

С 345/07)  
И - 203



Учебно-  
методические  
пособия  
Учебно-научного  
центра ОИЯИ  
Дубна

УНЦ-2005-28

И. Н. Иванов, Г. В. Трубников

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ  
УСКОРИТЕЛЕЙ

2005

УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР ОИЯИ

C345(07)

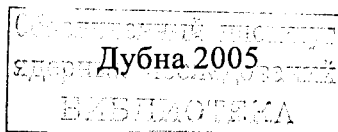
И-203

И. Н. Иванов, Г. В. Трубников

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ  
УСКОРИТЕЛЕЙ

*Учебно-методическое пособие*

Под редакцией А. Н. Лебедева, С. П. Ивановой





**Иванов И. Н., Трубников Г. В.**

И18 Введение в теорию ускорителей: Учеб.-метод. пособие / Под ред. А. Н. Лебедева, С. П. Ивановой. — Дубна: ОИЯИ, 2005. — 132 с., 26 с. фото.

Настоящее издание представляет собой лекции курса «Введение в теорию ускорителей», которые на протяжении многих лет читаются студентам УИЦ.

**Ivanov I. N., Trubnikov G. V.**

Introduction to the Theory of Accelerators: Textbook / Ed. by A. N. Lebedev, S. P. Ivanova. — Dubna: JINR, 2005. — 132 p., 26 p. photos.

This publication presents the lecture course «Introduction to the theory of accelerators» which has been given for many years to the JINR University Centre students.

## Предисловие

Мы предлагаем новое учебное пособие УНЦ ОИЯИ, включающее лекции по физике ускорителей, которые читал студентам, обучавшимся в Дубне, Игорь Николаевич Иванов.

Сначала это были студенты кафедры физики элементарных частиц физического факультета МГУ (руководителем кафедры в то время был Бруно Максимович Понтекорво). Потом, после организации УНЦ, основными слушателями были студенты МФТИ и МИФИ. Кроме них лекции И. Н. Иванова слушали завершавшие свое обучение в Дубне студенты многих других вузов — Технического университета Братиславы (Словакия), Тверского, Воронежского, Саратовского, Петрозаводского и других университетов РФ. Во время лекций И. Н. Иванова аудитория всегда была полной и слушатели редко расходились со звоном — заинтересованность студентов вместе с профессионализмом и остроумием лектора часто продлевали аудиторные часы.

Участие И. Н. Иванова в образовательных программах не ограничивалось чтением лекций в Дубне. Он читал свой курс в других университетах, был лектором школы ЦЕРН по ускорительной тематике и много сил отдавал организации и проведению школ по физике ускорителей для молодых ученых.

Издать лекции Игорь Николаевич намеревался давно, однако каждый год обдумывал и добавлял в них новый материал, другие способы вывода формул и откладывал публикацию до лучших времен. Поэтому когда мы решили издать лекции, то перед нами оказался огромный рукописный материал и выбор был чрезвычайно трудным. Взяв за основу один из студенческих конспектов, мы решили оставить незавершенность и неприглаженность устного изложения материала. В этом случае, по замечанию А. Н. Лебедева, лучше сохраняется индивидуальность самого лектора. Трудную работу по систематизации и корректировке имеющихся вариантов лекций взял на себя Г. Трубников. Его выбрал сам Игорь Николаевич, когда попросил Г. Трубникова дочитать его курс осенью 2002 года.

Мы благодарны Андрею Николаевичу Лебедеву, отредактировавшему предлагаемые лекции. Кроме этого, с любезного разрешения Андрея Николаевича их общей с Игорем Николаевичем статьей (последней для И. Н. Иванова) завершается это пособие. Статья является обзором, представленным на конференции, посвященной памяти В. И. Векслера.

*А. Н. Сисакян,  
С. П. Иванова*

## Основные формулы и величины, используемые в ускорительной физике

Релятивистский лоренц-фактор частицы

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

и ее относительная скорость

$$\beta = V/c.$$

Полная энергия частицы  $E$  связана с массой покоя  $m_0$  и импульсом  $p$  следующим соотношением:

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4.$$

Полная энергия и импульс частицы в системе отсчета, в которой  $V$  — скорость частицы:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = m_0 c^2 \gamma, \quad p = \frac{m_0 c^2 \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = m_0 c \gamma \beta.$$

Импульс частицы с массой  $m_0 = 0$  определяется из соотношения

$$E = pc.$$

Энергия покоя частицы равна

$$E_0 = m_0 c^2.$$

Полная энергия состоит из энергии покоя и кинетической энергии (в литературе может обозначаться как  $T$  или  $W$ ):

$$E = m_0 c^2 + T,$$

откуда кинетическая энергия частицы равна

$$T = E - E_0 = m_0 c^2 (\gamma - 1).$$

Основной единицей энергии в физике высоких энергий служит электронвольт (1 эВ) и его производные: 1 эВ =  $10^{-3}$  кэВ =  $10^{-6}$  МэВ =  $10^{-9}$  ГэВ =  $10^{-12}$  ТэВ, 1 электронвольт равен энергии, приобретаемой электроном при прохождении разности потенциалов 1 В, т. е. 1 эВ  $\approx 1,60218 \cdot 10^{-19}$  Кл  $\cdot$  1 В =  $1,60218 \cdot 10^{-19}$  Дж.

Импульс частицы измеряется в эВ/с, где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света.

Единицей массы в физике высоких энергий является 1 эВ/с<sup>2</sup>:

$$1 \text{ эВ}/c^2 \approx 1,8 \cdot 10^{-36} \text{ кг}.$$

## Лекция № 1

# УСКОРИТЕЛЬ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ — СОВРЕМЕННЫЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ПРИБОР

*История создания ускорителей. Циклические и линейные ускорители. Схема современного ускорительного комплекса. Основные формулы, используемые в теории ускорителей*

Ускоритель заряженных частиц — современный физический прибор. Он остается таковым, несмотря на то, что создание современного ускорителя — сложнейшая научно-техническая задача, решение которой под силу только специализированному научному подразделению, а эксплуатация ускорителя требует затрат большого количества энергетических и трудовых ресурсов.

Сооружение крупных ускорителей обходится настолько дорого, что это заметно для бюджета крупного государства. Для чего необходимы такие усилия? Развитие ускорителей определяется требованиями развития фундаментальных наук — в основном физики элементарных частиц, физики высоких энергий.

Характерным параметром, определяющим наше понимание структуры материи, является длина. С возможностью «рассматривать» события, происходящие на малых расстояниях, появились качественно новые представления. Так было с представлениями о молекулярной структуре вещества при достижении размеров  $10^{-6}$  см, о структуре атома ( $10^{-8}$  см), электрон-позитронных пар ( $10^{-11}$  см), атомного ядра ( $10^{-13}$  см), нуклонов и мезонов ( $10^{-14}$  см). Определение внутренней структуры нуклонов требует перехода на размеры  $10^{-16}$  см. Единственной возможностью исследовать события, происходящие на столь малых длинах, является анализ картины до и после соударения частиц. И, при этом, чем меньшую длину мы хотим исследовать, тем большую энергию сталкивающихся частиц должны обеспечить. Можно ли здесь указать предел требований к энергии ускоряемых частиц с этой точки зрения, какие минимальные размеры требуются? Когда нет точной теории, обычно прибегают к комбинаторике мировых констант. Характерная длина  $10^{-11}$  см есть не что иное, как комптоновская длина  $h/(m_e c)$ . Если идти по пути определения комптоновских длин элементарных частиц, то чем больше масса, тем меньше длина. Самую большую массу можно составить из мировых констант в виде  $m \sim \sqrt{(hc)/\lambda}$ , где  $\lambda$  — постоянная гравитации. Такая масса дает длину  $\sim 10^{-32}$  см. Отсюда прямая интерполяция от эксперимента с электрон-позитронными парами дает необходимую энергию  $10^{22}$  МэВ. Сейчас в самых смелых проектах называется цифра  $\sim 10^7 - 10^8$  МэВ. Отсюда ясно, что цифра

$10^{22}$  МэВ в настоящее время должна восприниматься как бесконечность и предела требований по максимуму энергий, по-видимому, нет. Но прикидки такого рода определяют тенденцию развития, а не являются определяющими на сегодняшний момент. В настоящее время есть разделение физики на три области исследований: низкие энергии ( $\sim$  до 10 МэВ/нуклон) — это область физики ядра и ядерных реакций, средние энергии (от 10 МэВ/нуклон до 1 ГэВ/нуклон) — эта область включает в себя физику центральных столкновений частиц, исследование изомеров плотности (так называемая ударная волна в ядре), физику пионов и т.д. — и, наконец, высокие энергии (от 1 до 400 ГэВ/нуклон) — исследование кварковой материи и астрофизика. Это деление, конечно, не абсолютно, поскольку, во-первых, содержит много условностей, во-вторых, есть много перекрывающихся эти области задач, но это разделение удобно тем, что позволяет классифицировать ускорители. Прежде чем приступить к такого типа классификации, давайте определим основные формулы и принципы работы ускорителя.

Итак, работа ускорителя состоит в ускорении заряженной частицы до определенной энергии и доведении ее до мишени. Поэтому функции ускорителя заключаются в том, что он должен заряженную частицу:

- 1) получить,
- 2) удержать,
- 3) передать ей энергию,
- 4) вывести на мишень.

