi - \vartheta)$	$c_0(\vartheta) = b_0(\pi - \vartheta)$
$d_1(\vartheta) = d_1(\pi - \vartheta)$	$d_0(\vartheta) = -d_0(\pi - \vartheta)$
$e_1(\vartheta) = e_1(\pi - \vartheta)$	$e_0(\vartheta) = -e_0(\pi - \vartheta)$

Везде в данной статье мы будем использовать амплитуды  $a, b, c, d$  и  $e$ , хотя часто используются многие различные, но эквивалентные, параметризации.

Хошизаки [9] использует матрицу рассеяния

$$\begin{aligned} M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) &= a_H + c_H(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) + m_H(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + \\ &+ g_H[(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) + (\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m})] + \\ &+ h_H[(\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l}) - (\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m})], \end{aligned} \quad (2.6)$$

так что

$$a_H = \frac{1}{2}(a+b), \quad c_H = \frac{e}{2}, \quad m_H = \frac{1}{2}(a-b), \quad g_H = \frac{c}{2}, \quad h_H = -\frac{d}{2}, \quad (2.7)$$

что подразумевает

$$a = a_H + m_H, \quad b = a_H - m_H, \quad c = 2g_H, \quad d = -2h_H, \quad e = 2c_H. \quad (2.8)$$

Так называемые амплитуды Вольфенштейна  $B, C, N, G, H$  [2] определяются как

$$\begin{aligned} M(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) &= BS + \{ C(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n}) + N(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + \\ &+ \frac{1}{2}G[(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + (\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l})] + \\ &+ \frac{1}{2}H[(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) - (\sigma_1, \mathbf{l})(\sigma_2, \mathbf{l})] \} T, \end{aligned} \quad (2.9)$$



где  $S$  и  $T$  есть спин-синглетный и спин-триплетный проекционные операторы соответственно:

$$S = \frac{1}{4} [1 - (\sigma_1, \sigma_2)], \quad T = \frac{1}{4} [3 + (\sigma_1, \sigma_2)]. \quad (2.10)$$

Амплитуды Вольфенштейна связаны с нашими так:

$$B = b - c, \quad C = \frac{e}{2}, \quad N = a, \quad G = a + b + c, \quad H = d, \quad (2.11)$$

что влечет за собой

$$a = N, \quad b = (B - N + G)/2, \quad c = (G - B - N)/2, \quad d = H, \quad e = 2C. \quad (2.12)$$

В т. н. "синглет-триплетном" представлении, матричные элементы есть [18]

$$\begin{aligned} M_{ss} &= b - c, \\ M_{00} &= a + d \cos \vartheta, \\ M_{11} &= \frac{1}{2} (a + b + c - d \cos \vartheta), \\ M_{10} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (d \sin \vartheta + ie), \\ M_{01} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (d \sin \vartheta - ie), \\ M_{1-1} &= \frac{1}{2} (-a + b + c + d \cos \vartheta) = \\ &= M_{11} - M_{00} - \sqrt{2} (M_{10} + M_{01}) \cot \vartheta, \\ M_{-1-1} &= M_{11}, \quad M_{-11} = M_{1-1}, \quad M_{0-1} = -M_{01}, \quad M_{-10} = -M_{10}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

что подразумевает

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} (M_{11} + M_{00} - M_{1-1}), \\ b &= \frac{1}{2} (M_{11} + M_{ss} + M_{1-1}), \\ c &= \frac{1}{2} (M_{11} - M_{ss} + M_{1-1}), \\ d &= \frac{1}{2 \cos \vartheta} (-M_{11} + M_{00} + M_{1-1}) = -\frac{1}{\sqrt{2} \sin \vartheta} (M_{10} + M_{01}), \\ e &= \frac{i}{\sqrt{2}} (M_{10} - M_{01}). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Жакоб и Вика [19] развили спиральный формализм, в котором состояния помечаются  $\lambda$  - проекцией спина на направление импульса частицы ( $\lambda$  есть квантовое число *спиральности*). Ввиду того, что существуют некоторые неоднозначности в определении спиральных состояний и амплитуд, здесь мы определим используемый нами формализм. По сути, он совпадает с формализмом Жакоба и Вика [19],

Мартина и Спирмена [20], Гольдбергера, Грисару, Макдоуелла и Вонга [16], Хошизаки [9] и др. Другие авторы, например, Коэн-Таннуджи, Морель и Навле [21] и Котаньский [22, 23] используют несколько иные соглашения о фазах (опуская фактор  $(-1)^{s-\lambda}$  для частиц 2 и 4).

Мы используем систему центра масс, рассматриваем плоскость  $xz$  как плоскость рассеяния, направляем ось  $z$  вдоль импульса начальной частицы и ось  $y$  вдоль нормали  $\mathbf{n}$ . Спиральные состояния начальной и рассеянной частицы есть

$$\chi_{\lambda_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \lambda_1 \\ \frac{1}{2} - \lambda_1 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

и

$$\chi'_{\lambda_3} = \exp\left(-i\frac{\sigma_n}{2}\vartheta\right) \chi_{\lambda_3} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2} + \lambda_3\right) \cos \frac{\vartheta}{2} - \left(\frac{1}{2} - \lambda_3\right) \sin \frac{\vartheta}{2} \\ \left(\frac{1}{2} + \lambda_3\right) \sin \frac{\vartheta}{2} + \left(\frac{1}{2} - \lambda_3\right) \cos \frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Спиральные состояния частиц 2 и 4 определяются с другой фазой как

$$\chi'_{\lambda_2} = (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} \exp\left(-i\frac{\sigma_n}{2}\pi\right) \chi_{\lambda_2} = (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + \lambda_2 \\ \frac{1}{2} + \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

и

$$\begin{aligned} \chi'_{\lambda_4} &= (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_2} \exp\left[-i\frac{\sigma_n}{2}(\vartheta + \pi)\right] \chi_{\lambda_4} = \\ &= (-1)^{\frac{1}{2}-\lambda_4} \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{2} + \lambda_4\right) \sin \frac{\vartheta}{2} - \left(\frac{1}{2} - \lambda_4\right) \cos \frac{\vartheta}{2} \\ \left(\frac{1}{2} + \lambda_4\right) \cos \frac{\vartheta}{2} - \left(\frac{1}{2} - \lambda_4\right) \sin \frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Спиральность  $\lambda$  для нуклона равна  $1/2$ , если проекция спина параллельна импульсу, и  $-1/2$ , если она антипараллельна. Спиральные амплитуды обозначаются как  $\langle \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$  и могут быть разложены в ряд по парциальным волнам:

$$\langle \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \frac{1}{2ik} \sum_J (2J+1) \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle d_{\lambda\mu}^J(\vartheta), \quad (2.19)$$

где  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ,  $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$  и  $d_{\lambda\mu}^J(\vartheta)$  есть матрицы вращения Вигнера [24], удовлетворяющие соотношениям

$$d_{\lambda\mu}^J(\vartheta) = (-1)^{\lambda-\mu} d_{\lambda\mu}^J(\vartheta) = (-1)^{\lambda-\mu} d_{-\lambda-\mu}^J(\vartheta). \quad (2.20)$$

Сохранение четности, инвариантность относительно обращения времени и принцип Паули влекут за собой, соответственно:

$$\begin{aligned} \langle -\lambda_3 - \lambda_4 | T^J(E) | -\lambda_1 - \lambda_2 \rangle &= \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \\ \langle \lambda_1 \lambda_2 | T^J(E) | \lambda_3 \lambda_4 \rangle &= \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle, \\ \langle \lambda_4 \lambda_3 | T^J(E) | \lambda_2 \lambda_1 \rangle &= \langle \lambda_3 \lambda_4 | T^J(E) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Эти соотношения для парциальных волн спиральных амплитуд, вместе с (2.19) и (2.20), в свою очередь влекут за собой справедливость следующих соотношений для полных спиральных амплитуд:

$$\begin{aligned} < -\lambda_3 - \lambda_4 | \Phi | -\lambda_1 - \lambda_2 > = (-1)^{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4} < \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 >, \\ < \lambda_1 \lambda_2 | \Phi | \lambda_3 \lambda_4 > = (-1)^{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4} < \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 >, \\ < \lambda_4 \lambda_3 | \Phi | \lambda_2 \lambda_1 > = (-1)^{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4} < \lambda_3 \lambda_4 | \Phi | \lambda_1 \lambda_2 >. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Принимая во внимание эти соотношения симметрии и оставляя указания только на знаки спиральностей нуклонов, имеем

$$\begin{aligned} \Phi_1 &\equiv < ++ | \Phi | ++ > = < -- | \Phi | -- >, \\ \Phi_2 &\equiv < ++ | \Phi | -- > = < -- | \Phi | ++ >, \\ \Phi_3 &\equiv < +- | \Phi | +- > = < -+ | \Phi | -+ >, \\ \Phi_4 &\equiv < +- | \Phi | -+ > = < -+ | \Phi | +- >, \\ \Phi_5 &\equiv < ++ | \Phi | +- > = < -+ | \Phi | -- > = < -- | \Phi | +- > = \\ &= < -+ | \Phi | ++ > = < -- | \Phi | -+ > = < +- | \Phi | ++ > = \\ &= - < ++ | \Phi | -+ > = - < +- | \Phi | -- >. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Подставляя выражение (2.1) для  $M$  и вычисляя необходимые матричные элементы, мы получим соотношения между инвариантными с.д.м. амплитудами  $a, \dots, e$  и спиральными амплитудами  $\Phi_1, \dots, \Phi_5$ . Оставаясь в рамках наших соглашений, мы получим, таким образом, что

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{1}{2} (a \cos \vartheta + b - c + d + ie \sin \vartheta), \\ \Phi_2 &= \frac{1}{2} (a \cos \vartheta - b + c + d + ie \sin \vartheta), \\ \Phi_3 &= \frac{1}{2} (a \cos \vartheta + b + c - d + ie \sin \vartheta), \\ \Phi_4 &= \frac{1}{2} (-a \cos \vartheta + b + c + d - ie \sin \vartheta), \\ \Phi_5 &= \frac{1}{2} (-a \sin \vartheta + ie \sin \vartheta). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Формулы (2.24) можно обратить, что дает

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} [(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \cos \vartheta - 4\Phi_5 \sin \vartheta], \\ b &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4), \\ c &= \frac{1}{2} (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4), \\ d &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4), \\ e &= -\frac{i}{2} [(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \sin \vartheta + 4\Phi_5 \cos \vartheta]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Для рассеяния вперед, когда  $\vartheta = 0$ , сохранение полного углового момента влечет за собой  $e(0) = 0$ ,  $a(0) - b(0) = c(0) + d(0)$ . Для спиральных амплитуд это очевидно, подразумевает, что  $\Phi_4(0) = \Phi_5(0) = 0$ .

Очевидно, что может быть введено бесконечно много разных типов амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния, и действительно, в научной литературе существует очень большое их число. В дополнение к тем, которые были введены выше, мы намерены рассмотреть еще два, а именно – амплитуды "поперечности" (или "transversity") [22, 23] и обменные амплитуды [25, 7], так как они обе используются различными группами экспериментаторов.

Обменные амплитуды полезны потому, что в пределе высоких энергий они соответствуют обмену определенными квантовыми числами (полюсами Редже) в  $t$ -канале (амплитуды  $N_0, N_1, N_2$  соответствуют обменам с натуральной четностью,  $U_0$  и  $U_2$  – с ненатуральной четностью; нижний индекс отвечает величине  $t$ -канального переворота спиральности). Обменные амплитуды связаны с  $s$ -канальными спиральными амплитудами и амплитудами  $a, \dots, e$  соотношениями

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_3) = \frac{1}{2} (a \cos \vartheta + b + ie \sin \vartheta), \\ N_1 &= \Phi_3 = \frac{1}{2} (-a \sin \vartheta + ie \cos \vartheta), \\ N_2 &= \frac{1}{2} (\Phi_4 - \Phi_2) = \frac{1}{2} (-a \cos \vartheta + b - ie \sin \vartheta), \\ U_0 &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_3) = \frac{1}{2} (-c + d), \\ U_2 &= \frac{1}{2} (\Phi_4 + \Phi_2) = \frac{1}{2} (c + d). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Это можно обратить и получить

$$\begin{aligned} a &= (N_0 - N_2) \cos \vartheta - 2N_1 \sin \vartheta, \\ b &= N_0 + N_2, \\ c &= U_2 - U_0, \\ d &= U_2 + U_0, \\ e &= -i [(N_0 - N_2) \sin \vartheta + 2N_1 \cos \vartheta]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

"Трансверсальные" амплитуды  $T_{cdab}$  были введены Котаньским [22, 23] для того, чтобы диагонализировать кроссинговые матрицы. Для нуклон-нуклонного рассеяния они связаны со спиральными амплитудами Жакоба и Вика  $\Phi_{cdab}$  соотношением

$$T_{cdab} = \sum_{a'b'c'd'} (-1)^{b+d+1} U_{ca'}^* U_{db'}^* \Phi_{c'd'a'b'} U_{a'a} U_{b'b}, \quad (2.28)$$

где

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Более конкретно, пять независимых "трансверсальных" амплитуд даются выражениями

$$\begin{aligned}
 T_1 \equiv T_{++++} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 - 4i \Phi_5) = (a + e) \exp(i\vartheta), \\
 T_2 \equiv T_{----} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 + 4i \Phi_5) = (a - e) \exp(-i\vartheta), \\
 T_3 \equiv T_{+--+} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) = b, \\
 T_4 \equiv T_{++--} &= \frac{1}{2} (-\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) = -d, \\
 T_5 \equiv T_{+---} &= \frac{1}{2} (\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 - \Phi_4) = -c.
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Формулы (2.30) в точности соответствуют тем, которые используются в Аргоннской национальной лаборатории (см., например, [26]).

## Глава 3

### Экспериментальные величины в системе центра масс

Здесь мы вводим четырехиндексные обозначения для всех экспериментальных величин. Первый и второй индексы обозначают поляризации в конечном состоянии рассеянной частицы и частицы отдачи соответственно. Третий и четвертый индексы обозначают начальные поляризации пучка и мишени соответственно. В системе центра масс эти метки обозначаются буквами  $p, q, i$  и  $k$ : именно в таком порядке. Если какая-то из начальных частиц неполяризована или поляризация какой-то из частиц конечного состояния не анализируется, то соответствующая метка принимает значение 0.

Таблица 3.1.  
Экспериментальные величины для рассеяния частиц спина  $\frac{1}{2}$

Измеряемая величина		Неполяриз.	Поляриз.	Неполяриз.	Поляриз.
		пучок, неполяриз. мишень	пучок, неполяриз. мишень	пучок, поляриз. мишень	пучок, поляриз. мишень
		A	B	C	D
Дифференциальное сечение	1	$I_{0000}$	$A_{00i0}$	$A_{000k}$	$A_{00ik}$
Поляризация рассеянной частицы	2	$P_{p000}$	$D_{p0i0}$	$K_{p00k}$	$M_{p0ik}$
Поляризация частицы отдачи	3	$P_{0q00}$	$K_{0qi0}$	$D_{0q0k}$	$N_{0qik}$
Корреляции поляризаций	4	$C_{pq00}$	$C_{pqi0}$	$C_{pq0k}$	$C_{pqik}$

Некоторая "чистая" экспериментальная величина (кратко, некоторый чистый эксперимент), по определению, есть величина, которая включает только спиновые проекции на базисные векторы. Этот базис может быть разным для разных

частиц, но в системе центра масс для всех частиц будет использоваться система векторов  $l, m, n$ . В принципе, всего может быть определено 256 чистых экспериментов как компонентов различных тензоров. Они суммированы в таблице 3.1 и определены следующим образом:

A.1. Дифференциальное сечение для неполяризованных частиц:

$$\sigma \equiv I_{0000} = \frac{1}{4} \text{Tr} (MM^+) .$$

A.2. Поляризация рассеянной частицы:

$$\sigma P_{p000} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p} MM^+) .$$

A.3. Поляризация частицы отдачи:

$$\sigma P_{0q00} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q} MM^+) .$$

B.1. Асимметрия в сечениях из-за поляризованного пучка:

$$\sigma A_{00i0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (M\sigma_{1i}M^+) .$$

C.1. Асимметрия в сечениях из-за поляризованной мишени:

$$\sigma A_{000k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (M\sigma_{2k}M^+) .$$

A.4. Коэффициент корреляции поляризаций при рассеянии первоначально неполяризованных частиц:

$$\sigma C_{pq00} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}MM^+) .$$

B.2. Тензор деполаризации для поляризованного пучка:

$$\sigma D_{p0i0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}M\sigma_{1i}M^+) .$$

B.3. Коэффициент передачи поляризации от пучка к частице отдачи:

$$\sigma K_{0qi0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q}M\sigma_{1i}M^+) .$$

C.2. Коэффициент передачи поляризации от мишени к рассеянной частице:

$$\sigma K_{p00k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}M\sigma_{2k}M^+) .$$

C.3. Тензор деполаризации для поляризованной мишени:

$$\sigma D_{0q0k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q}M\sigma_{2k}M^+) .$$

D.1. Тензор асимметрии для поляризованных пучка и мишени:

$$\sigma A_{00ik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+) .$$

B.4. Вклад в коэффициент корреляции поляризаций от поляризованного пучка:

$$\sigma C_{pqi0} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}M\sigma_{1i}M^+) .$$

C.4. Вклад в коэффициент корреляции поляризаций от поляризованной мишени:

$$\sigma C_{pq0k} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}M\sigma_{2k}M^+) .$$

D.2. Вклад в поляризацию рассеянной частицы от поляризаций пучка и мишени:

$$\sigma M_{p0ik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+) .$$

D.3. Вклад в поляризацию частицы отдачи от поляризаций пучка и мишени:

$$\sigma N_{0qik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{2q}M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+) .$$

D.4. Вклад в коэффициент корреляции поляризаций от поляризованных пучка и мишени:

$$\sigma C_{pqik} = \frac{1}{4} \text{Tr} (\sigma_{1p}\sigma_{2q}M\sigma_{1i}\sigma_{2k}M^+) .$$

Для произвольной реакции типа  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  все 256 экспериментов могут дать независимую информацию. Однако, если предполагаются сохранение четности, обобщенный принцип Паули и инвариантность по отношению к обращению времени, то число независимых экспериментов сильно уменьшается.

При пространственных отражениях векторы  $l$  и  $m$  меняют свой знак, тогда как вектор  $n$  сохраняется. Тем самым сохранение четности подразумевает, что отличными от нуля будут только величины с четным числом  $l$  или  $m$  индексов.

Обобщенный принцип Паули (включающий изоспиновую инвариантность для  $pp$  рассеяния) требует равенства результатов двух экспериментов, связанных взаимной заменой пучка на мишень и рассеянной частицы на частицу отдачи (или наоборот). В общем случае чистого эксперимента это дает

$$X_{pqik} = (-1)^{|l|+|m|} X_{qpki} , \quad (3.1)$$

где  $[l]$  и  $[m]$  есть число меток  $l$  и  $m$ , соответственно, среди  $p, q, i$  и  $k$ .

Сохранение четности вместе с соотношением (3.1) дает

$$X_{pqik} = X_{qpk i} \quad (3.2)$$

Действие обращения времени может быть выражено через изменение знаков обоих импульсов  $K_i$  и  $K_f$  и знаков  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , так же как и взаимной переменной мест начальных и конечных состояний и импульсов. Поэтому базисные векторы при обращении времени преобразуются как

$$l \rightarrow -l, \quad m \rightarrow m, \quad n \rightarrow -n \quad (3.3)$$

Инвариантность относительно обращения времени приводит к соотношениям

$$X_{pqik} = (-1)^{[m]} X_{ikpq} \quad (3.4)$$

Очень полезный метод демонстрации соотношений между разными экспериментальными величинами использует инвариантность относительно отражений в плоскости рассеяния (т. н. правило Бора [27]). Для нуклон-нуклонной матрицы рассеяния эта инвариантность влечет за собой тождество

$$\sigma_{1n} \sigma_{2n} M \sigma_{1n} \sigma_{2n} = M, \quad (3.5)$$

которое можно проверить, используя формулу (2.1).

Обсудим теперь чистые эксперименты в с.ц.м.

(0) Дифференциальное сечение  $\sigma \equiv I_{0000}$  есть, очевидно, скаляр по отношению ко всем рассмотренным здесь дискретным симметриям.

(1) *Однокомпонентные тензоры (аксиальные векторы)  $P_{p000}, P_{0q00}, A_{00i0}$  и  $A_{000k}$ .* Сохранение четности приводит к тому, что единственными ненулевыми компонентами оказываются  $P_{n000}, P_{0n00}, A_{00n0}$  и  $A_{000n}$ . Принцип Паули влечет за собой  $P_{n000} = P_{0n00}$  и  $A_{00n0} = A_{000n}$ . Наконец, инвариантность к обращению времени дает:  $P_{n000} = A_{000n}$  и  $P_{0n00} = A_{00n0}$ . Таким образом, из 12 различных величин 8 равны нулю, а оставшиеся 4 равны друг другу.

(2) *Двухкомпонентные тензоры  $C_{pq00}, D_{p0i0}, K_{0qi0}, K_{p00k}, D_{0q0k}$  и  $A_{00ik}$ .* Сохранение четности уменьшает число компонент с 54 до 30. Учет принципа Паули приводит к соотношениям  $C_{pq00} = C_{qp00}, D_{p0i0} = D_{0p0i}, K_{p00k} = K_{0p0k}$  и  $A_{00ik} = A_{00ki}$ , так что остается только 18 компонент. Наконец, инвариантность к обращению времени приводит к соотношениям  $C_{nn00} = A_{00nn}, C_{i100} = A_{00ii}, C_{mm00} = A_{00mm}, C_{m100} = -A_{00ml}, D_{m0i0} = -D_{i0m0}$  и  $K_{0m10} = -K_{01m0}$ , уменьшая число различных экспериментов до 12.

(3) *Трехкомпонентные тензоры  $C_{pqi0}, C_{pq0k}, M_{p0ki}$  и  $N_{0qik}$ .* Сохранение четности уменьшает число компонент со 108 до 52. Из принципа Паули следует, что  $C_{pqi0} = C_{qp0i}$  и  $M_{p0ki} = N_{0pki}$ . Инвариантность к обращению времени приводит

к  $C_{pqi0} = (-1)^{[m]} M_{i0pq}$ . Таким образом, у нас остается 13 компонент. Их число может быть уменьшено еще дальше, если использовать правило Бора (3.5), которое приводит к соотношениям  $C_{mmn0} = -C_{lln0}, C_{nnm0} = C_{nll0}$  и  $C_{mnm0} = C_{lno0}$ , а также связывает  $C_{nnn0}$  с поляризацией  $C_{nnn0} = P_{n000}$ . В итоге только 9 компонент трехкомпонентных тензоров остаются независимыми.

(4) *Четырехкомпонентные тензоры  $C_{pqik}$ .* Сохранение четности сводит число ненулевых компонент с 81 до 41. Принцип Паули приводит к соотношению  $C_{pqik} = C_{qpk i}$ , а инвариантность к обращению времени влечет за собой  $C_{pqik} = (-1)^{[m]} C_{ikpq}$ . Таким образом, мы остаемся всего с 17 компонентами. Используя правило Бора (3.5), мы можем свести некоторые компоненты к компонентам тензоров более низкого порядка, а также найти два новых соотношения между компонентами  $C_{pqik}$ . Эти соотношения следующие:

$$\begin{aligned} C_{nnnn} &= 1, \quad C_{nlnl} = D_{0n0n}, \quad C_{nnmm} = D_{0l0l}, \\ C_{nlln} &= K_{0mm0}, \quad C_{nnmm} = K_{0ll0}, \quad C_{llnn} = -C_{mm00}, \\ C_{mmnn} &= -C_{ll00}, \quad C_{nmln} = -K_{0l0m}, \quad C_{mlnn} = C_{im00}, \\ C_{mnlm} &= -D_{i0m0}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

а также

$$C_{mmmm} - C_{llll}, \quad C_{mmml} = -C_{lllm} \quad (3.7)$$

Непосредственно используя формулу (2.1), мы можем найти, что

$$\begin{aligned} \sigma_{2m} M \sigma_{2m} &= -\sigma_{1l} M \sigma_{1l} + \sigma_{1m} M \sigma_{1m} + \sigma_{2l} M \sigma_{2l}, \\ -i \sigma_{2l} M \sigma_{1n} \sigma_{2m} &= \sigma_{1l} M \sigma_{1l} - i \sigma_{1l} M \sigma_{1m} \sigma_{2n} - \sigma_{2l} M \sigma_{2l}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

а также

$$-i \sigma_{2m} M \sigma_{1n} \sigma_{2l} = -\sigma_{1l} M \sigma_{1l} + i \sigma_{1l} \sigma_{2n} M \sigma_{1m} + \sigma_{2l} M \sigma_{2l}.$$

Умножив каждое из равенств (3.8) на  $\sigma_{1l}$  слева и на  $\sigma_{1l} M^+$  справа, получим дополнительно еще три линейных соотношения между компонентами  $C_{pqik}$  и тензорами низшего порядка. Эти соотношения можно записать, например, так

$$\begin{aligned} C_{lmlm} &= C_{mlml} = -1 + D_{n0n0} + C_{lll}, \\ C_{llmm} &= C_{mmlm} = 1 - A_{00nn} - C_{lll}, \\ C_{lmm l} &= C_{mlml} = -1 + K_{0n0n} + C_{lll}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Таким образом, только две компоненты  $C_{pqik}$  несут новую (линейно независимую) информацию и в качестве таковых мы выбираем  $C_{lll}$  и  $C_{llm}$ .

В конце концов, мы остаемся с 25 линейно независимыми величинами. Давайте теперь выразим все ненулевые экспериментальные величины через амплитуды рассеяния, определенные в (2.1). Полученные результаты представлены в табл. 3.2, где 122 ненулевые экспериментальные с.ц.м. величины даны в явном виде. Оставшиеся 6 компонент  $C_{pqik}$  даны в формулах (3.9).

Билинейные комбинации амплитуд  $a, b, c, d$  и  $e$ , выраженные через экспериментальные с.ц.м. величины, даны в табл. 3.3.

Таблица 3.2. Экспериментальные с.ц.м. величины, выраженные через амплитуды рассеяния.

$$\begin{aligned}
 \sigma &\equiv I_{0000} = \sigma C_{nnnn} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma C_{nn00} &= \sigma A_{00nn} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma D_{n0n0} &= \sigma D_{0n0n} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma K_{0nn0} &= \sigma K_{n00n} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2 + |e|^2 \} \\
 \sigma C_{llll} &= \sigma C_{mmmm} = \frac{1}{2} \{ |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 - |e|^2 \} \\
 \sigma P &\equiv \sigma P_{n000} = \sigma P_{0n00} = \sigma A_{000n} = \sigma A_{000n} = \\
 &= \sigma C_{nnn0} = \sigma C_{nn0n} = \sigma M_{n0nn} = \sigma N_{0n0n} = \text{Re } a^* e \\
 \sigma C_{lllm} &= \sigma C_{llml} = -\sigma C_{lml} = -\sigma C_{mlll} = \\
 &= \sigma C_{lmml} = \sigma C_{mlmm} = -\sigma C_{mmlm} = -\sigma C_{mmml} = \text{Im } a^* e \\
 \sigma C_{lnl0} &= \sigma C_{mnm0} = \sigma C_{nl0l} = \sigma C_{nm0m} = \\
 &= \sigma M_{l0ln} = \sigma M_{m0mn} = \sigma N_{0lnl} = \sigma N_{0mnm} = \text{Re } b^* e \\
 \sigma D_{l0m0} &= \sigma D_{0l0m} = -\sigma D_{m0l0} = -\sigma D_{0m0l} = \\
 &= \sigma C_{nlm0} = \sigma C_{l0mn} = -\sigma C_{mnl0} = -\sigma C_{nm0l} = \text{Im } b^* e \\
 \sigma C_{nll0} &= \sigma C_{nmml} = \sigma C_{ln0l} = \sigma C_{mn0m} = \\
 &= \sigma M_{l0ln} = \sigma M_{m0mn} = \sigma N_{0lnl} = \sigma N_{0mnm} = \text{Re } c^* e \\
 \sigma K_{0l0m} &= \sigma K_{l00m} = -\sigma K_{m00l} = -\sigma K_{0m0l} = \\
 &= \sigma C_{nlm0} = \sigma C_{l0mn} = -\sigma C_{mnl0} = -\sigma C_{nm0l} = \text{Im } c^* e \\
 \sigma C_{lln0} &= -\sigma C_{mmn0} = \sigma C_{ll0n} = -\sigma C_{mm0n} = \\
 &= \sigma M_{n0ll} = -\sigma M_{n0mm} = \sigma N_{0nll} = -\sigma N_{0nmm} = -\text{Re } d^* e \\
 \sigma C_{lm00} &= \sigma C_{ml00} = -\sigma A_{00lm} = -\sigma A_{00ml} = \\
 &= -\sigma C_{nnml} = -\sigma C_{nnlm} = \sigma C_{mlnn} = \sigma C_{lmnn} = \text{Im } d^* e \\
 \sigma D_{m0m0} &= \sigma D_{0m0m} = \sigma C_{nlml} = \sigma C_{lnln} = \\
 &= \text{Re } (a^* b + c^* d) \\
 \sigma C_{mnl0} &= \sigma C_{nm0l} = -\sigma M_{l0mn} = -\sigma N_{0lnm} = \\
 &= \text{Im } (a^* b + c^* d) \\
 \sigma D_{l0l0} &= \sigma D_{0l0l} = \sigma C_{nmnm} = \sigma C_{mnmn} = \\
 &= \text{Re } (a^* b - c^* d) \\
 \sigma C_{lnm0} &= \sigma C_{nl0m} = -\sigma M_{m0ln} = -\sigma N_{0mnl} = \\
 &= -\text{Im } (a^* b - c^* d) \\
 \sigma K_{0mm0} &= \sigma K_{m00m} = \sigma C_{nlln} = \sigma C_{lnll} = \\
 &= \text{Re } (a^* c + b^* d) \\
 \sigma C_{nml0} &= \sigma C_{mn0l} = -\sigma M_{l0mn} = -\sigma N_{0lmm} = \\
 &= \text{Im } (a^* c + b^* d) \\
 \sigma K_{0ll0} &= \sigma K_{l00l} = \sigma C_{mnmn} = \sigma C_{nmnm} = \\
 &= \text{Re } (a^* c - b^* d) \\
 \sigma C_{nlm0} &= \sigma C_{ln0m} = -\sigma M_{m0nl} = -\sigma N_{0mnl} = \\
 &= -\text{Im } (a^* c - b^* d) \\
 \sigma C_{mm00} &= \sigma A_{00mm} = -\sigma C_{nnll} = -\sigma C_{llnn} = \\
 &= \text{Re } (a^* d + b^* c) \\
 \sigma C_{lmn0} &= \sigma C_{ml0n} = -\sigma M_{n0lm} = -\sigma N_{0nml} = \\
 &= -\text{Im } (a^* d + b^* c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma C_{ll00} &= \sigma A_{00ll} = -\sigma C_{mnmn} = -\sigma C_{nmnm} = -\text{Re } (a^* d - b^* c) \\
 \sigma C_{mln0} &= \sigma C_{lm0n} = -\sigma M_{n0ml} = -\sigma N_{0nml} = -\text{Im } (a^* d - b^* c)
 \end{aligned}$$

Таблица 3.3. Билинейные комбинации  $a, b, c, d, e$ , выраженные через с.ц.м. экспериментальные величины.

$$\begin{aligned}
 |a|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ -1 + D_{n0n0} + K_{0nn0} + C_{nn00} + 2C_{lll} \} \\
 |b|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ 1 + D_{n0n0} - K_{0nn0} - C_{nn00} \} \\
 |c|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ 1 - D_{n0n0} + K_{0nn0} - C_{nn00} \} \\
 |d|^2 &= \frac{\sigma}{2} \{ 1 - D_{n0n0} - K_{0nn0} + C_{nn00} \} \\
 |e|^2 &= \sigma \{ 1 - C_{lll} \} \\
 a^* b &= \frac{\sigma}{2} \{ D_{m0m0} + D_{l0l0} + i (C_{mnl0} - C_{lnm0}) \} \\
 a^* c &= \frac{\sigma}{2} \{ K_{0mm0} + K_{0ll0} + i (C_{nml0} - C_{lmn0}) \} \\
 a^* d &= \frac{\sigma}{2} \{ C_{mm00} - C_{ll00} - i (C_{lmn0} + C_{mnl0}) \} \\
 a^* e &= \sigma \{ P + i C_{lll} \} \\
 b^* c &= \frac{\sigma}{2} \{ C_{mm00} + C_{ll00} + i (C_{mnl0} - C_{lnm0}) \} \\
 b^* d &= \frac{\sigma}{2} \{ K_{0mm0} - K_{0ll0} + i (C_{nml0} + C_{lmn0}) \} \\
 b^* e &= \sigma \{ C_{lnl0} + i D_{l0m0} \} \\
 c^* d &= \frac{\sigma}{2} \{ D_{m0m0} - D_{l0l0} + i (C_{lnm0} + C_{mnl0}) \} \\
 c^* e &= \sigma \{ C_{nll0} + i K_{0l0m} \} \\
 d^* e &= \sigma \{ -C_{lln0} + i C_{lm00} \}
 \end{aligned}$$

Единственные оставшиеся независимые экспериментальные величины содержатся в полных сечениях. Действительно, полные сечения можно записать в виде [28, 29]:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{0tot} + \sigma_{1tot} (P_B P_T) + \sigma_{2tot} (P_B k) (P_T k), \quad (3.10)$$

где  $P_B$  и  $P_T$  — поляризации пучка и мишени,  $k$  — единичный вектор в направлении импульса пучка. Величины  $\sigma_{0tot}$ ,  $\sigma_{1tot}$  и  $\sigma_{2tot}$  можно получить, измеряя полные сечения при соответственно поляризованных начальных нуклонах. Они связаны с

амплитудами через оптическую теорему:

$$\begin{aligned}\sigma_{0\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \text{Im} [a(0) + b(0)], \\ \sigma_{1\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \text{Im} [c(0) + d(0)], \\ \sigma_{2\text{tot}} &= -\frac{4\pi}{k} \text{Im} d(0),\end{aligned}\quad (3.11)$$

где  $k$  есть волновое число. Обозначения  $\sigma_{1\text{tot}}$  и  $\sigma_{2\text{tot}}$  не следует понимать буквально. Действительно, эти "сечения" могут быть положительными, равными нулю или отрицательными; только  $\sigma_{\text{tot}}$  и  $\sigma_{0\text{tot}}$  являются положительно определенными.

В терминах спиральных амплитуд имеем

$$\begin{aligned}\sigma_{0\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \text{Im} [\Phi_1(0) + \Phi_3(0)], \\ \sigma_{1\text{tot}} &= \frac{2\pi}{k} \text{Im} \Phi_2(0), \\ \sigma_{2\text{tot}} &= -\frac{2\pi}{k} \text{Im} [\Phi_1(0) + \Phi_2(0) - \Phi_3(0)].\end{aligned}\quad (3.12)$$

Величины  $\sigma_{0\text{tot}}$ ,  $\sigma_{1\text{tot}}$  и  $\sigma_{2\text{tot}}$  прямо связаны с триплетным и синглетным полными сечениями следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\sigma_{0\text{tot}} &= \frac{1}{4}\sigma_s + \frac{1}{4}\sigma_{t,0} + \frac{1}{2}\sigma_{t,+1}, \\ \sigma_{1\text{tot}} &= \frac{1}{4}(\sigma_{t,0} - \sigma_s), \\ \sigma_{2\text{tot}} &= \frac{1}{2}(\sigma_{t,+1} - \sigma_{t,0}),\end{aligned}\quad (3.13)$$

(здесь  $\sigma_{t,-1} = \sigma_{t,+1}$ ).

В табл. 3.2 даны выражения 25 линейно независимых экспериментальных величин через 9 вещественных параметров: абсолютных величин и относительных фаз амплитуд  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $e$ . Очевидно, что можно найти 16 независимых нелинейных соотношений между экспериментальными величинами, используя тривиальные соотношения для комплексных чисел. Например, если (на время) примем  $x_1 = a$ ,  $x_2 = b$ ,  $x_3 = c$ ,  $x_4 = d$  и  $x_5 = e$ , то можно записать очевидные тождества между амплитудами:

$$(x_i x_j^*) = \frac{|x_i|^2 (x_1 x_j^*)}{(x_1 x_i^*)}\quad (3.14)$$

при  $i = 2, 3, 4, 5$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5$  и  $j \neq i$ .

Будучи рассмотренными как равенства между квадратичными членами типа  $(x_i x_j^*)$ , соотношения (3.14) представляют пример полного набора независимых соотношений. Действительно, из (3.14) следуют все прочие соотношения, такие как

$$(x_i x_j^*) (x_j x_k^*) = |x_j|^2 (x_i x_k^*),\quad (3.15)$$

или [30]:

$$\begin{aligned}(x_1 x_i^*) [(x_j x_k^*) - (x_k x_j^*)] + (x_i x_j^*) [(x_k x_i^*) - (x_i x_k^*)] + \\ + (x_i x_k^*) [(x_j x_i^*) - (x_j x_i^*)] = 0\end{aligned}\quad (3.16)$$

и [31]

$$(x_i x_i^*) (x_j x_k^*) (x_k x_i^*) = |x_i|^2 |x_j|^2 |x_k|^2\quad (3.17)$$

для всех  $i, j, k, l = 1, 2, 3, 4, 5$ .

Соотношения между наблюдаемыми можно написать, непосредственно подставляя в (3.15), (3.16) или (3.17) соответствующие выражения из табл. 3.3. Поступая аналогичным образом, можно получить соотношения между величинами в лабораторной системе, или даже между с.ц.м. и лабораторными величинами, пользуясь табл. 4.1. В литературе [30, 31, 32] уже обсуждались многие из таких соотношений, и мы не будем на этом задерживаться.

Аналогичным образом мы можем найти неравенства, содержащие экспериментальные величины. Например, из

$$0 \leq |a \pm e|^2$$

получаем

$$4|P| \leq 1 + D_{n0n0} + K_{0nn0} + C_{nn00},$$

а из

$$0 \leq |c \pm d|^2$$

следует

$$|D_{m0m0} - D_{l0l0}| \leq 1 - D_{n0n0}.$$

Аналогичным образом можно получить остальные возможные соотношения.

## Глава 4

# Экспериментальные величины в лабораторной системе

В любом эксперименте измеримо только некоторое угловое распределение. В этой главе мы обсудим формулу, описывающую угловое распределение коррелированного рассеяния для случая, когда оба начальных нуклона поляризованы. Это наиболее общая формула для упругого нуклон-нуклонного рассеяния. Она содержит все возможные экспериментальные величины и может быть легко сведена к конкретным случаям, представляющим интерес. Для этого достаточно положить значения тех или иных начальных или конечных поляризаций равными нулю либо выбрать их в определенных направлениях.

Введем символы  $\bar{I}_i$  и  $\bar{P}_i$ :

$$\bar{I}_i = \frac{1}{2} \text{Tr} M_i M_i^+, \quad \bar{I}_i \bar{P}_i = \frac{1}{2} \text{Tr} M_i (\sigma_i, n_i) M_i^+ \quad (i = 1, 2) \quad (4.1)$$

для сечений и поляризаций в рассеянии (на анализаторе 1 для рассеянной и 2 для частицы отдачи) с матрицами рассеяния  $M_1$  и  $M_2$  и единичными векторами  $n_1$  и  $n_2$  в направлениях нормалей к первой и второй анализирующим плоскостям соответственно (мы предполагаем, что анализирующие рассеяния происходят на бесспиновых ядрах). Если  $i$ -й анализатор отсутствует, то мы полагаем  $\bar{P}_i = 0$  и  $M_i$  равной единичной матрице, что подразумевает  $\bar{I}_i = 1$ .

Сечение коррелированного рассеяния в общем виде определяется как

$$\Sigma_{P_B P_T} (\bar{P}_1, \bar{P}_2) = \text{Tr} M_1 M_2 \rho M_2^+ M_1^+, \quad (4.2)$$

где буквы  $P_B$  и  $P_T$  обозначают поляризации начального пучка и мишени, а  $\rho$  есть нуклон-нуклонная матрица плотности после первого (т. е. изучаемого) рассеяния. Размерности в (4.1) равны первой, второй и третьей степеням сечений, если обе  $\bar{P}_1$  и  $\bar{P}_2$  равны нулю, только одна из них имеет ненулевое значение или обе они отличны от нуля соответственно.

Разложив матрицу плотности  $\rho$  по базисным тензорам, можно получить общую

формулу [32]:

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B P_T} (\bar{P}_1, \bar{P}_2) = & \bar{I}_1 \bar{I}_2 \sigma \{ [1 + A_{00i0} P_{Bi} + A_{000k} P_{Tk} + A_{00ik} P_{Bi} P_{Tk}] + \\ & + \bar{P}_1 [P_{p000} + P_{Bi} D_{p0i0} + P_{Tk} K_{p00k} + P_{Bi} P_{Tk} M_{p0ik}] n_{1p} + \\ & + \bar{P}_2 [P_{0q00} + P_{Bi} K_{0qi0} + P_{Tk} D_{0q0k} + P_{Bi} P_{Tk} N_{0qik}] n_{2q} + \\ & + \bar{P}_1 \bar{P}_2 [C_{pq00} + P_{Bi} C_{pqi0} + P_{Tk} C_{pq0k} + P_{Bi} P_{Tk} C_{pqik}] n_{1p} n_{2q} \}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Везде подразумевается суммирование по повторяющимся индексам  $p, q, i$  и  $k$ . На практике эта формула полезна при обработке событий рассеяния методом максимума правдоподобия. Угловое распределение, обычно измеряемое в эксперименте, описывается отношением

$$\Sigma_{P_B P_T} (00) / \Sigma_{00} (00),$$

если  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$  (т. е. для экспериментов В.1, С.1 и D.1 таблицы 3.1) и отношением

$$\Sigma_{P_B P_T} (\bar{P}_1 \bar{P}_2) / \bar{I}_1 \bar{I}_2 \Sigma_{P_B P_T} (00),$$

в остальных случаях. Дифференциальное сечение (А.1 таблицы 3.1) является исключением, так как в этом эксперименте необходимы абсолютные измерения.

Формула (4.3) справедлива в любой системе отсчета, но мы будем использовать ее, в основном, в лабораторной системе (т. е. с покоящейся мишенью), причем индексы  $p, q, i$  и  $k$  будут заменены на  $a, b, c$  и  $d$ .

При обсуждении экспериментов в лабораторной системе, мы будем использовать

$$k, k' \text{ and } k'' \quad (4.4)$$

т. е. единичные векторы в направлениях импульсов начальной и рассеянной частиц, а также частицы отдачи в лабораторной системе ( $k = k_i$ ). Мы будем использовать следующие поперечные векторы:

$$s = n \times k, \quad s' = n \times k', \quad s'' = n \times k'', \quad (4.5)$$

где  $n$  определена в (2.2).

В "чистых лабораторных экспериментах" начальные поляризации определяются по отношению к направлениям  $k, s$  или  $n$ , поляризации рассеянных частиц измеряются в направлениях  $k', s'$  или  $n$ , а для частиц отдачи — в направлениях  $k'', s''$  или  $n$ .

Заметим, что в присутствии магнитного поля спины рассеянных частиц или частиц отдачи могут подвергнуться вращениям прежде, чем эти частицы достигнут анализаторов (см. комментарии в конце этой главы).

Теперь рассмотрим представляющие интерес отдельные случаи, использованные при этом те свойства экспериментальных величин, которые будут установлены в главе 6.



А. Неполаризованный пучок, неполаризованная мишень:  $P_B = P_T = 0$ .

А.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{00}(0, 0) = \sigma. \quad (4.6)$$

А.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{00}(\bar{P}_1, 0) = \bar{I}_1 \sigma (1 + \bar{P}_1 P n_{1n}). \quad (4.7)$$

А.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .

$$\Sigma_{00}(0, \bar{P}_2) = \bar{I}_2 \sigma (1 + \bar{P}_2 P n_{2n}). \quad (4.8)$$

А.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

$$\begin{aligned} \Sigma_{00}(\bar{P}_1, \bar{P}_2) = & \bar{I}_1 \bar{I}_2 \sigma (1 + [\bar{P}_1 n_{1n} + \bar{P}_2 n_{2n}] P + \\ & + \bar{P}_1 \bar{P}_2 [C_{nn00} n_{1n} n_{2n} + C_{s's''00} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''00} n_{1s'} n_{2k''} + \\ & + C_{k's''00} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''00} n_{1k'} n_{2k''}]). \end{aligned} \quad (4.9)$$

В. Поляризованный пучок, неполаризованная мишень:  $P_B \neq 0$ ,  $P_T = 0$ .

В.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{P_B 0}(0, 0) = \sigma (1 + P P_{Bn}). \quad (4.10)$$

В.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B 0}(\bar{P}_1, 0) = & \bar{I}_1 \sigma \{1 + P P_{Bn} + \bar{P}_1 [P n_{1n} + D_{n0n0} P_{Bn} n_{1n} + \\ & + (D_{s'0s0} n_{1s'} + D_{k'0s0} n_{1k'}) P_{Bs} + \\ & + (D_{s'0k0} n_{1s'} + D_{k'0k0} n_{1k'}) P_{Bk}]\}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

В.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{\bar{P}_B 0}(0, \bar{P}_2) = & \bar{I}_2 \sigma \{1 + P P_{Bn} + \bar{P}_2 [P n_{2n} + K_{0nn0} P_{Bn} n_{2n} + \\ & + (K_{0s''s0} n_{2s''} + K_{0k''s0} n_{2k''}) P_{Bs} + \\ & + (K_{0s''k0} n_{2s''} + K_{0k''k0} n_{2k''}) P_{Bk}]\}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

В.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

Выражение для  $\Sigma_{P_B 0}(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$  можно получить из (4.3), положив  $P_T = 0$ . Таким образом, в формуле появятся только  $P$ ,  $D_{a0c0}$ ,  $K_{0bc0}$ ,  $C_{ab00}$  и  $C_{abc0}$ .

С. Неполаризованный пучок, поляризованная мишень:  $P_B = 0$ ,  $P_T \neq 0$ .

С.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\Sigma_{0P_T}(0, 0) = \sigma (1 + P P_{Tn}). \quad (4.13)$$

С.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{0P_T}(\bar{P}_1, 0) = & \bar{I}_1 \sigma \{1 + P P_{Tn} + \bar{P}_1 [P n_{1n} + K_{n00n} P_{Tn} n_{1n} + \\ & + (K_{s'00s} n_{1s'} + K_{k'00s} n_{1k'}) P_{Ts} + \\ & + (K_{s'00k} n_{1s'} + K_{k'00k} n_{1k'}) P_{Tk}]\}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

С.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{0P_T}(0, \bar{P}_2) = & \bar{I}_2 \sigma \{1 + P P_{Tn} + \bar{P}_2 [P n_{2n} + D_{0n0n} P_{Tn} n_{2n} + \\ & + (D_{0s''0s} n_{2s''} + D_{0k''0s} n_{2k''}) P_{Ts} + \\ & + (D_{0s''0k} n_{2s''} + D_{0k''0k} n_{2k''}) P_{Tk}]\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

С.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

Выражение для  $\Sigma_{0P_T}(\bar{P}_1, \bar{P}_2)$  можно получить из (4.3), положив  $P_B = 0$ . Оно будет содержать только  $P$ ,  $K_{a00d}$ ,  $D_{0b0d}$ ,  $C_{ab00}$  и  $C_{abd0}$ .

Д. Поляризованный пучок и мишень:  $P_B \neq 0$ ,  $P_T \neq 0$ .

Д.1. Поляризации в конечном состоянии не анализируются:  $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 1$ .

$$\begin{aligned} \Sigma_{P_B P_T}(0, 0) = & \sigma [1 + P (P_{Bn} + P_{Tn}) + A_{00nn} P_{Bn} P_{Tn} + \\ & + A_{00ss} P_{Bs} P_{Ts} + A_{00sk} (P_{Bs} P_{Tk} + P_{Bk} P_{Ts}) + \\ & + A_{00kk} P_{Bk} P_{Tk}]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Д.2. Анализируется поляризация рассеянной частицы:  $\bar{P}_2 = 0$ ,  $\bar{I}_2 = 1$ .  $\Sigma_{P_B P_T}(\bar{P}_1, 0)$  выражается через  $P$ ,  $A_{00cd}$ ,  $D_{a0c0}$ ,  $K_{a00d}$  и  $M_{a0cd}$ .

Д.3. Анализируется поляризация частицы отдачи:  $\bar{P}_1 = 0$ ,  $\bar{I}_1 = 1$ .  $\Sigma_{P_B P_T}(0, \bar{P}_2)$  выражается через  $P$ ,  $A_{00cd}$ ,  $D_{0b0d}$ ,  $K_{0bc0}$  и  $N_{0bcd}$ .

Д.4. Анализируются поляризации обеих частиц.

В этом случае все члены в (4.3) остаются в формуле, и хотя она и пишется без затруднений, все же весьма громоздка. Мы не будем выписывать ее в самом общем виде, но рассмотрим только некоторые интересные специальные случаи (указывая конкретные направления поляризаций). Сконцентрируемся на измерениях, дающих интересные компоненты 4-индексного тензора.

(i)  $P_B = P_{Bs}$ ,  $P_T = P_{Ts}$ ,  $\bar{P}_1 = \bar{P}_1 n_1 = \bar{P}_{1s'} s' + \bar{P}_{1k'} k'$ ,  $\bar{P}_2 = \bar{P}_2 n_2 = \bar{P}_{2s''} s'' + \bar{P}_{2k''} k''$  [анализируются только компоненты поляризации в плоскости первого рассеяния, то есть  $n_1$  ( $n_2$ ) есть комбинация  $s'$  и  $k'$  ( $s''$  и  $k''$ )].

$$\begin{aligned}
& \Sigma_{P_B P_T} (\tilde{P}_1, \tilde{P}_1) = \tilde{I}_1 \tilde{I}_2 \sigma \{1 + A_{00s} P_B P_T + \\
& + \tilde{P}_1 [P_B (D_{s'0s0} n_{1s'} + D_{k'0s0} n_{1k'}) + P_T (K_{s'00s} n_{1s'} + K_{k'00s} n_{1k'})] + \\
& + \tilde{P}_2 [P_B (K_{0s''s0} n_{2s''} + K_{0k''s0} n_{2k''}) + P_T (D_{0s''0s} n_{2s''} + D_{0k''0s} n_{2k''})] + \\
& + \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 [C_{s's''00} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''00} n_{1s'} n_{2k''} + \\
& + C_{k's''00} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''00} n_{1k'} n_{2k''} + \\
& + P_B P_T (C_{s's''ss} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''ss} n_{1s'} n_{2k''} + \\
& + C_{k's''ss} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''ss} n_{1k'} n_{2k''})\} . \quad (4.17)
\end{aligned}$$

(ii)  $P_B = P_B s$ ,  $P_T = P_T k$ ,  $\tilde{P}_1 = \tilde{P}_1 n_1 = \tilde{P}_{1s'} s' + \tilde{P}_{1k'} k'$ ,  $\tilde{P}_2 = \tilde{P}_2 n_2 = \tilde{P}_{2s''} s'' + \tilde{P}_{2k''} k''$  ( $n_1$  и  $n_2$  опять находятся в плоскости первого рассеяния).

$$\begin{aligned}
& \Sigma_{P_B P_T} (\tilde{P}_1, \tilde{P}_1) = \tilde{I}_1 \tilde{I}_2 \sigma \{1 + A_{00sk} \tilde{P}_B P_T + \\
& + \tilde{P}_1 [P_B (D_{s'0s0} n_{1s'} + D_{k'0s0} n_{1k'}) + P_T (K_{s'00k} n_{1s'} + K_{k'00k} n_{1k'})] + \\
& + \tilde{P}_2 [P_B (K_{0s''s0} n_{2s''} + K_{0k''s0} n_{2k''}) + P_T (D_{0s''0k} n_{2s''} + D_{0k''0k} n_{2k''})] + \\
& + \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 [C_{s's''00} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''00} n_{1s'} n_{2k''} + \\
& + C_{k's''00} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''00} n_{1k'} n_{2k''} + \\
& + P_B P_T (C_{s's''sk} n_{1s'} n_{2s''} + C_{s'k''sk} n_{1s'} n_{2k''} + \\
& + C_{k's''sk} n_{1k'} n_{2s''} + C_{k'k''sk} n_{1k'} n_{2k''})\} . \quad (4.18)
\end{aligned}$$

Во всех формулах, приведенных выше, иногда бывает полезным выразить векторные компоненты через полярные углы  $\phi_1$  и  $\phi_2$  между нормалью к плоскости рассеяния и двумя нормальями к анализирующим плоскостям. Они удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}
\cos \phi_1 &= (\mathbf{n}, \mathbf{n}_1), \quad \sin \phi_1 = (\mathbf{n}, \mathbf{n}_1 \times \mathbf{k}') = -(\mathbf{n}_1, \mathbf{s}'), \\
\cos \phi_2 &= (\mathbf{n}, \mathbf{n}_2), \quad \sin \phi_2 = (\mathbf{n}, \mathbf{n}_2 \times \mathbf{k}'') = -(\mathbf{n}_2, \mathbf{s}''). \quad (4.19)
\end{aligned}$$

Следует иметь в виду важное обстоятельство, касающееся всех приведенных выше формул. В отсутствие магнитного поля скалярные произведения с  $n_{1k'}$  и  $n_{2k''}$  равны нулю, так как векторы  $k'$  и  $k''$  лежат в первой и второй анализирующих плоскостях соответственно. Т. е. все компоненты поляризационных тензоров, содержащие индексы  $k'$  или  $k''$ , фактически исчезают из измеряемых распределений. Для того чтобы эти компоненты наблюдать, необходимо использовать магнитное поле перед анализатором, поворачивающее поляризацию. В частности, магнитное поле между мишенью и анализатором 1 (2) вдоль направления  $s'$  ( $s''$ ) будет поворачивать поляризацию рассеянной частицы (частицы отдачи) в плоскости  $k'$ ,  $n$  ( $k''$ ,  $n$ ). Скалярные произведения  $n_{1n}$  и  $n_{1k'}$  ( $n_{2n}$  и  $n_{2k''}$ ) в этом случае будут пониматься как косинусы углов между нормальями  $n_1$  ( $n_2$ ) и направлениями, к которым компоненты поляризации рассеянной частицы (частицы отдачи)  $n$  и  $k'$  ( $n$  и  $k''$ ) будут повернуты магнитным полем (после рассматриваемого рассеяния).

Наблюдаемые, измеряемые в лабораторной системе, выражены в табл. 4.1 через амплитуды  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $a$  в табл. 4.2 – через спиральные амплитуды.

Таблица 4.1. Экспериментальные величины в лабораторной системе, выраженные через амплитуды рассеяния.

В.2.

$$\begin{aligned}
\sigma D_{s'0s0} &= Re a^* b \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re c^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im b^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma D_{s'0k0} &= -Re a^* b \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re c^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im b^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma D_{k'0s0} &= Re a^* b \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re c^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) + Im b^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma D_{k'0k0} &= Re a^* b \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - Re c^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im b^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right)
\end{aligned}$$

В.3.

$$\begin{aligned}
\sigma K_{0s''s0} &= -Re a^* c \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \cos \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma K_{0s''k0} &= Re a^* c \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \sin \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma K_{0k''s0} &= -Re a^* c \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \sin \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma K_{0k''k0} &= -Re a^* c \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \cos \left( \beta - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right)
\end{aligned}$$

С.2.

$$\begin{aligned}
\sigma K_{s'00s} &= Re a^* c \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma K_{s'00k} &= -Re a^* c \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma K_{k'00s} &= Re a^* c \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + Re b^* d \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) + Im c^* e \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) \\
\sigma K_{k'00k} &= Re a^* c \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - Re b^* d \cos \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) - Im c^* e \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right)
\end{aligned}$$

C.3.

$$\begin{aligned}\sigma D_{0s''0s} &= -Re a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Re c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma D_{0s''0k} &= Re a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Re c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma D_{0k''0s} &= -Re a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Re c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma D_{0k''0k} &= -Re a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Re c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right)\end{aligned}$$

A.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s's''00} &= -Re a^* d \cos(\alpha + \beta) - Re b^* c \cos(\alpha - \beta) + Im d^* e \sin(\alpha + \beta) \\ \sigma C_{k's''00} &= -Re a^* d \sin(\alpha + \beta) - Re b^* c \sin(\alpha - \beta) - Im d^* e \cos(\alpha + \beta) \\ \sigma C_{s's''00} &= -Re a^* d \sin(\alpha + \beta) + Re b^* c \sin(\alpha - \beta) - Im d^* e \cos(\alpha + \beta) \\ \sigma C_{k'k''00} &= Re a^* d \cos(\alpha + \beta) - Re b^* c \cos(\alpha - \beta) - Im d^* e \sin(\alpha + \beta)\end{aligned}$$

D.1.

$$\begin{aligned}\sigma A_{00ss} &= Re a^* d \cos \theta + Re b^* c - Im d^* e \sin \theta \\ \sigma A_{00sk} &= \sigma A_{00ks} = -Re a^* d \sin \theta - Im d^* e \cos \theta \\ \sigma A_{00kk} &= -Re a^* d \cos \theta + Re b^* c + Im d^* e \sin \theta\end{aligned}$$

B.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s's''n0} &= -Re d^* e \cos(\alpha + \beta) - Im a^* d \sin(\alpha + \beta) - Im b^* c \sin(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{k's''n0} &= -Re d^* e \sin(\alpha + \beta) + Im a^* d \cos(\alpha + \beta) + Im b^* c \cos(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{s's''n0} &= -Re d^* e \sin(\alpha + \beta) + Im a^* d \cos(\alpha + \beta) - Im b^* c \cos(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{k'k''n0} &= Re d^* e \cos(\alpha + \beta) + Im a^* d \sin(\alpha + \beta) - Im b^* c \sin(\alpha - \beta) \\ \sigma C_{s's'n0} &= Re b^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{k'0kn} \\ \sigma C_{k's'n0} &= Re b^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{s'0kn} \\ \sigma C_{s's'nk0} &= -Re b^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{k'0sn} \\ \sigma C_{k'k'nk0} &= Re b^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma M_{s'0sn}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma C_{ns''s0} &= -Re c^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0k''kn} \\ \sigma C_{nk''s0} &= -Re c^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0s''kn} \\ \sigma C_{ns''k0} &= Re c^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0k''sn} \\ \sigma C_{nk''k0} &= -Re c^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0s''sn}\end{aligned}$$

В этом и следующем пунктах для полноты и наглядности выписаны связи с величинами  $M_{a0cd}$  и  $N_{0bcd}$ , хотя в подробностях они обсуждаются в главе 6.

C.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{k'k''0n} &= -C_{s's''n0}, C_{k's''0n} = C_{s'k''n0} \\ \sigma C_{s's''0n} &= -C_{k'k''n0}, C_{s'k''0n} = C_{k's''n0} \\ \sigma C_{s's'n0s} &= Re c^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im b^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma M_{k'0nk} \\ \sigma C_{k'k'n0s} &= Re c^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* c \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{s'0nk} \\ \sigma C_{s's'n0k} &= -Re c^* e \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \cos\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma M_{k'0ns} \\ \sigma C_{k'k'n0k} &= Re c^* e \cos\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* c \sin\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + Im b^* d \sin\left(\alpha - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma M_{s'0ns} \\ \sigma C_{ns''0s} &= -Re b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0k''nk} \\ \sigma C_{nk''0s} &= -Re b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) + Im a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0s''nk}\end{aligned}$$

Таблица 4.2. Экспериментальные величины в лабораторной системе, выраженные через спиральные амплитуды.

$$\begin{aligned}\sigma C_{ns''s0} &= -Re b^* e \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \cos\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= -\sigma N_{0k''ns} \\ \sigma C_{nk''0k} &= -Re b^* e \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im a^* b \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - Im c^* d \sin\left(\beta - \frac{\theta}{2}\right) = \\ &= \sigma N_{0s''ns}\end{aligned}$$

D.2.

$$\begin{aligned}\sigma M_{n0ss} &= -\sigma M_{n0kk} = \sigma N_{oms} = -\sigma N_{onkk} = Re d^* e \cos \theta + Im a^* d \sin \theta \\ \sigma M_{n0ks} &= \sigma N_{onks} = -Re d^* e \sin \theta + Im a^* d \cos \theta + Im b^* c \\ \sigma M_{n0sk} &= \sigma N_{onks} = -Re d^* e \sin \theta + Im a^* d \cos \theta - Im b^* c \\ M_{s'0ns} &= C_{k'n0k}, \quad M_{k'0ns} = -C_{s'n0k}, \quad M_{s'0nk} = -C_{k'n0s}, \quad M_{k'0nk} = C_{s'n0s} \\ M_{s'0sn} &= C_{k'nk0}, \quad M_{k'0sn} = -C_{s'nk0}, \quad M_{s'0kn} = -C_{k'ns0}, \quad M_{k'0kn} = C_{s'ns0}\end{aligned}$$

D.3.

$$\begin{aligned}N_{0nss} &= -N_{onkk} = M_{n0ss} = -M_{n0kk}, \quad N_{0nks} = M_{n0sk}, \quad N_{0nsk} = M_{n0ks} \\ N_{0s''ns} &= C_{nk''0k}, \quad N_{0k''ns} = -C_{ns''0k}, \quad N_{0s''nk} = -C_{nk''0s}, \quad N_{0k''nk} = C_{ns''0s} \\ N_{0s''sn} &= C_{nk''k0}, \quad N_{0k''sn} = -C_{ns''k0}, \quad N_{0s''kn} = -C_{nk''s0}, \quad N_{0k''kn} = C_{ns''s0}\end{aligned}$$

D.4.

$$\begin{aligned}\sigma(C_{s's''ss} + C_{k'k''ss}) &= -(|b|^2 + |c|^2) \cos(\beta - \alpha) \\ \sigma(C_{s'k''ss} - C_{k's''ss}) &= -(|b|^2 + |c|^2) \sin(\beta - \alpha) \\ \sigma(C_{s's''sk} + C_{k'k''sk}) &= (|b|^2 - |c|^2) \sin(\beta - \alpha) \\ \sigma(C_{s'k''sk} - C_{k's''sk}) &= -(|b|^2 - |c|^2) \cos(\beta - \alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma(C_{s's''ss} - C_{k'k''ss}) &= -(|a|^2 - |e|^2) \cos(\alpha + \beta + \theta) - \\ &\quad - |d|^2 \cos(\alpha + \beta - \theta) + 2Im a^* e \sin(\alpha + \beta + \theta) \\ \sigma(C_{s'k''ss} + C_{k's''ss}) &= -(|a|^2 - |e|^2) \sin(\alpha + \beta + \theta) - \\ &\quad - |d|^2 \sin(\alpha + \beta - \theta) - 2Im a^* e \cos(\alpha + \beta + \theta) \\ \sigma(C_{s's''sk} - C_{k'k''sk}) &= (|a|^2 - |e|^2) \sin(\alpha + \beta + \theta) - \\ &\quad - |d|^2 \sin(\alpha + \beta - \theta) + 2Im a^* e \cos(\alpha + \beta + \theta) \\ \sigma(C_{s'k''sk} + C_{k's''sk}) &= -(|a|^2 - |e|^2) \cos(\alpha + \beta + \theta) + \\ &\quad + |d|^2 \cos(\alpha + \beta - \theta) + 2Im a^* e \sin(\alpha + \beta + \theta)\end{aligned}$$

A.1.

$$\sigma = \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 + |\Phi_4|^2 + |\Phi_5|^2)$$

A.2.

$$\sigma P = -Im [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4)]$$

B.2.

$$\begin{aligned}\sigma D_{n0n0} &= Re (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) + 2|\Phi_5|^2 \\ \sigma D_{s'0s0} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1 \\ \sigma D_{s'0k0} &= Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1 \\ \sigma D_{k'0s0} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1 \\ \sigma D_{k'0k0} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 - \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1\end{aligned}$$

B.3.

$$\begin{aligned}\sigma K_{0nn0} &= -Re (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) + 2|\Phi_5|^2 \\ \sigma K_{0s''s0} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_2 \\ \sigma K_{0s''k0} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (-|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_2 \\ \sigma K_{0k''s0} &= Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_2 \\ \sigma K_{0k''k0} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - \frac{1}{2} (-|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_2\end{aligned}$$

C.2.

$$\begin{aligned}\sigma K_{s'00s} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1 \\ \sigma K_{s'00k} &= Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (-|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma K_{k'00s} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_1 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1 \\ \sigma K_{k'00k} &= -Re [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_1 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1\end{aligned}$$

C.3.

$$\begin{aligned}\sigma D_{0s'0s} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_2 \\ \sigma D_{0s''0k} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_2 \\ \sigma D_{0k'0s} &= Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \cos \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_2 \\ \sigma D_{0k''0k} &= -Re [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4)] \sin \theta_2 - \\ &\quad - \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 - |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_2\end{aligned}$$

A.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{nn00} &= Re (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) + 2|\Phi_5|^2 \\ \sigma C_{s's''00} &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1 \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \\ &\quad + Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \sin (\theta_1 - \theta_2) \\ \sigma C_{k's''00} &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \\ &\quad + Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \cos (\theta_1 - \theta_2) \\ \sigma C_{s'k''00} &= \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \\ &\quad - Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \\ &\quad + Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \cos (\theta_1 - \theta_2) \\ \sigma C_{k'k''00} &= \frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2) \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \\ &\quad + Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1 \sin \theta_2 - \\ &\quad - Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \sin (\theta_1 - \theta_2)\end{aligned}$$

D.1.

$$\begin{aligned}\sigma A_{00s} &= Re (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \\ \sigma A_{00sk} &= \sigma A_{00ks} = Re [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \\ \sigma A_{00kk} &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 - |\Phi_3|^2 - |\Phi_4|^2)\end{aligned}$$

B.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s's''n0} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \cos (\theta_1 - \theta_2) + \\ &\quad + (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1 \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1 \cos \theta_2] \\ \sigma C_{k's''n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \sin (\theta_1 - \theta_2) - \\ &\quad - (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1 \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1 \cos \theta_2] \\ \sigma C_{s'k''n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \sin (\theta_1 - \theta_2) - \\ &\quad - (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1 \cos \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1 \sin \theta_2] \\ \sigma C_{k'k''n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4) \cos (\theta_1 - \theta_2) + \\ &\quad + (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1 \cos \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1 \sin \theta_2] \\ \sigma C_{s's'n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{k'k'n0} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{s'k'n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{k'k'n0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 + (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{ns's'0} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_2] \\ \sigma C_{nk'k'0} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{ns''k0} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{nk''k0} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_2]\end{aligned}$$

C.4.

$$\begin{aligned}\sigma C_{s'n0s} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{k'n0s} &= Im [\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_3 + \Phi_2^* \Phi_4) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{s'n0k} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_1 + (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_1] \\ \sigma C_{k'n0k} &= Im [-\Phi_5^* (-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_1 - (\Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_1] \\ \sigma C_{ns's'0s} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 - (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \sin \theta_2] \\ \sigma C_{nk'k'0s} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_4 + \Phi_2^* \Phi_3) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{ns''s'0} &= Im [-\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \sin \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \cos \theta_2] \\ \sigma C_{nk''k'0} &= Im [\Phi_5^* (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \cos \theta_2 + (\Phi_1^* \Phi_2 - \Phi_3^* \Phi_4) \sin \theta_2]\end{aligned}$$

D.2.

$$\begin{aligned}\sigma \Phi_{n0s} &= -\sigma \Phi_{n0kk} = -Im [\Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4)] \\ \sigma \Phi_{n0ks} &= Im (\Phi_1^* \Phi_4 - \Phi_2^* \Phi_3) \\ \sigma \Phi_{n0sk} &= -Im (\Phi_1^* \Phi_3 - \Phi_2^* \Phi_4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma(C_{s's''ss} + C_{k'k''ss}) &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1 - \Phi_2|^2 + |\Phi_3 + \Phi_4|^2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s'k''ss} - C_{k's''ss}) &= -\frac{1}{2} (|\Phi_1 - \Phi_2|^2 + |\Phi_3 + \Phi_4|^2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s's''sk} + C_{k'k''sk}) &= \operatorname{Re} [(\Phi_1^* - \Phi_2^*)(\Phi_3^* + \Phi_4^*)] \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s'k''sk} - C_{k's''sk}) &= \operatorname{Re} [(\Phi_1^* - \Phi_2^*)(\Phi_3^* + \Phi_4^*)] \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
\sigma(C_{s's''s\bar{s}} - C_{k'k''s\bar{s}}) &= \left[ 4|\Phi_5|^2 - \frac{1}{2} (|\Phi_1 + \Phi_2|^2 + |\Phi_3 - \Phi_4|^2) \right] \cos(\theta_2 - \theta_1) - \\
&\quad - 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \sin(\theta_2 - \theta_1) \\
\sigma(C_{s'k''s\bar{s}} + C_{k's''s\bar{s}}) &= \left[ 4|\Phi_5|^2 - \frac{1}{2} (|\Phi_1 + \Phi_2|^2 + |\Phi_3 - \Phi_4|^2) \right] \sin(\theta_2 - \theta_1) + \\
&\quad + 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \cos(\theta_2 - \theta_1) \\
\sigma(C_{s'k''s\bar{k}} - C_{k's''s\bar{k}}) &= -\left[ 4|\Phi_5|^2 - \operatorname{Re} (\Phi_1^* + \Phi_2^*) (\Phi_3 - \Phi_4) \right] \sin(\theta_2 - \theta_1) - \\
&\quad - 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \cos(\theta_2 - \theta_1) \\
\sigma(C_{s'k''sk} + C_{k's''sk}) &= -\left[ 4|\Phi_5|^2 - \operatorname{Re} (\Phi_1^* + \Phi_2^*) (\Phi_3 - \Phi_4) \right] \cos(\theta_2 - \theta_1) - \\
&\quad - 2\operatorname{Re} \Phi_5^* (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4) \sin(\theta_2 - \theta_1)
\end{aligned}$$

## Глава 5

### Соотношения между величинами в системе центра масс и в лабораторной системе

Релятивистские формулы для дифференциальных сечений, которые зависят от выбора кинематических переменных, хорошо известны и не будут здесь обсуждаться. Рассмотрим, однако, преобразования в с.ц.м. других величин, измеренных в лабораторной системе, и выразим их через комбинации чистых экспериментальных с.ц.м. величин. Говоря в общем виде, эти соотношения можно записать как

$$X_{abcd}^{ls} = X_{pqik}^{cms} a_{R_1 p} b_{R_2 q} c_i d_k. \quad (5.1)$$

По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Символы  $a_{R_1 p}$  и  $b_{R_2 q}$  являются компонентами векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ , повернутых на углы релятивистского вращения спина вокруг нормали к плоскости рассеяния. Они представляют направления спина рассеянной частицы и частицы отдачи в с.ц.м., если эти направления в л.с. задаются векторами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ .

Углы релятивистского вращения есть

$$\begin{aligned}
\Omega_1 &= \theta - 2\theta_1 = 2\alpha, \quad \alpha = \frac{\theta}{2} - \theta_1, \\
\Omega_2 &= -\pi + \theta + 2\theta_2 = -\pi + 2\beta, \quad \beta = \frac{\theta}{2} + \theta_2
\end{aligned} \quad (5.2)$$

для рассеянной частицы и частицы отдачи соответственно, где  $\theta$  есть угол рассеяния в с.ц.м., а  $\theta_1$  и  $\theta_2$  есть углы рассеяния и отдачи в л.с. В нерелятивистском случае имеем

$$\alpha = 0, \quad \beta = \frac{\pi}{2}. \quad (5.3)$$

Заметим, что все углы  $\theta$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\Omega_1$  неотрицательны, тогда как  $\Omega_2 \leq 0$ . Все векторы и углы, фигурирующие здесь, показаны на рис. 5.1. Легко найти, что

$$\begin{aligned}
k'_{R_1} &= l \cos \alpha + m \sin \alpha, \quad k''_{R_2} = -l \cos \beta - m \sin \beta, \\
s'_{R_1} &= -l \sin \alpha + m \cos \alpha, \quad s''_{R_2} = l \sin \beta - m \cos \beta,
\end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} k &= l \cos \frac{\theta}{2} - m \sin \frac{\theta}{2}, \\ s &= l \sin \frac{\theta}{2} + m \cos \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

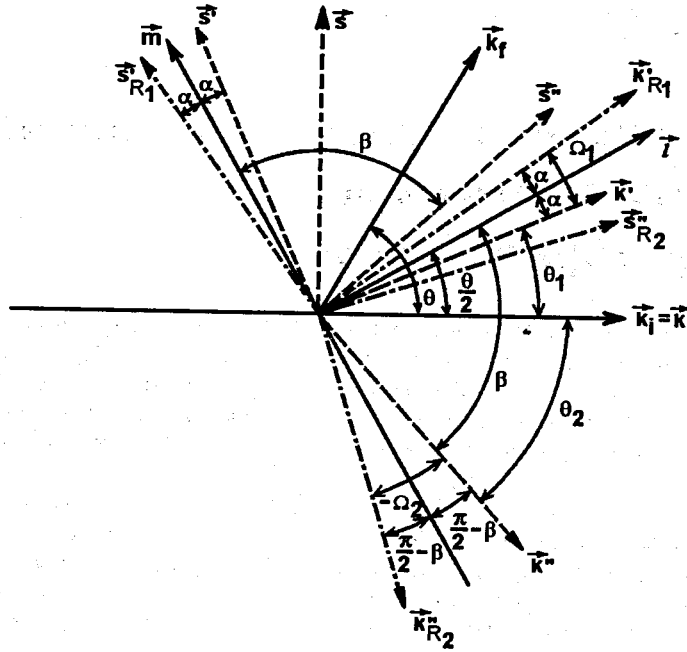


Рис. 5.1. Кинематика нуклон-нуклонного рассеяния в с.ц.м. и в лабораторной системах. Показаны следующие углы:  $\theta$  - угол рассеяния в с.ц.м.,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  - угол рассеяния и угол вылета отдачи в л.с. соответственно. Углы релятивистского вращения  $\Omega_1 = 2\alpha$  и  $\Omega_2 = -\pi + 2\beta$  для рассеянной частицы и частицы отдачи соответственно (в нерелятивистском пределе имеем  $\alpha = 0, \beta = \pi/2$ ). Единичные векторы показаны в следующих направлениях: начального и конечного импульсов в с.ц.м.  $k_i$  и  $k_f$ , направлениях  $l \sim k_i + k_f$ ,  $m \sim k_f - k_i$ , импульсов начальной, рассеянной частицы и частицы отдачи  $k = k_i, k'$  и  $k''$ , направлениях  $s = n \times k, s' = n \times k'$  и  $s'' = n \times k''$ , где  $n \sim k_i \times k_f$ . Наконец,  $k'_{R1}, s'_{R1}, k''_{R2}$  и  $s''_{R2}$  есть указанные выше векторы  $k', s', k''$  и  $s''$ , повернутые на углы  $\Omega_1$  (или  $\Omega_2$ ) для рассеянной частицы (частицы отдачи) соответственно.