Выполнение этих функций (кроме пункта 1) достигается комбинацией магнитных и электрических полей, имеющих строго заданную конфигурацию в пространстве и зависимость от времени в течение цикла ускорения.

Возможные комбинации магнитных и электрических полей определяют тип ускорителя и связаны с параметрами ускоряемых частиц. Перечислим эти характеристики:

- заряд  $eZ$  ( $Z$  — кратность ионизации),
- $m_0$  — масса покоя,
- $V$  — скорость частицы.

Различают два типа ускорителей:

- линейные,
- циклические.

В линейных ускорителях частица проходит ускоряющий промежуток — область, где создано электрическое поле, — только один раз. В циклических ускорителях частица это делает многократно. Так вот, если мы имеем дело с линейными ускорителями, то выражение для мощности можно легко проинтегрировать и получить выражение для конечной энергии в виде

$$W_{\max} \approx eZUL,$$

где  $L$  — длина ускорителя,  $U$  — эффективное ускоряющее поле. Это выражение сразу дает масштаб установки. (Наиболее характерная величина для тяжелых частиц  $U \sim 10$  кВ/см.)

Если мы имеем дело с циклическим ускорителем, то его возможности с точки зрения получения максимальной энергии определяются уже не про-

сто электрическим полем, а величиной максимально возможного магнитного поля, которое находится из условий равенства центробежной и центростремительной магнитной силы Лоренца:

$$\frac{mV^2}{R} = \frac{e}{c}ZVB,$$

здесь  $B$  — величина магнитного поля,  $R$  — радиус.

Отсюда скорость  $V = (e/c)(ZBR/m)$  и кинетическая энергия  $W = \sqrt{E_0^2 + m^2c^2V^2} - E_0$ .

Из общих формул получаем:

$$\text{энергия } W = \sqrt{(eZBR)^2 + E_0^2} - E_0, \quad \text{импульс } P = (e/c)ZBR.$$

Величина  $BR$  — важная характеристика современных ускорителей, называемая «магнитной жесткостью» (измеряется в тесла-метрах [Тл·м]). Для релятивистского случая получаем  $E \approx eZBR$ , и для оценок (для протонов)  $BR = 3,1297\beta\gamma$  [Тл·м].

Принцип оценки: задается конечная энергия и тип ускоряемой частицы ( $eZ$ ), отсюда находится  $BR$ , далее величина  $B$  (наиболее характерная 2–6 Тл) дает масштаб установки (радиус).

Полученные формулы для конечной энергии частицы, ускоренной в линейном или циклическом ускорителе, дают самые главные, но грубые оценки масштаба и возможностей ускорителя. Далее надо конкретизировать, на каком принципе основываются основные функции ускорителя — удержание частицы в области ускорения и передача ей энергии. Линейные ускорители не отличаются многообразием, и их различие состоит только в способе создания электрического поля. Более разнообразны — циклические. Сначала разберем их работу «на пальцах». Для этого посмотрим еще раз на основную формулу

$$R = \frac{m_0\gamma\beta c^2}{eZB},$$

получаемую из условий равенства сил. Далее, если приблизительно представить путь частицы в ускорителе в виде окружности с радиусом  $R$ , то период обращения

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi R m_0 \gamma c}{eZBR} = 2\pi \frac{m_0 c \gamma}{eZ B},$$

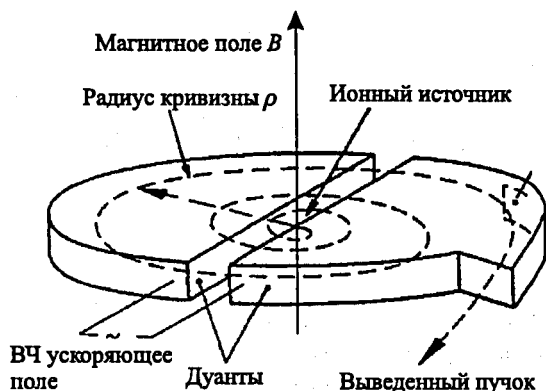
т.е. как радиус, так и период обращения частицы растут с энергией и уменьшаются с ростом магнитного поля.

Теперь представим себе, что на пути частицы поставлен ускоряющий промежуток, в котором создано переменное высокочастотное (ВЧ) электрическое поле. Если частица прошла ускоряющий промежуток в нужной ускоряющей фазе, то ее энергия увеличилась, и, при постоянном магнитном поле, период ее обращения также увеличился, и возрос радиус орбиты.

При постоянном магнитном поле мы можем обеспечить такой прирост энергии на промежутке, что увеличение периода обращения частицы будет



равно периоду ВЧ-колебаний и на следующем обороте частица опять будет в нужной фазе и т. д. Такой способ ускорения — классический циклотрон, орбита частицы в котором — раскручивающаяся спираль.



Несмотря на определенные преимущества циклотрона (простота), последнее обстоятельство (спиральная орбита) приводит к очень большим объемам камеры, в которой ускоряются частицы, и большому магнитному полю. Можно уменьшить шаг спирали орбиты, введя модуляцию в частоту ВЧ-генератора электрического поля. В этом случае получим так называемый фазотрон. Можно сделать орбиту постоянной, увеличивая магнитное поле по мере того, как растет энергия. Ускорители с переменным магнитным полем получили название «синхротрон», поскольку в начале ускорение в них происходит на синхронной фазе ускоряющего ВЧ-поля. Потом эффективность ускорения можно повысить, изменяя также и фазу ВЧ-поля в процессе ускорения. Такие ускорители получили название «синхрофазотрон», а впоследствии, поскольку машины такого типа строились только для ускорения протонов на высокие энергии, — «протонный синхротрон». Остроумный принцип положен в основу микротрона (предложение В. И. Векслера) — частица вращается в постоянном магнитном поле, проходя единственный ускоряющий промежуток, на котором прирост энергии равен энергии покоя. Можно подобрать магнитное поле так, что частота обращения будет меняться кратно количеству проходов:

$$\omega_0 = \frac{e}{m_0} B = \omega_{\text{ВЧ}}, \quad \omega_1 = \frac{e}{2m_0} B = \frac{1}{2} \omega_{\text{ВЧ}}, \quad \dots, \quad \omega_n = \frac{e}{nm_0} B = \frac{1}{n} \omega_{\text{ВЧ}},$$

т. е. частица всегда будет находиться в резонансе на гармониках ВЧ-поля. И наконец, «дедушка» всех ускорителей — бетатрон: в этом ускорителе отсутствует ускоряющий зазор. Набор энергии происходит за счет изменения магнитного потока, пронизывающего круглую орбиту вращающихся частиц. За счет этого создается вихревое электрическое поле  $\oint \mathbf{E} ds = 2\pi R \dot{\Phi} = \dot{\phi}_0 = \pi R^2 \dot{B}$ .

Поскольку магнитное поле возрастает, то оказывается, что в случае выполнения условия

$$\dot{B} = \frac{1}{2} \dot{\bar{B}}, \quad \text{где } \bar{B} = \frac{1}{R^2} \int BRdR \quad \text{— среднее поле на орбите,}$$

радиус орбиты будет сохраняться постоянным, т. е. увеличение поля будет скомпенсировано возрастанием фактора  $\gamma$  из-за электрического поля, связанного с изменением магнитного потока.

Сооружение первых ускорителей относится к 30-м годам XX столетия. Наиболее ранние ускорители — это ускорители прямого действия. На электрическом зазоре создавалось постоянное электрическое поле. Это так называемые каскадные генераторы и генераторы Ван де Граафа. В 1930 году на таком ускорителе была получена энергия 1,5 МэВ. Первый циклотрон был запущен в 1931 году Ливингстоном (он ускорял ионы водорода до энергии 80 кэВ), а на первом бетатроне в 1940 году Керст получил электроны с энергией 2,3 МэВ. На этих ускорителях был продемонстрирован принцип работы, дальнейшее же развитие сдерживалось недостатком знаний точных условий резонанса между ускоряемой частицей и фазой ускоряющего поля.

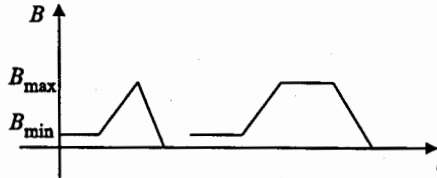
Мы рассмотрели принципы на примере одной частицы. А как себя будут вести группы частиц? Сколько из них ускорится, сколько погибнет? Частицы эти заряженные: с одной стороны, их надо держать как можно плотнее, чтобы не увеличивать объемов камер и создаваемых полей, с другой стороны, они стремятся разойтись и т. д. На основополагающий вопрос о резонансе был дан ответ в 1943 году советским ученым В. И. Векслером, открывшим принцип автофазировки. Это дало толчок к развитию всех современных больших установок. На остальные вопросы ответы были получены (и получаются до сих пор) в процессе развития ускорительной физики. История показывает, что каждые семь лет энергия ускорителей удваивается. Когда исчерпывается возможность одного типа ускорителей, ученые и инженеры придумывают другой и т. д. В настоящее время большое развитие получили так называемые накопительные кольца, в которых формируются и накапливаются частицы или для последующего ускорения, или для организации встречных пучков. Дело в том, что при сбросе ускоренного пучка на неподвижную мишень его основная энергия тратится не на рождение новых частиц, а на поддержку переносного движения всей совокупности пучок-мишень. Если и мишень будет двигаться навстречу пучку, то эквивалентная энергия столкновения получится равной

$$E_{\text{eq}} = 2 \frac{E_L^2}{E_0},$$

где  $E_L$  — энергия в лабораторной системе координат,  $E_0$  — энергия покоя.