Формула (5.1) написана для четырехкомпонентных тензоров. Формулы для тензоров низших рангов легко получить, положив значения соответствующих индексов равными нулю и опустив соответствующие векторные компоненты в правой части.

Каждый из индексов  $p, q, i$  и  $k$  в (5.1) равен 0,  $l, m$  или  $n$  [ см. (2.2)],  $a[b]$  равны 0,  $k', s'$  или  $n$  [ 0,  $k'', s''$  или  $n$ ] и каждый из  $c$  и  $b$  равен 0,  $k, s$  или  $n$  [ см. (4.4) и (4.5)].

Рассмотрим теперь отдельные случаи из табл. 3.1 и выведем соотношения между экспериментальными величинами в с.ц.м. и л.с., используя результаты главы 3.

A.2. Анализируется поляризация рассеянных частиц:  $P^{ls} = P^{cms} = P$ .

B.2. Поляризованный пучок, анализируется поляризация рассеянной частицы.

Хорошо известные параметры Вольфенштейна  $D_{abcd} = D_{p\alpha i 0} a_{R_1 p} c_i$  есть:

$$\begin{aligned} D &\equiv D_{n0n0} \quad (\text{л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу}), \\ R &\equiv D_{s'0s0} = -D_{l0l0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} - D_{l0m0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2}, \\ A &\equiv D_{s'0k0} = -D_{l0l0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - D_{l0m0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2}, \\ R' &\equiv D_{k'0s0} = D_{l0l0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} + D_{l0m0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2}, \\ A' &\equiv D_{k'0k0} = D_{l0l0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} - D_{l0m0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2}. \end{aligned}$$

B.3. Поляризованный пучок, анализируется поляризация частицы отдачи. Поперечные параметры Вольфенштейна удовлетворяют соотношениям  $K_{abcd} = K_{0q i 0} b_{R_2 q} c_i$ .

$$\begin{aligned} K &\equiv K_{0n n 0} \quad (\text{л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу}), \\ R_t &\equiv K_{0s''s0} = K_{0l l 0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} + K_{0l m 0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0m m 0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2}, \\ A_t &\equiv K_{0s''k0} = K_{0l l 0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2} + K_{0l m 0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0m m 0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2}, \\ R'_t &\equiv K_{0k''s0} = -K_{0l l 0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} - K_{0l m 0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0m m 0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2}, \\ A'_t &\equiv K_{0k''k0} = -K_{0l l 0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2} + K_{0l m 0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0m m 0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2}. \end{aligned}$$

C.2. Поляризованная мишень, анализируется поляризация рассеянной частицы.

В случае поляризованной мишени и неполяризованного пучка будем использовать строчные буквы для аналогов параметров Вольфенштейна. При этом имеем  $K_{abcd} = K_{p00k} a_{R_1 p} d_k$  и выразим  $K_{p00k}$  через  $K_{0q i 0}$ :

$k_t \equiv K = K_{n00n}$  (л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу),

$$r_t \equiv K_{s'00s} = -K_{0l0l} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} - K_{0l'm0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0m'm0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a_t \equiv K_{s'00k} = -K_{0l0l} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - K_{0l'm0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0m'm0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$r'_t \equiv K_{k'00s} = K_{0l0l} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} + K_{0l'm0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + K_{0m'm0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a'_t \equiv K_{k'00k} = K_{0l0l} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} - K_{0l'm0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) - K_{0m'm0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2}.$$

С.3. Поляризованная мишень, анализируется поляризация частицы отдачи.

Имеем  $D_{00d} = D_{0q0k} b_{R_2 q} d_k$  и выражаем  $D_{0q0k}$  в терминах  $D_{p0i0}$ :

$d \equiv D = D_{n0n0}$  (л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу),

$$r \equiv D_{0s''0s} = D_{l0l0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} + D_{l0m0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a \equiv D_{0s''0k} = D_{l0l0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2} + D_{l0m0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2},$$

$$r' \equiv D_{0k''0s} = -D_{l0l0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} - D_{l0m0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - D_{m0m0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$a' \equiv D_{0k''0k} = -D_{l0l0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2} + D_{l0m0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) + D_{m0m0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2}.$$

А.4. Корреляции поляризаций для первоначально неполяризованных частиц.

Имеем  $C_{ab00} = C_{pq00} a_{R_1 p} b_{R_2 q}$ , так что (верхние индексы  $l$ s и  $s$ ns указывают на систему отсчета: лабораторную и центра масс соответственно):

$C_{nn00}^{ls} = C_{nn00}^{sns}$  (л.с. и с.ц.м. величины равны друг другу),

$$C_{s's''00} = -C_{l000} \sin \alpha \sin \beta + C_{l'm00} \sin (\alpha + \beta) - C_{m'm00} \cos \alpha \cos \beta,$$

$$C_{k'k''00} = C_{l000} \cos \alpha \sin \beta - C_{l'm00} \cos (\alpha + \beta) - C_{m'm00} \sin \alpha \cos \beta,$$

$$C_{s's'k''00} = C_{l000} \sin \alpha \cos \beta - C_{l'm00} \cos (\alpha + \beta) - C_{m'm00} \cos \alpha \sin \beta,$$

$$C_{k'k''00} = -C_{l000} \cos \alpha \cos \beta - C_{l'm00} \sin (\alpha + \beta) - C_{m'm00} \sin \alpha \sin \beta.$$

Д.1. Сечения для рассеяния поляризованного пучка на поляризованной мишени [33]. Имеем  $A_{00cd} = A_{00ik} c_i d_k$ :

$$A_{00ss} = C_{l000} \sin^2 \frac{\theta}{2} - C_{l'm00} \sin \theta + C_{m'm00} \cos^2 \frac{\theta}{2},$$

$$A_{00sk} = A_{00ks} = \frac{1}{2} (C_{l000} - C_{m'm00}) \sin \theta - C_{l'm00} \cos \theta,$$

$$A_{00kk} = C_{l000} \cos^2 \frac{\theta}{2} + C_{l'm00} \sin \theta + C_{m'm00} \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

В.4. Поляризованный пучок, анализируются поляризации обеих конечных частиц. Имеем  $C_{abcd} = C_{pq00} a_{R_1 p} b_{R_2 q} c_i$ :

$$C_{s's''n0} = C_{l'n0} \cos (\alpha + \beta) + C_{m'n0} \cos \alpha \sin \beta + C_{l'm'n0} \sin \alpha \cos \beta,$$

$$C_{k'k''n0} = C_{l'n0} \sin (\alpha + \beta) + C_{m'n0} \sin \alpha \sin \beta - C_{l'm'n0} \cos \alpha \cos \beta,$$

$$C_{s's'k''n0} = C_{l'n0} \sin (\alpha + \beta) - C_{m'n0} \cos \alpha \cos \beta + C_{l'm'n0} \sin \alpha \sin \beta,$$

$$C_{k'k''s'n0} = -C_{l'n0} \cos (\alpha + \beta) - C_{m'n0} \sin \alpha \cos \beta - C_{l'm'n0} \cos \alpha \sin \beta,$$

$$C_{s's'n0s} = C_{l'n0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m'n0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} - C_{l'm'n0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'k''n0s} = C_{l'n0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m'n0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} + C_{l'm'n0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{s's'n0k} = -C_{l'n0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m'n0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} + C_{l'm'n0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'k''n0k} = C_{l'n0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{m'n0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - C_{l'm'n0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{ns''s0} = -C_{n'l0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{n'm0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} + C_{n'l'm0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{nk''s0} = -C_{n'l0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{n'm0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} - C_{n'l'm0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{ns''k0} = C_{n'l0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{n'm0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2} - C_{n'l'm0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{nk''k0} = -C_{n'l0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{n'm0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2} + C_{n'l'm0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2}.$$

С.4. Поляризованная мишень, анализируются поляризации обеих конечных частиц. Имеем  $C_{abcd} = C_{pq0k} a_{R_1 p} b_{R_2 q} d_k$  и выражаем  $C_{pq0k}$  через  $C_{pq00}$ :

$$C_{s'n0s} = C_{n'l0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{n'm0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2} - C_{n'l'm0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'n0s} = C_{n'l0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{n'm0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2} + C_{n'l'm0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{s'n0k} = -C_{n'l0} \sin \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{n'm0} \cos \alpha \cos \frac{\theta}{2} + C_{n'l'm0} \sin \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{k'n0k} = C_{n'l0} \cos \left( \alpha + \frac{\theta}{2} \right) + C_{n'm0} \sin \alpha \cos \frac{\theta}{2} - C_{n'l'm0} \cos \alpha \sin \frac{\theta}{2},$$

$$C_{ns''0s} = -C_{l'n0} \cos \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{m'n0} \cos \beta \sin \frac{\theta}{2} + C_{l'm'n0} \sin \beta \cos \frac{\theta}{2},$$

$$C_{nk''0s} = -C_{l'n0} \sin \left( \beta + \frac{\theta}{2} \right) - C_{m'n0} \sin \beta \sin \frac{\theta}{2} - C_{l'm'n0} \cos \beta \cos \frac{\theta}{2},$$



$$\begin{aligned}
C_{ns''0k} &= C_{lnl0} \sin\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - C_{mnl0} \cos\beta \cos\frac{\theta}{2} - C_{lmn0} \sin\beta \sin\frac{\theta}{2}, \\
C_{nk''0k} &= -C_{lnl0} \cos\left(\beta + \frac{\theta}{2}\right) - C_{mnl0} \sin\beta \cos\frac{\theta}{2} + C_{lmn0} \cos\beta \sin\frac{\theta}{2}, \\
C_{s's''0n} &= C_{lln0} \cos(\alpha + \beta) + C_{lmn0} \cos\alpha \sin\beta + C_{mln0} \sin\alpha \cos\beta, \\
C_{k's''0n} &= C_{lln0} \sin(\alpha + \beta) + C_{lmn0} \sin\alpha \sin\beta - C_{mln0} \cos\alpha \cos\beta, \\
C_{s'k''0n} &= C_{lln0} \sin(\alpha + \beta) - C_{lmn0} \cos\alpha \cos\beta + C_{mln0} \sin\alpha \sin\beta, \\
C_{k'k''0n} &= -C_{lln0} \cos(\alpha + \beta) - C_{lmn0} \sin\alpha \cos\beta - C_{mln0} \cos\alpha \sin\beta.
\end{aligned}$$

D.2. Поляризованный пучок и мишень, анализируется поляризация рассеянных частиц. Имеем  $M_{a0cd} = M_{p0ik} a_{R_1 p} c_i d_k$  и выражаем  $M_{p0ik}$  через  $C_{pqj0}$ :

$$\begin{aligned}
M_{n0ss} &= -M_{n0kk} = -C_{lln0} \cos\theta - \frac{1}{2} (C_{mln0} + C_{lmn0}) \sin\theta, \\
M_{n0ks} &= C_{lln0} \sin\theta + C_{mln0} \sin^2\frac{\theta}{2} - C_{lmn0} \cos^2\frac{\theta}{2}, \\
M_{n0sk} &= C_{lln0} \sin\theta - C_{mln0} \cos^2\frac{\theta}{2} + C_{lmn0} \sin^2\frac{\theta}{2}.
\end{aligned}$$

D.3. Поляризованный пучок и мишень, анализируется поляризация частиц отдачи. Для экспериментов, где измеряются  $N_{обед}$ , см. главу 6.

D.4. Поляризованный пучок и мишень, анализируются поляризации обеих конечных частиц. Соответствующие соотношения даны в (6.30) и (6.31).

## Глава 6

### Соотношения между измеряемыми величинами в лабораторной системе

Число линейно независимых измерений одно и то же в любой системе отсчета. Конечно, 25 линейно независимых измерений в лабораторной системе можно выбрать многими способами.

В отличие от системы центра масс, в лабораторной системе мы используем три различных базиса, что (вместе с релятивистскими вращениями спинов) усложняет соотношения между экспериментальными величинами, следующие из сохранения четности, принципа Паули и инвариантности по отношению к обращению времени. Относительно простой способ вывода таких соотношений состоит в том, чтобы использовать соотношения преобразования между базисными векторами в обеих системах. Обращение соотношений (5.4) и (5.5) дает

$$\begin{aligned}
1 &= k \cos\frac{\theta}{2} + s \sin\frac{\theta}{2} = k'_{R_1} \cos\alpha - s'_{R_1} \sin\alpha = -k''_{R_2} \cos\beta + s''_{R_2} \sin\beta, \\
m &= -k \sin\frac{\theta}{2} + s \cos\frac{\theta}{2} = k'_{R_1} \sin\alpha + s'_{R_1} \cos\alpha = -k''_{R_2} \sin\beta - s''_{R_2} \cos\beta. \quad (6.1)
\end{aligned}$$

Теперь подставим эти соотношения в равенства, выведенные в главе 3, и преобразуем результаты в лабораторную систему.

Легко видеть, как правило Бора можно применить в лабораторной системе. Это правило означает, что две экспериментальных величины равны с точностью до знака, если одна из них получается из другой путем замены индексов 0 на  $n$ ,  $n$  на 0,  $k$  ( $k'$  и  $k''$ ) на  $s$  ( $s'$  и  $s''$ ) и  $s$  ( $s'$  и  $s''$ ) на  $k$  ( $k'$  и  $k''$ ). Знак равен  $(-1)^{1/2([s]_f - [s]_i + [k]_i - [k]_f)}$ , где  $[s]_i$  и  $[s]_f$  указывают на число индексов  $s$ -типа в начальном и конечном состояниях; то же самое относится к  $[k]_i$  и  $[k]_f$ .

Сохранение четности, как и в системе центра масс, приводит к тому, что ненулевые значения имеют только те измеряемые величины, для которых число  $k$ ,  $k'$ ,  $k''$ ,  $s$ ,  $s'$  и  $s''$  индексов четно.

Обобщенный принцип Паули, вместе с сохранением четности, приводит также к соотношению

$$X_{abcd} = X_{badc}. \quad (6.2)$$

Формула (6.2) связывает чистые измеряемые величины в лабораторной системе, если  $a$  и  $b$  равны 0 или  $n$ ,  $c$  и  $d$  равны 0,  $k$ ,  $s$  или  $n$  (всегда с четным числом

индексов  $k$  и  $s$ ). Подстановка (6.1) в (3.2) дает после простых вычислений

$$\begin{aligned} X_{k'bcd} &= -X_{bk'dc} \cos(\theta_1 + \theta_2) + X_{bs'dc} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ X_{s'bcd} &= -X_{bk'dc} \sin(\theta_1 + \theta_2) - X_{bs'dc} \cos(\theta_1 + \theta_2), \end{aligned} \quad (6.3)$$

где  $b = 0, n$  и  $c, d = 0, k, s, n$ . Заметим, что второе соотношение есть следствие первого и правила Бора. Используя опять (3.2) и (6.1), так же, как и правило Бора, получаем

$$\frac{X_{k'k''cd} + X_{s's''cd}}{X_{k's''cd} - X_{s'k''cd}} = \frac{X_{k's''cc} - X_{s'k''cc}}{X_{k'k''cc} + X_{s's''cc}} = \tan(\theta_1 + \theta_2), \quad (6.4)$$

где  $(c, d) = (0, n), (n, 0)$  ( $k, s$ ) или  $(s, k)$ . В нерелятивистском случае (6.4) сводится к соотношению

$$X_{k's''cd} - X_{s'k''cd} = X_{k'k''cc} + X_{s's''cc} = 0.$$

Инвариантность по отношению к обращению времени приводит к соотношениям типа (3.4) в лабораторной системе только тогда, когда все индексы равны 0 или  $n$ . Другие комбинации индексов дают более сложные соотношения между чистыми измерениями, такие как:

$$\begin{aligned} \frac{X_{k'bsb} + X_{s'bbk}}{X_{k'bbk} - X_{s'bsb}} &= \frac{X_{k'bkd} - X_{s'bsd}}{X_{k'bsd} + X_{s'bkd}} = \tan \theta_1, \\ \frac{X_{ak''ck} - X_{as''cs}}{X_{ak''cs} + X_{as''ck}} &= \frac{X_{ak''as} + X_{as''ak}}{X_{ak''ak} - X_{as''as}} = \tan \theta_2, \end{aligned} \quad (6.5)$$

где  $a, b, c, d = 0, n, a \neq c$  и  $b \neq d$ . Обе строки связаны принципом Паули (6.3).

Другое следствие инвариантности по отношению к обращению времени состоит в том, что справедливо

$$\begin{aligned} X_{k'bc_s} \sin \theta_1 - X_{s'bc_s} \cos \theta_1 &= X_{ck''sb} \sin \theta_2 + X_{cs''sb} \cos \theta_2, \\ X_{k'bc_s} \cos \theta_1 + X_{s'bc_s} \sin \theta_1 &= X_{ck''kb} \sin \theta_2 + X_{cs''kb} \cos \theta_2, \end{aligned} \quad (6.6)$$

где  $b, c = 0, n$ , и два последующих соотношения, которые также могут быть выведены из (6.6) с помощью правила Бора. Подставляя (6.3) в (6.6), получаем четыре равенства, связанные попарно принципом Паули:

$$\begin{aligned} \frac{X_{k'bb_s} + X_{s'bbk}}{X_{k'bbk} - X_{s'bb_s}} &= \frac{X_{k'bck} - X_{s'bc_s}}{X_{k'bc_s} + X_{s'bck}} = \tan \theta_1, \\ \frac{X_{ak''kd} - X_{as''sd}}{X_{ak''sd} + X_{as''kd}} &= \frac{X_{ak''sa} + X_{as''ka}}{X_{ak''ka} - X_{as''sa}} = \tan \theta_2, \end{aligned} \quad (6.7)$$

где  $a, b, c, d = 0, n, a \neq d$  и  $b \neq c$ .

Следующие четыре соотношения, вытекающие из инвариантности по отношению к обращению времени, есть

$$\begin{aligned} X_{k'k''cd} + X_{s's''cd} &= (X_{cdks} - X_{cdsk}) \sin(\theta_1 + \theta_2) - (X_{cdkk} + X_{cdss}) \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ X_{k's''cd} - X_{s'k''cd} &= (X_{cdks} - X_{cdsk}) \cos(\theta_1 + \theta_2) + (X_{cdkk} + X_{cdss}) \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ X_{k'k''cd} - X_{s's''cd} &= (X_{cdks} + X_{cdsk}) \sin(\theta_2 - \theta_1) - (X_{cdkk} - X_{cdss}) \cos(\theta_2 - \theta_1), \\ X_{k's''cd} + X_{s'k''cd} &= (X_{cdks} + X_{cdsk}) \cos(\theta_2 - \theta_1) + (X_{cdkk} - X_{cdss}) \sin(\theta_2 - \theta_1), \end{aligned} \quad (6.8)$$

где  $c, d = 0, n$ . Заметим, что если  $c \neq d$ , то  $X_{cdkk} = -X_{cdss}$  по правилу Бора и принципу Паули, что упрощает соотношения (6.8). С другой стороны,  $c = d$  влечет за собой  $X_{cdks} = X_{cdsk}$ .

Обсудим теперь отдельные классы измеряемых экспериментальных величин.

(1) *Однокомпонентные тензоры.*

$$P_{n000} = P_{0n00} = A_{00n0} = A_{000n} = P, \quad (6.9)$$

как и в системе центра масс.

(2) *Двухкомпонентные тензоры.* Принцип Паули (6.2), (6.3) и (6.4) влечет за собой

$$\begin{aligned} A_{00ks} &= A_{00sk}, \quad D_{0n0n} = D_{n0n0}, \quad K_{n00n} = K_{0nno} \quad (6.10) \\ D_{0k''0d} &= -D_{s'0d0} \sin(\theta_1 + \theta_2) - D_{k'0d0} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ D_{0s''0d} &= -D_{s'0d0} \cos(\theta_1 + \theta_2) + D_{k'0d0} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ K_{k'00d} &= K_{0s''d0} \sin(\theta_1 + \theta_2) - K_{0k''d0} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ K_{s'00d} &= -K_{0s''d0} \cos(\theta_1 + \theta_2) - K_{0k''d0} \sin(\theta_1 + \theta_2), \end{aligned} \quad (6.11)$$

для  $d = s, k$  и

$$\frac{C_{k's''00} - C_{s'k''00}}{C_{k'k''00} + C_{s's''00}} = -\tan(\theta_1 + \theta_2). \quad (6.12)$$

Инвариантность по отношению к обращению времени накладывает дальнейшие ограничения, а именно (3.4), (6.5) и (6.7), приводя к

$$\begin{aligned} C_{nn00} &= A_{00nn}, \quad (6.13) \\ \frac{D_{k'0s0} + D_{s'0k0}}{D_{k'0k0} - D_{s'0s0}} &= \frac{R' + A}{A' - R} = \tan \theta_1, \\ \frac{D_{0s''0k} + D_{0k''0s}}{D_{0s''0s} - D_{0k''0k}} &= \frac{a + r'}{r - a'} = \tan \theta_2, \\ \frac{K_{k'00s} + K_{s'00k}}{K_{k'00k} - K_{s'00s}} &= \frac{r'_t + a_t}{a'_t - r_t} = \tan \theta_1, \\ \frac{K_{0s''k0} + K_{0k''s0}}{K_{0s''s0} - K_{0k''k0}} &= \frac{A_t + R'_t}{R_t - A'_t} = \tan \theta_2. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Соотношения (6.8) упрощаются до следующих:

$$\begin{aligned} C_{k'k''00} + C_{s's''00} &= -(A_{00kk} + A_{00ss}) \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k's''00} - C_{s'k''00} &= (A_{00kk} + A_{00ss}) \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k'k''00} - C_{s's''00} &= 2A_{00ks} \sin(\theta_2 - \theta_1) - (A_{00kk} - A_{00ss}) \cos(\theta_2 - \theta_1), \\ C_{k's''00} + C_{s'k''00} &= 2A_{00ks} \cos(\theta_2 - \theta_1) + (A_{00kk} - A_{00ss}) \sin(\theta_2 - \theta_1). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Таким образом, мы остаемся с двенадцатью независимыми величинами, например:  $A_{00nn}, A_{00kk}, A_{00ss}, A_{00sk}, D_{n0n0}$ , тремя из четырех величин  $D_{s'0s0}, D_{k'0k0}, D_{s'0k0}, D_{k'0s0}$ ;  $K_{0nno}$  и тремя из величин  $K_{0s''s0}, K_{0k''k0}, K_{0s''k0}$  и  $K_{0k''s0}$ .

(3) *Трехкомпонентные тензоры.* Сохранение четности подразумевает, что каждый из тензоров имеет не более 13 ненулевых компонент. Рассмотрим вначале тензор  $M_{a0cd}$ . Используя правило Бора и (6.2), находим

$$M_{n0nn} = P, \quad M_{n0kk} = -M_{n0ss}. \quad (6.16)$$

Обобщенный принцип Паули вместе с инвариантностью по отношению к обращению времени и правилом Бора влечет за собой [см. (6.5) и (6.7)]:

$$\frac{M_{s'0sn} - M_{k'0kn}}{M_{k'0sn} + M_{s'0kn}} = \frac{M_{s'0ns} - M_{k'0nk}}{M_{k'0ns} + M_{s'0nk}} = \tan \theta_1. \quad (6.17)$$

В итоге мы остаемся с 9 линейно независимыми компонентами поляризаационного тензора  $M_{a0cd}$  в лабораторной системе отсчета.

Поляризация частицы отдачи, для случая поляризованных мишени и пучка, связывается с поляризацией рассеянной частицы  $M_{a0cd}$  обобщенным принципом Паули. Используя (6.2), получаем

$$N_{0nnn} = M_{n0nn} = P, \quad N_{0ncd} = M_{n0dc}, \quad (6.18)$$

а соотношения, обратные к (6.3), означают, что

$$\begin{aligned} N_{0k''nd} &= -M_{k'0dn} \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0dn} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ N_{0s''nd} &= M_{k'0dn} \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0dn} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ N_{0k''cn} &= -M_{k'0nc} \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0nc} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ N_{0s''cn} &= M_{k'0nc} \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_{s'0nc} \cos(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Метки  $c$  и  $d$  в формулах (6.18) и (6.19) равны  $k$  или  $s$ . Таким образом, все 13 ненулевых компонент  $N_{0bcd}$  выражаются через  $M_{a0cd}$ .

Два тензора корреляций поляризаций связаны друг с другом. Правило Бора дает

$$C_{ab0n} = -C_{[n \times a][n \times b]n0}, \quad (6.20)$$

где  $a$  и  $b$  пробегает, соответственно, через  $(k', s')$  и  $(k'', s'')$ , а метки  $[n \times v]$  соответствуют направлению векторного произведения  $[n \times v]$  для произвольного единичного вектора  $v$ . Более подробно: соотношение (6.20) дает

$$\begin{aligned} C_{k'k''0n} &= -C_{s's''n0}, \quad C_{k's''0n} = C_{s'k''n0}, \\ C_{s'k''0n} &= C_{k's''n0}, \quad C_{s's''0n} = -C_{k'k''n0}. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Другие компоненты,  $C_{abio}$  и  $C_{aboi}$ , связаны принципом Паули (6.3).

Оказывается, что тензоры корреляций поляризации можно связать с  $M_{a0cd}$  и  $N_{0bcd}$ . Вполне непосредственно, правило Бора дает

$$C_{nnn0} = P, \quad C_{anc0} = M_{[n \times a]0[n \times c]n}, \quad C_{nbc0} = N_{0[n \times b][n \times c]n}, \quad (6.22)$$

где  $a, b$  и  $c$  пробегает значения  $(s', k')$ ,  $(s'', k'')$  и  $(s, k)$  соответственно. Последнее из равенств (6.22) вместе с (6.19) дает

$$\begin{aligned} C_{ns''s0} &= -M_{s'0nk} \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_{k'0nk} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{ns''k0} &= M_{s'0ns} \sin(\theta_1 + \theta_2) + M_{k'0ns} \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{nk''s0} &= M_{s'0nk} \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_{k'0nk} \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{nk''k0} &= -M_{s'0ns} \cos(\theta_1 + \theta_2) + M_{k'0ns} \sin(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned} \quad (6.23)$$

Остающиеся компоненты этого тензора взаимно связаны принципом Паули (6.4)

$$\frac{C_{k'k''n0} + C_{s's''n0}}{C_{k's''n0} - C_{s'k''n0}} = \tan(\theta_1 + \theta_2). \quad (6.24)$$

Эти коэффициенты корреляции связаны также с тензором  $M_{n0cd}$  соотношениями (6.8), вытекающими из инвариантности по отношению к обращению времени:

$$\begin{aligned} C_{k'k''n0} + C_{s's''n0} &= (M_{n0ks} - M_{n0sk}) \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k's''n0} - C_{s'k''n0} &= (M_{n0ks} - M_{n0sk}) \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ C_{k'k''n0} - C_{s's''n0} &= (M_{n0ks} + M_{n0sk}) \sin(\theta_2 - \theta_1) - 2M_{n0kk} \cos(\theta_2 - \theta_1), \\ C_{k's''n0} + C_{s'k''n0} &= (M_{n0ks} + M_{n0sk}) \cos(\theta_2 - \theta_1) + 2M_{n0kk} \sin(\theta_2 - \theta_1). \end{aligned} \quad (6.25)$$

Таким образом, мы выразили прямо или косвенно, все 52 ненулевые компоненты трехиндексных тензоров через 9 линейно независимых компонент тензора  $M_{a0cd}$ .

(4) *Четырехкомпонентные тензоры.* Сохранение четности приводит к тому, что только 41 компонента  $C_{abcd}$  отлична от нуля, а именно: все компоненты с четным числом индексов  $n$ : нуль, два или четыре. Используя правило Бора, мы немедленно можем свести 25 из этих компонент к компонентам тензоров более низкого ранга. Действительно:

$$\begin{aligned} C_{nnnn} &= 1, \\ C_{abnn} &= -C_{[n \times a][n \times b]00}, \quad C_{nncd} = -A_{00[n \times c][n \times d]}, \\ C_{nbcn} &= K_{0[n \times b][n \times c]0}, \quad C_{nbn d} = D_{0[n \times b]0[n \times d]}, \\ C_{ancn} &= D_{[n \times a]0[n \times c]0}, \quad C_{ann d} = K_{[n \times a]00[n \times d]}. \end{aligned} \quad (6.26)$$

В (6.26) значения  $a$  и  $b$  пробегает через  $(s', k')$  и  $(s'', k'')$  соответственно, а  $c$  и  $d$  - через  $k$  и  $s$ . Оставшиеся 16 компонент связаны попарно правилом Бора:

$$\begin{aligned} C_{k'k''kk} &= C_{s's''ss}, \quad C_{k'k''ks} = -C_{s's''sk}, \\ C_{k's''kk} &= -C_{s'k''ss}, \quad C_{k's''ks} = C_{s'k''sk}, \\ C_{s'k''kk} &= -C_{k's''ss}, \quad C_{s'k''ks} = C_{k's''sk}, \\ C_{s's''kk} &= C_{k'k''ss}, \quad C_{s's''ks} = -C_{k'k''sk}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

В итоге мы остаемся с 8 компонентами, например теми, что стоят в правой части (6.27).

Принцип Паули (6.4) накладывает два добавочных ограничения, а именно:

$$\frac{C_{k'k''sk} + C_{s's''sk}}{C_{k'k''sk} - C_{s's''sk}} = \frac{C_{k's''ss} - C_{s'k''ss}}{C_{k'k''ss} + C_{s's''ss}} = \tan(\theta_1 + \theta_2). \quad (6.28)$$

Еще одно независимое соотношение между шестью остающимися компонентами можно найти, используя инвариантность по отношению к обращению времени. Действительно, в с.д.м. мы имеем  $C_{lml} = -C_{llm}$ , что в лабораторной системе можно переписать, используя (6.1) и правило Бора как:

$$\begin{aligned} & [(C_{s'k''sk} - C_{s's''ss}) \sin \theta_2 + (C_{s's''sk} + C_{s'k''ss}) \cos \theta_2] \cos \theta_1 = \\ & = [(C_{k'k''sk} - C_{k's''ss}) \sin \theta_2 + (C_{k's''sk} + C_{k'k''ss}) \cos \theta_2] \sin \theta_1. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Итак, мы остаемся с пятью компонентами. Вместо того, чтобы искать оставшиеся соотношения в лабораторной системе, выразим 8 комбинаций  $C_{abcd}$  через с.д.м. величины. Используя тот факт, что  $C_{lmlm}$ ,  $C_{llmm}$  и  $C_{lmm}$  являются линейными комбинациями  $C_{lll}$  и тензоров низшего ранга [см. (3.9)], а также используя принцип Паули (6.28) и инвариантность по отношению к обращению времени (6.29), находим

$$\begin{aligned} C_{s's''ss} + C_{k'k''ss} &= (A_{00nn} - 1) \cos(\beta - \alpha), \\ C_{s'k''ss} - C_{k's''ss} &= (A_{00nn} - 1) \sin(\beta - \alpha), \\ C_{s's''sk} + C_{k'k''sk} &= -(K_{0nn0} - D_{n0n0}) \sin(\beta - \alpha), \\ C_{s'k''sk} - C_{k's''sk} &= (K_{0nn0} - D_{n0n0}) \cos(\beta - \alpha), \end{aligned} \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} C_{s's''ss} - C_{k'k''ss} &= -2C_{lll} \cos(\alpha + \beta + \theta) + 2C_{llm} \sin(\alpha + \beta + \theta) - \\ & - (A_{00nn} - 1) \cos(\alpha + \beta) \cos \theta + \\ & + (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \sin(\alpha + \beta) \sin \theta, \\ C_{s'k''ss} + C_{k's''ss} &= -2C_{lll} \sin(\alpha + \beta + \theta) - 2C_{llm} \cos(\alpha + \beta + \theta) - \\ & - (A_{00nn} - 1) \sin(\alpha + \beta) \cos \theta - \\ & - (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \cos(\alpha + \beta) \sin \theta, \\ C_{s's''sk} - C_{k'k''sk} &= 2C_{lll} \sin(\alpha + \beta + \theta) + 2C_{llm} \cos(\alpha + \beta + \theta) + \\ & + (A_{00nn} - 1) \cos(\alpha + \beta) \sin \theta + \\ & + (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \sin(\alpha + \beta) \cos \theta, \\ C_{s'k''sk} + C_{k's''sk} &= -2C_{lll} \cos(\alpha + \beta + \theta) + 2C_{llm} \sin(\alpha + \beta + \theta) + \\ & + (A_{00nn} - 1) \sin(\alpha + \beta) \sin \theta - \\ & - (K_{0nn0} + D_{n0n0} - 2) \cos(\alpha + \beta) \cos \theta. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Из (6.30) и (6.31) видно, что только две комбинации  $C_{abcd}$  из всех остальных измеряемых в лабораторной системе величин являются действительно независимыми (они дают  $C_{lll}$  и  $C_{llm}$ ), как и ожидалось.

## Глава 7

### Принцип Паули и нуклон-нуклонное рассеяние

Матрица нуклон-нуклонного рассеяния, используемая в этой работе, симметрична по отношению к взаимной перестановке частиц 1 и 2. Для протон-протонного или нейтрон-нейтронного рассеяния эта симметрия является следствием тождественности частиц. Для нейтрон-протонного рассеяния отсутствие несимметричного члена, пропорционального  $(\sigma_1 - \sigma_2, n)$ , есть дополнительное предположение, связанное с изотопической инвариантностью ядерных сил.

Прямым следствием этой симметрии, которая повсюду используется в этой статье, является то, что число независимых экспериментов (в любой системе отсчета) существенно уменьшается (см. главы 3 и 6).

Дальнейшие следствия принципа Паули можно получить для истинно тождественных частиц ( $pp$ - или  $nn$ -рассеяние). Тождественность частиц либо в начальном, либо в конечном состоянии приводит к тому, что

$$X_{pqik}(k_f, k_i) = X_{qpi k}(-k_f, k_i) = X_{pqki}(k_f, -k_i). \quad (7.1)$$

Все индексы (метки) в трех членах (7.1) относятся к базису, определенному в (2.2) для начальных и конечных импульсов в направлениях  $k_i$  и  $k_f$ . Однако, экспериментальные величины, определенные в главе 3 размечены в системах, определенных по отношению к направлениям фактически рассматриваемых конечных и начальных импульсов, то есть,  $-k_f, k_i$  для второго и  $k_f, -k_i$  для третьего члена в (7.1). Поэтому, в дополнение к (7.1), необходимо выполнить следующие преобразования:

$$n \rightarrow -n, \quad l \rightarrow -m, \quad m \rightarrow -l, \quad \text{для } k_f \rightarrow -k_f$$

и

$$n \rightarrow -n, \quad l \rightarrow m, \quad m \rightarrow l, \quad \text{для } k_i \rightarrow -k_i.$$

Кроме того, инверсия  $k_f \rightarrow -k_f$ , также как и  $k_i \rightarrow -k_i$ , заменяет угол рассеяния  $\theta^{cms} = \theta$  на  $\pi - \theta$ .

Более подробно, формулы (7.1), вместе с приведенными в главе 3 соотношени-

ями, приводят к

$$\begin{aligned}
 \sigma(\theta) &= \sigma(\pi - \theta), & P(\theta) &= -P(\pi - \theta), \\
 C_{nn00}(\theta) &= C_{nn00}(\pi - \theta), & C_{ll00}(\theta) &= C_{mm00}(\pi - \theta), \\
 C_{lm00}(\theta) &= C_{lm00}(\pi - \theta), \\
 D_{n0n0}(\theta) &= K_{0nn0}(\pi - \theta), & D_{l0l0}(\theta) &= K_{0mm0}(\pi - \theta), \\
 D_{m0m0}(\theta) &= K_{0ll0}(\pi - \theta), & D_{l0m0}(\theta) &= K_{0ml0}(\pi - \theta), \\
 C_{lln0}(\theta) &= C_{lln0}(\pi - \theta), & C_{lmn0}(\theta) &= -C_{lmn0}(\pi - \theta), \\
 C_{mln0}(\theta) &= -C_{mln0}(\pi - \theta), & C_{lnl0}(\theta) &= -C_{nl0}(\pi - \theta), \\
 C_{lnm0}(\theta) &= -C_{nlm0}(\pi - \theta), & C_{mnl0}(\theta) &= -C_{nlm0}(\pi - \theta), \\
 C_{lll}(\theta) &= C_{lll}(\pi - \theta), & C_{llm}(\theta) &= -C_{llm}(\pi - \theta), \\
 C_{lmml}(\theta) &= C_{lmml}(\pi - \theta), & C_{llmm}(\theta) &= C_{llmm}(\pi - \theta).
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Напомним, что метки  $l, m, n$  всегда определяются в соответствии с фактически проводимыми измерениями.