В системе центра инерции между налетающей и покоящейся частицей следующее соотношение энергии:  $E_{\text{eq}} = \sqrt{2E_0 E_L}$ . Чтобы увеличить вероятность столкновения, нужно повышать интенсивность, поэтому очень важен момент накопления. Кроме этого, накопительные кольца могут являться источником частиц для последующего ускорения.

Рассмотрим принцип работы большого современного ускорителя, типа протонного синхротрона. Как мы уже сказали, магнитное поле в такой машине должно увеличиваться со временем ускорения. Обычная форма зависимости поля от времени такова:



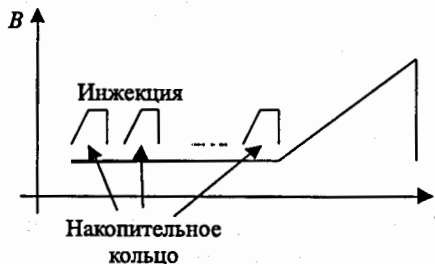
Необходимо некоторое минимальное магнитное поле при инжекции  $V_{\text{инж}}$ , иначе неизбежные его отклонения от заданного значения будут слишком влиять на движение частиц.  $V_{\text{инж}}$  определяет минимальное значение энергии инжектируемых частиц  $E_{\text{инж}}$ . Таким образом, возможна следующая схема ускорителя:

- 1) форинжектор (источник частиц),
- 2) преускоритель (или инжектор) для получения частиц с  $E_{\text{инж}}$ ,
- 3) ускоритель для получения  $E_{\text{max}}$ .

В принципе, в пункте 3 может быть один или два ускорителя, последовательно ускоряющих частицы, причем один из них может накапливать для повышения интенсивности ускоренных частиц в конечном цикле.

Технически это возможно потому, что чем больше энергии дает ускоритель, тем он крупнее, значит, характерные времена его работы (которые определяются, например, индуктивностью обмоток) возрастают и предыдущие каскады ускорителей могут сбрасывать несколько циклов за время одного цикла последующего.

Типичная схема ускорительного комплекса выглядит следующим образом:



В соответствии с этой схемой перечислим основные задачи, стоящие перед физиком, приступившим к сооружению современного ускорителя.

1. Определение (из физической проблемы) принципа ускорения частиц, технической схемы установки, типа ускорителя.
2. Определение конфигурации магнитных и электрических полей, обеспечивающих удержание частиц и их устойчивое ускорение. Расчет динамики частиц и определение точности выполнения всех узлов.
3. Определение возможности получения максимальных интенсивностей, расчет времени жизни частицы в ускорителе.
4. Расчет и оптимизация условий запуска частиц в ускоритель (инжекция).
5. Проблема согласования узлов установки (последовательности: форинжектор, инжектор, бустер, ..., большие кольца).
6. Разработка методов вывода ускоренных частиц.
7. Разводка и транспортировка выведенных пучков.
8. Разработка защиты установок и персонала.
9. Управление всей установкой.
10. Специфические вопросы данного комплекса.

В последнем пункте сейчас можно выделить следующие направления:

а) протонные синхротроны и накопительные кольца на высокие энергии — основные базовые установки всех научных центров мира,

б) линейные ускорители электронов,

в) ускорители протонов на средние энергии, но с большим током: так называемые мезонные фабрики — источники излучения; решение некоторых вопросов энергетики,

г) ускорители тяжелых ионов на низкие энергии — физика ядра и ядерная спектроскопия,

д) ускорители тяжелых ионов на средние и высокие энергии — так называемая релятивистская ядерная физика, накопительные кольца для тяжелых ионов,

е) накопительные кольца для встречных пучков — физика высоких энергий,

ж) ускорители для прикладных исследований (синхротронное излучение, медицина, рентгенокопия и т.д.).

Этим мы закончим разбор общих принципов ускорения и разбор типов ускорителей и займемся вопросами динамики одной частицы в ускорителе.

## Лекция № 2

### ДИНАМИКА ЧАСТИЦ. МЯГКАЯ ФОКУСИРОВКА

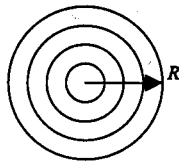
*Физические приближения, позволяющие разделить продольное и поперечное движение. Фокусировка поперечного движения. Сильная и слабая фокусировка*

Основным понятием динамики частиц в ускорителях является понятие орбиты частиц. Орбитой называют замкнутую траекторию, по которой частица с заданной энергией движется в магнитном поле ускорителя (магнитная индукция  $B$  как функция времени, как правило, «медленнее», чем период обращения  $T$ , поэтому понятие орбиты сохраняется и в переменном магнитном поле). Семейство орбит зависит в данном случае от энергии частиц как от параметра. В математике орбита соответствует периодическому решению некоего уравнения движения, причем периодичность движения совпадает с периодичностью магнитного поля.

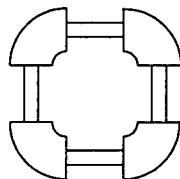
Обычно применяемые в ускорителях магнитные поля имеют плоскость симметрии, которая называется средней или медианной плоскостью, поэтому, как правило, орбиты — это плоские кривые.

Можно привести примеры характерных орбит:

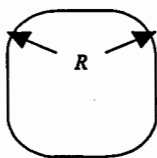
- в линейном ускорителе — прямая, совпадающая с осью ускорителя;
- если магнитное поле постоянно и однородно, то ясно из простых физических предположений, что орбиты — набор concentрических окружностей:



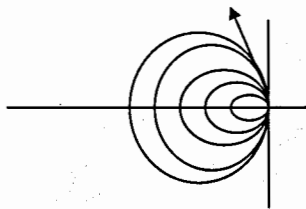
— обычно ускорители (особенно «старые» — классические) состоят из поворотных магнитов и прямолинейных промежутков для размещения ускоряющих станций и измерительной аппаратуры:



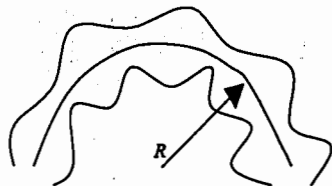
в таких ускорителях орбита есть следующая фигура:



- орбита в циклотроне — в виде раскручивающейся спирали;
- орбиты в микротроне — это семейство окружностей, касающихся в одной точке:



— в современных ускорителях (теорию их мы будем разбирать позже) магнитное поле образовано периодически повторяющимися последовательно секторами с различными зависимостями магнитного поля от радиуса и со свободными от поля промежутками. В таких ускорителях семейство орбит — сложные кривые:

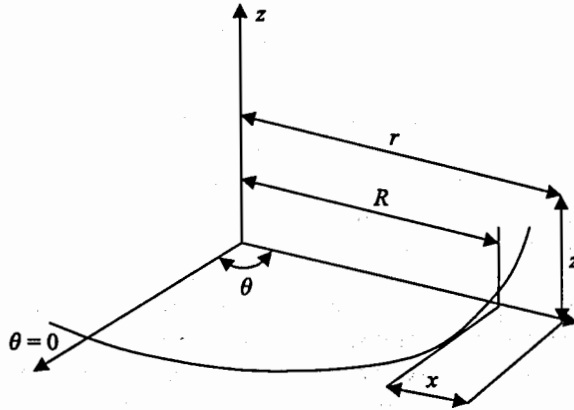


Если магнитное поле циклотронного типа, т. е. постоянно во времени, то с изменением энергии орбита переходит с одной на другую по спирали с неким шагом. Если поле синхротронного типа, т. е. его изменение компенсирует прирост энергии, то существует одна замкнутая постоянная орбита для некой энергии  $E_S$ . Остальные частицы с осцилляциями энергии переходят с одной орбиты на другую около равновесной энергии  $E_S$ .

Существование орбиты — необходимое условие для устойчивого движения частицы, но не достаточное. В реальных установках все частицы имеют отклонения от параметров той единственной идеальной частицы, для которой сосчитана орбита в данном поле. Это связано с ошибками в магнитном поле, отклонениями от синхронизма, рассеянием на остаточном газе и т. д. А самое главное, пучок на входе в ускоритель имеет разброс по координатам, углам влета и энергиям. Поэтому частицы движутся не по орбитам, а по траекториям около этих орбит. Поскольку размеры вакуумной камеры ограничены, следует сохранять компактность траекторий около орбиты. Кроме того, частица должна двигаться таким образом, чтобы сохранялся резонанс с ускоряющей фазой внешнего электрического поля в момент прохождения

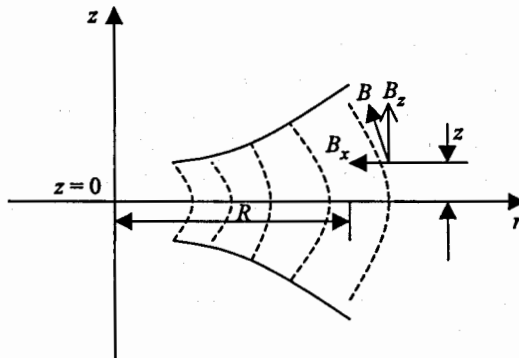
частицей ускоряющего промежутка. Обе эти проблемы определяют необходимость обеспечения устойчивого движения частицы около орбиты. Поскольку все отклонения реальных частиц от идеальной орбиты считаются малыми, то можно разделить продольное и поперечное движение. Совокупность (поскольку поперечных степеней свободы две) движения частиц в поперечном направлении определяется фокусировкой. Рассмотрим фокусировку частиц в наиболее простом случае — азимутально-симметричном магнитном поле.

Для рассмотрения азимутально-симметричного магнитного поля воспользуемся цилиндрической системой координат:



Азимутальная симметрия означает независимость от  $\theta$  ( $\partial/\partial\theta \equiv 0$ ). Предположим дополнительно, что  $B_\theta = 0$ . Остаются две компоненты поля  $B_z$  и  $B_r$ . Введем  $x = r - R$  и обозначим  $B_r \equiv B_x$ . Ясно, что  $B_z = B_z(z, x)$ ,  $B_x = B_x(z, x)$ .

Вспомним о существовании плоскости симметрии (медианной плоскости), в качестве которой выберем  $z = 0$ . Смысл медианной плоскости ясен из рисунка:



$$B_x(z) = -B_x(-z), \quad B_x|_{z=0} = 0, \quad B_z|_{z=0} = B_{z\max}, \quad \left. \frac{\partial B_z}{\partial z} \right|_{z=0} = 0.$$

Пусть в этом поле движется частица с зарядом  $e$  и скоростью  $V_\theta$ . На нее действуют две силы:

$$F_c = \frac{mV_\theta^2}{r} \quad \text{и} \quad F_{L,x} = \frac{e}{c} V_\theta B_z.$$

Если частица движется по орбите, то эти силы равны:

$$\frac{mV_\theta^2}{R} = \frac{e}{c} V_\theta B_z \Big|_{x=0, z=0}.$$

Другая компонента силы Лоренца

$$F_{L,z} = \frac{e}{c} V_\theta B_x, \quad \text{причем} \quad F_{L,z} \Big|_{z=0} = 0.$$

В принципе, скорость частицы  $V$  имеет 3 компоненты:

$$V_\theta = r\dot{\theta}, \quad V_x = \dot{r} \equiv \dot{x}, \quad V_z = \dot{z},$$

однако можно считать, что  $V_\theta \approx V$ , поскольку

$$V_\theta = \left( V^2 - V_x^2 - V_z^2 \right)^{1/2} \approx V \quad \text{с точностью до} \quad \frac{V_x^2}{V^2}; \quad \frac{V_z^2}{V^2}.$$

Движение будет устойчивым, если отклонение частицы от орбиты будет вызывать силу, возвращающую частицу к орбите, т. е. вызывающую колебания в направлениях  $x$  и  $z$ . Движение в этих направлениях можно описать уравнениями

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) = F_c - F_{L,x}, \quad \frac{d}{dt}(m\dot{z}) = F_{L,z}.$$

Поскольку мы считаем поле постоянным, то уравнения переходят в

$$m\ddot{x} = F_c - F_{L,x}, \quad m\ddot{z} = F_{L,z}.$$

Разложим компоненты магнитного поля  $B_z$ ,  $B_x$  около орбиты в ряд по степеням  $x/R$ ,  $z/R$  до членов линейного порядка, при этом учтем симметрию поля и условие

$$\text{rot}_\theta \mathbf{B} = 0.$$

Получим

$$B_z \approx B_z(R) \left( 1 - n \frac{x}{R} \right) + \dots,$$

$$B_x \approx -n B_z(R) \frac{z}{R} + \dots,$$

$$\text{где } n = - \frac{R}{B_z(R)} \left( \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \Big|_{x=z=0}.$$

Величина  $n$  — важнейшая характеристика ускорителя, называемая показателем спада магнитного поля. Физический смысл величины  $n$  — это градиент



магнитного поля в области орбиты, он виден из следующего. Разложим все силы, действующие на частицу по степеням  $x/R$ , воспользовавшись при этом определением  $n$  и тем, что  $F_c = F_c(R)(1 - x/R)$ . Учтем, что  $F_c(R) = mV^2/R$ ,  $V^2 \equiv \text{const}$ , тогда

$$F_{L,y} \cong F_{L,y}(R) \left(1 - n \frac{x}{R}\right),$$

$$F_{L,z} \cong -F_{L,z}(R)n \frac{z}{R}.$$

При этом согласно определению орбиты

$$F_c(R) = F_{L,x}(R) = \frac{mV^2}{R}.$$

Уравнения движения переходят в

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_c - F_{L,x}(x) = F_c(R) \left(1 - \frac{x}{R}\right) - F_{L,x}(R) \left(1 - n \frac{x}{R}\right) = \\ &= F_c(R) - F_{L,x}(R) - F_{L,x}(R)(1 - n) \frac{x}{R}, \end{aligned}$$

$$\ddot{x} + \frac{F_{L,x}(R)}{mR} (1 - n)x = 0,$$

$$m\ddot{z} = -F_{L,z}(R)n \frac{z}{R},$$

$$\ddot{z} + \frac{F_{L,z}(R)}{mR} nz = 0.$$

Поскольку разложение сил  $F_{L,x}(x)$  и  $F_{L,z}(x)$  идет по степеням  $z$  и  $x$ , то можно легко увидеть, что

$$\frac{F_{L,x}(R)}{mR} = \frac{F_{L,z}(R)}{mR} = \left(\frac{eB_z(R)}{mc}\right)^2 \equiv \frac{V^2}{R^2} \equiv \omega^2,$$

где  $\omega$  — угловая частота обращения частицы по орбите. Итак, мы получаем

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega^2(1 - n)x = 0, \\ \ddot{z} + \omega^2 nz = 0, \end{cases}$$

т. е. уравнения гармонических колебаний в двух направлениях с частотами

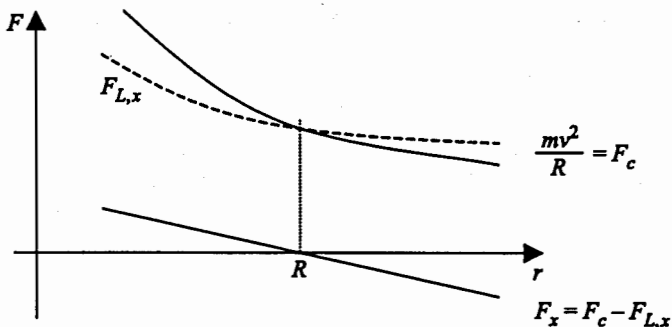
$$\omega_x = \omega\sqrt{1 - n}, \quad \omega_z = \omega\sqrt{n}$$

соответственно.

Это означает: чтобы колебания частицы около орбиты были устойчивы и чтобы частица испытывала при отклонении в любом направлении возвращающую к орбите силу, необходимо выполнение условия

$$0 < n < 1.$$

Колебания около орбиты с этими частотами принято называть бетатронными (впервые это явление было изучено на бетатроне). Условие на  $n$  — основное в так называемых слабофокусирующих машинах. Оно означает, что магнитное поле должно убывать по радиусу ( $(\partial B_z)/(\partial r) < 0$ ), но не быстрее чем  $r^{-1}$ .



Решения уравнений бетатронных колебаний легко записываются:

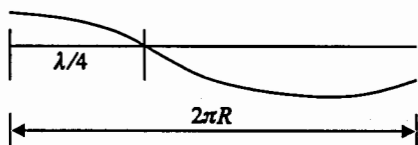
$$x = A_x \cos(\omega_x t + \alpha_x),$$

$$z = A_z \cos(\omega_z t + \alpha_z),$$

где  $A_x, A_z, \alpha_x, \alpha_z$  — начальные фазы и амплитуды частиц.

Длины волн бетатронных колебаний  $\lambda_x = \frac{2\pi R}{\sqrt{1-n}}$ ,  $\lambda_z = \frac{2\pi R}{\sqrt{n}}$  больше длины орбиты.

При  $\alpha \equiv 0$



Если перейти к азимутальному углу  $\theta = \omega t$ , то уравнения запишутся в виде

$$x'' + \nu_x x = 0,$$

$$z'' + \nu_z z = 0,$$

где  $\nu_x = \sqrt{1-n}$  и  $\nu_z = \sqrt{n}$  — число колебаний на орбите. Значения частот колебаний:  $\nu_x < 1$  и  $\nu_z < 1$ . Отсюда название «слабая фокусировка» в отличие от сильной, когда  $\nu_x \gg 1$  и  $\nu_z \gg 1$ , но об этом позже.