Приведенные выше соотношения между измеряемыми величинами в с.ц.м. могут быть преобразованы с помощью (6.1) в соотношения между величинами в л.с., измеренными при углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (то есть, углами вылета рассеянной частицы и частицы отдачи). Однако такие соотношения можно получить более простым способом, используя таблицы 2.1 и 4.1, если вспомнить, что преобразование  $\theta_1 \rightarrow \theta_2$  ( $\theta \rightarrow \pi - \theta$ ) соответствует  $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2} - \beta$  и  $\beta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \alpha$ . В результате получаем:

$$\begin{aligned}
 \sigma(\theta_1) &= \sigma(\theta_2), & P(\theta_1) &= -P(\theta_2), \\
 C_{nn00}(\theta_1) &= C_{nn00}(\theta_2), & D_{n0n0}(\theta_1) &= K_{0nn0}(\theta_2), \\
 C_{s's''00}(\theta_1) &= C_{s's''00}(\theta_2), & A_{00ss}(\theta_1) &= A_{00ss}(\theta_2), \\
 C_{s'k''00}(\theta_1) &= -C_{s'k''00}(\theta_2), & A_{00sk}(\theta_1) &= -A_{00sk}(\theta_2), \\
 C_{k'k''00}(\theta_1) &= C_{k'k''00}(\theta_2), & A_{00kk}(\theta_1) &= A_{00kk}(\theta_2), \\
 D_{s'0s0}(\theta_1) &= K_{0s''s0}(\theta_2), & K_{s'00s}(\theta_1) &= D_{0s''0s}(\theta_2), \\
 D_{s'0k0}(\theta_1) &= -K_{0s''k0}(\theta_2), & K_{s'00k}(\theta_1) &= -D_{0s''0k}(\theta_2), \\
 D_{k'0s0}(\theta_1) &= -K_{0k''s0}(\theta_2), & K_{k'00s}(\theta_1) &= -D_{0k''0s}(\theta_2), \\
 D_{k'0k0}(\theta_1) &= K_{0k''k0}(\theta_2), & K_{k'00k}(\theta_1) &= D_{0k''0k}(\theta_2), \\
 C_{s's''n0}(\theta_1) &= -C_{s's''n0}(\theta_2), \\
 C_{k'k''n0}(\theta_1) &= C_{k'k''n0}(\theta_2), \\
 C_{s'n0s}(\theta_1) &= -C_{ns''s0}(\theta_2), & C_{s'n0s}(\theta_1) &= -C_{ns''0s}(\theta_2), \\
 C_{k'n0s}(\theta_1) &= C_{nk''s0}(\theta_2), & C_{k'n0s}(\theta_1) &= C_{nk''0s}(\theta_2), \\
 C_{s'nk0}(\theta_1) &= C_{ns''k0}(\theta_2), & C_{s'n0k}(\theta_1) &= C_{ns''0k}(\theta_2), \\
 C_{k'nk0}(\theta_1) &= -C_{nk''k0}(\theta_2), & C_{k'n0k}(\theta_1) &= -C_{nk''0k}(\theta_2),
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

$$\begin{aligned}
 M_{n0kk}(\theta_1) &= -M_{n0kk}(\theta_2), \\
 M_{n0ks}(\theta_1) &= M_{n0sk}(\theta_2), \\
 C_{s's''ss}(\theta_1) &= C_{s's''ss}(\theta_2), & C_{k'k''sk}(\theta_1) &= -C_{k'k''sk}(\theta_2), \\
 C_{k'k''ss}(\theta_1) &= C_{k'k''ss}(\theta_2), & C_{s'k''ss}(\theta_1) &= -C_{s'k''ss}(\theta_2), \\
 C_{s'k''sk}(\theta_1) &= C_{s'k''sk}(\theta_2), & C_{s's''sk}(\theta_1) &= -C_{s's''sk}(\theta_2).
 \end{aligned}$$

Дополнительные простые соотношения между экспериментальными величинами возникают при  $\theta = \pi/2$ , то есть, при  $\theta_1 = \theta_2$ . Для  $nn$ - (или  $pp$ -) рассеяния эти соотношения следуют из того факта, что  $a_1(\pi/2) = 0$ ,  $b_1(\pi/2) = -c(\pi/2)$  [см. табл. 2.1] (многие из них можно получить из (7.2), положив  $\pi - \theta = \theta$ ).

В итоге получаем [12]:

$$\begin{aligned}
 P\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{lmn0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = C_{mln0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = C_{llm}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \\
 C_{mm00}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{ll00}\left(\frac{\pi}{2}\right), & D_{n0n0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= K_{0nn0}\left(\frac{\pi}{2}\right), & D_{l0m0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= K_{0ml0}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 D_{l0l0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= -D_{m0m0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -K_{0ll0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = K_{0mm0}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 C_{mnl0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{lnm0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -C_{nlm0}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -C_{mlm0}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 C_{lnl0}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= -C_{nl0}\left(\frac{\pi}{2}\right), & C_{lmml}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= C_{lmml}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 2D_{n0n0}\left(\frac{\pi}{2}\right) + C_{nn00}\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2C_{lll}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 1.
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Поскольку из принципа Паули следует, что  $d_0(\pi/2) = e_0(\pi/2) = 0$ , мы получаем также соотношения между  $nn$ - (или  $pp$ -) и  $np$ -экспериментами в с.ц.м. [12]:

$$\begin{aligned}
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lm00}^{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lm00}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lln0}^{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) C_{lln0}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right), \\
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[1 - C_{lll}^{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] &= 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[1 - C_{lll}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right], \\
 \sigma^{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[1 + C_{nn00}^{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2D_{n0n0}^{\pi}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] &= \\
 = 4\sigma^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[C_{nn00}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) - D_{n0n0}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) - K_{0nn0}^{np}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right].
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Соотношения, эквивалентные (7.4), для  $nn$  или  $pp$ -рассеяния можно записать и в лабораторной системе. Их можно получить непосредственно из (7.4), выполнив соответствующие вращения, либо из формул табл. 4.1, вспомнив, что  $a_1(\pi/2) = 0$ ,  $b_1(\pi/2) = -c_1(\pi/2)$ .

Рассмотренные для л.с. соотношения справедливы для  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4 - \alpha = \beta - \pi/4$  (т. е.  $\theta = \pi/2$ ,  $\alpha + \beta = \pi/2$ ). Лабораторный угол рассеяния, при котором

это имеет место, равен

$$\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = \left( \frac{s}{s + 4m^2} \right)^{1/2}, \quad (7.6)$$

где  $s$  есть квадрат полной энергии в с.ц.м., а  $m$  — масса нуклона.

Рассмотрим вначале рассеяние тождественных нуклонов. Все соотношения (7.3) справедливы при  $\theta_2 = \theta_1$ . В дополнение к ним имеем соотношения:

$$P = A_{00sk} = C_{s's'n0} = CK'k''n0 = M_{n0ss} = C_{s's''sk} = C_{k'k''sk} = 0, \quad (7.7a)$$

$$D_{s'0s0} = -D_{0s''0s} = -K_{s'00s} = K_{0s''s0},$$

$$D_{s'0k0} = D_{0s''0k} = -K_{s'00k} = -K_{0s''k0},$$

$$D_{k'0s0} = D_{0k''0s} = -K_{k'00s} = -K_{0k''s0},$$

$$D_{k'0k0} = -D_{0k''0k} = -K_{k'00k} = K_{0k''k0},$$

$$A_{00kk} - A_{00ss} = C_{s's''00} - C_{k'k''00},$$

$$A_{00kk} + A_{00ss} = C_{nn00} - 1,$$

$$2C_{s'k''00} = (1 - C_{nn00}) \sin 2\theta_1,$$

$$\frac{D_{s'0k0}}{D_{k'0k0}} = \frac{D_{k'0s0}}{D_{s'0s0}} = \tan \theta_1, \quad \frac{2C_{s'k''00}}{C_{s's''00} + C_{k'k''00}} = \tan 2\theta_1, \quad (7.7b)$$

$$C_{s'n's0} = -C_{s'n0s} = -C_{n's''s0} = C_{n's''0s},$$

$$C_{k'n's0} = -C_{k'n0s} = C_{nk''s0} = -C_{nk''0s},$$

$$C_{s'n'k0} = -C_{s'n0k} = C_{n's''k0} = -C_{n's''0k}, \quad (7.7c)$$

$$C_{k'n'k0} = -C_{k'n0k} = -C_{nk''k0} = C_{nk''0k},$$

$$\frac{C_{s'n's0}}{C_{k'n's0}} = \frac{C_{k'n'k0}}{C_{s'n'k0}} = \tan \theta_1,$$

$$C_{s's''ss} + C_{k'k''ss} = -C_{s's''00} - C_{k'k''00},$$

$$C_{s'k''ss} = -C_{s'k''00}, \quad (7.7d)$$

$$C_{k'k''ss} - C_{s's''ss} + 2C_{s'k''sk} = 1 - 2D_{n0n0} + C_{nn00}.$$

Для тождественных нуклонов при  $\theta_1 = \theta_2$  ( $\theta = \pi/2$ ) независимы только три амплитуды, например  $b = b_1$ ,  $d = d_1$  и  $e = e_1$  (нижний индекс означает изоспин  $T = 1$ ). Таким образом, существуют только 9 линейно независимых экспериментальных величин. Действительно, измерения  $\sigma$ ,  $C_{nn00}$  и  $D_{n0n0} = K_{n00n}$  будут определять  $|b|^2$ ,  $|d|^2$  и  $|e|^2$ . Две независимые компоненты двухиндексных тензоров, например,  $D_{s'0s0}$  и  $D_{s'0k0}$  будут определять  $Re b^*d$  и  $Im b^*e$ , а измерение любой из величин  $A_{00ss}$ ,  $A_{00kk}$ ,  $C_{s's''00}$  или  $C_{k'k''00}$  даст в итоге  $Im d^*e$ . Наконец, три компоненты трехиндексных тензоров, например  $C_{s'n's0}$ ,  $C_{s'n'k0}$  и  $M_{n0ks}$ , даст нам  $Re b^*e$ ,  $Im b^*d$  и  $Re d^*e$ .

Формулы (7.5), связывающие  $pp$ - (или  $pp$ -) и  $pn$ -экспериментальные величины, имеют свои эквиваленты в лабораторной системе. Четыре независимых соотношения этого типа можно записать в различной форме. Мы полагаем удобным

использовать следующий набор соотношений:

$$\begin{aligned} \sigma^{nn} (C_{s's''00}^{nn} - C_{k'k''00}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (C_{s's''00}^{np} - C_{k'k''00}^{np}), \\ \sigma^{nn} (C_{s'k''n0}^{nn} + C_{k's'n0}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (C_{s'k''n0}^{np} + C_{k's'n0}^{np}), \\ \sigma^{nn} (1 + C_{nn00}^{nn} - 2D_{n0n0}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (1 + C_{nn00}^{np} - D_{n0n0}^{np} - K_{0nn0}^{np}), \\ \sigma^{nn} (2D_{n0n0}^{nn} - C_{s's''ss}^{nn} + C_{k'k''ss}^{nn}) &= 4\sigma^{np} (D_{n0n0}^{np} + K_{0nn0}^{np} - C_{s's''ss}^{np} + C_{k'k''ss}^{np}). \end{aligned} \quad (7.8)$$

## Заключение

В этой статье мы сделали обзор кинематики нуклон-нуклонного рассеяния и заполнили многие лакуны в существующем формализме. Мы концентрировались только на феноменологических аспектах проблемы, т. е. на связях между экспериментально измеряемыми величинами и матрицей рассеяния, а также соотношениях между самими экспериментальными величинами. Представленные в этой работе формулы должны быть полезны для экспериментаторов, изучающих упругое нуклон-нуклонное рассеяние, а также для тех, кто занят его амплитудным анализом.

Полученные здесь результаты делают возможным явное и точное сравнение всех экспериментов, выполненных при различных условиях с целью получения одной и той же физической информации (как, например, различных компонент тензора вращения поляризации  $D_{\alpha\beta\gamma}$  для поляризованного пучка или  $D_{\alpha\beta\gamma\delta}$  для поляризованной мишени, различные компоненты поляризаций рассеянной частицы или частицы отдачи для поляризованных в начальном состоянии пучков или мишеней и т. п.). Поэтому достаточно разумный полный список соотношений между экспериментальными величинами обеспечивает использование любых экспериментальных данных при реконструкции амплитуд рассеяния (например, через анализ фазовых сдвигов). С другой стороны, эти соотношения делают возможным реализацию проверки на взаимную согласованность данных различных экспериментов, обычно проводимых в разных лабораториях. Поскольку можно легко отследить происхождение большей части этих соотношений из различных симметрий (сохранения четности, инвариантности к обращению времени и принципа Паули), проверка этих соотношений есть также и проверка принципов, лежащих в их основе.

Некоторые новые формулы содержатся во всех главах от 3 до 7, но мы хотим специально отметить подробное изучение следствий принципа Паули для рассеяния тождественных нуклонов, представленное в главе 7. Для  $nn$ - (или  $pp$ -) рассеяния эти соотношения даны между экспериментальными величинами, измеренными при с.ц.м. углах  $\theta$  и  $\pi - \theta$  или лабораторных углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  ( $\theta_1$  и  $\theta_2$  есть угол рассеяния и угол вылета частицы отдачи). Перечислены все ограничения, возникающие при  $\theta = \pi/2$ , т. е. при  $\theta_1 = \theta_2$ , как и соотношения между определенными при том же самом угле  $nn$  и  $np$  величинами.

Имея в виду интерес к нуклон-нуклонным взаимодействиям, доступность ускорителей на промежуточные и высокие энергии и все возрастающее использование

поляризованных протонных мишеней, мы считаем, что сейчас именно то время, когда необходимо дать явное и полное описание нуклон-нуклонного формализма.

Мы хотели бы подчеркнуть еще раз, что все содержание данной статьи есть именно формализм, то есть чистая кинематика. Как таковая, она должна быть полезной при любом исследовании нуклон-нуклонного рассеяния, теоретическом или экспериментальном. В частности, весь этот формализм имеет непосредственное отношение к любой попытке реконструкции нуклон-нуклонных амплитуд из данных. Это относится как к прямой реконструкции, использующей данные полного эксперимента, как это было определено Пузиковым, Рындиным и Смородинским [6], так и для реконструкции через анализ фазовых сдвигов, теорию Редже или любое иное разложение.

В ближайшем будущем мы планируем представить некоторые размышления и результаты применения данного формализма для реконструкции амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния из экспериментальных данных. Одной из составляющих нашего интереса здесь является проблема однозначности такой реконструкции (будь то прямая реконструкция или реконструкция через анализ фазовых сдвигов). Дальнейшая программа, в которой предполагается использование этого формализма, касается одновременной реконструкции для всех энергий (и углов) с использованием ранее развитого разложения амплитуды рассеяния по двум переменным (см. обзор [34] и статью [35]).

**Благодарности.** Работа над этой статьей началась благодаря стимулирующему предложению Л. Ван Россума, которому мы выражаем свою благодарность. Мы признательны Д. Бессегу, М. Боргини, А. Юноду, Г. Гринхаузу, Р. Хессу, К. Лешану, М. И. Моравчику, Й. Патере, Ч. Веддигену и Д. Веррену за обсуждения ее тем.

## Литература

- [1] Bystricky J., Lehar F., Winternitz P., "Formalism of Nucleon-Nucleon Elastic Scattering Experiments", Le Journal de Physique, v.39 (N 1) (1978), p. 1
- [2] Wolfenstein L. and Ashkin J., Phys. Rev. **85** (1952) 947.  
Wolfenstein L., Phys. Rev. **96** (1954) 1054.  
Wolfenstein L., Phys. Rev. **101** (1956) 427.  
Wolfenstein L., Ann. Rev. Nucl. Sci. **6** (1956) 43.
- [3] Dalitz R.H., Proc. Phys. Soc. A **65** (1952) 175.
- [4] Oehme R., Phys. Rev. **98** (1955) 147, 216.
- [5] Stapp H.P., Phys. Rev. **103** (1956) 425.
- [6] Puzikov L.D., Ryndin R.M. and Smorodinskii Ya.A., Zh. Eksp. Teor. Fiz. **32** (1957) 592 (Sov. Phys. JETP **5** (1957) 489);  
Bilenky S.M., Lapidus L.I. and Ryndin R.M., Usp. Fiz. Nauk **84** (1964) 243 (Sov. Phys. Usp. **7** (1965) 721).
- [7] Halzen F. and Thomas G.H., Phys. Rev. D **10** (1974) 344.
- [8] MacGregor M.H., Moravcsik M.J. and Stapp H.P., Ann. Rev. Nucl. Sci. **10** (1960) 291.
- [9] Hoshizaki N., Suppl. Progr. Theor. Phys. **42** (1968) 1, 107.
- [10] Csonka P.L. and Moravcsik M.J., Phys. Rev. D **1** (1970) 1821.
- [11] Lacombe M., Thesis, Faculté des Sciences de l'Université de Paris, Centre d'Orsay, 1964.
- [12] Lehar F. and Winternitz P., Fortschr. **15** (1967) 495 and Czech. J. Phys. A **17** (1967) 158.
- [13] Faissner H., Ergeb. Exakten Naturwiss. **32** (1959) 180.
- [14] Wilson R., *The nucleon-nucleon interaction. Experimental and Phenomenological Aspects* (J. Wiley and Sons, New York) 1963.
- [15] Reid R.V. and Moravcsik M.J., Ann. Phys. (N.Y.) **84** (1974) 535.
- [16] Goldberger M.L., Nambu Y. and Oehme R., Ann. Phys. (N.Y.) **2** (1957) 226.  
Goldberger M.L., Crisaru M.T., MacDowell S.W. and Wong D.Y., Phys. Rev. **120** (1960) 2250.
- [17] Basle convention, Nucl. Phys. **21** (1960) 696.
- [18] Stapp H.P., Ypsilantis T.J. and Metropolis N., Phys. Rev. **105** (1957) 302.
- [19] Jacob M. and Wick G.C., Ann. Phys. (N.Y.) **7** (1959) 404.
- [20] Martin A.D. and Spearman T.S., *Elementary particle theory* (J. Wiley and Sons, New York) 1970.
- [21] Cohen-Tannoudji G., Morel A. and Navelet H., Ann. Phys. (N.Y.) **46** (1968) 239.
- [22] Kotański A., Acta Phys. Pol. **29** (1966) 699.
- [23] Kotański A., Acta Phys. Pol. **30** (1966) 629.
- [24] Brink D.M. and Satchler G.R. *Angular momentum* (Clarendon Press, Oxford) 1968.
- [25] Leader E. and Slansky R.C., Phys. Rev. **148** (1966) 1491.
- [26] *Physics with polarized beams*, Report of the ANL Technical Advisory Panel, ANL-HEP-CP-75-73.
- [27] Bohr A., Nucl. Phys. **10** (1959) 486.
- [28] Bilenky S.M. and Ryndin R.M., Phys. Lett. **6** (1963) 217.
- [29] Phillips R.J.N., Nucl. Phys. **43** (1963) 413.
- [30] Bilenky S.M., Lapidus L.I. and Ryndin R.M., Preprint JINR P-2227, Dubna, 1965.
- [31] Bourrely C. and Soffer J., preprint 74/P.633, Marceille 1974 and Phys. Rev. D **12** (1975) 2932.  
Delaney R.M. and Gammel J.L., Phys. Rev. D **12** (1975) 1978.
- [32] Winternitz P., Lehar F. and Janout Z., Yad. Fiz. **5** (1967) 201; (Sov. J. Nucl. Phys. **5** (1967) 141) and Czech. J. Phys. B **18** (1968) 8.
- [33] Raynal J., Nucl. Phys. **28** (1961) 220.
- [34] Kalnins E.G., Patera J., Sharp R.T. and Winternitz P., in "Group Theory and its applications" Vol.3 (edited by E.Loebl, Academic Press) 1975.
- [35] Bystricky J., Lehar F., Patera J. and Winternitz P., Phys. Rev. D **13** (1976) 1276.



## Приложения

### Формализм и процедуры анализа нуклон-нуклонных данных

## Введение

Четыре Приложения, приведенные здесь, призваны объяснить суть различных методов проведения анализа данных об упругом  $NN$ -рассеянии и тех предсказаний, которые можно экспериментально наблюдать. Стоит отметить, что феноменологическое описание данных, накопленных в результате многолетних измерений, есть максимум того, что могут дать экспериментаторы. Два из описанных методов практически не зависят от моделей. С другой стороны, динамика упругого  $NN$ -взаимодействия всегда модельно-зависима.

Ссылка на ранее опубликованный  $NN$ -формализм (первая часть этого пособия: главы 1- 7 и "Заключение") будет обозначаться как [BLW]. Из него будут последовательно использованы т. н. четырехиндексные обозначения. В тех случаях, когда используются опубликованные результаты других авторов, приводятся соответствующие ссылки на оригинальные работы.

В Приложении А1 описывается метод прямой реконструкции амплитуд рассеяния (DRSA, или "direct reconstruction of the scattering amplitudes"). Здесь может быть использован как аналитический, так и статистический подход. Экспериментальные данные должны быть измерены при одной и той же энергии (на практике это означает, что значения энергий отдельных измерений должны быть как можно ближе друг к другу). Условия угловой симметрии, связывающие амплитуды рассеяния в переднюю и заднюю полусферы, могут быть использованы для чистых изоспиновых состояний с  $I = 0, 1$ . Следовательно, при отсутствии какой-либо другой информации,  $pp$ - данные могут быть рассмотрены только при некотором одном угле.

В Приложении А2 феноменология упругого рассеяния (формализм [BLW]) сравнивается с так называемой "упругой перезарядкой". Далее там же показано, как условия угловой симметрии можно адаптировать к анализу смешанного изоспинового состояния.

В Приложении А3 описан наиболее важный феноменологический инструмент: анализ фазовых сдвигов (PSA). Разложения инвариантных амплитуд рассеяния в ряд по полиномам Лежандра и фазовым сдвигам даны в явном виде. Описаны процедуры учета вкладов однопионного обмена (OPE), электромагнитных поправок и неупругостей. Дано объяснение основ "S-матричного" и "K-матричного" подходов. Обсуждаются "не зависящие от энергии" (FE) и "зависящие от энергии" (ED) фазовые анализы.

Для полноты обсуждения в Приложении А4 дается очерк потенциальных моделей и пределов их применимости. Этот метод должен рассматриваться как модельно-независимый; вряд ли возможно адаптировать его для прямого анализа данных. С другой стороны, он дает очень хорошие результаты при энергиях ниже порога рождения пионов. В некоторых случаях удается достичь даже более точных результатов, чем в PSA.

# A1: Прямая реконструкция амплитуды

## 1. "Полный" и "достаточный" опыты

Как упоминалось в работе [BLW] [1] (см. первую часть этого Пособия), еще в 1957 году Пузииков, Рындин и Смородинский [2] ввели понятие "полного опыта" для случая  $NN$ -рассеяния. Они предложили некоторый набор измеряемых наблюдаемых, который они назвали "полным", если содержащаяся в нем информация достаточна для полного и исчерпывающего описания упругого рассеяния взаимодействующих частиц. С таким набором контрастирует одиночная наблюдаемая величина, которая дает очень ограниченную и специфическую информацию о рассматриваемом процессе. Поскольку теоретики ввели представление о матрице рассеяния, которая, к сожалению, недоступна прямому измерению, но удобна для описания взаимодействия во всех его аспектах, "полный опыт" можно определить как такой набор наблюдаемых, который позволяет провести полную и однозначную реконструкцию матрицы рассеяния [3]. "Достаточным" набором наблюдаемых ("достаточным" опытом) можно назвать такой набор экспериментально измеряемых величин, который позволяет провести прямую реконструкцию матрицы рассеяния (DRSA или "ПРАП" – прямую реконструкцию амплитуды рассеяния), но с т. н. *дискретными неоднозначностями*. DRSA является полностью модельно-независимым анализом, использующим только фундаментальные законы сохранения. С другой стороны, говоря буквально, такой анализ может быть применен только при одном угле рассеяния и одной энергии.

Амплитуды рассеяния можно записать либо через их вещественные и мнимые части, либо через величины в т. н. "полярном" представлении

$$A = |A| \exp(i\eta_A),$$

где  $A = a, b, c, d, e$  и  $\eta_A$  есть фаза амплитуды  $A$  (см. также Приложение A2). Поскольку наблюдаемые (кроме "величин оптической теоремы", определенных уравнением (3.11) в работе [BLW]) являются билинейными функциями амплитуд рассеяния, при любом угле рассеяния остается неопределенной одна общая фаза,

входящая множителем во все амплитуды. Это явно видно в выражениях для наблюдаемых, приведенных в работе [BLW]. Любое изменение общей фазы не будет видно в наблюдаемых, так как амплитуды всегда появляются как квадрат модуля произведения комплексно-сопряженных величин. Эти амплитуды, кроме того, можно считать относительными по отношению к одной из (выбранных заранее) вещественных или мнимых частей  $a, b, c, d, e$ . Здесь мы выберем амплитуду  $e$  как чисто вещественную и положительную. Такой выбор произволен, но оправдан тем фактом, что абсолютное значение  $e$  остается большим при всех углах рассеяния в области энергий, где проведены измерения.

Довольно легко представить простое аналитическое DRSA-вычисление, как было показано в работе [4]. Предположим на время, что любая "чистая" наблюдаемая может быть измерена (все равно, в какой системе отсчета: центра масс или лабораторной) и не будем учитывать экспериментальные погрешности:

$$e^2 = \sigma (1 - C_{mmmm}), \quad (A1.1)$$

где  $\sigma = d\sigma/d\Omega$  как в [BLW]. Для других амплитуд имеем

$$e \operatorname{Re} a = \sigma P_{n000}, \quad -e \operatorname{Im} a = \sigma C_{mlmm}, \quad (A1.2)$$

$$e \operatorname{Re} b = \sigma C_{mm00}, \quad -e \operatorname{Im} b = \sigma D_{l0m0}, \quad (A1.3)$$

$$e \operatorname{Re} c = \sigma C_{nm00}, \quad -e \operatorname{Im} c = \sigma K_{0l00}, \quad (A1.4)$$

$$e \operatorname{Re} d = \sigma C_{mmn0}, \quad -e \operatorname{Im} d = \sigma C_{l0m0}. \quad (A1.5)$$

Как видно из табл. 3.2 в [BLW], каждая из комбинаций амплитуд в соотношениях (A1.2)-(A1.5) представляет 8 эквивалентных чистых наблюдаемых как для вещественных, так и для мнимых частей и 2 наблюдаемые для соотношения (A1.1). Видно, что выбор необходимых измерений велик.

Нахождение минимального числа наблюдаемых, необходимых для того, чтобы набор был полон, представляет собой скорее математическую, чем физическую задачу. Гольдштейн, Моравчик и Брегман (1974 г.) [5] представили ее решение и дали вывод вполне общего предписания для формулировки необходимых и достаточных условий для случая реакций между частицами с произвольным спином. Согласно утверждению этих авторов, если  $N$  есть число независимых амплитуд, то полное знание матрицы рассеяния с точностью до общей фазы требует только  $(2N - 1)$  вещественных функций, поскольку существует  $(N - 1)^2$  независимых нелинейных соотношений между набором  $N^2$  наблюдаемых. Как только выполнены  $(2N - 1)$  измерений, амплитуды можно извлечь, решая набор из  $(2N - 1)$  связанных квадратичных уравнений для амплитуд.

В принципе, это и есть полная схема для определения матрицы рассеяния из эксперимента [3]. Ее применение к случаю  $pp$ -рассеяния, которое описывается пятью комплексными амплитудами, означает, что 25 линейно независимых экспериментальных измерения связаны 16 независимыми квадратными уравнениями.

Поэтому для извлечения амплитуд достаточно реализовать минимальный набор из девяти хорошо выбранных измерений.

Однако на деле все это представляет, в сильной степени, только академический интерес, поскольку выбор набора наблюдаемых, который можно действительно измерить, диктуется условиями эксперимента, то есть качеством и надежной доступностью спиновых ориентаций пучка и мишени, возможностью анализа различных компонент поляризаций частиц в конечном состоянии и т. д. Более того, эксперименты выполняются в лабораторной системе, но аналитические решения для амплитуд определяются в системе центра масс. Это подразумевает релятивистские преобразования, которые тоже усложняют дело. По этим причинам число наблюдаемых должно быть больше, чем  $(2N - 1)$ .

Аналитическая DRSA рассматривалась также в работах [6, 7]. В работе [7] было введено определение "оптимального" набора для  $NN$ -рассеяния. Этот оптимальный набор содержит только дифференциальные сечения, поляризации или асимметрии и двухкомпонентные тензоры. Они обсуждались с точки зрения их "достаточности" или полноты (см. выше). Повторим здесь, в качестве примера, вычисления из статьи [7].

Из табл. 3.2 в [BLW] имеем:

$$\sigma = (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad \sigma P = \text{Re } a^*e, \quad (\text{A1.6})$$

$$\sigma C_{nn00} = (|a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad (\text{A1.7})$$

$$\sigma D_{n0n0} = (|a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad (\text{A1.8})$$

$$\sigma K_{0nn0} = (|a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2 + |e|^2) / 2, \quad (\text{A1.9})$$

и некоторые комбинации двухкомпонентных тензоров:

$$\sigma D^+ = \sigma (D_{m0m0} + D_{l0l0}) / 2 = \text{Re } a^*b, \quad (\text{A1.10})$$

$$\sigma D^- = \sigma (D_{m0m0} - D_{l0l0}) / 2 = \text{Re } c^*d, \quad (\text{A1.10})$$

$$\sigma D^0 = \sigma D_{l0m0} = \text{Im } b^*e,$$

$$\sigma K^+ = \sigma (K_{0mm0} + K_{l0l0}) / 2 = \text{Re } a^*b, \quad (\text{A1.11})$$

$$\sigma K^- = \sigma (K_{0mm0} - K_{l0l0}) / 2 = \text{Re } c^*d, \quad (\text{A1.11})$$

$$\sigma K^0 = \sigma K_{0lm0} = \text{Im } c^*e,$$

$$\sigma C^+ = \sigma (C_{mm00} - C_{ll00}) / 2 = \text{Re } a^*d,$$

$$\sigma C^- = \sigma (C_{mm00} + C_{ll00}) / 2 = \text{Re } c^*d, \quad (\text{A1.12})$$

$$\sigma C^0 = \sigma C_{lm00} = \text{Im } d^*e.$$

Возьмем пример полного оптимального набора 10 экспериментов, а именно:

$$\sigma, P, C^+, C^-, C^0, D^+, D^-, D^0, C_{nn00}, D_{n0n0}. \quad (\text{A1.13})$$

Этот набор обеспечивает нахождение значений

$$\text{Re } a^*b, \text{Re } a^*d, \text{Re } a^*e, \text{Re } b^*c, \text{Re } c^*d, \text{Im } b^*e, \text{Im } d^*e, \quad (\text{A1.14a})$$

$$(|b|^2 + |c|^2), (|c|^2 + |d|^2) \text{ и } (|a|^2 + |d|^2 + |e|^2). \quad (\text{A1.14b})$$

Очевидно, что набор экспериментов будет полным, если все  $N^2$  линейно независимых измеримых наблюдаемых из табл. 3.2 в [BLW] можно вычислить на основе этого набора. Этот факт наилучшим образом можно продемонстрировать (см. работу [8]), используя некоторые тождества, справедливые для произвольных комплексных чисел  $x, y, z$  и  $u$ :

$$\text{Re } u^*x \cdot \text{Im } y^*z + \text{Re } u^*y \cdot \text{Im } z^*x - \text{Re } u^*z \cdot \text{Im } x^*y = 0, \quad (\text{A1.15})$$

$$\text{Re } u^*x \cdot \text{Im } y^*z - \text{Re } u^*y \cdot \text{Re } z^*x - \text{Im } u^*z \cdot \text{Im } x^*y = 0, \quad (\text{A1.16})$$

$$\text{Im } u^*x \cdot \text{Im } y^*z + \text{Im } u^*y \cdot \text{Im } z^*x + \text{Im } u^*z \cdot \text{Im } x^*y = 0, \quad (\text{A1.17})$$

$$|x|^2 \cdot \text{Re } y^*z = +\text{Re } x^*y \cdot \text{Re } x^*z + \text{Im } x^*y \cdot \text{Im } x^*z, \quad (\text{A1.18})$$

$$|x|^2 \cdot \text{Im } y^*z = -\text{Im } x^*y \cdot \text{Re } x^*z + \text{Re } x^*y \cdot \text{Im } x^*z, \quad (\text{A1.19})$$

$$|x|^2 \cdot |y|^2 = (\text{Re } x^*y)^2 = (\text{Im } x^*y)^2. \quad (\text{A1.20})$$

Применим эти тождества для DRSA упругого  $NN$ -рассеяния.

- Применяя формулу (A1.15) для  $a, b, d, e$  и  $c, b, d, e$  получаем  $\text{Im } b^*d$  и  $\text{Re } c^*e$ .
- Применяя формулу (A1.16) для  $b, a, c, d$  получаем  $\text{Im } a^*c$ .
- Применяя снова формулы (A1.16) и (A1.15), получаем  $\text{Im } a^*b, \text{Im } a^*d, \text{Im } a^*e, \text{Im } b^*c, \text{Im } c^*e, \text{Im } c^*d$  и  $\text{Re } a^*c$ , выраженные через  $\text{Re } b^*e, \text{Re } d^*c$  и  $\text{Re } b^*d$ .
- Используя "диагональные" наблюдаемые формул (A1.7), (A1.8), (A1.9) и соотношения (A1.18), (A1.19), получаем оставшиеся величины  $\text{Re } b^*c, \text{Re } d^*e$  и  $\text{Re } a^*c$ .
- Модули  $|a|^2, |b|^2, |c|^2, |d|^2$  и  $|e|^2$  получаем, используя формулы (A1.18), (A1.19) и (A1.20).

Итак, получены все 25 линейно независимых билинейных величин, выраженных через набор измеряемых наблюдаемых (A1.13). Здесь необходимо сделать несколько замечаний.

1. Существует девять наборов типа (A1.13). В самом деле:  $C_{nn00}$  или  $D_{n0n0}$  можно заменить на  $K_{0nn0}$ . Триплеты  $C^+, C^-, C^0$  или  $D^+, D^-, D^0$  можно заменить на  $K^+, K^-, K^0$ .

- Выражения от (A1.10) до (A1.13) записаны в с.д.м. Однако величины в лабораторной системе  $C_{\text{обс}}$ ,  $D_{\text{обс}}$  и  $K_{\text{обс}}$  являются линейными комбинациями  $C^+$ ,  $C^-$ ,  $C^0$ ,  $D^+$ ,  $D^-$ ,  $D^0$  и  $K^+$ ,  $K^-$ ,  $K^0$ , соответственно (см. главу 5 в [BLW]). Следовательно, 10 опытов (A1.13) в с.д.м. соответствуют 10 чистым наблюдаемым в лабораторной системе.
- Для DRSA не являются необходимыми более сложные опыты, включающие 2 и 4 спиновых индекса. С другой стороны, в зависимости от данной экспериментальной установки, измерения некоторых двухкомпонентных тензорных величин могут оказаться более сложными, чем определение трехиндексных наблюдаемых.
- Существуют особенно неподходящие наборы 17 измерений, которые не являются достаточными для определения амплитуд  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ .

Довольно очевидно, что аналитическая DRSA для всех существующих амплитуд представляет собой своего рода игру, в которую долго играют многие известные физики, работающие в этой области. Список опубликованных по этому направлению работ весьма обширный. Тем не менее, частные DRSA, где некоторые амплитуды остаются неопределенными или неоднозначными, быстро нашли свое оправдание. В этом случае аналитический подход позволил определить некоторые желательные характеристики отдельных амплитуд и эти частные DRSA помогли эффективно планировать оптимальные эксперименты. В качестве примера можно упомянуть спин-синглетные или спин-триплетные вклады в  $NN$ -взаимодействие, реконструкцию интересных частей матрицы рассеяния (вещественные или мнимые части, амплитуды с данной спиральностью или "трансверсити"), DRSA при специфических углах рассеяния ("вперед", "назад", под  $90^\circ_{\text{CM}}$ ) и т. д.

## 2. Статистический анализ DRSA

В аналитическом DRSA не принимаются во внимание фактические численные значения наблюдаемых и их экспериментальные погрешности. Но в упругом  $pp$ -рассеянии, например, измеренные наблюдаемые содержат в себе электромагнитные эффекты, которые необходимо также учесть при извлечении амплитуд (см. Приложение А3).

Для того чтобы учесть погрешности измерений, обычно применяются статистические методы. Ошибки амплитуд зависят от экспериментальных погрешностей и уменьшаются при увеличении степени переопределенности наблюдаемых.

В статистическом DRSA-анализе находят решение соотношений для доступных чистых измеренных наблюдаемых и для их комбинаций одновременно. Наблюдаемые задаются непосредственно в лабораторной системе [BLW]. Неизвестными параметрами являются вещественные и мнимые части амплитуд. Их подгонка к данным методом наименьших квадратов применяется при тех углах рассеяния, при которых существуют полные наборы наблюдаемых. На эти углы обычно накладываются измерения с перерассеянием, для которых статистика событий обыч-

но невелика по сравнению с данными по однократному рассеянию. Так как разные измерения обычно выполнены при слегка различающихся углах, каждая наблюдаемая интерполируется в небольшой окрестности по углу рассеяния.

Поиск решения начинается со случайного выбора 9 амплитуд. Если некоторое решение оказывается приемлемым, процедура повторяется. Каждое новое решение должно быть признано приемлемым, если оно отличается (с учетом погрешностей амплитуд) от одного из уже принятых. Такой поиск повторяется несколько сотен раз до тех пор, пока не станут появляться только обнаруженные ранее решения.

Некоторые решения либо обнаруживают неопределенности  $\pm 180^\circ$  для относительных фаз всех амплитуд, либо дают фиксированные значения амплитуды (например,  $e$ , см. выше), тождественно равные нулю. Такие решения, называемые "тривиальными", должны быть удалены.