## Лекция № 3

### ДИНАМИКА ЧАСТИЦ. ЖЕСТКАЯ ФОКУСИРОВКА

*Жесткая фокусировка. Сравнение с классической оптикой, приближение тонкой линзы. Матричный подход. Уравнение Хилла. Матрицы для основных элементов магнитной оптики. Резонанс и условия его возникновения. Сетка резонансов*

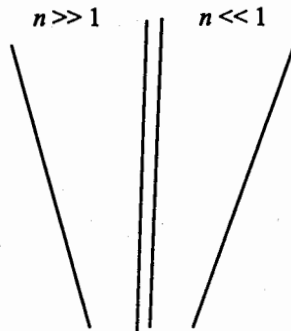
Полученные в предыдущей лекции уравнения движения являются полными и достаточными, если мы имеем дело с простой машиной (бетатрон, циклотрон), где азимутально-однородное поле занимает весь объем ускорителя. В большинстве случаев это не так. Обычно ускоритель состоит из участков, или секторов. В современных ускорителях сектора, в которых создано заворачивающее частицу магнитное поле, сочетаются с прямолинейными промежутками. Сектора, где существует фокусировка по  $x$  ( $n < 0$ ) и дефокусировка по  $z$ , сочетаются с секторами, где фокусировка по  $z$  существует с одновременной дефокусировкой по  $x$  ( $n > 1$ ). В этом случае необходимо кусочное решение уравнений движения в каждом секторе и их «сшивка», причем выходные параметры частицы на предыдущем секторе являются начальными для последующих. Таким образом, мы подходим к проблеме знакопеременной фокусировки.

Идея очень простая. Поскольку уравнения поперечных движений частицы около орбиты получаются аналогичными уравнениям гармонического осциллятора, а в последних есть инвариант  $A^2\omega$ , где  $A$  — амплитуда колебаний (смысл его: энергия поперечных колебаний), то при одной и той же энергии более жесткий осциллятор (с большей частотой  $\omega$ ) будет давать меньшую амплитуду колебаний. Амплитуда колебаний определяет размеры вакуумной камеры и, следовательно, объем магнита, а значит, большие затраты по энергии. Отсюда ясно, что малая амплитуда — это благо. Как показывают уравнения слабофокусирующего поля, одновременно в двух направлениях сильную фокусировку в азимутально-однородном поле сделать нельзя. Отсюда отказ от азимутальной однородности. Простой аналог: две линзы с фокусными расстояниями  $f_1$  и  $f_2$  на расстоянии  $L$  друг от друга. Суммарное фокусное расстояние

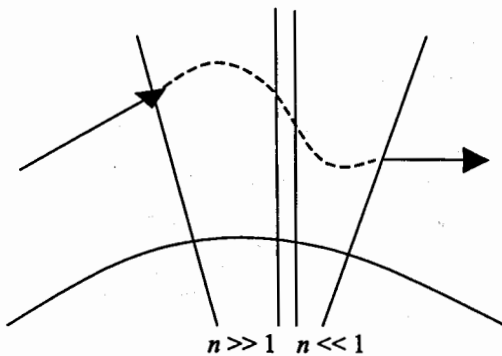
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{L}{f_1 f_2}.$$

Если  $f_2 = -f_1 \equiv f$ , то  $F = |f|^2/L > 0$ , и такая оптическая система дает большой фокусирующий эффект.

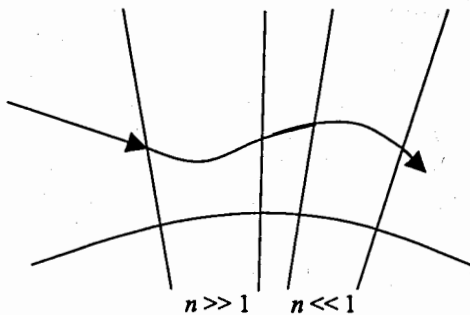
Представим себе два участка магнитного поля с различными по знаку градиентами магнитного поля:



Возьмем для определенности силу в направлении  $z$ :  $F_z = -m\omega^2 n Z$ . Рассмотрим два варианта:

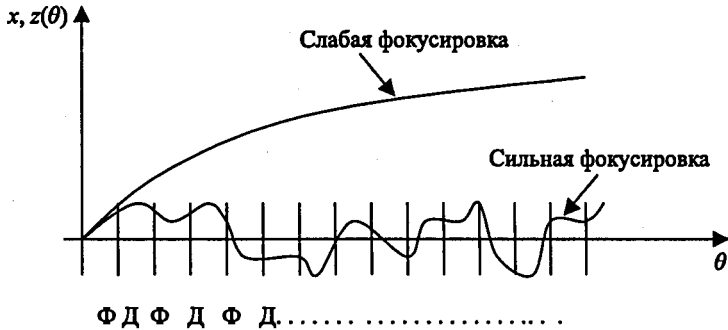


Частица испытала большее фокусирующее, чем дефокусирующее, действие, поскольку при  $n \gg 1$  отклонение от орбиты больше, чем в секторе, где  $n \ll 1$ .



Частица уходит от орбиты меньше в дефокусирующем секторе ( $n < 0$ ), чем в фокусирующем, опять же из-за разницы в отклонении.

Реальный график колебаний выглядит как ( $\Phi$  — фокусирующий элемент,  $\Delta$  — дефокусирующий элемент):

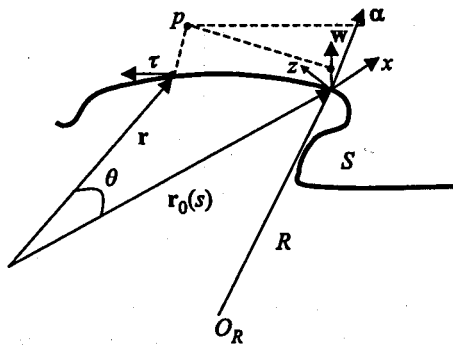


Ясно, что для описания движения частицы в сильнофокусирующем ускорителе уравнений

$$\begin{aligned} x'' + \nu_x x &= 0, \\ z'' + \nu_z z &= 0 \end{aligned}$$

недостаточно.

Симметрии нет — частица движется по сложной траектории:



и положение частицы характеризуется длиной дуги траектории  $S$ , радиус кривизны орбиты не совпадает с радиусом и геометрическим центром машины. Движение частицы легче всего описать в системе натурального трехгранника, образованного векторами внешней нормали  $\alpha$ , касательной  $\tau$  и бинормали  $w$ .

Пусть существует некая выделенная частица в точке орбиты с продольной координатой  $S$ , и этой точке соответствует радиус кривизны  $R$ , проведенный из центра  $O_R$ , тогда радиус произвольной точки можем записать в виде

$$\mathbf{r}(p) = \mathbf{r}_0(s) + x\alpha(s) + zw, \quad \frac{d\mathbf{r}_0}{ds} = \boldsymbol{\tau}.$$

Далее следует использовать математический аппарат, основанный на:

- 1) записи уравнений Максвелла и уравнений сил в системе сопровождающего трехгранника;

2) разложении сил, действующих на частицу, по степеням  $x/R$  и  $z/R$ .  
Общий вид полученных уравнений для  $x$ - и  $z$ -колебаний можно представить в виде

$$\frac{d^2 y}{d\theta^2} + g(\theta)y = 0.$$

При этом коэффициент  $g(\theta)$  обладает условием  $g(\theta + \theta_0) = g(\theta)$ , где  $\theta_0$  — период (ясно, что любое магнитное поле повторяет себя через некоторый период). Это уравнение называется уравнением Хилла.

Если  $g(\theta) = g_0 + g_1 \cos 2\pi(\theta/\theta_0)$ , то получим частный случай, который называют уравнением Матье. Это уравнение часто встречается в механике и в астрономии (система из вертикально стоящего маятника с осциллятором у основания, возмущение движения системы из двух планет третьей и т. д.).

Условие периодичности — важное условие. На его основе выводится так называемая теорема Флоке, согласно которой решение уравнения Хилла может быть представлено в виде комбинации нормальных решений  $Y_1(\theta)$  и  $Y_2(\theta)$ . Каждое из нормальных решений обладает свойством

$$Y_{1,2}(\theta + \theta_0) = \tau_{1,2} Y_{1,2}(\theta)$$

и, соответственно,

$$Y'_{1,2}(\theta + \theta_0) = \tau_{1,2} Y'_{1,2}(\theta),$$

где  $\tau_{1,2}$  — некоторые постоянные множители, не зависящие от  $\theta$  и определяемые видом функции  $g(\theta)$ .

Поскольку параметры  $\tau_{1,2}$  определяют «изменение» функций  $Y_{1,2}$  и  $Y'_{1,2}$ , то их определение становится необычайно важным.

Пусть функции  $Y_{1,2}$  и  $Y'_{1,2}$  образуют двухкомпонентный вектор

$$\mathbf{Y}_{1,2}(\theta) = \begin{pmatrix} Y_{1,2}(\theta) \\ Y'_{1,2}(\theta) \end{pmatrix}.$$

Будем рассматривать переход от  $\mathbf{Y}_{1,2}(\theta)$  к  $\mathbf{Y}_{1,2}(\theta + \theta_0)$  как линейное преобразование

$$\mathbf{Y}_{1,2}(\theta + \theta_0) = Q \mathbf{Y}_{1,2}(\theta),$$

производимое матрицей  $Q$ , называемой матрицей перехода:

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix}.$$

Принимая во внимание свойства функций  $Y_{1,2}$ , можем записать уравнение

$$Q \mathbf{Y}_{1,2} = \tau_{1,2} \mathbf{Y}_{1,2},$$

где  $\mathbf{Y}_{1,2}$  и  $\tau_{1,2}$  есть собственные функции и собственные значения этого векторного уравнения. Опустим индексы 1 и 2 и перепишем уравнение для  $\mathbf{Y}$ , раскрывая  $Q$  и пользуясь определением  $\tau$ :

$$\begin{pmatrix} Y(\theta + \theta_0) \\ Y'(\theta + \theta_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11}Y(\theta) + Q_{12}Y'(\theta) \\ Q_{21}Y(\theta) + Q_{22}Y'(\theta) \end{pmatrix},$$

что приводит к системе однородных алгебраических уравнений

$$(Q_{11} - \tau)Y + Q_{12}Y' = 0,$$

$$Q_{21}Y + (Q_{22} - \tau)Y' = 0.$$

Условие существования нетривиальных решений — обращение в нуль детерминанта матрицы:

$$\tau^2 - (Q_{11} + Q_{22})\tau + \det Q = 0.$$

$$\det Q = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{vmatrix}.$$

$Q_{11} + Q_{22} = \text{Sp}(Q)$ ,  $\text{Sp}$  — след матрицы. Тогда

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{2} \text{Sp}(Q) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \text{Sp}(Q)\right)^2 - \det Q}.$$

Отсюда имеем  $\tau_1\tau_2 = \det Q$ .

Вспомним условие из теории дифференциальных уравнений:  $\mathcal{W} = \text{const}$  (здесь  $\mathcal{W}$  — вронскиан),

$$\mathcal{W} = \begin{vmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_1' & Y_2' \end{vmatrix}.$$

$\mathcal{W}' = 0$  (это легко доказать, если продифференцировать  $\mathcal{W}$  и воспользоваться тем, что  $Y'' = -gY$ ). Если мы учтем то, что  $\mathcal{W} = \text{const}$ , и имеющееся уравнение (условие)  $Y(\theta + \theta_0) = \tau Y(\theta)$ , то получим

$$\tau_1\tau_2 = 1,$$

$$Y_1(\theta + \theta_0)Y_2'(\theta + \theta_0) - Y_2(\theta + \theta_0)Y_1'(\theta + \theta_0) = \tau_1\tau_2,$$

$$(Y_1(\theta)Y_2'(\theta) - Y_2(\theta)Y_1'(\theta)) = \mathcal{W}(\theta),$$

т. е.  $\det Q = 1$ , и

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{2} \text{Sp}(Q) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \text{Sp}^2(Q) - 1}.$$

Поскольку частица проходит много периодов, то  $Y_{1,2}(\theta + k\theta_0) = \tau^k Y_{1,2}(\theta)$ . Чтобы функции  $Y_{1,2}$  не возрастали, требуется, чтобы  $|\tau_{1,2}| \leq 1$ , а вместе с условием  $\tau_1\tau_2 = 1$  это означает, что  $|\tau_1| = |\tau_2| = 1$ . Далее можно написать, что  $\tau_1 = e^{i\mu}$ ,  $\tau_2 = e^{-i\mu}$ , и из уравнения находим  $\cos \mu = (\text{Sp } Q)/2$ , а тогда условие невозрастания  $Y_{1,2}$  (т. е. устойчивость) имеет вид

$$|\cos \mu| < 1.$$

Теперь функции  $Y_{1,2}$  можно выбрать как комплексно-сопряженные:

$$Y_1(\theta) = f(\theta) e^{i(\mu/\theta_0)\theta}, \quad Y_2(\theta) = f^*(\theta) e^{-i(\mu/\theta_0)\theta},$$

$f(\theta)$  — функция с периодом  $\theta_0$  (функция Флоке). Итак, мы имеем в этом случае два колебания: с частотой  $\mu/\theta_0$  и с частотой  $2\pi/\theta_0$ . И мы можем, зная матрицу перехода  $Q$ , сразу определить устойчивость или неустойчивость, исходя из определения

$$\left| \frac{1}{2} \text{Sp } Q \right| < 1,$$

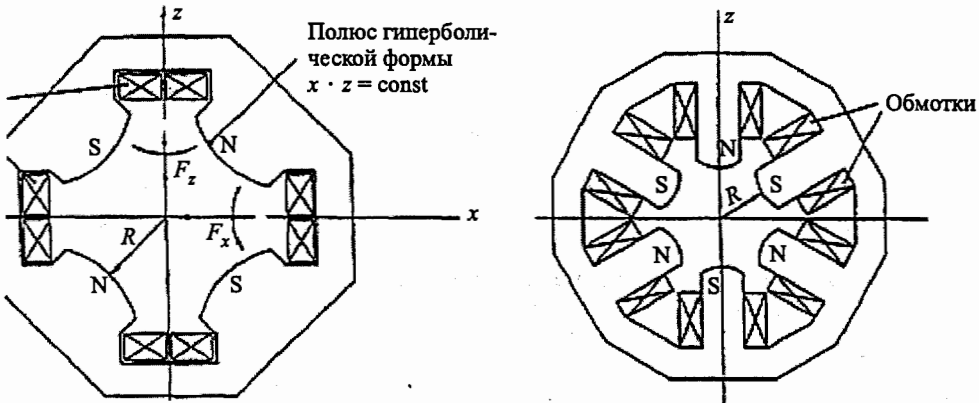
а для нахождения огибающей ( $f^2$ ) найти функцию Флоке для каждого конкретного вида  $g(\theta)$ . А что же представляет собой матрица перехода?

Вектор  $Y_{1,2}$  имеет следующий физический смысл: это координата и угол частицы при входе в участок с магнитным полем. Матрица  $Q$  преобразовывает эти координаты и дает их значения на выходе из участка. Примеры оптических элементов:

Поворотный магнит (диполь):

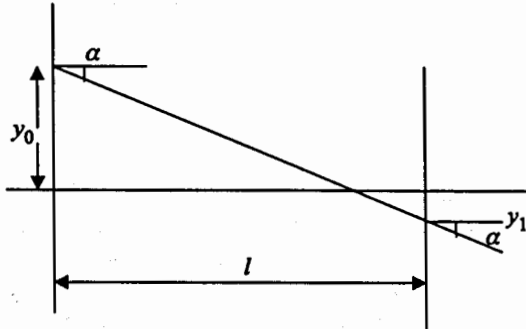


Квадрупольный (четыреполюсный) и секstupольный (шестиполюсный) магниты:



Примеры расчета матриц перехода для простейших случаев оптических элементов:



1. Прямой (свободный от поля) участок длиной  $\ell$ 

В начале мы имеем  $Y_0$  и  $Y'_0 = \text{tg } \alpha$ , в конце мы получим  $Y_1 = Y_0 + \ell \text{tg } \alpha = Y_0 + \ell Y'_0$  и  $Y'_1 = Y'_0$ ,

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \ell \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_0 \\ Y'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_0 + \ell Y'_0 \\ Y'_0 \end{pmatrix}.$$

## 2. Фокусирующий участок азимутально-однородного поля

Если частица имела на входе координаты  $Y_0$  и  $Y'_0$ , то на выходе (согласно предыдущим расчетам)

$$Y_1 = Y_0 \cos \sqrt{k} \varphi + \frac{Y'_0}{\sqrt{k}} \sin \sqrt{k} \varphi,$$

$$Y'_1 = -\sqrt{k} Y_0 \sin \sqrt{k} \varphi + Y'_0 \cos \sqrt{k} \varphi,$$

т. е. матрица перехода имеет вид

$$Q = \begin{pmatrix} \cos \sqrt{k} \varphi & \frac{1}{\sqrt{k}} \sin \varphi \\ -\sqrt{k} \sin \sqrt{k} \varphi & \cos \sqrt{k} \varphi \end{pmatrix},$$

$$\text{где } \sqrt{k} = \begin{cases} \sqrt{1-n} \\ \sqrt{n} \end{cases}.$$

Так же определяется матрица перехода для дефокусирующих элементов, линз и т. д. Если же имеется набор секторов:

Ф О Д О Ф ...

(Ф — фокусирующий элемент, Д — дефокусирующий элемент, О — прямолинейный промежуток), то суммарная матрица перехода получается перемножением матриц перехода отдельных систем (в обратном прохождении!), затем находится ее след (сумма элементов на главной диагонали) и определяется устойчивость движения.

В качестве характерного примера рассмотрим случай, когда период  $\theta_0$  состоит из двух участков:

$$\theta_0 = \theta_1 + \theta_2.$$

На каждом из участков функция  $g$  имеет постоянное значение:

$$g = \text{const} = \begin{cases} > 0, & \text{если } 0 \leq \theta \leq \theta_1 \\ < 0, & \text{если } 0 \leq \theta \leq \theta_2 \end{cases}$$

( $\theta$  считается от нуля на своем участке).