Оставшиеся нетривиальные решения могут быть отобраны далее на базе критерия  $\chi^2$ , если значения  $\chi^2$  на степень свободы (DoF) сильно различаются. Все тривиальные решения обычно имеют большие значения  $\chi^2$ .

Чтобы исключить "плохие" решения, можно использовать "нестатистические" критерии. Они могут быть различными в DRSA-анализах  $pp$ - и  $np$ -взаимодействий. Эти критерии касаются амплитуд, которые легко могут быть выражены через наблюдаемые при использовании, например, результатов частных аналитических DRSA.

В качестве примера, приведем некоторые нестатистические критерии, использованные в анализе DRSA [9]  $np$ -данных. Один из мощных критериев основан на хорошо известной форме угловой зависимости анализирующей способности  $A_{00\pi 0}$ . Умножая  $A_{00\pi 0}$  на положительно определенное дифференциальное сечение, получаем уже имеющуюся в распоряжении экспериментальную величину, выраженную только через две амплитуды (табл. 3.2 в [BLW]). Используя представление амплитуды через ее абсолютную величину и фазу, имеем для  $e$

$$e = Re, e = |e| \geq 0, \quad Im, e = 0, \quad \phi_e = 0, \quad (A1.21)$$

и получаем соотношение

$$\sigma A_{00\pi 0} = |a| e \cos \phi_a. \quad (A1.22)$$

Очевидно, что для фиксированного значения  $\sigma A_{00\pi 0}$  уменьшение  $Re a$  требует увеличения  $e$  и наоборот.

Наблюдаемая  $A_{00\pi 0}(np)$  равна нулю при  $0^\circ$  и при  $180^\circ$  с.д.м. При промежуточных энергиях она имеет широкий максимум вокруг  $\theta_{\text{CM}} = 30^\circ$  и широкий минимум при  $\theta_{\text{CM}} = 110^\circ$ . Она переходит через нуль от положительного к отрицательному значениям при  $\theta_{\text{CM}} \sim 70^\circ$  и относительной фазе  $\phi_a(np) = \pm 90^\circ$ , тогда как  $|a(np)|$  и  $e(np)$  остаются ненулевыми. Оба интервала фазы  $\phi_a$

$$0^\circ \leq \phi_a \leq 180^\circ \text{ и } 180^\circ \leq \phi_a \leq 360^\circ \quad (A1.23)$$

одинаково допустимы при одной и той же энергии и одном и том же значении угла рассеяния.

Дальнейшее рассмотрение может оказаться разным при рассмотрении интервала углов рассеяния. Если при одном  $\theta_{CM}$  будет найдена фаза  $\phi_a(np)$  в одном из интервалов (A1.23), а при соседнем значении угла рассеяния та же самая фаза окажется в другом интервале, то очевидно, что между этими двумя значениями углов рассеяния фаза  $\phi_a$  пересекает либо  $0^\circ$ , либо  $180^\circ$ . В таких точках  $\cos \phi_a$  равен либо +1, либо -1 соответственно, и величина  $A_{00n0}(np)$  достигает локального экстремума (предполагаем, что  $|a|$  и  $e$  отличны от нуля). Никаких подобных особенностей в угловой зависимости анализирующей способности в  $np$  рассеянии до сих пор никогда не наблюдалось. Отсюда следует, что любое значение  $\phi_a$  в рассматриваемом угловом диапазоне рассеяния может варьироваться внутри одного, и только одного из интервалов (A1.23).

Другой пример нестатистических критериев следует из табл. 3.3 в [BLW], где приведены простые соотношения между  $|b|^2$ ,  $|c|^2$ ,  $|d|^2$  и наблюдаемыми  $\sigma$ ,  $D_{n0n0}$ ,  $K_{0nn0}$ ,  $A_{00nn}$ . Большое различие между абсолютными значениями амплитуд какого-либо решения и теми же значениями, полученными из наблюдаемых по формулам табл. 3.3, является указанием на необходимость отбросить проверяемое решение.

Описанный здесь подход к статистическому DRSA-анализу не является единственным. Отметим один эффективный и надежный метод, предложенный Бессе и др. (1978 г.) в работах [10, 3]. Этот метод был использован для DRSA-анализа  $pp$ -данных, измеренных на ускорителе Института им. Пауля Шерера (PSI, Швейцария). Другой подход был использован при анализе  $pp$ -данных при 6 ГэВ/с из Аргоннской национальной лаборатории (ANL). При таком импульсе спиновозвисящие параметры не столь велики, как при меньших энергиях, и к тому же имеют меньшую точность. Но здесь ни один из этих методов не обсуждается.

### 3. Существующие DRSA-анализы

Первый DRSA-анализ для всех амплитуд упругого  $pp$ -рассеяния был выполнен Лимоном, Пондромом, Ольсенем, Клеппелем, Хандлером и Райтом в 1968 г. [12]. Главная часть данных была измерена этими авторами в хорошо спланированном эксперименте. Для этой цели протонный пучок Чикагского синхротронного ускорителя был поляризован методом рассеяния на бериллиевой мишени внутри ускорителя. Энергия выведенного пучка была  $429 \pm 7$  МэВ. Протоны рассеивались на внешней жидководородной мишени на углы  $\theta_{CM} = 65^\circ$  и  $115^\circ$ . Была измерена анализирующая способность  $A_{00n0}$  при  $65^\circ$  и при обоих углах были измерены также параметры Вольфенштейна  $D_{n0n0}$ ,  $D_{s'0s0}$ ,  $D_{s'0k0}$ ,  $D_{k'0s0}$  и  $D_{k'0k0}$ .

Вследствие соотношений симметрии для изоспина  $I=1$  (см. табл. 2.1 в [BLW]), этот набор представляет 9 независимых наблюдаемых. В одном DRSA-анализе могут быть использованы два дополнительных друг к другу с.ц.м. угла, так как система  $pp$  является только изотриплетной. Число наблюдаемых было увеличено

Таблица A1.1. Список доступных DRSA-анализов для наблюдаемых в упругом  $pp$ -рассеянии. Две наблюдаемые:  $d\sigma/d\Omega$  и  $A_{00n0} = A_{000n}$  используются всегда и без исключения, поэтому они не указаны в списке.

Лаборатория	$T_{kin}$ , МэВ	Интервал $\theta_{CM}$ , град.	Число значений $\theta_{CM}$	Наблюдаемые	Ссылка, год
CHICAGO Univ.	429	65 115	1	$D_{n0n0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0s0}$ , $D_{k'0k0}$ , $A_{00nn}$	[12] 1968
PSI	447 497 517 539 579	38-58 38-58 38-58 38-58 38-58	6 6 6 6 6	$A_{00nn}$ , $A_{00ss}$ , $A_{00kk}$ , $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $M_{s'0sn}$ , $M_{s'0kn}$	[16] 1981
PSI	447 497 517 539 579	82-90 82-90 82-90 82-90 82-90	15 15 15 15 15	Все предыдущие и $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$ $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$ $A_{00sk}$ , $D_{n0n0}$ , $K_{0nn0}$	[17] 1989
LAMPF	730	38-72	12	$A_{00sk}$ , $A_{00kk}$ , $D_{n0n0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0s0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{s'00k}$ , $K_{k'00k}$ , $M_{n0sk}$ , $M_{n0kk}$ , $M_{s'0nk}$ , $M_{k'0nk}$	[18] 1990
LAMPF	800	46-90	5	$A_{00nn}$ , $D_{n0n0}$ , $D_{s'0s0}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{n00n}$ , $K_{s'00s}$ , $K_{s'00k}$ , $K_{k'00k}$	[19] 1985
SATURNE II	834 874 934 995 1095 1295 1595	50-82 46-83 51-80 51-82 51-82 51-82 51-82	6 7 5 6 7 8 10	$A_{00nn}$ , $A_{00sk}$ , $A_{00kk}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{n00n}$ , $K_{0s's0}$ , $K_{0s'k0}$ , $N_{0nkk}$ , $N_{0nsk}$ , $N_{0s'nk}$ , $N_{0s'kn}$	[20] 1990
SATURNE II	1800 2100 2400 2700	33-90 33-90 29-83 42,82	12 11 5 2	$A_{00nn}$ , $A_{00sk}$ , $A_{00kk}$ , $D_{s'0k0}$ , $D_{k'0k0}$ , $K_{n00n}$ , $K_{0s's0}$ , $K_{0s'k0}$ , $N_{0nkk}$ , $N_{0nsk}$ , $N_{0s'nk}$ , $N_{0s'kn}$ , $N_{0s'sn}$	[21] 1998

Лаборатория	$T_{kin}$ , МэВ	Интервал $\theta_{CM}$ , град.	Число значений $\theta_{CM}$	Наблюдаемые	Ссылки, год
ANL	5135	19-38	21	$A_{00cd} \times 4$ $D_{00cd}$ и $K_{00cd} \times 5$ $N_{00cd} \times 7$	[11] 1986

до 11, так как упомянутые авторы добавили результаты по  $A_{00pn}$  из работы [13] и дифференциальные сечения из работы [14].

Общая фаза была фиксирована из сопоставления фазы фиксированной амплитуды с фазой, полученной из анализа фазовых сдвигов (PSA) в решении из работы [15] (см. Приложение А3 об анализе фазовых сдвигов). Согласие результатов обоих методов оказалось на удивление хорошим.

Обновленный список анализов DRSA для  $pp$ -рассеяния дан в табл. А1.1. Легко увидеть, что в широких угловом диапазоне и области энергий измерены не только двух-, но и трехиндексные наблюдаемые. Можно также заметить, что для обеспечения высокой анализирующей способности в последнем (анализирующем) рассеянии, в некоторых опытах анализировались как поляризации частиц отдачи, так и некоторые поляризации рассеянных частиц. В ряде экспериментов возможность измерения поляризаций для  $k'$ - и/или  $k''$ -ориентаций частиц конечного состояния была исключена. Как отмечалось в [BLW], такая возможность требует дополнительного спин-ротатора и, в дополнение к этому, перемешивает в магнитном поле чистые наблюдаемые. В указанной таблице перечислены доминирующие наблюдаемые, кроме дифференциальных сечений и  $A_{00no} = A_{00pn}$ . На практике многие наблюдаемые были определены как комбинации "чистых" величин.

Довольно большое число существующих измерений позволяет провести также (пока не выполненный) DRSA-анализ для  $pp$ -системы при добавочных 2-х или 3-х энергиях (например, при 650 МэВ) ЛАМПФ (Los Alamos Meson Factory).

DRSA-анализ для  $pp$ -системы резко контрастирует со случаем  $pp$ -рассеяния. В настоящее время он проведен намного хуже. Только данные САТУРН-II использованы для реконструкции амплитуд при пяти энергиях между 840 и 1100 МэВ. Впервые DRSA-анализ при этих энергиях был опубликован в работах [22] в 1992 г. Окончательные результаты были опубликованы в 1998 г. в работах [9]; они приведены в табл. А1.2. При энергии 800 МэВ были использованы как данные САТУРН-II, так и ЛАМПФ. Все DRSA-анализы для  $pp$ -системы были выполнены только в передней полусфере и каждый из них – лишь в окрестности такого одного угла, где были измерены все необходимые данные.

В данных по  $pp$  рассеянию выше 800 МэВ и вплоть до 1100 МэВ существует пробел в измерениях  $d\sigma/d\Omega(np)$  при углах  $40^\circ \leq \theta_{CM} \leq 90^\circ$ . Имеются в распоряжении только три набора: данные Пенсильванского протонного ускорителя (PPA)

при 817 и 1028 МэВ [23] и данные из Бирмингема при 991 МэВ [24]. Нужно принять во внимание, что данные из Пенсильвании при всех тех энергиях, где существуют другие измерения, не согласуются по характеру угловой зависимости с другими данными и поэтому исключены из всех анализов, имеющих хоть какой-то смысл. Однако, база данных по  $pp$ -рассеянию содержит измерения  $d\sigma/d\Omega(np)$  при малых углах, выполненные в опытах на САТУРН-II ниже 1135 МэВ [25]. Та же наблюдаемая при углах  $\theta_{CM} \geq 130^\circ$  была измерена на САТУРН-I вплоть до 1252 МэВ [26] (численные значения содержатся, например, в базе данных [27, 28]). Полные сечения, необходимые для нормировочных целей (см. Приложение А3), тоже приведены в тех же базах. Только энергетически зависимые PSA (Приложение А3), общие для  $pp$ - и  $np$ -рассеяния и включающие все существующие на сегодня данные, могут предсказывать разумную угловую зависимость дифференциальных сечений. Такие предсказания были использованы в работе [9].

Данные, измеренные в PSI на пучке NA<sup>2</sup>, позволяют провести с высокой степенью точности DRSA-анализ для  $pp$ -рассеяния еще при пяти дополнительных энергиях между 260 и 560 МэВ при нескольких углах. Полученные результаты были опубликованы и использованы в базах данных для существующих PSA, так как этот метод рассматривается как более перспективный.

Таблица А1.2. Список доступных DRSA-анализов для наблюдаемых в упругом  $pp$  и  $pn$  рассеянии. При 800 МэВ были использованы некоторые  $pp$ -данные из ЛАМПФ. Здесь, как и в предыдущей таблице,  $d\sigma/d\Omega$  и  $A_{00no} = A_{00pn}$  в списке не указаны

Лаборатория	$T_{kin}$ , (МэВ)	Интервал $\theta_{CM}$ , град.	Число значений $\theta_{CM}$	Наблюдаемые	Ссылка, год
SATURNE II	800	42,62	2	$A_{00pn}, A_{00pk}, A_{00sk},$	[9] 1998
	840	54,61,	3	$D_{n0no}, D_{0s^*0k}, K_{0nno}$	
		74			
	880	49,56,	4	$K_{0s^*k0}, K_{0s^*s0},$	
		61,77			
940	47,54,	4	$N_{0nkk}, N_{0nsk}$		
1000	59,72	4			
	47,56,				
1100	62,77	3			
	42,53,				
	68				

Амплитудный анализ для  $pp$ -рассеяния позволяет определить амплитуды для  $I = 0$ . Для данных  $T_{kin}$  и с.ц.м. угла рассеяния, амплитуды с  $I = 0$  можно получить,

используя соотношение

$$A_{\pi p}(I=0) = 2 A_{\pi p}(np) - A_{\pi p}(pp), \quad (A1.24)$$

если амплитуды с  $I = 1$  известны из  $pp$ -рассеяния. Это уравнение верно при тех углах, где амплитуды  $np$  рассеяния определены. Фактор 2 в формуле (A1.24) означает, что амплитуды с  $I = 0$ , вообще говоря, определяются хуже, чем амплитуды с  $I = 1$ , если спиновые наблюдаемые  $pp$ - и  $np$ -рассеяния измерены с одинаковой точностью.

#### 4. Заключение

В целом, наблюдается превосходное согласие между анализами DRSA и PSA (см. Приложение А3), если только оба они выполнены на одной и той же базе данных. Недостаток DRSA-подхода по сравнению с методом PSA состоит в том, что большая часть входных данных теряется. Это вызвано тем, что модельно-независимый амплитудный анализ может быть выполнен в одно и то же время только при одном угле и одной энергии, причем только при тех, при которых существует полный набор наблюдаемых.

## Литература к Приложению А1

- [1] J. Bystrický, F. Lehar and P. Winternitz, J. Phys. (Paris) **39** (1978) 1.
- [2] L.D. Puzikov, R.M. Ryndin and Ya.A. Smorodinskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **32** (1957) 592, and transl. Sov. Phys. JETP **5** (1957) 489 (see also Nucl. Phys. **3** (1957) 436).
- [3] C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, Rev. Mod. Phys. **65** (1993) 47.
- [4] F. Lehar, Thesis: Elastic  $n-p$  Scattering at 630 MeV, Dubna 1966 and abstract Preprint JINR 2734, Dubna 1966.
- [5] G.R. Goldstein, M.J. Moravcsik, and D. Bregman, Phys. Rev. **169** (1968) 1026. Lett. Nuovo Cimento **11** (1974) 137.
- [6] J. Bystrický, F. Lehar and P. Winternitz, Fourth International Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Reactions, Zürich, August 25-29, 1975, Proceedings edited by W. Grüber and V. König, Birkhauser Verlag Basel und Stuttgart, Experientia Suppl. **25** (1976) 458.
- [7] J. Bystrický, F. Lehar, J. Patera, and P. Winternitz, 8<sup>th</sup> International Conference on Few Body Systems and Nuclear Forces, Graz, August 24-30, 1978, Proceedings edited by H. Zingl, M. Haftel and H. Zankel, Lecture Notes in Physics **87** (1978) 509.
- [8] S.M. Bilenky, L.I. Lapidus, and R.M. Ryndin, Usp. Fiz. Nauk **84** (1964) 243 and transl. Sov. Phys. Uspekhi **7** (1965) 721.
- [9] J. Ball *et al.*, Nuovo Cimento A **111** (1998) 13.
- [10] D. Besset *et al.*, Nucl. Instrum. Methods **148** (1978) 129.
- [11] M. Matsuda, H. Suemitsu, and M. Yonezawa, Phys. Rev. D **33** (1986) 2563.
- [12] P. Limon *et al.*, Phys. Rev. **169** (1968) 1026.
- [13] A. Beretvas *et al.*, Rev. Mod. Phys. **39** (1968) 536.
- [14] R.B. Sutton *et al.*, Phys. Rev. **97** (1955) 583.
- [15] M.H. MacGregor, R.A. Arndt, and R.M. Wright Phys. Rev. **169** (1968) 1128.



- [16] E. Aprile *et al.*, Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 1047.
- [17] R. Hausammann *et al.*, Phys. Rev. D **40** (1989) 22.
- [18] M.W. McNaughton *et al.*, Phys. Rev. C **41** (1990) 2809.
- [19] M.J. Moravcsik, F. Arash, and G.R. Goldstein, Phys. Rev. D **31** (1985) 1577.
- [20] C.D. Lac *et al.*, J. Phys. (Paris) **51** (1990) 2689.
- [21] J. Bystrický, C. Lechanoine-Leluc, F. Lehar, Eur. Phys. J. C **4** (1998) 607.
- [22] J. Ball, Ph.D. Thesis, Université de Paris, Orsay, No. 2132, (1992).
- [23] P.F. Shepard, T.J. Devlin, R.E. Mishke and J. Solomon, Phys. Rev. D **10** (1974) 2735.
- [24] T.A. Murray *et al.*, Nuovo Cimento **49** (1967) 241.
- [25] B.H. Silverman, *et al.*, Nucl. Phys. A **499** (1989) 763.
- [26] G. Bizard *et al.*, Nucl. Phys. B **85** (1975) 14.
- [27] J. Bystrický and F. Lehar, *Nucleon-Nucleon Scattering Data*, editors H. Behrens and G. Ebel, Fachinformationszentrum Karlsruhe, 1978 Edition, Nr.11-1 (1978), 1981 Edition, Nr.11-2 and Nr.11-3 (1981).
- [28] J. Bystrický *et al.*, *Elastic and Charge-Exchange Scattering of Elementary Particles a: Nucleon Nucleon and Kaon Nucleon Scattering*, Landolt-Börnstein, New Series, Vol. 9, editor H. Schopper, editor in Chief: K.H. Hellwege, Group I: Nuclear and Particle Physics, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York (1980)

## A2: $np$ -перезарядка и DRSA для состояний с $I=0$

### Введение

В этом Приложении обсудим DRSA для  $np$ -рассеяния так же, как и реконструкцию амплитуд рассеяния с  $I = 0$ . Напомним, что имеется бесконечное число различных представлений амплитуд и все они взаимно линейно зависимы. Это означает, что все представления строго эквивалентны. Выбор того или иного предпочитаемого представления зависит только от концепции данного конкретного эксперимента и от соответствующей экспериментальной установки.

Различные представления амплитуд эквивалентны также и по отношению к выбору базисных векторов. Экспериментатор свободен в том, какую из частиц конечного состояния называть "рассеянной", а какую – "частицей отдачи", равно как и в том, какой именно угол из всех возможных углов между  $3$ -векторами импульсов частиц начального и конечного состояний называть "углом рассеяния".

В Приложении A1 было показано, что DRSA эквивалентен реконструкции всех 25 линейно независимых экспериментов (измеряемых наблюдаемых) из полного подмножества всего лишь 18 экспериментов. В предположении о том, что все основные законы сохранения выполняются, этот полный набор позволяет восстановить все 128 чистых, исчезающих, наблюдаемых и любую их произвольную комбинацию. Любая наблюдаемая будет выражена однозначно через величины, содержащиеся в полном наборе, независимо от амплитудного представления.

Сформулированные утверждения очевидны, но встречаются физики, утверждающие, что численные значения одних и тех же наблюдаемых, будучи вычисленными через амплитуды упругого рассеяния, отличаются от значений, вычисленных с использованием т. н. амплитуд упругой перезарядки (CE). Это в корне противоречит феноменологии упругого  $NN$ -рассеяния. Одной из причин указанного непродуманного утверждения является неполное определение используемой формы матрицы рассеяния и (или) системы базисных векторов. В этой связи необходимо напомнить, что экспериментально измеряемые величины, связанные с рассеянной частицей и частицей отдачи, различны, но обычно выражаются функци-

ями одного и того же угла рассеяния в системе центра масс (с.ц.м.).

Здесь снова будет использоваться полный  $NN$ -формализм для упругого рассеяния (см. работу [1], ссылка на которую дается как [BLW]). В разделе 2 даются соотношения преобразования между представлениями "упругого рассеяния" и "перезарядки" для амплитуд. В качестве примера в пунктах А и В при использовании представления инвариантных амплитуд [BLW] вычисляются спиновозависимые и спиновонезависимые части упругого дифференциального сечения  $np$ -рассеяния  $(d\sigma/d\Omega)_{np}$  при  $\theta_{CM} = \pi$ . Вычисления выполнены отдельно для рассеянного нейтрона ( $np \rightarrow np$ ) и отдельно — для протона отдачи ( $np \rightarrow pn$ ). Одни и те же величины выражаются как функции амплитуд либо как комбинации чистых экспериментов в терминах работы [BLW].

В пунктах С и D используются представления СЕ для инвариантных амплитуд. В них с.ц.м. угол является сопряженным к предыдущему определению с.ц.м. угла. Видно, что для соответствующих наблюдаемых результаты не зависят от представления амплитуд. Возникающие в СЕ изменения знаков или названий некоторых наблюдаемых рассмотрены в пункте Е. Изменения связаны только с выбором базисных векторов при использовании того или иного представления.

Представленные примеры выбраны не случайно. Рассмотренная наблюдаемая является одной из тех, которые могут быть использованы для уменьшения возможных неопределенностей в знаках при проведении DRSA общего  $np$ -упругого рассеяния в направлениях "вперед" и "назад" (см. параграф 4 этого Приложения). Выбор подходящих наблюдаемых для этой цели достаточно ограничен.

Дифференциальное сечение  $np \rightarrow np$  рассеяния  $(d\sigma/d\Omega)_{np}$  можно разделить на "спиновонезависимую" часть ( $SI$ ) и "спиновозависимую" ( $SD$ ) часть:

$$(d\sigma/d\Omega)_{np} = (d\sigma/d\Omega)_{np}^{SI} + (d\sigma/d\Omega)_{np}^{SD}. \quad (A2.1)$$

Ни одно из двух слагаемых в правой части (A2.1) не может быть измерено на практике по отдельности. С другой стороны, в работах [2]-[4] было предсказано, что ( $SD$ )-вклад пропорционален легко измеряемому дифференциальному сечению реакции  $nd \rightarrow (nn) + p$ , когда оба нейтрона практически покоятся.

Следуя математическому формализму, развитому в работах [5]-[7] (которые здесь не обсуждаются), дифференциальное сечение реакции  $nd \rightarrow (nn) + p$  можно записать в импульсном приближении (IA) как

$$(d\sigma/d\Omega)_{nd} = [1 - F](d\sigma/d\Omega)_{np}^{SI} + [1 - (1/3)F](d\sigma/d\Omega)_{np}^{SD}. \quad (A2.2)$$

Здесь  $F$  есть формфактор дейтрона, равный единице в направлении "назад" [8]. Первый член в правой части (A2.2) исчезает, и для дифференциального сечения при  $\theta_{CM} = \pi$  эта теория дает

$$(d\sigma/d\Omega)_{nd} = (2/3)(d\sigma/d\Omega)_{np}^{SD}. \quad (A2.3)$$

Данный результат и его следствия используются в параграфе 2.

Реакция  $nd \rightarrow (nn) + p$  в направлении вылета нейтрона "назад" была недавно исследована в деталях Легаром и Вилкиным в статье [9]. Из этой работы, а также из статьи [BLW] здесь будут использованы некоторые соотношения для выражения ряда комбинаций амплитуд через "чистые" наблюдаемые.

В Приложении А1 подчеркивалось, что соотношения угловой симметрии (формула (2.5) в [BLW]) справедливы для чистых изоспиновых состояний. Только в этих состояниях можно совместно анализировать данные, полученные при сопряженных углах. В параграфах 3 и 4 показаны условия, которые позволяют расширить возможность такого совместного анализа на упругое  $np$ -рассеяние.

## 2. Упругое рассеяние и упругая перезарядка

Напомним, что матрицы  $M_0$  и  $M_1$  в формулах (2.5) в [BLW] определены при выборе базисных векторов согласно формулам (2.2) работы [BLW]. Вектор  $k_f$  лежит вдоль направления рассеянной частицы, которая первоначально (до взаимодействия) была частью пучка. В этом случае матрицу  $M(np \rightarrow np)$  следует понимать как матрицу рассеяния для рассеянной частицы (нейтрона), а матрицу  $M(np \rightarrow pn)$  как матрицу для частицы отдачи (протона-мишени). Обе матрицы содержат одни и те же амплитуды  $a_0, b_0, c_0, d_0, e_0$  и  $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1$  соответственно. Что касается угла рассеяния  $\theta_{CM}$  в с.ц.м. для упругого  $np$ -взаимодействия, то под ним понимается угол между направлениями импульса начального (пучкового) нейтрона и импульса вылетающего (рассеянного) нейтрона. Очевидно, что экспериментально наблюдаемые величины при одном и том же  $\theta_{CM}$  для рассеянной частицы и частицы отдачи различаются.

Если взаимно переставить конечные частицы так, что угол рассеяния в с.ц.м. будет углом между начальным нейтроном и вылетающим протоном мишени, то получим систему упругой перезарядки (СЕ). Базисные с.ц.м. векторы при этом обычно изменяются согласно

$$n = -n^{CE}, \quad l = -m^{CE}, \quad m = -l^{CE}. \quad (A2.4)$$

После этого, матрицу  $M(np \rightarrow pn)$  называют "матрицей упругой перезарядки" (СЕ), которая имеет тот же самый вид, что и матрица упругого рассеяния, но другой угол рассеяния и другие (СЕ) амплитуды. В СЕ-системе вектор  $k_f^{CE}$  означает теперь направление вылетающей частицы мишени, а угол рассеяния есть  $\alpha_{CM} = \pi - \theta_{CM}$ . Матрицы рассеяния теперь будут  $M_0^{CE}$  и  $M_1^{CE}$  и будут содержать амплитуды  $a_0^{CE}, b_0^{CE}, c_0^{CE}, d_0^{CE}, e_0^{CE}$  и  $a_1^{CE}, b_1^{CE}, c_1^{CE}, d_1^{CE}, e_1^{CE}$  соответственно. Направления "вперед" и "назад" для упругого рассеяния и упругой перезарядки взаимно противоположны. Соотношения для  $M(np \rightarrow np)$  и для  $M(np \rightarrow pn)$  взаимно меняются.

Соотношения преобразования между упругим рассеянием и упругой перезарядкой в представлении инвариантных амплитуд просты. Применяя уравнение (2.5) и соотношения симметрии из табл. 2.1 в [BLW], связь амплитуд  $np$  для

частицы отдачи (в нашем случае – протона) и СЕ амплитуд при  $\alpha_{CM} = \pi - \theta_{CM}$  можно записать так:

$$a^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -a_1(\pi - \theta_{CM}) - a_0(\pi - \theta_{CM}) = -a^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5a)$$

$$b^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -c_1(\pi - \theta_{CM}) - c_0(\pi - \theta_{CM}) = -c^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5b)$$

$$c^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -b_1(\pi - \theta_{CM}) - b_0(\pi - \theta_{CM}) = -b^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5c)$$

$$d^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = +d_1(\pi - \theta_{CM}) + d_0(\pi - \theta_{CM}) = +d^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.5d)$$

$$e^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = +e_1(\pi - \theta_{CM}) + e_0(\pi - \theta_{CM}) = +e^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}). \quad (A2.5e)$$

Следующие далее четыре примера приведены для подробного разъяснения сказанного выше.

**А.** Вычислим некоторую величину  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$  для рассеянных частиц, т. е. для нейтронов. В результате получим это выражение как функцию амплитуд упругого рассеяния, а также – как комбинацию линейно независимых измеряемых величин. При использовании формализма [BLW] величина  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$  будет функцией параметров деполаризации.

**В.** Найдем наблюдаемую  $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$  для частиц отдачи (протонов), выражаемую в терминах амплитуд упругого рассеяния. Затем получим то же самое выражение как функцию линейно независимых измеряемых величин; в данном случае это будут параметры передачи поляризации. Величина  $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$  будет отличаться от  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$ , определенной в примере А. Подчеркнем, что аргумент этих выражений, т. е. угол рассеяния, один и тот же, т. е.  $\theta_{CM}$ .

**С.** Вычислим, как и в примере А, величину  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  в СЕ-системе для вылетающих нейтронов. Напомним, что теперь, в СЕ-системе, частицы отдачи есть те частицы, которые считались рассеянными в "системе упругого рассеяния". Опять, получим выражение для  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  как функцию СЕ-амплитуд  $a^{CE}, b^{CE}, c^{CE}, d^{CE}, e^{CE}$ . Затем получим выражение для  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  снова, но как функцию параметров деполаризации. Будет показано, что упругая перезарядка для частиц отдачи и упругое рассеяние для рассеянных частиц дают  $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$ . Подчеркнем, что результат, полученный в пункте С, должен сравниваться с результатом из пункта А.

**Д.** Вычислим, как и в примере В, величину  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  в СЕ-системе для вылетающих протонов. Угол ( $\alpha_{CM} = 0$ ) здесь тот же самый, что в пункте С. Напомним, что теперь, в СЕ-системе, рассеянные частицы есть те, которые считались частицами отдачи в "системе упругого рассеяния". Опять, получим выражение для  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  как функцию СЕ-амплитуд  $a^{CE}, b^{CE}, c^{CE}, d^{CE}, e^{CE}$  для рассеянных частиц в СЕ-системе. Получим также выражение для  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0)$  в терминах параметров передачи поляризации. Будет продемонстрировано, что упругая перезарядка для рассеянных частиц и упругое рассеяние для частиц отдачи дают  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$ . Подчеркнем, что результат, полученный в пункте Д, должен сравниваться с результатом из пункта В.

**Е.** В заключение этого рассмотрения покажем, как меняются экспериментальные величины, если вместо "системы упругого рассеяния" используется "система упругой перезарядки", т. е. СЕ-система.

#### А. $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM})$ для упруго рассеянных нейтронов

Дифференциальные сечения упругого  $np$ -рассеяния при одном и том же угле рассеяния  $\theta_{CM}$  для обеих реакций  $np \rightarrow np$  и  $np \rightarrow pn$  одинаковы и равны [BLW]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |e|^2). \quad (A2.6)$$

Выражение для не зависящей от спиновых переменных ( $SI$ ) части дифференциального сечения упругого взаимодействия при любом угле имеет вид

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np \rightarrow np}^{SI(r)} = \frac{1}{4} |a + b|^2. \quad (A2.7)$$

Вычитая  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow np}^{SI(r)}$  из уравнения (A2.6), получаем зависящую от спиновых переменных ( $SD$ ) часть упругого дифференциального сечения  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow np}^{SD(r)}$ . Ее вид тоже не зависит от угла рассеяния.

Взяв амплитуды упругого рассеяния в направлении "назад" (при  $\theta_{CM} = \pi$ ), имеем для отношения не зависящей от спиновых переменных ( $SI$ ) части упругого дифференциального сечения к сечению (A2.6) при том же угле, т. е. величины  $r_{np \rightarrow np}^{SI}(\theta_{CM} = \pi)$ , как функции амплитуд:

$$r_{np \rightarrow np}^{SI}(\pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a + b|^2}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.8)$$

Здесь и далее нормирующий множитель  $2/3$  взят из формулы (A2.3) для того, чтобы сравнивать данные по реакции  $nd \rightarrow (nn) + p$  и данные по упругому  $np$ -рассеянию. Для отношения зависящей от спиновых переменных ( $SD$ ) части упругого дифференциального сечения к сечению (A2.6) при том же угле, т. е. для величины  $r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi)$ , получаем:

$$r_{np \rightarrow np}(\pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a - b|^2 + \frac{1}{2} (|c|^2 + |d|^2)}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.9)$$

Теперь покажем, как можно записать соотношения (A2.8) и (A2.9) в форме функций от линейно независимых измеряемых величин. Для этой цели простейшую возможность дают параметры деполаризации. Используя обозначения  $X_{srbt}$

как в лабораторной, так и в с.ц.м. системах (индексы относятся к рассеянной частице, частице отдачи, пучковой частице-снаряду и частице-мишени соответственно) получаем (см. [BLW]) либо тензор деполяризации для поляризованного пучка

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} D_{\sigma_0\sigma_0} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{1s} M \sigma_{1b} M^+, \quad (A2.10a)$$

либо тензор деполяризации для поляризованной мишени (см. перечень наблюдаемых В2 или С3 в [BLW])

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} D_{\sigma_0\sigma_1} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{2r} M \sigma_{2t} M^+. \quad (A2.10b)$$

Соотношения (A.10a) и (A2.10b) взаимно зависимые.

Формула (A2.10a) описывает эксперименты, где поляризованный нейтронный пучок рассеивается на неполяризованной протонной мишени. Поляризация вылетающих нейтронов конечного состояния должна измеряться во втором (анализирующем) рассеянии. При угле рассеяния  $\theta_{CM} = \pi$  кинетическая энергия рассеянного нейтрона в лабораторной системе равна нулю. Поэтому наблюдаемые  $D_{\sigma_0\sigma_0}(\pi)$  остаются не поддающимися измерениям в опытах с фиксированной (неподвижной в лабораторной системе) мишенью.

Формула (A2.10b) описывает эксперименты, где неполяризованный нейтронный пучок рассеивается на поляризованной протонной мишени и поляризация вылетающих протонов конечного состояния измеряется во втором рассеянии. Энергия протонов отдачи при том же самом угле рассеяния  $\theta_{CM} = \pi$  практически равна энергии начальных нейтронов и наблюдаемые тензоры  $D_{\sigma_0\sigma_1}$  являются, в принципе, измеримыми.

Для параметров деполяризации, помеченных в лабораторной системе, при  $\theta_{CM} = \pi$  имеем

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{n_0n_0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{0n_0n} = \frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2), \quad (A2.11a)$$

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{k^*0s_0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{0s^*0s} = + Re a^*b - Re c^*d, \quad (A2.11b)$$

$$- \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{s^*0k_0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) D_{0k^*0k} = + Re a^*b + Re c^*d. \quad (A2.11c)$$

Принимая во внимание, что

$$a(0) - b(0) = c(0) + d(0), \quad e(0) = 0, \quad (A2.12a)$$

$$a(\pi) - b(\pi) = c(\pi) - d(\pi), \quad e(\pi) = 0, \quad (A2.12b)$$

получаем  $D_{k^*0s_0}(\pi) = D_{0s^*0s}(\pi) = D_{0n_0n}(\pi)$ .

Для параметров деполяризации, помеченных в с.ц.м. системе, в направлении "назад" имеем

$$D_{\ell_0\ell_0} = D_{0\ell_0\ell} = D_{k^*0s_0} = D_{0s^*0s} = D_{n_0n_0} = D_{0n_0n}, \quad (A2.13a)$$

$$D_{m_0m_0} = D_{0m_0m} = -D_{s^*0k_0} = D_{0k^*0k}. \quad (A2.13b)$$

Выразим  $r_{np}^{SI}(\pi)$  и  $r_{np \rightarrow np}(\pi)$  через параметры деполяризации:

$$r_{np}^{SI}(\pi) = \frac{1}{6} (1 + 2D_{0n_0n}(\pi) + D_{0k^*0k}(\pi)), \quad (A2.14)$$

$$r_{np \rightarrow np}(\pi) = \frac{1}{6} (3 - 2D_{0n_0n}(\pi) - D_{0k^*0k}(\pi)). \quad (A2.15)$$

Однако, сюда можно также подставить эквивалентные наблюдаемые из формул (A2.13a,b). В формулах (A2.14) и (A2.15) все величины являются чистыми наблюдаемыми.