Участок 1 будем называть фокусирующим, участок 2 — дефокусирующим. Можно сразу написать решение:

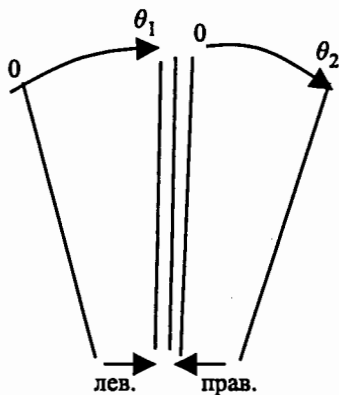
$$y(\theta) = \begin{cases} C^{\Phi} \cos \alpha_1 \theta + S^{\Phi} \sin \alpha_1 \theta \\ C^{\mathcal{D}} \text{ch } \alpha_2 \theta + S^{\mathcal{D}} \text{sh } \alpha_2 \theta \end{cases},$$

где  $\alpha_1 = \sqrt{g_1}$ ,  $\alpha_2 = \sqrt{|g_2|}$ , и, соответственно,

$$y'(\theta) = \begin{cases} -C^{\Phi} \alpha_1 \sin \alpha_1 \theta + S^{\Phi} \alpha_1 \cos \alpha_1 \theta \\ \alpha_2 C^{\mathcal{D}} \text{ch } \alpha_2 \theta + \alpha_2 S^{\mathcal{D}} \text{sh } \alpha_2 \theta \end{cases},$$

и граничные условия:

$$y_{\text{лев}}(\theta_{\text{гр}}) = y_{\text{прав}}(\theta_{\text{гр}}),$$



$$\frac{dy}{dt} \Big|_{\theta_{\text{лев}}=\theta_{\text{гр}}} = \frac{dy}{dt} \Big|_{\theta_{\text{прав}}=\theta_{\text{гр}}}.$$

Введем двухкомпонентный вектор

$$\mathbf{Y}' = \begin{pmatrix} y(\theta) \\ y'(\theta) \end{pmatrix}.$$

Найдем матрицу перехода этого вектора из точки  $\theta = 0$  в точку  $\theta = \theta_1$ :

$$Y^\Phi(\theta_1) = \begin{pmatrix} cC^\Phi + sS^\Phi \\ -\alpha_1 s C^\Phi + \alpha_1 c S^\Phi \end{pmatrix}, \quad Y^\Phi(0) = \begin{pmatrix} C^\Phi \\ \alpha_1 S^\Phi \end{pmatrix},$$

$$c \equiv \cos \alpha_1 \theta_1, \quad s \equiv \sin \alpha_1 \theta_1.$$

$$Y^\Phi(\theta_1) = Q^\Phi Y^\Phi(0), \quad Q^\Phi = \begin{pmatrix} Q_{11}^\Phi & Q_{12}^\Phi \\ Q_{21}^\Phi & Q_{22}^\Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & s/\alpha_1 \\ -\alpha_1 s & c \end{pmatrix}.$$

Аналогично находится матрица для дефокусирующего сектора из  $\theta = 0$  в  $\theta = \theta_2$ .

$$Q^D = \begin{pmatrix} \text{ch} & \frac{1}{\alpha_2} \text{sh} \\ \alpha_2 \text{sh} & \text{ch} \end{pmatrix}, \quad \text{здесь} \quad \begin{array}{l} \text{ch} \equiv \text{ch} \alpha_2 \theta_2 \\ \text{sh} \equiv \text{sh} \alpha_2 \theta_2 \end{array}$$

Если теперь написать матрицу перехода из точки  $\theta = 0$  фокусирующего участка в точку  $\theta = \theta_2$  дефокусирующего участка, получим

$$Y^D(\theta_2) = Q^D Q^\Phi Y^\Phi(0).$$

Компоненты  $Q = Q^D Q^\Phi$  находим по правилам перемножения матриц:

$$Q = \begin{pmatrix} c \cdot \text{ch} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} s \cdot \text{sh} & \frac{1}{\alpha_1} s \cdot \text{ch} + \frac{1}{\alpha_2} c \cdot \text{sh} \\ \alpha_2 \cdot c \cdot \text{sh} - \alpha_1 \cdot s \cdot \text{ch} & c \cdot \text{ch} + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} s \cdot \text{sh} \end{pmatrix}.$$

Отсюда определяем

$$\cos \mu = \frac{1}{2} \text{sh} Q = c \cdot \text{ch} + \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right) \cdot s \cdot \text{sh}.$$

Найдем область устойчивости.

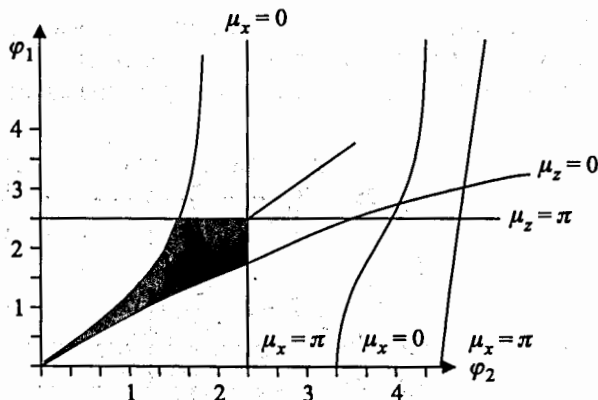
Пусть  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_0/2$ . Обозначим также

$$c = \cos \alpha_1 \frac{\theta_0}{2}, \quad s = \sin \alpha_2 \frac{\theta_0}{2},$$

$$\text{ch} = \text{ch} \alpha_2 \frac{\theta_0}{2}, \quad \text{sh} = \text{sh} \alpha_2 \frac{\theta_0}{2}.$$

Эти функции ограничены областью  $\mu = 0$  и  $\mu = \pi$ .

Если построить на плоскости  $\varphi_1 = \alpha_1 \theta_1$ ,  $\varphi_2 = \alpha_2 \theta_2$  эту область, то она имеет вид



Таким образом, найдена область устойчивости по  $x$  (предположительная). Однако необходима область устойчивости и по  $z$ . Для сильной фокусировки обычно  $g_x \cong -g_z$  (это видно из аналога слабой фокусировки). Поэтому область устойчивости по  $z$  можно найти, зеркально отразив все относительно линии  $\varphi_1 = \varphi_2$ . Получающаяся на диаграмме фигура — «галстук» устойчивости колебаний в двух направлениях одновременно.

Возможности расчета сложных систем привели к созданию сложных периодических структур с разделенными функциями. Одни блоки только заворачивают частицу, другие ее фокусируют.

Наиболее употребительны структуры ФОВО (фокусирующая линза — прямолинейный промежуток — дефокусирующая линза — прямолинейный промежуток). Однако эти структуры могут быть организованы по-разному. Так, например, во FNAL на ускорителе тэватрон такая структура выглядит следующим образом:  $Q_{\Phi}LBVVV Q_{\Delta}LBVVV$ , здесь  $Q_{\Phi}$  — квадруполь фокусировки,  $L$  — свободный от поля промежуток,  $V$  — заворачивающий магнит (диполь).

Однако, к сожалению, определения лишь области устойчивости  $|\cos \mu| < 1$  недостаточно. В реальных структурах магнитное поле отличается от идеального, периоды не равны, градиенты отличаются от расчетных. Все это требует трансформации полученных условий на движение в случае возмущений. Поскольку возмущения также периодичны, то их опасность состоит прежде всего в возникновении различных резонансов.

Наиболее простые условия резонансов выглядят следующим образом:

$$\nu_x = k_x, \quad \nu_x = k_x + 1/2 \quad \text{или} \quad \nu_z = k_z, \quad \nu_z = k_z + 1/2,$$

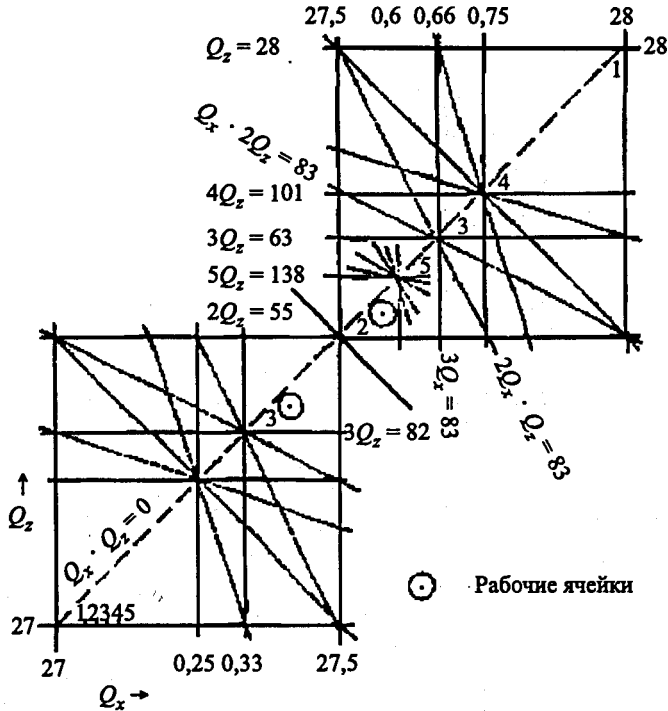
где  $k_{x,z}$  — целые числа.

При этом колебания могут раскачиваться из-за наличия

- 1) возмущения  $n$  — параметрический резонанс («качели»),
- 2) возмущения магнитного поля (внешний резонанс, бесконечное нарастание колебаний из-за притока энергии извне),
- 3)  $\nu_x + \nu_z = k$  — суммовый резонанс — переход колебаний из  $x$  в  $z$  и наоборот (биение), однако возможна раскачка из-за связи с продольным движением,

4)  $\nu_x - \nu_z = k$  — разностный резонанс, биеение, но без взаимной раскачки.

Поэтому «галстук» испещряется линиями резонанса и на нем остается только очень узкая область («бриллиант»), которая называется рабочей ячейкой.