### В. $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM})$ для протонов отдачи при упругом рассеянии

Амплитуды для перехода к частицам отдачи (протонам) даются формулами (A2.5a-e). Они получены из матрицы  $M(np \rightarrow pn)$  и соотношений симметрии из табл. 2.1 [BLW]. При угле рассеяния  $\theta_{CM}$ , всегда определяемом рассеянными частицами, то есть нейтронами, матрица упругого рассеяния для частицы отдачи выглядит так:

$$M(k_f, k_i) = \frac{1}{2} \left[ - (a + c) - (a - c) (\sigma_1, n) (\sigma_2, n) - (b - d) (\sigma_1, \ell) (\sigma_2, \ell) - \right. \\ \left. - (b + d) (\sigma_1, m) (\sigma_2, m) + e (\sigma_1 + \sigma_2, n) \right]. \quad (A2.16)$$

Как отмечалось выше, дифференциальное сечение (формула (A2.6)) остается тем же самым. Связывая все наблюдаемые с углом вылета рассеянной частицы (нейтрона) и приняв во внимание определение базисных векторов согласно формуле (2.2) из [BLW], можно увидеть, что  $SI$ -член для амплитуд частицы отдачи будет  $-(a + c)/2$  и т. д. (всегда при угле рассеяния  $\theta_{CM}$ ). Формулы (A2.8) и (A2.9) для протонов отдачи примут вид

$$R_{np \rightarrow pn}^{SI}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a + c|^2}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.17)$$

Принимая во внимание уравнение (A2.12), для  $R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi)$  получаем

$$R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a - c|^2 + \frac{1}{2} (|b|^2 + |d|^2)}{\frac{1}{2} (|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2)}. \quad (A2.18)$$

Все амплитуды рассеяния в (A2.17) и (A2.18) должны быть взяты при угле  $\pi$ .

Формулы (A2.17) и (A2.18) можно переписать в терминах линейно независимых измеряемых величин – параметров передачи поляризации (см. также определения наблюдаемых в ВЗ, С2 в работе [BLW]). Опять, используя обозначения  $X_{srbl}$ , при  $\theta_{CM} = \pi$  имеем либо

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} K_{0r10} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{2r} M \sigma_{1b} M^+, \quad (A2.19)$$

т. е. коэффициент передачи поляризации от пучка к частице отдачи, либо

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} K_{s00l} = \frac{1}{4} Tr \sigma_{1s} M \sigma_{2l} M^+, \quad (A2.20)$$

т. е. коэффициент передачи поляризации от мишени к рассеянной частице.

Формула (A2.19) относится к рассеянию поляризованного нейтронного пучка на неполяризованной протонной мишени. Поляризация вылетающего протона конечного состояния измеряется во втором рассеянии в анализаторе. Спины падающих на мишень нейтронов должны быть ориентированы либо перпендикулярно, либо продольно по отношению к направлению пучка. Поляризация протона конечного состояния должна измеряться, соответственно, в тех же направлениях. При  $\theta_{CM} = \pi$  получаем параметры  $K_{0nn0}(\pi)$  и  $K_{0k^*k0}(\pi)$ . В принципе, оба коэффициента являются наблюдаемыми, измеримыми в лабораторной системе.

Формула (A2.20) относится к рассеянию неполяризованного нейтронного пучка на поляризованной протонной мишени, а поляризация вылетающих нейтронов конечного состояния должна быть найдена. Спины протонов мишени должны быть ориентированы либо перпендикулярно, либо продольно по отношению к направлению пучка, а поляризация нейтронов конечного состояния должна измеряться в направлении, перпендикулярном направлению пучка в обоих случаях. Получаем параметры  $K_{n00n}(\pi)$  и  $K_{s^*00k}(\pi)$ , т. е. неизмеримые в лабораторной системе, т.к. кинетическая энергия нейтронов конечного состояния в лабораторной системе равна нулю.

Повторяя вычисления, подобные тем, что были проделаны для получения формул (A2.11a – c), для  $\theta_{CM} = \pi$  получаем

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{0nn0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{n00n} = \frac{1}{2} (|a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2), \quad (A2.21a)$$

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{0s^*s0} = + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{k^*00s} = + Re a^*c - Re b^*d, \quad (A2.21b)$$

$$+ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{0k^*k0} = - \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) K_{s^*00k} = + Re a^*c + Re b^*d. \quad (A2.21c)$$

Учитывая формулу (A2.12b), получаем  $K_{0s^*s0}(\pi) = K_{k^*00s}(\pi) = K_{0nn0}(\pi)$ .

Два параметра передачи поляризации, помеченные компонентами спина в с.ц.м., дают при одном и том же угле

$$K_{0l0l} = K_{00l} = K_{0s^*s0} = K_{k^*00s} = K_{0nn0} = K_{n00n}, \quad (A2.22)$$

$$K_{0nn0} = K_{n00n} = -K_{s^*00k} = K_{0k^*k0}. \quad (A2.23)$$

После этого имеем

$$R_{np \rightarrow pn}^{SI}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{1}{6} (1 + 2K_{0nn0}(\pi) + K_{0k^*k0}(\pi)), \quad (A2.24)$$

$$R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi) = \frac{1}{6} (3 - 2K_{0nn0}(\pi) - K_{0k^*k0}(\pi)). \quad (A2.25)$$

Можно опять-таки подставить эквивалентные наблюдаемые из формул (A2.22) и (A2.23). Подчеркнем, что  $R_{np}(\pi)$  отличается от  $r_{np}(\pi)$ .

Поскольку здесь везде последовательно использовались определения базисных векторов и соотношения преобразований, приведенные в работе [BLW], то в пунктах А и В обычно не возникает недоразумений. Наблюдаемые в с.ц.м. и в лабораторной системе определяются однозначно. В системе обозначений СЕ ситуация драматически меняется, если будут использоваться другие базисные векторы. В этом случае могут измениться некоторые знаки и даже названия наблюдаемых. Именно по этой причине рекомендуется, по возможности, избегать системы упругой NN-перезарядки. Для демонстрации тождественности подходов "упругого рассеяния" и "упругой перезарядки", в дальнейшем не будут меняться ни векторный базис, ни обозначения наблюдаемых.

#### С. $r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM})$ для нейтронов отдачи в упругой перезарядке

Перепишем соотношения преобразований (A2.5):

$$a^{CE}(\alpha_{CM}) = a^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -a^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26a)$$

$$b^{CE}(\alpha_{CM}) = b^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -b^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26b)$$

$$c^{CE}(\alpha_{CM}) = c^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = -c^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26c)$$

$$d^{CE}(\alpha_{CM}) = d^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = +d^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}), \quad (A2.26d)$$

$$e^{CE}(\alpha_{CM}) = e^{np \rightarrow pn}(\alpha_{CM}) = +e^{np \rightarrow np}(\theta_{CM}). \quad (A2.26e)$$

В этом случае в матрице упругой перезарядки заменяются амплитуды и угловой аргумент: вместо  $\theta_{CM}$  появляется  $\alpha_{CM}$ . Эта матрица может быть записана в форме

$$M(k_f, k_i)^{CE} = \frac{1}{2} [(a^{CE} + b^{CE}) + (a^{CE} - b^{CE})(\sigma_1, \mathbf{n})(\sigma_2, \mathbf{n}) + (c^{CE} + d^{CE})(\sigma_1, \boldsymbol{\ell})(\sigma_2, \boldsymbol{\ell}) + (c^{CE} - d^{CE})(\sigma_1, \mathbf{m})(\sigma_2, \mathbf{m}) + e^{CE}(\sigma_1 + \sigma_2, \mathbf{n})]. \quad (A2.27)$$

Формула (A2.12b) при использовании СЕ амплитуд и угла  $\alpha_{CM} = 0$  будет иметь вид

$$a^{CE}(0) - b^{CE}(0) = c^{CE}(0) + d^{CE}(0), \quad e^{CE}(0) = 0. \quad (A2.28)$$

Спиновнезависимая часть ( $SI(r)$ ) дифференциального сечения при любом угле в  $CE$ -представлении инвариантных амплитуд дается выражением

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np \rightarrow np}^{CE-SI(r)}(\alpha=0) = \frac{1}{4} |a^{CE}(\alpha=0) + c^{CE}(\alpha=0)|^2. \quad (A2.29)$$

Спиновозависимую часть сечения, т. е.  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow np}^{SD(r)}$ , получаем в представлении перезарядки вычитанием уравнения (A2.29) из (A2.6) при том же самом  $CE$ -угле. Его вид будет таким же при всех углах.

Для отношения  $r_{np \rightarrow np}^{CE-SI}(\alpha=0)$  в  $CE$ -системе имеем

$$r_{np \rightarrow np}^{CE-SI}(\alpha=0) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a^{CE} + c^{CE}|^2}{\frac{1}{2} (|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}, \quad (A2.30a)$$

а для  $R_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha=0)$  получаем

$$r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha=0) = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{4} |a^{CE} - c^{CE}|^2 + \frac{1}{2} (|b^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}{\frac{1}{2} (|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}. \quad (A2.30b)$$

$CE$ -амплитуды в формулах (A2.27a,b) следует рассматривать при  $\alpha_{CM} = 0$ , то есть при  $\theta_{CM} = \pi$ . Преобразования  $CE$ -амплитуд в амплитуды упругого рассеяния (и наоборот) дают

$$r_{np \rightarrow np}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = r_{np \rightarrow np}(\theta_{CM} = \pi), \quad (A2.31)$$

$$r_{np \rightarrow np}^{CE-SI}(\alpha_{CM} = 0) = r_{np \rightarrow np}^{SI}(\theta_{CM} = \pi). \quad (A2.32)$$

Если эти соотношения преобразования между прямыми и  $CE$ -амплитудами известны в одном амплитудном представлении, то их легко можно записать в любом другом представлении. Нужны только соотношения перехода между двумя амплитудными представлениями: упругим рассеянием или  $CE$ . Поскольку такие два амплитудных представления линейно связаны, то преобразования каждой чистой наблюдаемой, или каждой комбинации наблюдаемых, всегда однозначны. Очевидно также, что выражения для рассмотренных отношений как функций линейно зависимых наблюдаемых, являются тождествами.

#### D. $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM})$ для упруго рассеянных протонов перезарядки

Будем снова пользоваться формулами преобразования (A2.26a, b, c, d, e). Теперь преобразуем матрицу рассеяния из формулы (A2.136) (не из формулы (2.1) работы [BLW]!).

$$M(k_f, k_i)^{CE} = \frac{1}{2} \left[ (a^{CE} + b^{CE}) + (a^{CE} - b^{CE})(\sigma_1, n)(\sigma_2, n) + (c^{CE} + d^{CE})(\sigma_1, \ell)(\sigma_2, \ell) + (c^{CE} - d^{CE})(\sigma_1, m)(\sigma_2, m) + e^{CE}(\sigma_1 + \sigma_2, n) \right]. \quad (A2.33)$$

Теперь перепишем соотношения с (A2.29) по (A2.30a,b).

Спиновнезависимая часть  $SI$  дифференциального сечения при любом угле в  $CE$ -представлении инвариантных амплитуд дается выражением

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np \rightarrow pn}^{CE-SI(r)}(\alpha=0) = \frac{1}{4} |a^{CE}(\alpha=0) + b^{CE}(\alpha=0)|^2. \quad (A2.34)$$

Опять, спиновозависимую часть  $(d\sigma/d\Omega)_{np \rightarrow pn}^{CE-SD(r)}$  в  $CE$ -системе получаем вычитанием уравнения (A2.31) из (A2.6) при том же самом  $CE$ -угле.

Для отношения  $R_{np \rightarrow pn}^{CE-SI}(\alpha=0)$  имеем

$$R_{np \rightarrow pn}^{CE-SI}(\alpha=0) = \frac{2}{3} \frac{\frac{1}{4} |a^{CE} + b^{CE}|^2}{\frac{1}{2} (|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}. \quad (A2.35a)$$

Для  $R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha=0)$  имеем

$$R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha=0) = \frac{2}{3} \frac{\frac{1}{4} |a^{CE} - b^{CE}|^2 + \frac{1}{2} (|c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}{\frac{1}{2} (|a^{CE}|^2 + |b^{CE}|^2 + |c^{CE}|^2 + |d^{CE}|^2)}. \quad (A2.35b)$$

$CE$ -амплитуды в уравнениях от (A2.34) до (A2.35a,b) должны рассматриваться при  $\alpha_{CM} = 0$ , то есть, при  $\theta_{CM} = \pi$ . Упростим опять описание  $np$  реакции. Преобразование  $CE$ -амплитуд в амплитуды упругого рассеяния и наоборот дают:

$$R_{np \rightarrow pn}^{CE}(\alpha_{CM} = 0) = R_{np \rightarrow pn}(\theta_{CM} = \pi), \quad (A2.36a)$$

$$R_{np \rightarrow pn}^{CE-SI}(\alpha_{CM} = 0) = R_{np \rightarrow pn}^{SI}(\theta_{CM} = \pi), \quad (A2.36b)$$

Итак, было продемонстрировано, что упругое  $np$ -взаимодействие дает для одних и тех же экспериментов те же самые результаты как для упругого рассеяния, так и для упругой перезарядки.

#### Е. Наблюдаемые в $CE$ -системе

В пунктах С и D были использованы те же векторные базисы для с.ц.м. и лабораторной системы, что и в работе [BLW]. В этом случае преобразования матрицы

рассеяния из системы СЕ в систему упругого рассеяния и наоборот очевидны, и выражения для всех наблюдаемых остаются без изменений. Единственное различие между указанными системами лежит в определении угла рассеяния.

Но если изменяется векторный базис для одной из систем, например, если в с.ц.м. для СЕ-системы используется базис (A2.4), то изменяются также спиновые компоненты и ненулевые метки (индексы) для наблюдаемых. Подчеркнем, что эти наблюдаемые, их знаки и даже их названия сильно зависят от выбора векторного базиса.

Приведем три примера того, как изменяются наблюдаемые, если при использовании инвариантных амплитуд векторный базис будет либо из работы [BLW], либо из уравнений (A2.4).

Первый пример подчеркивает, что некоторые наблюдаемые остаются неизменными (инвариантными). Так происходит в случае дифференциального сечения упругого рассеяния для вылетающих нейтронов и для вылетающих протонов при том же самом с.ц.м. угле в любой системе. То же самое наблюдается для параметра спиновой корреляции  $A_{\text{спин}}$  так же, как и для амплитуды спин-синглетного рассеяния  $b - c$ .

Второй пример показывает эксперимент, где меняются знаки, но названия переменных не меняются. Например, поляризация, или анализирующая способность  $P_{\text{ноно}} = A_{\text{ноно}}$  по [BLW], выражается через амплитуды рассеяния как  $(d\sigma/d\Omega)P_{\text{ноно}} = \text{Re}a^*e$ . Легко показать, что эти величины для рассеянного нейтрона и для протона отдачи имеют разные знаки (см. пункты А и В). Знаки для одних и тех же частиц не меняются для СЕ-системы, если векторный базис сохраняется. С другой стороны, знаки для конечных нейтронов (или протонов) меняются местами, если сначала взяты базисные векторы [BLW], а затем – обычный векторный базис СЕ, определенный формулой (A2.4).

В качестве последнего примера того, как в разных амплитудных представлениях с разными базисными векторами меняются названия наблюдаемых, можно упомянуть определенные в [BLW] параметр деполяризации  $D_{\text{ноно}}$  и параметр передачи поляризации  $K_{\text{ноно}}$  (формулы (A2.10а) и (A2.19)). Указанные наблюдаемые взаимно обмениваются названиями, если для СЕ-системы используются базисные векторы формулы (A2.4).

Обобщить продемонстрированные только что примеры можно следующим образом. Если вместо матрицы упругого рассеяния используется матрица упругой перезарядки, то дифференциальные сечения и параметры корреляции спинов остаются неизменными. Все другие параметры изменяются, а некоторые из них даже меняют название. Подчеркнем поэтому, что когда используется феноменология в рамках  $NN$ -рассеяния, то термин "перезарядка" представляет собой бесполезное и внутренне несогласованное усложнение. Чтобы избежать недоразумений, необходимо было бы описать полный  $NN$ -формализм (того же типа, что и [BLW]) для каждого взятого амплитудного представления при каждой системе

базисных векторов. Можно лишь констатировать, что вплоть до настоящего времени пока никто не предпринял такой изнурительной работы, и многие разумные авторы (большой частью – экспериментаторы) попросту избегали использовать СЕ-наблюдаемые в своих статьях.

### 3. Прямая реконструкция изосинглетных амплитуд: общий случай

В этом разделе описывается определение амплитуд с изоспином  $I = 0$  в предположении, что амплитуды с  $I = 1$  известны и что при угле  $\theta_{\text{СМ}}$  измерено достаточное число независимых наблюдаемых для  $pp$ -рассеяния. Показано, что по меньшей мере одна наблюдаемая, измеренная при угле  $\pi - \theta_{\text{СМ}}$ , необходима для того, чтобы определить амплитуды с  $I = 0$ , включая их фазу по отношению к амплитудам с  $I = 1$ . Специальные случаи с  $\theta_{\text{СМ}} = 0, \pi$  обсуждаются в параграфе 4. В основном, изложение следует работе [10] с использованием соотношений из работы [BLW].

Система  $pp$  содержит только состояния с  $I = 1$ , тогда как в  $pn$ -системе есть состояния как с  $I = 0$ , так и с  $I = 1$ . Поэтому если доступно достаточное количество данных по  $pn$ -рассеянию при одной энергии и одном угле, то можно сначала извлечь  $pn$ -амплитуды, а затем и чистые амплитуды с  $I = 0$ , если известны амплитуды с  $I = 1$ . Ясно, что такая реконструкция возможна только в том случае, когда  $pp$ - и  $pn$ -базы данных достаточны или полны, в смысле, рассмотренном в Приложении А1.

Амплитуды, выписанные в табл. 2.1 [BLW], можно расписать в терминах модулей и фаз так, как показано ниже:

Амплитуды с  $I = 0$

$$|a_0| \left[ \exp(i\alpha_0) \right] (\theta) = + |a_0| \left[ \exp(i\alpha_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37a)$$

$$|b_0| \left[ \exp(i\beta_0) \right] (\theta) = + |b_0| \left[ \exp(i\beta_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37b)$$

$$|c_0| \left[ \exp(i\gamma_0) \right] (\theta) = + |c_0| \left[ \exp(i\gamma_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37c)$$

$$|d_0| \left[ \exp(i\delta_0) \right] (\theta) = - |d_0| \left[ \exp(i\delta_0) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.37d)$$

$$|e_0| \left[ \exp(i\epsilon_0) \right] (\theta) = - |e_0| \left[ \exp(i\epsilon_0) \right] (\pi - \theta). \quad (A2.37e)$$

Амплитуды с  $I = 1$

$$|a_1| \left[ \exp(i\alpha_1) \right] (\theta) = + |a_1| \left[ \exp(i\alpha_1) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38a)$$

$$|b_1| \left[ \exp(i\beta_1) \right] (\theta) = - |b_1| \left[ \exp(i\beta_1) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38b)$$

$$|c_1| \left[ \exp(i\gamma_1) \right] (\theta) = - |c_1| \left[ \exp(i\gamma_1) \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38c)$$

$$|d_1| \left[ \exp(i\delta_1) \right] (\theta) = + |d_1| \left[ \exp i\delta_1 \right] (\pi - \theta), \quad (A2.38d)$$

$$|e_1| \left[ \exp(i\epsilon_1) \right] (\theta) = + |e_1| \left[ \exp i\epsilon_1 \right] (\pi - \theta). \quad (A2.38e)$$

Величины от  $|a_{0,1}|$  до  $|e_{0,1}|$  обозначают абсолютные значения, величины от  $\alpha_{0,1}$  до  $\epsilon_{0,1}$  являются соответствующими фазами. Для  $pp$ -наблюдаемых можно получить  $pp$ -амплитуды, обозначенные соответствующими абсолютными значениями от  $|a_{np}|$  до  $|e_{np}|$  и фазами от  $\alpha_{np}$  до  $\epsilon_{np}$ , относящимися к  $pp$ -системе.

Разложение  $pp$ -амплитуд по чистым изоспиновым состояниям при угле  $\theta = \theta_{CM}$  дает

$$a_{np} = \frac{1}{2} (a_0 + a_1), \quad (A2.39a)$$

$$b_{np} = \frac{1}{2} (b_0 + b_1), \quad (A2.39b)$$

$$c_{np} = \frac{1}{2} (c_0 + c_1), \quad (A2.39c)$$

$$d_{np} = \frac{1}{2} (d_0 + d_1), \quad (A2.39d)$$

$$e_{np} = \frac{1}{2} (e_0 + e_1). \quad (A2.39e)$$

Используя табл. 2.1 [BLW], находим следующие соотношения между  $pp$ - и  $pp$ -амплитудами при угле  $\pi - \theta_{CM}$  и  $pp$ - и  $pp$ -амплитудами при угле  $\theta_{CM}$ :

$$a_{np}(\pi - \theta_{CM}) = + a_{np}(\theta_{CM}) - a_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40a)$$

$$b_{np}(\pi - \theta_{CM}) = + c_{np}(\theta_{CM}) - c_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40b)$$

$$c_{np}(\pi - \theta_{CM}) = + b_{np}(\theta_{CM}) - b_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40c)$$

$$d_{np}(\pi - \theta_{CM}) = - d_{np}(\theta_{CM}) + d_1(\theta_{CM}), \quad (A2.40d)$$

$$e_{np}(\pi - \theta_{CM}) = - e_{np}(\theta_{CM}) + e_1(\theta_{CM}). \quad (A2.40e)$$

Отметим, что приведенные в табл. 2.1 [BLW] (или в формулах (A2.37), (A2.38), (A2.39) и (A2.40)) соотношения не симметричны. Можно определить новые амплитуды  $g$  и  $h$ :

$$g = b + c, \quad h = b - c \quad (A2.41)$$

по отдельности для систем с  $I = 0$  и с  $I = 1$ . Тогда для каждой изоспиновой системы все амплитуды будут либо симметричны, либо антисимметричны.

Будем считать, что измерены полные наборы наблюдаемых для упругого  $pp$ - и  $pp$ -рассеяния при угле  $\theta_{CM}$  и для обеих систем выполнена прямая реконструкция амплитуд вплоть до общих фаз  $\eta_{np}$  или  $\eta_1$  для каждого рассеяния. Предположим, что в обоих случаях общие фазы есть фазы амплитуд  $e_{np}$  или  $e_1$  и они обозначены как  $\epsilon_{np}$  и  $\epsilon_1$  соответственно. Это означает, что для каждой амплитуды известны ее

абсолютное значение и ее фаза относительно  $e_{np}$  или  $e_1$ ; например, для амплитуды  $a_1$  определены  $|a_1|$  и  $\eta_1 = \alpha_1 - \epsilon_1$ .

Чтобы реконструировать изосинглетные амплитуды, необходимо найти фазу  $\phi$  между нашими  $pp$ - и  $pp$ -амплитудами. Введем обозначение  $\omega$  для фазы между амплитудой с  $I = 0$  и  $pp$ -амплитудой, а для фазы между амплитудой с  $mmI = 0$  и  $pp$ -амплитудой - обозначение  $\chi$ .

Определим, например,  $\phi = \epsilon_{np} - \epsilon_1$ . В статье [10] было показано, что для нахождения  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  с одной дискретной неопределенностью нужно выполнить один  $pp$ -эксперимент также и при угле  $\pi - \theta_{CM}$ . Два таких измерения однозначно определяют величину  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$ .

Обозначим

$$x = \tan \frac{\epsilon_{np} - \epsilon_1}{2}. \quad (A2.42)$$

Тогда

$$\sin(\epsilon_{np} - \epsilon_1) = \frac{2x}{1+x^2}, \quad (A2.43a)$$

и

$$\cos(\epsilon_{np} - \epsilon_1) = \frac{1-x^2}{1+x^2}. \quad (A2.43b)$$

В качестве первого примера нахождения  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  рассмотрим дифференциальное сечение  $pp$ -рассеяния на угол  $\pi - \theta_{CM}$ . Используя формулу (A2.40), его можно записать как

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{pp} (\pi - \theta_{CM}) &= \frac{1}{2} \left( |a_{np}(\theta_{CM}) - a_1(\theta_{CM})|^2 + |b_{np}(\theta_{CM}) - b_1(\theta_{CM})|^2 + \right. \\ &+ |c_{np}(\theta_{CM}) - c_1(\theta_{CM})|^2 + |d_{np}(\theta_{CM}) - d_1(\theta_{CM})|^2 + |e_{np}(\theta_{CM}) - e_1(\theta_{CM})|^2 \Big) = \\ &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{pp} (\theta_{CM}) + \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{pp} (\theta_{CM}) - \\ &- \operatorname{Re} \left( a_{np} a_1^* + b_{np} b_1^* + c_{np} c_1^* + d_{np} d_1^* + e_{np} e_1^* \right), \end{aligned} \quad (A2.44)$$

Чтобы изолировать разность фаз изосинглет-изотриплет и выразить нужные величины через отдельно реконструированные  $pp$ - и  $pp$ -амплитуды и фазы, удобно записать

$$\operatorname{Re} a_{np} a_1^* = |a_{np}| |a_1| \cos(\alpha_{np} - \alpha_1). \quad (A2.45)$$

Теперь можно выписать разложение:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha_{np} - \alpha_1) &= \cos(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1) + \epsilon_{np} - \epsilon_1) = \\ &= + \cos(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \cos(\epsilon_{np} - \epsilon_1) - \end{aligned}$$



$$-\sin(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \sin(\epsilon_{np} - \epsilon_1) = \quad (A2.46)$$

$$= \cos(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \frac{1-x^2}{1+x^2} - \sin(\alpha_{np} - \epsilon_{np} - (\alpha_1 - \epsilon_1)) \frac{2x}{1+x^2}.$$

и аналогичные выражения для других вещественных частей в формуле (A2.44). Это превратит (A2.44) в квадратное уравнение относительно  $x$ , из которого  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  находится с одной дискретной неоднозначностью.

Вместо дифференциального сечения  $np$ -рассеяния, можно измерить любую другую наблюдаемую  $O_{np}$  при  $\theta_{CM}$  и  $\pi - \theta_{CM}$ . Величины

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\theta_{CM}) O_{np}(\theta_{CM}), \quad (A2.47)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi - \theta_{CM}) O_{np}(\pi - \theta_{CM}), \quad (A2.48)$$

выражаются через амплитуды рассеяния из [BLW]. В работе [10] демонстрируется практическая реализация такого подхода, позволяющая проводить интерполяцию или экстраполяцию соответствующих данных.

Знание одной наблюдаемой позволяет получить квадратное уравнение для величины  $x$ , из которого легко определить  $\epsilon_{np} - \epsilon_1$  не более чем с одной дискретной неоднозначностью (см. уравнения (A2.43a,b)). Информация из второго  $np$ -измерения при угле  $\pi - \theta_{CM}$  эту неоднозначность устранил.

Заметим, что информация о любых двух различных измерениях, выполненных при  $\pi - \theta_{CM}$ , может быть выражена в форме системы двух линейных уравнений для  $\cos(\epsilon_{np} - \epsilon_1)$  и  $\sin(\epsilon_{np} - \epsilon_1)$ , которую также можно решать вместо двух квадратных уравнений относительно  $x$ . Однако в практическом применении экспериментальные данные содержат статистические погрешности и следует использовать метод наименьших квадратов для того, чтобы обеспечить согласованность между значениями синуса и косинуса.

В специальном случае  $\theta_{CM} = \pi/2$ , из табл. 2.1 [BLW] имеем  $e_0(\pi/2) = 0$  и  $2e_{np}(\pi/2) = e_1(\pi/2)$ . Тогда  $\phi = \epsilon_{np} - \epsilon_1 = 0$  и прямая реконструкция амплитуд  $np$ - и  $pp$ -рассеяния дает также и амплитуды с  $I = 0$  без каких-либо дополнительных измерений.

Как разъясняется в Приложении А3, анализ фазовых сдвигов (PSA) дает абсолютные фазы амплитуд для чистых изоспиновых состояний при всех углах рассеяния  $\theta_{CM}$ . Фазы от  $\alpha$  до  $\epsilon$  для  $pp$ - и  $np$ -амплитуд фиксируются вкладами однопериодного обмена (ОПЕ) для взаимодействий при больших расстояниях (периферических). Более того, процедура PSA, выполняемая одновременно для  $pp$ - и  $np$ -данных, автоматически определяет фазу  $\phi$  между  $pp$ - и  $np$ -системами.

#### 4. Реконструкция изосинглетной амплитуды "вперед" и "назад"

Как уже было видно из уравнений (A2.12a,b), матрица рассеяния упрощается для рассеяния "вперед" ( $\theta_{CM} = 0$ ) и "назад" ( $\theta_{CM} = \pi$ ). Независимыми остаются только три амплитуды. При рассеянии "вперед" только усредненное по спинам полное сечение и два спиновозависимых вклада могут быть определены в инклюзивных  $pp$ - и  $np$ -измерениях. Используя уравнения (3.10) и (3.11) из [BLW], можно связать члены  $\sigma_{1tot}$  и  $\sigma_{2tot}$  с разностями полных сечений:

$$-\Delta\sigma_T = 2\sigma_{1tot}, \quad (A2.49a)$$

$$-\Delta\sigma_L = 2(\sigma_{1tot} + \sigma_{2tot}), \quad (A2.49b)$$

которые могут быть измерены для соответствующим образом поляризованных нуклонов. Они линейно зависят от трех исчезающих амплитуд через оптические теоремы:

$$\sigma_{tot} = (2\pi/K) \text{Im}[a(0) + b(0)], \quad (A2.50a)$$

$$-\Delta\sigma_T = 2\sigma_{1tot} = (4\pi/K) \text{Im}[c(0) + d(0)], \quad (A2.50b),$$

$$-\Delta\sigma_L = 2(\sigma_{1tot} + \sigma_{2tot}) = (4\pi/K) \text{Im}[c(0) - d(0)]. \quad (A2.50c)$$

Благодаря этим оптическим теоремам, все мнимые части амплитуд для  $pp$ - и  $np$ -систем фиксированы. Именно поэтому исчезающие амплитуды рассеяния вперед являются абсолютными. Если бы можно было определить поворот  $np$ -системы по отношению к  $pp$ -системе на  $\theta_{CM} = \pi$ , то абсолютные амплитуды были бы вполне определены и при этом угле.

Чтобы реконструировать вещественные части амплитуд рассеяния вперед, требуется определить по меньшей мере три другие наблюдаемые как для  $pp$ -, так и для  $np$ -рассеяния. В точности под углом  $0^\circ$  нельзя измерить никакую наблюдаемую, связанную с рассеянием. Для  $pp$ -системы данные доступны, начиная с угла  $\theta_{CM} = 4^\circ$ . В  $np$ -рассеянии наблюдаемые измерены при углах меньше, чем  $\theta_{CM} = 10^\circ$ .

Фактически, вещественные части ядерных амплитуд  $pp$ -рассеяния вперед хорошо экстраполируются к  $\theta = 0$  с помощью процедуры PSA, которая представляет собой наилучшую подгонку угловой зависимости любой измеренной наблюдаемой. Для  $np$ -системы определение наблюдаемых в направлении "вперед" можно заменить измерениями дифференциального сечения и двух исчезающих параметров спиновой корреляции при  $\theta_{CM} = \pi$ . В качестве примера рассмотрим наблюдаемые [BLW]  $A_{oonn}(\pi)$  и  $A_{ookk}(\pi)$ . Так как  $e(0) = e(\pi) = 0$ ,

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi) = \frac{1}{2} [ |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 ], \quad (A2.51a)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi) A_{oonn}(\pi) = \frac{1}{2} [ |a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 ], \quad (A2.51b)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi) A_{00kk}(\pi) = Re a^*d + Re b^*c. \quad (A2.51c)$$

Используя простое соотношение типа

$$|a + d|^2 = |a|^2 + |d|^2 + Re a^*d, \quad (A2.52)$$

находим

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi)(1 + A_{00kk}) = |b + c|^2, \quad (A2.53a)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi)(1 - A_{00kk} - 2A_{00nn}) = |b - c|^2, \quad (A2.53b)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{np}(\pi)(1 - A_{00kk} + 2A_{00nn}) = |b - c|^2, \quad (A2.53c)$$

где все величины вычислены при  $\theta_{CM} = \pi$ . Используя указанные измерения, получаем оставшиеся три вещественных части  $np$ -амплитуд, но с независимыми неопределенностями знаков для каждой комбинации амплитуд, из-за чего получаем восемь возможных решений. Всякий независимый эксперимент, проведенный при  $\theta_{CM} = \pi$ , уменьшает число неопределенностей в 2 раза.

Эти неопределенности можно устранить несколькими разными способами. Во-первых, по меньшей мере можно использовать знак отношения

$$\rho(0) = \frac{Re(a(0) + b(0))}{Im(a(0) + b(0))}, \quad (A2.54)$$

амплитуд  $pp$ - и  $np$ -рассеяния "вперед". Заметим, что для  $pp$ -рассеяния эта величина определяется в PSA (см. Приложение A3) вплоть до 3 ГэВ и известна вплоть до очень высоких энергий из других измерений, а также из дисперсионных соотношений. Для  $np$ -рассеяния эта наблюдаемая известна вплоть до 1.3 ГэВ из PSA и может быть рассчитана вплоть до 10 ГэВ (см. работу [11]).

Другая возможность состоит в использовании независимых величин, определенных в пунктах A, B (C, D), или только их знаков. Сравнение с теорией существующих измерений такого рода рассмотрено, например, в работе [9].

В заключение, касаясь предмета параграфов 3 и 4, подчеркнем, что вплоть до настоящего времени DRSA амплитуд  $np$ -рассеяния при  $\theta_{CM}$  был выполнен без использования связей с наблюдаемыми при сопряженном угле  $\pi - \theta_{CM}$ . Не рассматривался также более общий вопрос о DRSA амплитуд  $np$ -рассеяния из двух "неполных" наборов экспериментов: одного при  $\theta_{CM}$ , а другого - при  $\pi - \theta_{CM}$ . Интересные идеи по этой теме можно найти в работе [12].

## Литература к Приложению A2

- [1] J. Bystrický, F. Lehar and P. Winternitz, J. Phys. (Paris) **39** (1978) 1.
- [2] G.F. Chew, Phys. Rev. **80** (1950) 196.
- [3] G.F. Chew, Phys. Rev. **84** (1951) 710.
- [4] I. Pomeranchuk, Doklady Akad. Nauk LXXVII (1951) 249.
- [5] L.I. Lapidus, J.Exp.Theor.Phys.(USSR) **32** (1957) 1437, and transl. Sov. Phys. JETP **5** (1957) 1170.
- [6] N.W. Dean, Phys. Rev. D **5** (1972) 1661.
- [7] N.W. Dean, Phys. Rev. D **5** (1972) 2832.
- [8] A.B. Migdal, J.Exp.Theor.Phys.(USSR) **28** (1955) 3, and transl. Sov. Phys. JETP **1** (1955) 2.
- [9] F. Lehar and C. Wilkin, Eur. Phys. J. A **37** (2008) 143.
- [10] J. Ball *et al.*, Eur. Phys. J. C **5** (1998) 57.
- [11] C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, Rev. Mod. Phys **65** (1993) 47.
- [12] H. Spinka, Phys. Rev. D **30** (1984) 1461.

## А3: Анализы фазовых сдвигов

### 1. Угловая зависимость амплитуд рассеяния

В статье [BLW] [1] было показано, как выражаются наблюдаемые упругого  $NN$ -рассеяния через амплитуды, входящие в матрицу рассеяния. В Приложении А1 рассматривался подход DRSA (прямая реконструкция амплитуд рассеяния), который может быть выполнен при данной энергии и угле рассеяния. Для того, чтобы учесть угловую зависимость наблюдаемых, амплитуды рассеяния должны быть разложены в ряд по полиномам Лежандра и парциально-волновым амплитудам  $S_J, S_{JJ}, S_{J-1,J}, S_{J+1,J}, S^J$ , которые не зависят от угла рассеяния (см. работу [2]). Здесь орбитальный момент обозначается буквой  $L$ , а полный угловой момент – буквой  $J$ . Парциально-волновая матрица упругого рассеяния обозначена как  $S$ . Парциально-волновые амплитуды связаны с фазовыми сдвигами  $\delta_{L,J}$ , где индексы отвечают значениям орбитального и углового момента. Согласно спектроскопическим обозначениям, значения орбитального углового момента  $L$  помечаются заглавными буквами S, P, D, F, G, H, I, J, L, M, N и т. д., соответственно числовым значениям 0, 1, 2, 3, 4 и т. д. Нижние индексы обозначают полный угловой момент, а верхние индексы отмечают спиновое состояние (синглету отвечает значение 1, триплету – 3). Для  $NN$ -взаимодействия имеем правило:

$$(-1)^{L+s+1} = -1, \quad (A3.1)$$

где  $I$  есть изоспин, а  $s$  – полный спин системы.

Из уравнения (A3.1) следует, что анализ фазовых сдвигов (PSA) по данным о  $pp$ -рассеянии содержит фазовые сдвиги  $^1S_0, ^2D_2, ^1G_4, ^1I_6$ , и т. д. с четным синглетом  $L = J$ , нечетные триплетные  $L = J$  фазы  $^3P_1, ^3F_3, ^3H_5$  и т. д., нечетные триплетные  $L = J \pm 1$  фазы и четные  $L = J$  параметры смешивания  $^3P_0, ^3P_2, \epsilon_2, ^3F_2, ^3F_4, \epsilon_4, ^3H_4, ^3H_6, \epsilon_6, ^3J_6$ ...

Система с  $I = 0$  содержит свободные параметры для нечетных синглетных  $L = J$  фазовых сдвигов  $^1P_1, ^1F_3, ^1H_5, ^1J_7$ , и т. д., четных триплетных  $L = J$  фаз  $^3D_2, ^3G_4, ^3I_6$ , и т. д., четных триплетных  $L = J \pm 1$  фаз и нечетных  $L = J$  параметров смешивания  $^3S_1, \epsilon_1, ^3D_1, ^3F_3, \epsilon_3, ^3G_3, ^3G_5, \epsilon_5, ^3I_5$  и т. д.

Для синглетных и не связанных триплетных амплитуд имеем

$$S_J = \exp(2i\delta_J) - 1, \quad S_{J,J} = \exp(2i\delta_{J,J}) - 1, \quad (A3.2a)$$

где  $L = J$ . Связанные триплетные парциально-волновые амплитуды содержат также параметры смешивания  $\epsilon_J$ , которые связывают между собой относительные фазовые сдвиги с орбитальными моментами  $L = J \pm 1$ :

$$S_{J\pm 1,J} = \cos 2\epsilon_J \exp(2i\delta_{J\pm 1,J}) - 1, \quad (A3.2b)$$

$$S^J = i \sin 2\epsilon_J \exp(i(\delta_{J+1,J} + \delta_{J-1,J})). \quad (A3.2c)$$

Парциально-волновая матрица упругого рассеяния для связанных состояний с угловым моментом  $J = L \pm 1$  может быть записана в форме

$$S_{L,J} = \begin{vmatrix} S_{J-1,J} & S^J \\ S^J & S_{J+1,J} \end{vmatrix}, \quad (A3.3)$$

если использовать уравнения (A3.2b), (A3.2c).

Полиномы Лежандра и их производные удобны в использовании, так как в первых, степень полинома имеет смысл орбитального углового момента  $L$ , и во вторых, из-за их свойств ортогональности. При использовании на практике этот бесконечный ряд должен быть оборван при некотором, хорошо определенном, значении  $L_{\max}$ . Оставшиеся члены, от  $L_{\max}$  до бесконечности, могут быть заменены членом, представляющим периферическую часть взаимодействия, например, вкладом от обмена одиночным виртуальным пионом (ОПЕ). Амплитуды рассеяния  $a, b, c, d, e$  должны быть поправлены на электромагнитные эффекты, зависящие от типа взаимодействующих частиц. Заметим, что цель PSA состоит в определении ядерной части взаимодействия, а именно – "чисто ядерных фазовых сдвигов".

Ниже порога рождения одного пиона  $T_{Thr}$ , фазовые сдвиги  $\delta_{L,J}$  и параметры смешивания  $\epsilon_J$  вещественны и соотношение унитарности для  $S$ -матрицы выполняется автоматически. Выше  $T_{Thr}$  присутствуют неупругости и ситуация изменяется из-за проблем унитарности. Эти изменения незначительны для синглетных и несвязанных триплетных парциальных волн (уравнение (A3.2a)), где фазовые сдвиги просто становятся комплексными. В уравнениях (A3.2b,c) фазы  $\delta_{J\pm 1,J}$  принимаются комплексными, а  $\epsilon_J$  остаются вещественными. Условие унитарности требует, чтобы  $Im \delta \geq 0$ .

Первое представление, полностью совместимое с унитарностью, было получено Брайаном (1981 г.) [3], который ввел т. н. "шестой параметр". Формула (A3.2c) им была заменена на

$$S^J = i \sin 2\epsilon_J \exp(i(\delta_{J+1,J} + \delta_{J-1,J} + \alpha_J)). \quad (A3.4)$$

где дополнительный член  $\alpha_j$  можно понимать как мнимую часть  $\epsilon_j$ . Теоретики всегда пытались получить эту величину расчетным путем, поскольку они считали, что введение этого члена должно улучшить сходимость PSA. Эти детали здесь не рассматриваются, так как вплоть до нынешнего времени все практические применения такого подхода показали, что этот параметр несуществен. Так происходит потому, что "эффект шестого параметра" умножается на  $\sin \epsilon_j$ , а все  $\epsilon_j$  малы. По этой причине будем считать, что только  $\delta_{L,J}$  могут быть комплексны, а "шестой параметр" будет опущен. Обсуждение этих подробностей можно найти в работах [4, 5].

Разложение синглет-триплетных амплитуд рассеяния [BLW] для целей PSA было впервые выписано в 1955 г. Стаппом [6]. В его представлении нужные соотношения выглядят наиболее просто, что было очень важно во времена, когда объем памяти для компьютерных вычислений играл решающую роль. Здесь мы приводим нужные формулы для представления инвариантных амплитуд.

Обозначая полиномы Лежандра как  $P_J(\cos \theta_{CM}) = P_J$ , а их производные по  $\cos \theta_{CM}$  как  $P'_J(\cos \theta_{CM}) = P'_J$ , можно записать определенные в работе [7] инвариантные амплитуды рассеяния в виде

$$a = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \left[ (2J+1) \left( \frac{S_{J,J}}{J(J+1)} \cos \theta P'_J + S_{J+1,J} P_{J+1} + S_{J-1,J} P_{J-1} \right) + \frac{P'_J}{J(J+1)} \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J - J S_{J+1,J} - (J+1) S_{J-1,J} \right) \right], \quad (A3.5a)$$

$$b = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \left[ (2J+1)(S_{J,J} + S_J) P_J - \frac{P'_J}{J(J+1)} \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J + (2J+1)S_{J,J} \cos \theta - J S_{J+1,J} - (J+1)S_{J-1,J} \right) \right], \quad (A3.5b)$$

$$c = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \left[ (2J+1)(S_{J,J} - S_J) P_J - \frac{P'_J}{J(J+1)} \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J + (2J+1)S_{J,J} \cos \theta - J S_{J+1,J} - (J+1)S_{J-1,J} \right) \right], \quad (A3.5c)$$

$$d = \frac{1}{4iK} \sum_{J=0}^{\infty} \frac{1}{J(J+1)} \left[ -(2J+1)S_{J,J} P'_J + \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J + S_{J+1,J} \right) J P'_{J+1} - \left( \sqrt{J(J+1)} 2S^J - S_{J-1,J} \right) (J+1) P'_{J-1} \right], \quad (A2.5d)$$

$$e = \frac{\sin \theta}{4K} \sum_{J=0}^{\infty} \frac{2J+1}{J(J+1)} \left[ -S_{J,J} P'_J - J S_{J+1,J} P'_{J+1} + (J+1) S_{J-1,J} P'_{J-1} \right], \quad (A3.5e)$$

где  $K$  - импульс начального нуклона в с.ц.м. (волновое число),  $S_{00} = S_{10} = S^0 = 0$ .

Подчеркнем еще раз, что те неизвестные свободные параметры, значения которых должны быть найдены процедурой минимизации методом наименьших квадратов, и есть фазовые сдвиги.

## 2. Вклады однопионного обмена

Разложение амплитуд рассеяния обрывается при некотором значении полного углового момента  $J_{\max}$ , которое определяется по величине  $\chi^2$  на степень свободы (DoF) сходящегося PSA-решения. Требуется, чтобы это решение было "стабильным", т. е. при увеличении значения  $J_{\max}$  значения всех более низких фазовых сдвигов изменялись незначительно.

Для этого состояния с более высокими угловыми моментами обычно заменяются борновским приближением однопионного вклада [8]-[10]. Однопионные инвариантные амплитуды, вклад от которых при  $J \leq J_{\max}$  необходимо вычесть, следующие:

$$a_{\text{OPE}}(pp) = e_{\text{OPE}}(pp) = 0, \quad (A3.6a)$$

$$b_{\text{OPE}}(pp) = -F_0(\pi - \theta_{CM}), \quad c_{\text{OPE}}(pp) = F_0(\theta_{CM}), \quad (A3.6b)$$

$$d_{\text{OPE}}(pp) = F_0(\theta_{CM}) + F_0(\pi - \theta_{CM}). \quad (A3.6c)$$

и

$$a_{\text{OPE}}(np) = e_{\text{OPE}}(np) = 0, \quad (A3.7a)$$

$$b_{\text{OPE}}(np) = -2F_+(\pi - \theta_{CM}), \quad c_{\text{OPE}}(np) = -F_0(\theta_{CM}), \quad (A3.7b)$$

$$d_{\text{OPE}}(np) = -F_0(\theta_{CM}) + F_+(\pi - \theta_{CM}), \quad (A3.7c)$$

где

$$F_k(\theta_{CM}) = \frac{2M_1 M_2}{\mu_k^2 E} \times \frac{1 - \cos \theta_{CM}}{1 + (\mu_k^2/2p^2) - \cos \theta_{CM}} \times f^2, \quad k = 0, +; \quad (A3.8)$$

при этом:

$M_1, M_2$  - массы нуклонов пучка и мишени соответственно,  $\mu_0$  - масса  $\pi^0$ ,  $\mu_+$  - масса  $\pi^\pm$ ,  $E$  - полная энергия,  $p$  - импульс в с.ц.м.,  $f^2$  - константа пион-нуклонной связи.

В принципе,  $f^2$  может быть различной для обмена виртуальным  $\pi^0$  ( $pp$ - и  $np$ -рассеяние "вперед") и для обмена виртуальным  $\pi^\pm$  ( $np$ -рассеяние "назад"). Поскольку только для обмена виртуальным  $\pi^\pm$  константа связи может быть точно измерена, обычно в PSA вводится именно это значение  $f^2$ . С другой стороны, в минимизационной процедуре PSA величина  $f^2$  может рассматриваться как свободный параметр. Для упругого  $pp$ -рассеяния PSA представляет собой одну из редких процедур, позволяющих определить значение константы связи для обмена виртуальным  $\pi^0$ , но вычисленные при этом погрешности оказываются значительными [11].

Отметим, что эти OPE-амплитуды имеют правильное пороговое поведение.

Можно с уверенностью утверждать, что учет вклада однопионного обмена является на удивление важным улучшением PSA-подхода. Некоторые из физиков или дальше и заявляли, что это улучшение могло бы быть еще более существенным, если бы был учтен также вклад "двухпионного" обмена. Однако существует ряд диаграмм Фейнмана для обмена двумя виртуальными пионами, а вклад их всех вычислить нелегко. Более того, само по себе подобное предложение. непоследовательно, так как обмен двумя виртуальными пионами не является периферическим взаимодействием. Ожидается, что вклады виртуальных двухпионных обменов в NN-взаимодействие должны, на самом деле, входить в свободные параметры, определяемые в процедуре PSA, то есть в "чисто ядерные фазовые сдвиги". Именно по этой причине такие вклады никогда не использовались на практике ни в одном из опубликованных в литературе PSA. Тем не менее, немало начинающих физиков напрасно потратили довольно много времени на способы учета вклада двухпионного обмена лишь потому, что их плохо информированные руководители слепо верили некоторым теоретикам.

### 3. Электромагнитные вклады

Кулоновские амплитуды и кулон-ядерная интерференция рассмотрены в работах [2, 10]. Для кулоновской части инвариантных амплитуд  $pp$ -рассеяния здесь используются соотношения, примененные в Сакле-Женевском (SG) PSA [7]:

$$a_C(pp) = F_C(\theta_{CM}) - F_C(\pi - \theta_{CM}), \quad (A3.9a)$$

$$b_C(pp) = F_C(\theta_{CM}), \quad c_C(pp) = -F_C(\pi - \theta_{CM}), \quad (A3.9b)$$

$$d_C(pp) = e_C(pp) = 0, \quad (A3.9c)$$

где

$$f_C(\theta_{CM}) = \frac{-\eta}{p(1 - \cos \theta_{CM})} \exp[-i\eta \ln(1 - \cos \theta_{CM})], \quad (A3.10)$$

а также

$$\eta = \alpha (T_{kin} + M) / \sqrt{T_{kin}(T_{kin} + 2M)}, \quad \alpha = \text{постоянная тонкой структуры} = 1/137.036, \quad M = \text{масса протона}, \quad p = \text{импульс в с.ц.м.}$$

Для угловых моментов  $L$  выше, чем  $L_{max}$ , авторы SG PSA добавили в амплитуду  $e$  поправки Брейта и Раппеля (1962 г.) [12] на магнитный момент:

$$\Delta e = i \frac{\eta p}{M^2 \sqrt{2}} (3 + 4 \mu_p) \times \left[ \frac{1}{\sin \theta_{CM}} - \sin \theta_{CM} \sum_{L_{odd}}^{L_{max}} \frac{2L+1}{L(L+1)} P'_L(\cos \theta_{CM}) \right] \quad (A3.11)$$

где  $\mu_p = 2.792847386$  есть полный магнитный момент протона в ядерных магнетонах.

Другая форма электромагнитных вкладов дана в работах [11, 13]. В статье [14] эти вклады исследовались в приближении обмена одним фотоном. Никакой из этих альтернативных методов здесь не рассматривается.

Взаимодействие между электрическим зарядом и магнитным моментом происходит также в упругом  $pp$ -рассеянии, где (аномальный) магнитный момент нейтрона велик. Однако, соответствующие вклады в амплитуды не очень существенны, поскольку сами  $pp$ -данные определены с более значительными экспериментальными погрешностями.

### 4. PSA выше порога рождения пионов

Здесь опишем один из возможных подходов к рассмотрению мнимых частей фазовых сдвигов при энергиях выше порога рождения пионов. Он использовался в SG PSA; до 1983 г. он использовался также в PSA Вирджинского политехнического института (VPI).

В этом подходе предполагается, что лишь несколько фазовых сдвигов являются комплексными, тогда как все прочие остаются вещественными вплоть до наивысших энергий, при которых PSA еще может быть выполнен. Критерием выбора опять остается величина  $\chi^2/\text{DoF}$  для найденного PSA-решения после его сходимости. (Конечно, здесь присутствует элемент субъективности и предпочтений пользователя.) Мнимая часть выбранных фазовых сдвигов в рассматриваемом подходе записывается в форме

$$Im \delta_{L,J} = \begin{cases} 0 & \text{for } T \leq T_{LJ} \\ \sum_{n=0}^2 \frac{(a_{LJ})_n}{n!} \times (T - T_{LJ})^{(L+n+\frac{1}{2})} & \text{for } T > T_{LJ} \end{cases} \quad (A3.12)$$

где для каждой фазы есть свое значение пороговой энергии  $T_{LJ}$  так же, как и величин  $(a_{LJ})_0$ ,  $(a_{LJ})_1$  и  $(a_{LJ})_2$ , которые должны рассматриваться как свободные параметры. Требование неотрицательности  $Im \delta_{LJ}$  соответствует наложению условия "неупругой унитарности".

Мнимые части фазовых сдвигов чувствительны ко всем включаемым в анализ экспериментальным точкам. Важный вклад дают полные сечения ( $\sigma_{0,tot}$ ), полные упругие сечения ( $\sigma_{0,tot}(el.)$ ) и полные неупругие сечения ( $\sigma_{0,tot}(inel.)$ ). Очевидно, конечно, что

$$\sigma_{0,tot} = \sigma_{0,tot}(el.) + \sigma_{0,tot}(inel.). \quad (A3.13)$$

В интервале энергий, перекрытом существующими PSA, имеется лишь несколько независимых измерений неупругих и/или упругих полных сечений. С другой стороны, имеется много измерений сечений различных неупругих каналов. Эти данные не являются независимыми. Их возможный вклад в PSA и соотношения между полными сечениями различных каналов NN-реакций рассмотрены в работе [15], но здесь эта тема обсуждаться не будет.

В PSA для  $pp$ -рассеяния содержатся все фазы и параметры смешивания с  $I = 0, 1$ . При этом фазовые сдвиги для изоспина  $I = 1$  можно использовать как фиксированные величины в анализе  $pp$ -данных, заменив OPE часть в фазовых сдвигах  $pp$ -рассеяния на OPE для  $pn$ -системы и также изменив полиномиальные множители. Совместный PSA для  $pp$ - и  $pn$ -данных, так же, как и PSA с фиксированными фазовыми сдвигами из  $pp$ -рассеяния, определяет свободные параметры при  $I = 0$ . Конечным этапом является процедура минимизации, в которой все параметры рассматриваются как свободные.

Описанная здесь PSA-процедура, выполняемая с использованием данных, измеренных в окрестности некоторой фиксированной кинетической энергии  $T_{kin}$ , называется PSA "при фиксированной энергии" (FE PSA). Для "энергезависимого" PSA (ED PSA) фазовые сдвиги можно подгонять, например, полиномиальным разложением вида

$$\sum_{n=0}^{n_{max}} \frac{(a_{LJ})_n}{n!} \times (T_{kin} - T_0)^n, \quad (A3.14)$$

где  $T_0$  есть центральная точка в некотором заданном интервале. Правильное пологое поведение можно обеспечить, умножив (A3.14) на OPE-факторы. Более высокие парциальные волны, как уже отмечалось выше, являются чисто OPE-волнами.

Хорошо известно, что при малых энергиях OPE фазовые сдвиги при низких  $L$  не соответствуют "чисто ядерным" фазовым сдвигам. В этом случае для  $^1S_0$  и  $^3S_1$  фазовых сдвигов зависимость длины рассеяния и эффективного радиуса [16, 17] от энергии может заменить OPE-факторы [7] (см. подробности в Приложении A4).

### 5. K-матричный подход

Описанная выше процедура PSA не является единственно возможной. Можно использовать также подход комплексной  $K$ -матрицы, развитый Арндтом и Репером (1982 г.) [18] (см. также [19]), в котором  $S$ -матрица записывается в виде

$$S = (1 + iK)/(1 - iK), \quad (A3.15)$$

$$K = \begin{vmatrix} K_+ & K_0 \\ K_0 & K_- \end{vmatrix}. \quad (A3.16)$$

Вещественные и мнимые части элементов этой  $K$ -матрицы даются выражениями

$$Re K_{\pm} = \frac{\sin 2s + \cos 2\epsilon \sin 2d}{\cos 2s + \cos 2\epsilon \cos 2d}, \quad (A3.17a)$$

$$Re K_0 = \frac{\sin 2\epsilon}{\cos 2s + \cos 2\epsilon \cos 2d}, \quad (A3.17b)$$

$$Im K_{\pm} = \tan^2 \rho_{\pm}, \quad Im K_0 = \tan \rho_+ \tan \rho_- \cos \mu, \quad (A3.17c)$$

где ( $2s = \delta_{J+1,J}$ ,  $2d = \delta_{J-1,J}$ );  $\delta$  и  $\epsilon$  вещественны, а  $\rho_+$ ,  $\rho_-$ ,  $\mu$  являются параметрами неупругости. Конечно,  $\delta$  и  $\epsilon$  в формулах (A3.17) не тождественны тем же обозначениям в формулах (A3.2b,c), кроме случая, когда нет неупругости. Такой  $K$ -матричный подход неявно включает все требования унитарности.

Найденные фазовые сдвиги могут затем быть параметризованы для описания их энергетической зависимости. Эта параметризация более деликатная, чем угловая зависимость наблюдаемых, поскольку почти никаких теоретических указаний на ее характер не существует, кроме характера поведения у порога. Это относится как к вещественным (при  $T_{kin} = 0$ ), так и к мнимым ( $T_{kin} \geq T_{thr}$ ) фазовым сдвигам.

Выбор  $S$ -матричного и/или  $K$ -матричного подходов подробно обсуждался Шпрунгом и Кларсфелдом в 1988 г. [20]. Эти авторы сравнили SG PSA [7, 21] с VPI PSA [19, 22] и дали несколько полезных рекомендаций. Они пришли к выводу, что при текущем состоянии существовавших к тому времени (в 1987 г.) данных по упругому  $pp$ -рассеянию, согласие между вещественными частями фазовых сдвигов, найденных этими двумя различными PSA, было вполне хорошим. Что касается неупругостей, то отдать предпочтение какому-то одному из этих двух методов оказалось трудным делом.

Иногда различия между мнимыми частями фазовых сдвигов, вычисленных при использовании  $S$ - или  $K$ -матриц, являются важными. В качестве примера, упомянем поведение  $Im \delta(^1S_0)$ . Она отличается от нуля в PSA Арндта и соавторов, начиная с порога рождения пионов, тогда как остается равной нулю в наиболее свежих решениях FE SG PSA при всех энергиях.

### 6. Составление баз данных и реализация вычислений в PSA

Нуклон-нуклонные PSA были разработаны и выполнялись во многих лабораториях мира. Они обеспечивали обработку данных, предсказания для новых измерений ранее не измерявшихся величин и помогали в планировании новых измерений. Было крайне желательным создать компиляции  $NN$ -данных, а впоследствии - легко доступные базы данных. Однако ряд авторов публиковал свои результаты только в графическом виде, что было и достаточно безответственным, и достойно большого сожаления. Поэтому нередко было крайне трудным делом, требующим большой затраты времени, получить численные таблицы данных от авторов. В результате часть измеренных данных оказалась потерянной, а часть данных все-таки пришлось считывать с графиков.

В прошлом, наиболее полными сводами данных были компиляции Мак-Грегора, Арнда и Райта (1968 г.) [23]. Более старые компиляции содержат, в основном, дифференциальные и полные сечения  $NN$ -рассеяния. В трех компиляциях Сакле [24, 25] перечислены практически все опубликованные ранее сводки данных. Они приведены также в таблицах Ландольдта-Бернштейна [26].

Одной из наиболее полных коллекций данных во всей исследованной энерге-

тической области является Дурхамская база данных по физике высоких энергий (Durham HEP Database, физическое отделение Дурхамского университета: Dept. of Physics, Durham Univ., South Road, Durham DH1 3LE, U.K., e-mail m.g.whalley@durham.ac.uk). Группа, поддерживающая эту базу данных, весьма серьезная. В указанной коллекции почти нет ошибок; в случае обнаружения ошибок в оригинальных работах группа часто консультировалась с соответствующими авторами и эти ошибки исправлялись.

Данные в энергетическом интервале PSA (ниже 3000 МэВ для  $pp$  и ниже 1300 МэВ для  $pn$ ) перечислены в базе данных "Интерактивной программы SAID" (1987 г.) [27]. Эта база данных непрерывно обновляется, а сама программа корректируется.

Некоторые наборы данных из разных лабораторий нуждаются в нормировке. "Нормировка" означает, что все данные некоторого одного набора умножаются на один и тот же общий множитель, чтобы уменьшить расхождение с другими аналогичными наборами данных по той же наблюдаемой. Нормирующий множитель ( $NF$ ) рассматривается как свободный переменный параметр. Выбор того набора данных, который должен быть отнормирован, зависит от его вклада в значение  $\chi^2$ . Существуют также определенные рекомендации по нормировке данных в работах, специально посвященных этому вопросу. В большинстве работ по существующим PSA перенормировке подвергались, в основном, данные по дифференциальным сечениям. Тем не менее, эта процедура содержит значительную долю субъективизма, вносимого авторами PSA. Заметим, что перенормировка не удастся, если формы измеренных угловых распределений различны или если абсолютные значения данных близки к нулевым.

Для проверки разных наборов данных на необходимость их перенормировки во входных данных для PSA должны учитываться только статистические ошибки измеренных наблюдаемых. Обсуждение различных способов вычисления реалистических погрешностей измерений выходит за рамки обсуждаемой здесь темы. Тем не менее в качестве примера можно указать метод, описанный в работе [29, 4].

В большинстве существующих PSA погрешности всех предсказаний (наблюдаемых, амплитуд, фазовых сдвигов) обычно вычисляются с использованием только диагональных элементов матрицы ошибок.

Процедура минимизации может начинаться со случайного набора свободных фазовых сдвигов и при фиксированном значении нормирующего коэффициента  $NF = 1$ , подобно тому, как это делается в анализе DRSA, описанном в Приложении А1. Поскольку число свободных параметров в PSA значительно больше, чем в DRSA-анализе, поиск PSA-решения заметно сложнее.

PSA считается "однозначным", когда получено только одно решение. Поскольку полный набор наблюдаемых при всех углах рассеяния никогда не мог быть получен, "однозначный" PSA может неправильно предсказать угловую зависимость тех наблюдаемых, которые не измерялись.

Для вычислений может быть использована любая из существующих программ минимизации. Заметим, однако, что в 1960 г. специально для целей PSA в Дубне Игорем Николаевичем Силиным была написана программа минимизации, которая использовалась всеми группами, работавшими в ОИЯИ. Вначале эта программа была написана на машинном коде, в 1967 г. она была переписана на языке FORTRAN. Кроме того, использованный в ней метод наименьших квадратов был дополнен методом максимума правдоподобия и полученная программа получила общее название FUMILI. В 1968 г. эта программа была включена ее автором в библиотеку ЦЕРН, причем в ней она снова была улучшена (см., например, работу [30]). Множество пользователей с разных континентов, проверявших эту программу, считает, что FUMILI является одной из лучших (если не наилучшей) среди существующих программ этого класса.

Большинство различных PSA использовались в тех же лабораториях, где они были созданы. Другим физикам было достаточно сложно использовать эти программы. Только программа SAID была написана так, чтобы быть доступной всякому желающему. Здесь к ней даны некоторые комментарии.

- В настоящее время SAID (Университет Джорджа Вашингтона и Виргинский Политехнический институт, GWI и VPI) [28] можно вызвать несколькими способами: – либо через Веб по адресу [gwdac.phys.gwu.edu](http://gwdac.phys.gwu.edu), – либо командой `ssh -C -X said@gwdac.phys.gwu.edu`, – либо командой `ssh -C -X said@lux2.phys.va.gwu.edu`. После вызова программа предлагает несколько опций.
- Используемые в SAID обозначения наблюдаемых иные, чем в [BLW], но соотношения перехода между двумя системами обозначений описаны ясно и однозначно.
- Один из недостатков базы данных программы SAID состоит в том, что в ней опущены измеренные комбинации чистых наблюдаемых. Кроме того, недостаточно хорошо объясняется, как эти комбинации заменяются чистыми наблюдаемыми. Но в любом случае, такой подход вносит погрешности.
- Практически все различные наборы данных, входящие в процедуру минимизации, перенормированы.
- ED PSA не дает погрешностей вычисленных фазовых сдвигов, амплитуд рассеяния, нормировочных коэффициентов и предсказываемых наблюдаемых. Хотя такие погрешности даны в FE PSA, нет объяснения процедуры их вычисления.
- Авторы SAID утверждают, что все решения единственные.

## 7. Взаимная дополнительность PSA и DRSA

Многие физики, работающие в этой области, подчеркивали необходимость проверки результатов PSA методом DRSA. Обсудим здесь достоинства и ограничения каждого из таких анализов (см. также Приложение А1), следуя разъяснениям, сделанным в работах [4, 5].

Поскольку полностью модельно-независимый амплитудный анализ может быть



выполнен лишь при некотором одном, отдельно взятом, угле рассеяния и некоторой одной, отдельно взятой, энергии, DRSA неизбежно ограничен небольшим числом тех углов и энергий, при которых имеется достаточный набор измеренных наблюдаемых. По этой причине он никогда не будет универсальным инструментом, предсказывающим неизвестные (не измеренные) величины. При одной энергии решение DRSA при одном угле не зависит от решений при других углах, и такой амплитудный анализ может выявить возможные аномалии в угловой или энергетической зависимости.

В подходе PSA реконструкция амплитуд рассеяния возможна даже по неполному набору наблюдаемых [31]. Отсутствие наблюдаемых при некоторых углах компенсируется применением гладких функций, зависящих от угла рассеяния, которые "сглаживают" возможные аномалии в угловой зависимости наблюдаемых. Из-за этой угловой непрерывности, обусловленной параметризацией (включая направление "вперед"), из-за кулон-ядерной интерференции и из-за того, что высшие фазовые сдвиги фиксируются OPE, общая фаза амплитуд рассеяния определена при всех углах. Для PSA в  $pp$ -рассеянии электромагнитные поправки представляют дополнительное ограничение. Все это означает, что PSA всегда дает абсолютные амплитуды.

В зависящем от энергии PSA фазовые сдвиги параметризуются как функции энергии, вводя тем самым относительно плавную энергетическую зависимость всех параметров. Отсюда следует, что ED PSA не является хорошим инструментом для обнаружения новых структур.

В предположении о том, что электромагнитная часть упругого  $NN$ -рассеяния хорошо известна, ниже порога рождения пионов PSA может считаться модельно-независимым. При таких энергиях только OPE-вклады могли бы быть рассматриваемы как часть, слабо зависящая от модели.

При увеличении энергии периферическое взаимодействие, описываемое OPE, вводится при прогрессивно возрастающих значениях  $L_{\text{max}}$ . Из-за возрастающей важности неупругих взаимодействий некоторые фазовые сдвиги могут стать комплексными. Это увеличивает число свободных параметров. Мнимые части плохо ограничены для более высоких угловых моментов и должны браться из моделей. Поэтому с ростом энергии PSA становится все более модельно-зависимым. Однако верхний предел применимости PSA оценить трудно.

Наилучший способ проверки справедливости модельно-зависимых вкладов в PSA состоит в сравнении предсказаний PSA для амплитуд с анализом DRSA. В этом смысле DRSA является дополнительным к PSA. Согласие между ними поддерживает PSA, который затем может быть использован для предсказаний величин, еще не измеренных. Противоречие между результатами этих двух методов обычно указывает на возможные аномалии в базах экспериментальных данных.

Сравнение анализов PSA и DRSA важно также при энергиях вблизи порога пионного рождения. Анализ DRSA обеспечивает, кроме того, проверку справед-

ливости различных потенциальных моделей (см. работу [4]). С другой стороны, потенциальные модели позволяют выполнить достаточно точную оценку нижнего предела применимости PSA по энергии, как это разъяснено в Приложении A4.

### Заключение

Можно уверенно утверждать, что метод фазовых сдвигов, которому теперь уже более 50 лет, успешно выдержал конкуренцию со всеми другими типами анализа экспериментальных данных. Различные реализации PSA были весьма полезны для предсказания спиновых наблюдаемых и сравнения с результатами новых экспериментов. Они также очень помогли при выборе наиболее эффективных механизмов передачи поляризации для получения пучков поляризованных нейтронов из поляризованных протонных пучков. Теоретики часто вычисляют фазовые сдвиги, а не спиновые наблюдаемые, и поэтому PSA обеспечивает связь между теорией и экспериментом. Наконец, PSA используется в любых моделях при вычислениях параметров протон-ядерного рассеяния. По всем этим причинам можно считать, что для любой лаборатории, работающей в рассматриваемой области исследований, очень важно иметь свой собственный, надежный и точный, инструментальный анализ фазовых сдвигов.



## Литература к Приложению А3

- [1] J. Bystrický, F. Lehar, and P. Winternitz, *J. Phys. (Paris)* **39** (1978) 1.
- [2] H.P. Stapp, T.J. Ypsilantis, and M. Metropolis, *Phys. Rev.* **105** (1957) 260.
- [3] R.A. Bryan, *Phys. Rev. C* **24** (1981) 2659.
- [4] C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, *Rev. Mod. Phys.* **65** (1993) 47.
- [5] J. Bystrický, C. Lechanoine-LeLuc, F. Lehar, *Eur. Phys. J. C* **4** (1998) 607.
- [6] H.P. Stapp, Thesis, UCRL 3098, Berkeley 1955.
- [7] J. Bystrický, C. Lechanoine-Leluc, and F. Lehar, *J. Phys. (Paris)* **48** (1987) 199.
- [8] P. Czifra, M.H. MacGregor, M.J. Moravczik and H.P. Stapp, *Phys. Rev.* **114** (1959) 880.
- [9] M.H. MacGregor, M.J. Moravczik, and H.P. Stapp, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **10** (1960) 1984.
- [10] N. Hoshizaki, *Supp. Progr. Theor. Phys.* **42** (1968) 107.
- [11] J. Bystrický, A. Gersten, A. Junod, and F. Lehar, *Nucl. Phys. A* **285** (1977) 469.
- [12] G. Breit and H. Ruppel, *Phys. Rev.* **127** (1962) 2123.
- [13] A. Gersten, *Nucl. Phys. A* **290** (1977) 445.
- [14] C. Lechanoine, F. Lehar, F. Perrot, and P. Winternitz, *Nuovo Cimento* **56A** (1980) 201.
- [15] J. Bystrický *et al.*, *J. Phys. (Paris)* **48** (1987) 1901.
- [16] I.D. Landau and Ya. A. Smorodinsky, *JETP* **14** (1944) 269.
- [17] H. Bethe, *Phys. Rev.* **76** (1949) 38.
- [18] R.A. Arndt and L.D. Roper, *Phys. Rev. D* **25** (1982) 2011.
- [19] R.A. Arndt *et al.*, *Phys. Rev. D* **28** (1983) 97.

- [20] D.W.L. Sprung and S. Klarsfeld, *Phys. Lett. B* **206** (1988) 182.
- [21] F. Lehar, C. Lechanoine-Leluc, J. Bystrický, *J. Phys. (Paris)* **48** (1987) 1271.
- [22] R.A. Arndt *et al.*, *Phys. Rev. D* **35** (1987) 128.
- [23] M.H. MacGregor, R.A. Arndt, and R.M. Wright, UCRL-50426, Livermore 1968.
- [24] J. Bystrický, F. Lehar, Z. Janout, *Elastic Nucleon-Nucleon Scattering Data 270 - 3000 MeV*, Note CEA-N-1547(E), Saclay (1972).
- [25] J. Bystrický and F. Lehar, *Nucleon-Nucleon Scattering Data*, editors H. Behrens und G. Ebel, Fachinformationszentrum Karlsruhe, 1978 Edition, Nr.11-1 (1978), 1981 Edition, Nr.11-2 and Nr.11-3 (1981).
- [26] J. Bystrický *et al.*, *Elastic and Charge-Exchange Scattering of Elementary Particles a: Nucleon Nucleon and Kaon Nucleon Scattering*, Landolt-Börnstein, New Series, Vol. 9, editor H. Schopper, editor in Chief: K.H. Hellwege, Group I: Nuclear and Particle Physics, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York (1980).
- [27] R.A. Arndt, J.S. Hyslop III and L.D. Roper, *Interactive Program SAID* *Phys. Rev. D* **35** (1987) 199.
- [28] R.A. Arndt, I.I. Strakovsky, and R.L. Workman, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 034005.
- [29] J. Bystrický, C. Lechanoine-Leluc, and F. Lehar, *J. Phys. (Paris)* **51** (1990) 2747.
- [30] J. Bystrický, F. Lehar, I.N. Silin, *Nuovo Cimento* **1A** (1971) 601.
- [31] N.P. Klepikov, *Zh. Expt. Teor. Fiz.* **47** (1964) 757, transl. *Sov. Phys. JETP* **20** (1965) 505.

## A4: Анализ в терминах NN-потенциала

### 1. Общие замечания

Описание динамики NN-системы потенциалами различного типа привлекательно главным образом тем, что автоматически вводится энергетическая зависимость. Сама идея такого подхода появилась, вероятно, в то же время, когда было написано уравнение Шредингера. Это не было удивительно, так как в то время рассматривалась только область низких энергий, где неупругости отсутствуют. Однако впоследствии многие физики поднимали вопрос о том, что такое потенциал в области энергий выше порога рождения пионов. В этом Приложении мы будем следовать работе [1]. Последние результаты были подытожены в работе [2].

Матрица рассеяния играет очень важную роль в описании взаимодействия двух нуклонов. Однако в определенном смысле это дополнительное понятие; мы же будем интересоваться другой фундаментальной величиной: гамильтонианом взаимодействия, то есть – в нерелятивистском приближении – двухнуклонным потенциалом.

Заметим, что противоположная точка зрения, конечно, тоже возможна и принята многими в физике элементарных частиц. Ее суть в утверждении, что теория должна быть построена без динамических принципов, а надо исходить прямо от объектов типа  $S$ -матрицы. Но потенциал, в дополнение к рассеянию, описывает также и связанные состояния, матричные элементы вне массовой поверхности и другие величины, зависящие не только от асимптотических свойств волновых функций. В любом случае, даже если, строго говоря, NN-потенциал не существует, он может рассматриваться как полезный математический инструмент для аналитического продолжения амплитуд в нефизическую область и т. п.

Наиболее общий NN-потенциал, который можно использовать для описания упругого рассеяния, был впервые введен в обиход Пузиковым, Рындиным и Смолинским в 1957 г. [3] и затем детально рассмотрен Окубо и Маршаком в 1958 г. [4].

Предполагая, что нерелятивистский потенциал обладает довольно общими свойствами инвариантности (т. е. инвариантностью по отношению к трансляциям,

вращениям, галилеевым преобразованиям, пространственным отражениям, обращению времени, перестановке двух частиц), а также эрмитовостью, можно показать, что, например, протон-протонный ( $pp$ ) потенциал имеет вид

$$V = V_1 + V_2 (\sigma_1, \sigma_2) + V_3 (\sigma_1, r) (\sigma_2, r) + V_4 (\sigma_1 + \sigma_2, L) + \\ + V_5 (\sigma_1, L), (\sigma_2, L) + V_6 (\sigma_1, p), (\sigma_2, p), \quad (A4.1)$$

где  $L = [r \times p]$ , а  $V_i$  ( $i = 1 \dots 6$ ) являются вещественными функциями скаляров  $r^2$ ,  $p^2$ ,  $L^2$ . Если предположить, что ядерные силы зарядово-независимы (т. е. имеется инвариантность по отношению к вращениям в изотопическом пространстве), то общий вид NN-потенциала можно получить, добавив в уравнение (A4.1) шесть совершенно аналогичных членов, которые зависят от произвольных функций  $V_7, \dots, V_{12}$ , умноженных на  $(\tau_1 \cdot \tau_2)$ . Для этого потенциала выполняются те же самые условия, что и для матрицы рассеяния. Поэтому они имеют одинаковую структуру и одно и то же число коэффициентов.

Для вычислений на энергетической поверхности мы можем ограничиться первыми пятью членами в уравнении (A4.1), считая, что  $V_i$  зависят только от  $r^2$  и  $L^2$ . В этом случае вклады в матричные элементы от членов, зависящих явным образом от относительного импульса  $p$ , всегда эквивалентны комбинации членов, зависящих только от  $r$  и  $L$ . Отсюда следует, что исследование упругого рассеяния и прямая реконструкция амплитуд рассеяния (ППАР, или DRSA) могут, в лучшем случае, дать лишь некий набор эквивалентных потенциалов. Выбор между ними можно сделать, используя данные о связанных состояниях, ядерных волновых функциях, данные о трехнуклонных системах и т. д. [5].

Необходимо подчеркнуть, что потенциалы типа (A4.1), зависящие от скорости, эквивалентны довольно общим нелокальным потенциалам в уравнении Шредингера [6].

Математически корректное решение обратной задачи в теории рассеяния [7, 8], т. е. вывод потенциалов из экспериментальных данных, встречается с принципиальными трудностями, так что появление различных подходов необходимо. Либо рассеяние может быть описано на основе использования феноменологических потенциалов с применением разного рода математических и физических предположений, либо нужно развить последовательную мезонную теорию ядерных сил. Большой трудностью является то, что в конкретных вычислениях всегда появляются интегралы, содержащие физические величины при всех энергиях, так что эти величины должны быть известны для энергий, устремляющихся к бесконечности. Но хуже всего то, что тем самым мы попадаем в релятивистскую область и в области, где необходимо учитывать неупругие эффекты, что лишает смысла саму концепцию потенциала.

### 2. Длина рассеяния и эффективный радиус

Почти любым потенциалом с двумя свободными параметрами можно описать поведение дифференциального сечения [9]. Необходимо лишь учесть первый,

сферически-симметричный член в формуле (A4.1). В этой области удобно описывать рассеяние с помощью физически очевидных параметров: длины рассеяния и эффективного радиуса [10, 11, 12]. Для  $np$ -рассеяния энергетическую зависимость  ${}^1S_0$  фазового сдвига  $\delta_0$  можно аппроксимировать выражением

$$-K \cot \delta_0(np) = \frac{1}{a_s(np)} - \frac{1}{2} K^2 r_0 + P r_0^2 K^4 - Q r_0^5 K^6 + \dots, \quad (A4.2)$$

где  $a_s(np) = (-28.680 \pm 0.28) \cdot 10^{-13}$  см – длина  $np$ -рассеяния,  $r_0(np) = (2.46 \pm 0.05) \cdot 10^{-13}$  см – эффективный радиус,  $K$  – волновое число, а  $P, Q$  являются поправками, которыми можно пренебречь в нижайшем приближении.

Для  $pp$ -рассеяния должны быть приняты во внимание кулоновские силы:

$$\frac{\pi}{\exp(2\pi\eta) - 1} \cdot \cot \delta_0(pp) + L(\eta) =$$

$$= \rho \left[ \frac{1}{a_s(pp)} - \frac{1}{2} K^2 r_0(pp) + P r_0(pp)^2 K^4 - Q r_0(pp)^5 K^6 + \dots \right], \quad (A4.3)$$

$$\rho = \hbar/mc^2 = 2.88 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad \eta = 1/K\rho, \quad L(\eta) = -\ln \eta - \gamma + \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + \eta^2)},$$

$$a_s(pp) = (-7.788 \pm 0.008) \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad r_0(pp) = (-2.714 \pm 0.010) \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

$\gamma = 0.57721$  – константа Эйлера.

Величины, вычисленные согласно (A4.3), хорошо согласуются с данными о сечениях  $pp$ -рассеяния, по крайней мере – в области энергий 0.17 - 10 МэВ.

В методе эффективного радиуса и длины рассеяния невозможно получить насыщение ядерных сил, так как эта теория пренебрегает обменными силами и нелинейными эффектами и, кроме того, не предполагает отталкивания на малых расстояниях. Однако, сечения рассеяния описываются в пределах погрешностей эксперимента. Выше 10 – 20 МэВ фазовые сдвиги рассеяния, вычисленные в рамках упомянутого метода, расходятся с фазовыми сдвигами, полученными из PSA-метода. Проблема в том, что при низких энергиях эффективно работают только ядерные силы притяжения, тогда как при высоких энергиях эффекты отталкивательного кора усиливаются. Кроме того, с ростом энергии становятся важными более высокие фазы. Поэтому двух параметров оказывается недостаточно для правильного описания фазовых сдвигов.

### 3. Описание $\delta({}^1S_0)$ для $np$ - и $pp$ -рассеяния

В качестве примера показан результат описания фазовых сдвигов  $\delta({}^1S_0) = \delta_0$  для  $np$ - и  $pp$ -рассеяния в области 0.17 - 310, полученный в работе [13]. Учитывался только центральный член потенциала с мягким кором  $V_C(x)$  в формуле (A4.1), который параметризовался в виде суперпозиции юкавских потенциалов

$$V_C(x) = (b_0 + b_1 \exp(-x) + b_2 \exp(-2x) + \dots), \quad (A4.4)$$

где  $b_i$  – коэффициенты, значения которых должны быть определены. Величиной  $x$  обозначена  $x = \mu \cdot r$ , где  $\mu = 139.6$  МэВ есть масса пиона, а  $r$  имеет смысл расстояния между нуклонами.

В области энергий 20 – 310 МэВ были использованы значения фазового сдвига  $\delta_0(pp)$ , взятые из результатов дубненского фазового анализа (PSA). Для области энергий ниже 20 МэВ предполагалось, что важен только  ${}^1S_0$  фазовый сдвиг  $\delta_0$  и что вклады высших фаз пренебрежимо малы. В этой области  $\delta_0(pp)$  была определена из длины рассеяния  $a_s(pp)$  и эффективного радиуса  $r_s(pp)$ ; аналогично,  $\delta_0(np)$  была определена из соответствующих данных по  $np$  рассеянию.

Зависимость  $\delta_0(pp)$  от энергии в области 0.17 – 310 МэВ, которая удовлетворяет критерию  $\chi^2$ , была получена в работе [13] с точным вычислением кулоновского взаимодействия. Фазовые сдвиги  $\delta_0(pp)$  и  $\delta_0(np)$  выше 20 МэВ были одинаковы, так как они были получены из совместного PSA для  $pp$ - и  $np$ -данных (см. Приложение А3), где предполагалось, что кулоновские и ядерные фазовые сдвиги аддитивны.

Было установлено, что энергетическую зависимость как  $\delta_0(pp)$ , так и  $\delta_0(np)$  при низких энергиях нельзя воспроизвести одним и тем же потенциалом. Длина рассеяния  $a_s(np)$ , вычисленная из  $pp$ -данных, была получена равной  $(17.1 \pm 0.1) \times 10^{-13}$  см, что сильно противоречит эксперименту. В работе [13] было также показано пороговое поведение  $\delta_0(pp)$ ,  $\delta_0(np)$  и  $\delta_0(np)$ , вычисленных из  $pp$ -данных при  $T_{\text{кин}} = 0$ . Эти три энергетические зависимости сильно различаются, тогда как зависимость  $V_C = V_C(x)$  для  $pp$ - и  $np$ -систем качественно почти одинакова.

Более того, этот результат обозначает нижний предел справедливости PSA, как это упоминалось в Приложении А3.

Как следствие результатов работы [13], в ряде PSA были введены два разных  ${}^1S_0(np)$  и  ${}^1S_0(pp)$  фазовых сдвига в форме свободных параметров. Описание данных от этого улучшилось недостаточно для того, чтобы последовательно использовать такое расщепление.

### 4. Статические потенциалы

В свое время было сделано немало попыток описать  $NN$ -взаимодействия с помощью статических потенциалов, зависящих от пространственных, изоспиновых и спиновых переменных нуклонов, а также их относительной четности, но не от их скоростей (углового момента). Это соответствует учету первых трех членов в потенциале общего вида (A4.1). Такие потенциалы приводили к удовлетворительному согласию с экспериментом при не слишком высоких энергиях (т. е. примерно до 150 МэВ).

Например, потенциал Гартенхауза [14], полученный на основе статического приближения в мезонной теории, хорошо удовлетворяет феноменологическим требованиям. Он был получен с использованием теории Чу-Лоу [15] в приближении, согласно которому покоящиеся нуклоны обмениваются пионами в  $P$ -состоянии, а обманами более чем двумя пионами можно пренебречь. Потенциал Гартенхауза

дает хорошее описание сечений рассеяния и фотодезинтеграции дейтрона вплоть до 310 МэВ, однако хуже согласуется с данными по  $pp$ -рассеянию и приводит к неправильной поляризации. Стоит отметить, что этот потенциал не имеет свободных параметров и содержит только физические величины.

Мезонную теорию ядерных сил можно использовать для получения других статических потенциалов. В принципе, одномезонный потенциал (ОПЕР: "One Pion Exchange Potential") возникает однозначным образом:

$$V_2(\mathbf{r}) = \frac{f^2}{\hbar c} \cdot \mu c^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \left[ \frac{1}{3}(\sigma_1, \sigma_2) + \frac{1}{3}S_{1,2} \left( 1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \right] \cdot \frac{\exp(-x)}{x}, \quad (A4.5)$$

$$x = \frac{\mu c}{\hbar} \cdot r,$$

где  $\mu$  – масса пиона, а  $S_{1,2}$  есть символическое обозначение для тензорных сил

$$S_{1,2} = \frac{3 \cdot (\mathbf{r}_1, \sigma_1)(\mathbf{r}_2, \sigma_2)}{r^2} - (\sigma_1, \sigma_2). \quad (A4.6)$$

Обычно такой статический потенциал записывается в виде

$$V(\mathbf{r}) = V_2(\mathbf{r}) + V_4(\mathbf{r}), \quad (A4.7)$$

где  $V_4(\mathbf{r})$  соответствует обмену двумя мезонами. Этот член сильно зависит от метода своего получения. Здесь имеются в виду потенциалы ТМО [16], BW [17], КМО [18], CS [19].

### 5. Потенциалы, линейно зависящие от скоростей

Согласие с экспериментом можно улучшить, вводя спин-орбитальное взаимодействие, то есть 4-й член в формуле (A4.1). (В рамках мезонной теории см., например, работу [20].) Сигнел и Маршак [21] добавили к потенциалу Гартенхауза следующий член (см. также [22]):

$$V_{LS}(r) = \frac{V_0}{\mu_{LS} r} \cdot \frac{d}{d(\mu_{LS} r)} \left( \frac{\exp(-\mu_{LS} r)}{\mu_{LS} r} \right) \quad \text{для } r > r_0, \quad (A4.8a)$$

$$V_{LS}(r) = V_{LS}(r_0) \quad \text{для } r_0 \geq r, \quad (A4.8b)$$

где  $V_0 = 30$  МэВ,  $\frac{1}{\mu_{LS}} = 1.07 \cdot 10^{-13}$  см,  $r_0 = \frac{\hbar}{m e} = 0.21 \cdot 10^{-13}$  см.

Потенциал Сигнела-Маршака хорошо описывает поведение дифференциальных сечений  $NN$ -рассеяния и поляризаций вплоть до 150 МэВ, но не воспроизводит параметры деполяризации. Чисто феноменологические потенциалы дают много лучшие результаты при более высоких энергиях.

Гаммель и Талер [24], используя результаты фазового анализа Стаппа, Испилантиса и Метрополиса [23], записали потенциал для  $pp$ -рассеяния в форме

$$V = V_C(r) + V_T(r) + V_{LS}(LS), \quad (A4.9)$$

где  $V_C, V_T, V_{LS}$  не зависят от энергии. Этот потенциал отличается от потенциала общего вида только тем, что в нем опущен член  $(\sigma_1 L) \cdot (\sigma_2 L)$ . Член  $(\sigma_1, \sigma_2)$  в явном виде не выписан, а вместо него раздельно записаны синглетный и триплетный потенциалы. Потенциал содержит отталкивательный кор. Четный синглетный потенциал взят из предыдущей работы Гаммеля, Кристиана и Талера [25],

$${}^1V^+(r) = +\infty \quad \text{для } r \leq {}^1r_0^+, \quad (A4.10a)$$

$${}^1V^+(r) = -{}^1V_C^+ \cdot \frac{\exp(-{}^1\mu_C^+ r)}{{}^1\mu_C^+ r} \quad \text{для } r > {}^1r_0^+, \quad (A4.10b)$$

где  ${}^1r_0^+ = 0.41 \cdot 10^{-13}$  см,  ${}^1V_C = 423$  МэВ,  $\frac{1}{{}^1\mu_C^+} = 1.45 \cdot 10^{-13}$  см.

Нечетный триплетный потенциал выбран в форме

$${}^3V^-(r) = +\infty \quad \text{для } r \leq {}^3r_0^+, \quad (A4.11a)$$

$${}^3V^-(r) = -V_T^-(r) S_{12} + V_{LS}(r) (L, S_2) \quad \text{для } r > {}^3r_0^+, \quad (A4.11b)$$

где  $L = [r \times p]$ ,  $S = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  и  $V_{LS} = 0$  для четных  $L$ . Этот потенциал выбран так, чтобы описать наилучшим способом результаты PSA при 310 МэВ из работы [23] и сечения при 18.3 и 70 МэВ.

Радиус действия спин-орбитального потенциала меньше, чем центрального, и равен  $0.3 \cdot 10^{-13}$  см. Чтобы при низких энергиях улучшить согласие с данными, форма тензорного потенциала несколько изменена:

$$V_T(r) = V_T \left( 1 - \frac{{}^3r_0^-}{r} \right) \cdot \frac{\exp(-\mu_T^- r)}{\mu_T^- r}. \quad (A4.12)$$

Когда  $r \rightarrow \infty$ , т. е. при низких энергиях, этот потенциал переходит в потенциал Юкавы, а при высоких энергиях он менее сингулярен. Наилучшее согласие с данными получается при следующем выборе параметров:

$${}^3r_0^- = 0.4125 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad {}^3V_T = -26 \text{ МэВ}, \quad {}^3\mu_T^- = 0.8 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-1}, \quad {}^3V_{LS}^- = 7318 \text{ МэВ}, \quad {}^3\mu_{LS}^- = 3.7 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-1}.$$

Потенциал Гаммеля-Талера хорошо согласуется с данными по сечениям и поляризациям в интервале 10–310 МэВ.

Гаммель и Талер применили свой потенциал к описанию данных по  $pp$ -рассеянию, учитывая зарядовую независимость ядерных сил. Они пришли к выводу, что спин-орбитальный потенциал того же знака и того же радиуса действия (но меньшей глубины) как и для нечетных состояний, действует также и в четных триплетных состояниях. Величины, аналогичные фигурирующим в (A4.11a,b), оказываются следующими:  $V_{LS}^+ = 5000$  МэВ,  $\mu_{LS}^+ = \mu_{LS}^- = 3.7 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-1}$ .

Для состояний с  $T = 0$  [24] радиусы жесткого кора были:  ${}^3r_0^+ = 0.41 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ,  ${}^1r_0^+ = 0.5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ .

При  $T = 0$  все потенциалы брались в форме Юкавы. В то время они использовались для описания данных в широком диапазоне энергий. Данные о перерасеянии и корреляциях поляризации в те времена отсутствовали.

Наконец, упомянем здесь о потенциале Брайана [26] в виде

$$V = \sum_{n=2}^5 A_n x^n \exp(-2x) + V_2 \text{ (OPEP)}, \quad (A4.13)$$

где  $V_2$  дан в (A4.5) и для центрального потенциала введен бесконечно жесткий отталкивательный кор. Потенциал Брайана дает хорошее описание сечений и поляризации в интервале 40 – 310 МэВ, а также описывает наблюдаемые для перерасеяний.

### 6. Потенциалы, зависящие от скоростей квадратично

Дальнейшие улучшения обязаны своим происхождением квадратичным по скоростям членам в формуле (A4.1). Хамада и Джонстон [27] предложили потенциал, который описывает фазовые сдвиги из PSA и экспериментальные данные в интервале от 10 до 310 МэВ:

$$V(\mathbf{r}) = V_C(\mathbf{r}) + V_T(\mathbf{r}) S_{12} + V_{LS}(\mathbf{r})(L\mathbf{S}) + V_{LL}(\mathbf{r}) L_{12}, \quad (A4.14)$$

где

$$L_{12} = (\sigma_1 \sigma_2) L^2 - \left[ (\sigma_1 L)(\sigma_2 L) + (\sigma_2 L)(\sigma_1 L) \right] / 2 = \left[ \delta_{LJ} + (\sigma_1 \sigma_2) \right] L^2 - LS^2,$$

$$V_C = 0.08 \cdot \frac{\mu}{3} (\tau_1 \tau_2) (\sigma_1 \sigma_2) \cdot Y(x) [1 + a_C Y(x) + b_C Y^2(x)],$$

$$V_T = 0.08 \cdot \frac{\mu}{3} (\tau_1 \tau_2) (\sigma_1 \sigma_2) \cdot Z(x) [1 + a_T Y(x) + b_T Y^2(x)],$$

$$V_{LS} = \mu \cdot G_{LS} Y^2(x) \cdot [1 + b_{LS} Y(x)],$$

$$V_{LL} = \mu \cdot G_{LL} \frac{Z(x)}{x^2} \cdot [1 + a_{LL} Y(x) + b_{LL} Y^2(x)],$$

$$Y(x) = \exp(-x)/x,$$

$$Z(x) = [1 + 3/x + (3/x^2)] Y(x).$$

Здесь  $\mu$  – масса пиона,  $x = r \mu c/\hbar$ ,  $L$  – орбитальный угловой момент,  $J$  – полный угловой момент, радиус жесткого кора равен  $x_0 = 0.343$  и потенциал оказывается бесконечным при  $x = x_0$ . Часть потенциала от OPEP фиксирована, а остальные члены содержат свободные параметры. Значения параметров и сравнение с экспериментами приводятся в работе [27].

Такой же метод конструирования потенциала использован в работе [28]. В ней пренебрегалось данными при энергиях ниже 10 МэВ.

### 7. Пример потенциала с мягким кором

Потенциалы типа Хамады–Джонстона [27] с мягким кором изучались, например, Рейдом (1968 г.) [29], Улеглой (1969 г.) [30] и другими. В качестве примера приведем вычисления из работы [30], где исследовался  $NN$ -потенциал для изотопического триплетного состояния. Он содержит центральную, тензорную, спин-орбитальную, квадратичную спин-орбитальную части и зависит от полного углового момента  $J$ . Потенциал с мягким кором для четного синглетного состояния был взят из работы [13] (формула (A4.4)). Потенциал для изотопического триплетного состояния  $V(x, J)$  был записан в виде

$$V(x, J) = (1 - s^2/2) V_0(x, J) + (s^2/2) V_{\text{trip}}(x, J) + (s, L) V_{(s,L)}(x, J) + S_{12} V_T(x, J) + (s, L)^2 V_{(s,L)^2}(x, J), \quad (A4.15)$$

где  $x = \mu r$ ,  $\mu = 139.6 \text{ МэВ} = 0.707 \text{ Фм}^{-1}$ ,  $r$  – расстояние между нуклонами,  $s$  – полный спин,  $L$  – орбитальный момент.

Каждый из вкладов в потенциал имеет вес, сравнимый с другими. Большинство этих вкладов имеют как отталкивающую, так и притягивающую части, но только в состояниях  $^1S_0$  и  $^1D_2$  найден мягкий кор. Аналогично выводу работы [13] можно сказать, что ядерные потенциалы для  $pp$ - и  $pn$ -изотопических триплетных состояний различны. Хотя отклонения и выходят за коридор ошибок, эти различия очень малы. Это позволяет сделать вывод о том, что для тех вычислений, где не требуется исключительно высокая точность, оба потенциала обеспечивают хорошее описание изотопических триплетных состояний двух нуклонов, сравнимое с энергетически зависимым PSA.

### 8. Потенциалы резонансной модели

При построении всех рассмотренных выше потенциалов предполагалось, что нуклоны обмениваются одним, двумя или большим числом пионов. В некоторых потенциалах используются известные свойства различных бозонных полей таких, как  $\pi$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\eta$  и т. д. В этом случае присутствуют дробные показатели степеней, соответствующие отношениям масс тяжелых мезонов к массе пиона. Свободные параметры связаны с константами связей для взаимодействия соответствующих мезонов с нуклонами. Такой подход к построению потенциалов принято называть резонансной моделью; он рассматривался, например, в работах Хопизаки и Мачиды (1961 г.) [31], Хопизаки и др. (1962 г.) [32], Мак-Кеана (1962 г.) [33], Савады и др. (1962) [34], Бабилова (1963 г.) [35], Скотти и Вонга (1963 г.) [36], Брайана и Скотта (1965 г.) [37].

Напомним, что однопионный обмен обсуждался в Приложении А3. Здесь же отметим, что ряд физиков считает, что влияние обменов тяжелыми мезонами может приводить к тем же самым эффектам, что и обмен двумя пионами, но соответствующие диаграммы Фейнмана остаются простыми.

В качестве примера, приведем несколько комментариев к этой теме, взятых из работы [38]. Авторы рассмотрели однобозонный обмен и исследовали влияние

$\pi^-$ ,  $\eta^-$ ,  $\omega^-$ ,  $\phi^-$ ,  $B^\pm$  и  $f^0$ -мезонов. Исследовалось влияние двух гипотетических скалярных мезонов – изоскаляра  $s_0$  и изовектора  $s_1$ . Использовались потенциалы сходного вида и с теми же пятью членами, как и в формуле (A4.14). Каждый член потенциала был суперпозицией потенциалов Юкавы.

В такого рода потенциальной модели трудно правильно учесть "эффекты отдачи", порождаемые тяжелым мезоном, так как его масса может быть того же порядка (или выше), что и масса нуклона. По этой причине только центральная и тензорная части потенциала рассматривались как зависимые от констант связи соответствующих мезонов с нуклонами. Полный потенциал содержал 27 свободных параметров. Полученный потенциал достаточно хорошо воспроизводил энергетическую зависимость спин-синглетных фазовых сдвигов в  $^1S_0$ ,  $^1D_2$  ( $I = 1$ ) и  $^1P_1$ ,  $^1F_3$  ( $I = 0$ ) состояниях в интервале лабораторных энергий 20 – 310 МэВ.

### 9. Потенциалы с граничными условиями

Фешбах и Ломон [39, 40] предложили другой подход к описанию ядерных сил, а именно – основанный на граничных условиях, накладываемых на волновую функцию. Они начинают с того факта, что нестационарные эффекты, возникающие из-за мезонных и странных виртуальных состояний, в основном, важны при малых расстояниях, меньших, чем половина комптоновской длины волны пиона. Эти виртуальные состояния обладают высокой энергией, и поэтому можно предположить, что при таких расстояниях волновая функция не зависит от относительной кинетической энергии рассеиваемых нуклонов. Такая "внутренняя" область исключается граничными условиями (которые не зависят от энергии), наложенными на логарифмическую производную волновой функции. Радиус этой внутренней области следует выбирать так, чтобы вне ее можно было бы использовать стационарный потенциал. Этот метод очень удобен для рассмотрения многочастичных взаимодействий. При подходящем выборе граничных условий и "внешнего" стационарного потенциала было получено хорошее согласие с данными по  $NN$ -рассеянию вплоть до 310 МэВ.

Обычно находят потенциалы, которые дают хорошее описание фазовых сдвигов рассеяния, полученное в PSA из экспериментальных данных. Как уже упоминалось, такая задача имеет множество решений, поскольку фазовые сдвиги определяют поведение волновой функции только на бесконечности, тогда как потенциал действует во всем пространстве.

Можно реализовать следующий метод. Исходя из общего рассмотрения выделяются отдельные члены в (A4.1) и постулируется такая функциональная зависимость соответствующих коэффициентов от расстояния между нуклонами (и их относительной скорости), которая содержит достаточное число свободных параметров. Затем вариационным методом находят оптимальные значения этих параметров.

Вообще говоря, PSA не является необходимым промежуточным этапом между экспериментальными данными и потенциалом. Однако он позволяет экономить

компьютерное время и, помимо этого, автоматически учитывает унитарность матрицы рассеяния.

Существует два метода вычисления потенциалов. Первый метод основан на прямом решении уравнения Шредингера. В качестве примера рассмотрим потенциал Хамады-Джонстона и пренебрежем кулоновскими силами. Полагая

$$K^2 = \frac{M \cdot E_{CM}}{\mu}, \quad U_1 = \frac{M}{\mu} \cdot V_1(x), \quad (A4.16)$$

получаем для спин-синглетного состояния

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + K^2 - \frac{J(J+1)}{x^2} - U_C(x) + 2J(J+1) U_{LL}(x) \right) \cdot \Phi(x) = 0. \quad (A4.17)$$

Для триплета  $L = J$  имеем

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + K^2 - \frac{J(J+1)}{x^2} - U_C(x) - 2 U_T(x) + U_{LS}(x) - \right. \\ \left. - [2J(J+1) - 1] U_{LL}(x) \right) \cdot \Phi_J(x) = 0 \quad (A4.18)$$

и для  $L = J \pm 1$  получаем два дифференциальных уравнения второго порядка:

$$\left[ \frac{d^2}{dx^2} + K^2 - \frac{J(J-1)}{x^2} - U_C(x) - 2 \frac{J-1}{2J+1} U_T(x) - (J-1) U_{LS}(x) - \right. \\ \left. - (J-1) U_{LL}(x) \right] \cdot \Phi_J(x) - \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} U_T(x) \cdot w_J(x) = 0, \quad (A4.19a)$$

$$\left[ \frac{d^2}{dx^2} + K^2 - \frac{(J+1)(J+2)}{x^2} - U_C(x) + 2 \frac{J+2}{2J+1} U_T(x) - (J+2) U_{LS}(x) + \right. \\ \left. + (J+2) U_{LL}(x) \right] \cdot w_J(x) + \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} U_T(x) \cdot \Phi_J(x) = 0, \quad (A4.19b)$$

где  $\Phi_J(x)$  и  $w_J(x)$  есть волновые функции дейтрона.

Подчеркнем, что фазовые сдвиги рассеяния входят в функции  $\Phi_J(x)$  и  $w_J(x)$  неявным образом.

Другой метод был предложен Друкаревым (1949 г.) [41]. Вместо волновых функций он рассматривал их логарифмические производные и заменил уравнение Шредингера дифференциальным уравнением первого порядка для фазовых сдвигов рассеяния.

Для не смешивающихся состояний (синглет и триплет с  $L = J$ ) имеем

$$\frac{d\delta(Kx)}{dx} = \frac{1}{2} \pi x U(x) \left[ B_{L+1/2}(Kx) \cos \delta_L(Kx) - N_{L+1/2}(Kx) \sin \delta_L(Kx) \right],$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \delta_L(Kx) = \delta_L(K), \quad \lim_{K \rightarrow 0} \delta_L(Kx) = 0, \quad (A4.20)$$

где  $V_{L+1/2}(Kx)$  и  $N_{L+1/2}(Kx)$  есть функции Бесселя и Неймана соответственно.

Для смешивающихся состояний имеем три уравнения, содержащих фазовые сдвиги  $\delta_{J,J+1}$ ,  $\delta_{J,J-1}$  и  $\epsilon_J$ . Для фазовых сдвигов Стаппа и др. [23] соответствующие уравнения даны, например, Бабиковым в работе [42]. Эти формулы здесь не приводятся.

Ситуация становится более сложной при низких энергиях, где невозможно разделить ядерную и кулоновскую части фазовых сдвигов. В этом случае необходимо учесть кулоновский потенциал в уравнении Шредингера или уравнении Друкарева. После этого уравнение Друкарева для не смешанных фазовых сдвигов переписывается в форме [42]:

$$\frac{d\delta_L(r, K, \eta)}{dr} = -K^{-1}V r \left[ \cos \delta_L(r, K, \eta) F_L(r, K, \eta) + \sin \delta_L(r, K, \eta) G_L(r, K, \eta) \right]^2, \quad \delta_L(0, K, \eta) = 0, \quad (A4.21)$$

где  $F_L$  и  $G_L$  есть кулоновские функции непрерывного спектра.

### 10. Современные подходы к моделям потенциалов

В те времена, когда теория полюсов Редже рассматривалась как универсальный инструмент для описания взаимодействия различных адронов, многие теоретики пытались свести взаимодействие двух частиц со спином к суперпозиции взаимодействий нуклонов с бесспиновыми частицами. В качестве примера упомянем статью Коттингема и Винх Мау (1964 г.) [43]. Они предложили нуклон-нуклонный потенциал, связанный с пион-нуклонными и пион-пионными амплитудами, используя представление Чини и Фубини (1960) [44] для мандельштамовских амплитуд. Лишь позже, на базе измерений новых спиновозависимых  $NN$ -наблюдаемых и при увеличении энергии ускорителей (ЦЕРН, Протвино), было установлено, что теоретические предположения такого рода приводят только к более существенному расхождению с экспериментом.

Описание взаимодействия адронов при промежуточных энергиях, выше порога рождения пионов, также базируется на дисперсионных соотношениях и моделях мезонного обмена. Такой метод использован Парижской группой (напр., Лакомб и др. (1980 г.) [45], Котэ и др. [46], Луазо (1984 г.) [47]) при определении мнимой части фазовых сдвигов для больших  $L$ . Их вычисления дают теоретически хорошие начальные условия для чисто феноменологического PSA, который часто сравнивается с конечными результатами PSA. Другим примером является Боннский потенциал (Махлейдт, Холинде и Эльстер (1987) [48], Эльстер и др. (1988 г.) [49]). Модели обмена мезонами часто использовались также многими другими авторами. Исчерпывающе полный (на 1993 г.) список ссылок по этой теме дан, например, в статье [2].

Стоит упомянуть также "промежуточный" феноменологический метод, развивавшийся группой фон Герамба. Он состоит в том, что для каждого фазового сдвига вычисляют потенциалы, используя теорию обратного рассеяния. Фазовые сдвиги при разных энергиях, определенные из PSA, представляют "экспериментальные" входные данные. Существующие результаты (Кирст и др. (1989 г.) [50], фон Герамб и Амос (1990 г.) [51]) успешно воспроизводят вещественные части фазовых сдвигов при любой энергии ниже 800 МэВ. Метод этой группы может быть, в принципе, использован и для описания мнимых частей фазовых сдвигов. К сожалению, различия между неупругими частями фазовых сдвигов, вычисленных в разных реализациях PSA, довольно велики (см. Приложение А3). Подробности метода [51] здесь не обсуждаются, но тем не менее стоит отметить, что такого рода представление  $NN$ -взаимодействия можно с легкостью применить к описанию нуклон-ядерного рассеяния.

### Заключение

Вне зависимости от того факта, что описание упругого  $NN$ -взаимодействия потенциалами является модельно-зависимым и содержит много элементов субъективизма, удивительно много известных физиков интересуются подобного рода исследованиями. Потенциальный подход, в основном, развивается теоретиками, так как этот метод не слишком полезен для анализа данных. Ниже порога пионного рождения различные потенциалы хорошо воспроизводят фазовые сдвиги, получаемые в результате PSA-процедуры. Ниже нижнего предела применимости PSA центральный потенциал хорошо предсказывает дифференциальные сечения  $pp$ - и  $np$ -рассеяния методом эффективного радиуса и длины рассеяния. При высоких энергиях потенциальный подход внутренне ограничен областью ниже 1 ГэВ и нельзя ожидать, что этот интервал будет когда-либо расширен.

## Литература к Приложению А4

- [1] F. Lehar and P. Winternitz, *Fortschritte de Physik* **15** (1967) 495.
- [2] C. Lechanoine-Leluc and F. Lehar, *Rev. Mod. Phys* **65** (1993) 47.
- [3] L.D. Puzikov, R.M.Ryndin and Ya.A.Smorodinskii, *Zh.Eksp.Teor.Fiz.* **32** (1957) 592, and transl. *Sov.Phys. JETP* **5** (1957) 489 (see also *Nucl. Phys.* **3** (1957) 436).
- [4] S. Okubo, R.E. Marshak, *Ann. Phys. (N.Y.)* **4** (1958) 166.
- [5] Mirza A. Baqi Beg, *Ann. Phys. (N.Y.)* **18** (1961) 110.
- [6] R.E. Marshak, *Nucl. Forces and Few Nucleon Problems*, Vol 1, Pergamon Press, 1960.
- [7] M. Gelfand and B.M. Levitan, *Izv. AN SSSR, math. ser.* **15** (1951) 309, and transl. *Am. Math. Soc. Trans.* **1** (1955) 253.
- [8] Z.S. Agranovich and V.A. Marchenko, *Obratnaya zadacha teorii rasseyania*, Kharkov, 1960, trans. *The Inverse Problem of Scattering Theory*, Gordon and Breach New York, 1963.
- [9] I.D. Landau and Ya.A. Smorodinsky, *Lekcii po Teorii Atomnovo Jadra*, Izd. inostrannoj literatury, Moscow, 1955
- [10] I.D. Landau and Ya.A. Smorodinsky, *JETP* **14** (1944) 269.
- [11] H. Bethe, *Phys. Rev.* **76** (1949) 38.
- [12] H. Bethe and P. Morrison, *Elementary Nuclear Theory*, N.Y., 1956.
- [13] J. Bystrický, F. Lehar, and I. Úlehla, *Phys. Lett.* **20** (1966) 186.
- [14] S. Gartenhaus, *Phys. Rev.* **100** (1955) 900.
- [15] G.F. Chew, F.E. Low, *Phys. Rev.* **101** (1956) 1570, 1579.
- [16] M. Taketani, S. Machida, S. Onuma, *Progr. Theor. Phys.* **7** (1952) 45.
- [17] K.A. Brueckner, K.M. Watson, *Phys. Rev.* **90** (1953) 699, *Phys. Rev.* **92** (1953) 1023,

- [18] M. Konuma, H. Miyazawa, S. Otsuki, *Progr. Theor. Phys.* **19** (1958) 17.
- [19] R. Cirelli, G. Stabilini, *Nuovo Cimento Suppl.* **20** (1961) 157.
- [20] P. Klein, *Phys. Rev.* **90** (1953) 1011, *Phys. Rev.* **92** (1953) 1017.
- [21] P.S. Signell and R.E. Marshak, *Phys. Rev.* **106** (1957) 832, *Phys. Rev.* **109** (1958) 1229.
- [22] L.I. Goldfarb, D. Feldman, *Phys. Rev.* **88** (1952) 1099.
- [23] H.P. Stapp, T.J. Ypsilantis, and M. Metropolis, *Phys. Rev.* **105** (1957) 260.
- [24] J.L. Gammel and M.L. Thaler, *Phys. Rev.* **107** (1957) 291, 1337.
- [25] J.L. Gammel, R.S. Christian, M.L. Thaler, *Phys. Rev.* **105** (1957) 311.
- [26] R.A. Bryan, *Nuovo Cimento* **16** (1961) 895.
- [27] T. Hamada and I.D. Jonston, *Nucl. Phys.* **1** (1962) 382.
- [28] K.E. Lassila *et al.*, *Phys. Rev.* **126** (1962) 881.
- [29] R.V. Reid, *Ann. Phys. (N.Y.)* **50** (1968) 411.
- [30] I. Úlehla *et al.*, *Czech. J. Phys. B* **19** (1969) 1570.
- [31] N. Hoshizaki, S. Machida, *Progr. Theor. Phys.* **26** (1961) 680.
- [32] N. Hoshizaki, *et al.*, *Progr. Theor. Phys.* **27** (1962) 1199.
- [33] R.S. McKean, *Phys. Rev.* **125** (1962) 1399.
- [34] S. Sawada *et al.*, *Progr. Theor. Phys.* **28** (1962) 991.
- [35] V.V. Babikov, *Progr. Theor. Phys.* **29** (1963) 712.
- [36] A. Scotti and D.Y. Wong, *Phys. Rev. Lett.* **4** (1963) 243.
- [37] R.A. Bryan and B.L. Scott, *Phys. Rev.* **135** (1965) 434B.
- [38] V.V. Babikov, J. Bystrický, and F. Lehar, *Heavy Mesons and a Local NN Potential* XII<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, Dubna 5-15 August 1964, Proceedings, editor Ya.A. Smorodinsky, Atomizdat Moskva 1966, Vol. 1, p. 262.
- [39] H. Feshbach and E.I. Lomon, *Phys. Rev.* **102** (1956) 891.
- [40] E.I. Lomon, *Nuclear Forces and the Few Nucleon Problem*, Vol.1 (1960) 83.
- [41] G.F. Drukarev, *Zh. Exper. Teor. Phys.* **19** (1949) 247.



- [42] V.V. Babikov, Preprint JINR P-1728, Dubna 1964.
- [43] G.W.N. Cottingham and R. Vinh Mau, Phys. Rev. **130** (1964) 735.
- [44] M. Cini and S.Fubini, Ann. Phys. (N.Y.) **3** (1960) 352.
- [45] M. Lacombe *et al.*, Phys. Rev. C **21** (1980) 861.
- [46] J. Côté *et al.*, Phys. Rev. **135** (1965) 434B.
- [47] B. Loiseau, J. Phys. (Paris) Colloq. **46** (1984) C-339.
- [48] R. Machleidt, K. Holinde, and Ch. Elster, Phys. Rep. **149** (1987) 1.
- [49] Ch. Elster *et al.*, Phys. Rev. C **37** (1988) 1647.
- [50] Th. Kirst *et al.*, Phys. Rev. C **40** (1989) 912.
- [51] H.V. von Geramb and K.A. Amos, Phys. Rev. C **41** (1990) 1384.

Учебное издание

Легар Франтишек  
Строковский Евгений Афанасьевич

**Феноменология, формализм и процедуры анализа  
нуклон-нуклонного рассеяния**

УНЦ-2010-42

Редактор *М. И. Зарубина*

Получено 4.03.2010. Подписано в печать 29.03.2010.  
Формат 60 × 90/16. Усл. печ. л. 8,06. Уч.-изд. л. 11,21. Тираж 300. Заказ № 56942.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6  
E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)  
[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)