Пример рабочей ячейки ускорителя SPS (ЦЕРН)

Рабочая точка идет из «0» в «k», пересекая несколько резонансов высшего порядка, влияние которых компенсируется специальными корректирующими системами.

Формирование магнитного поля — сложнейшая задача. Отличие полей одного периода от другого  $10^{-3}$ – $10^{-4}$  по полям и  $10^{-2}$  по градиентам. Современная теория и опыт позволяют это делать. Достаточно сказать, что в накопителях пучок вращается часами без больших потерь.

## Лекция № 4

### ПРОДОЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ. АВТОФАЗИРОВКА

*Продольное движение частиц. Фазовая устойчивость. Принцип автофазировки. Сепаратриса. Критическая энергия*

Условия фокусировки позволяют частицам проходить в ускорителях длинный путь, совершая множество оборотов. При этом необходимо создать такие условия, чтобы частица приобретала проектную для этой установки энергию. Для этого используется, как правило, резонансный режим ускорения, при котором поддерживается синхронизм (отсюда название «синхротрон») между обращением частицы в магнитной системе (с частотой  $\omega$ ) и периодическим изменением ускоряющего электрического поля с частотой  $\omega_0$ , причем в общем случае  $\omega = \omega(t)$ , и  $\omega_0 = \omega_0(t)$ .

Синхронизм означает, что  $\omega_0 = q\omega$ ,  $q$  — целое число, называемое кратностью ускорения. В принципе такое соотношение может выполняться только для одной частицы при очень точно соблюдаемых условиях. Это обстоятельство не позволяло долгое время «рискнуть» строить большие машины. Но оказалось, что согласно принципу автофазировки, открытому советским ученым В. И. Векслером, синхронизм может реализовываться в среднем за большое количество оборотов.

Этот принцип мы рассмотрим позднее, а сейчас определим основные зависимости характеристик орбит от энергии в магнитных системах.

При этом мы можем воспользоваться тем обстоятельством, что движение частицы по орбите приводит к колебаниям (их называют синхротронными) около точки синхронизма за время, существенно большее времени оборота, а поперечные колебания (бетатронные) происходят быстро. Их период меньше или значительно меньше времени оборота. Это обстоятельство позволяет рассматривать эти два типа колебаний, по крайней мере в первом приближении, несвязанными. Поэтому забудем на время о бетатронных колебаниях и следим только за продольным движением.

При движении частицы по орбите в магнитной системе частота ее обращения  $\omega$ , вообще говоря, зависит от энергии частицы и усредненного вдоль орбиты магнитного поля  $\langle B \rangle$ , т. е.  $\omega = \omega(E, \langle B \rangle)$ . Степень зависимости  $\omega$  от  $E$  принято характеризовать функцией  $K(E)$ , которая носит название показателя автофазировки:

$$K(E) = - \left[ \frac{E}{\omega(E)} \frac{\partial \omega}{\partial E} \right]_B$$

Индекс  $B$  означает, что производная берется при постоянном магнитном поле  $B$  (имеется в виду компонента поля  $B_z$ ).

В азимутально-однородном поле радиус равен  $R = \frac{pc}{eB(R)} = \frac{E\beta}{eB(R)}$  и  $\omega = \frac{ceB(R)}{E}$ .

Если  $B$  однородно, т. е. не зависит от  $r$ , то  $K = 1$ .

В произвольной магнитной системе, в которой частица с импульсом  $p$ , скоростью  $V$  имеет длину орбиты  $C$  («circumference»), целесообразно ввести параметр

$$\alpha = \left[ \frac{p}{C(p)} \frac{\partial C}{\partial p} \right]_B, \quad \frac{\Delta R}{R} = \alpha \frac{\Delta p}{p},$$

который носит название коэффициента расширения орбит («compaction factor»). Величина  $\alpha$  показывает относительное увеличение орбиты при росте импульса. При  $\alpha \geq 1$  орбиты в радиальном направлении расположены редко, при  $\alpha \ll 1$  орбиты расположены плотно. Нетрудно найти связь между  $K$  и  $\alpha$ . Для этого заметим, что  $\omega = (2\pi V)/\alpha$ .

Отсюда  $\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta V}{V} - \alpha \frac{\Delta p}{p}$  (из определения  $\alpha$ :  $\frac{\Delta C}{C} = \alpha \frac{\Delta p}{p}$ ).

Учитывая

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\Delta E}{E}, \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \frac{\Delta E}{E},$$

получаем

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \frac{\Delta E}{E} - \alpha \frac{\Delta E}{\beta^2 E}.$$

Поскольку

$$\beta^2 = 1 - \frac{E_0^2}{E^2}, \quad 2\beta\Delta\beta = \frac{2E_0^2}{E^3} \Delta E,$$

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{E_0^2}{\beta^2 E^2}, \quad \frac{\Delta E}{E} = \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \frac{\Delta E}{E},$$

$$p = \frac{E\beta}{c}, \quad \Delta p = \frac{\Delta E\beta}{c} + \frac{E}{c} \Delta\beta,$$

значит,

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta\beta}{\beta} = \left( 1 + \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \right) \frac{\Delta E}{E} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\Delta E}{E},$$

тогда

$$K = -\frac{E}{\omega} \frac{\Delta\omega}{\Delta E}, \quad \frac{\Delta\omega}{\omega} = -K \frac{\Delta E}{E}, \quad -K = \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} - \frac{\alpha}{\beta^2},$$

$$K = 1 - \frac{1 - \alpha}{\beta^2}, \quad K = \frac{\alpha\gamma^2 - 1}{\gamma^2 - 1}.$$

Из этих важных формул видно, что параметр автофазировки  $K$  определяется параметром  $\alpha$ .

Для случая азимутально-симметричного поля  $C = 2\pi R$ ,  $p = (e/c)B(R)R$  находим

$$\alpha = \frac{p}{2\pi R} \frac{\partial 2\pi R}{\partial p} = \frac{p}{R} \frac{\partial}{\partial R} \frac{pc}{eB(R)} = \frac{pc}{Re} \left( \frac{1}{B} - \frac{\partial B p}{B^2 \partial R} \frac{\partial R}{\partial p} \right) =$$

$$= \frac{pc}{Re} \left( \frac{1}{B} - \frac{R}{B^2} \frac{\partial B}{\partial R} \alpha \right) = \frac{pc}{eR B} (1 + n\alpha),$$

$$\alpha = \frac{p}{R} \frac{\partial R}{\partial p} \quad \text{или} \quad \alpha = \left( 1 + \frac{np}{R} \frac{\partial R}{\partial p} \right) = 1 + n \frac{\alpha R p}{p R} = 1 + n\alpha,$$

$$\alpha = \frac{1}{1-n}, \quad K(E) = 1 + \frac{n}{1-n} \frac{1}{\beta^2} \quad (\text{если } n=0, \text{ то } K=1).$$

Отсюда ясно, что для  $0 < n < 1$   $K > 0$  и  $\alpha > 1$ .

Для сильной фокусировки ( $\alpha \sim 1/\nu_x^2$ )  $\alpha \ll 1$  и, согласно определению  $K$ , для случая  $\beta \ll 1$  параметр  $K \approx 1/\beta^2 < 0$ , а для релятивистского случая, когда  $\beta \approx 1$ ,  $K \approx \alpha > 0$ .

Это значит, что в процессе ускорения значение  $K$  проходит через ноль. Точку  $K = 0$  называют точкой критической энергии. В этой точке

$$\alpha\gamma^2 - 1 = 0, \quad \gamma \sim \frac{1}{\sqrt{\alpha}}, \quad E_{\text{кр}} = \frac{E_0}{\sqrt{\alpha}} \quad \text{и} \quad \frac{\partial \omega}{\partial E} = 0,$$

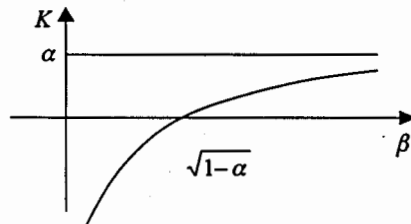
т. е. частота не зависит от роста энергии и эффект автофазировки пропадает. Ясно, что для слабой фокусировки критическая энергия отсутствует ( $\alpha > 1$ ).

Сделаем небольшое отступление. Представим себе ускоритель, в котором  $K = 0$  во всей области энергии, тогда

$$E = \sqrt{1-n} E_0, \quad \alpha\gamma^2 = 1, \quad \gamma^2 = \frac{1}{\alpha},$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{E}{E_0}, \quad \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = n,$$

но, поскольку  $E^2 = E_0^2 + e^2 B^2 r^2$ ,





имеем

$$E^2 = (1 - n)E_0^2 = E_0^2 + e^2 B^2 r^2, \quad n = -\frac{e^2 B^2 r^2}{E_0^2},$$

или

$$\frac{dB}{dR} = \frac{e^2 B^3 r}{E_0^2} \Rightarrow B(r) = B_0 \left(1 - \frac{e^2 B_0^2 r^2}{E_0^2}\right)^{-1/2},$$

где  $B_0 = B(r = 0)$ . Интегрирование уравнений дает

$$B(r) = B_0 \left(1 - \frac{e^2 B_0^2 r^2}{E_0^2}\right)^{-1/2}.$$

В таком поле  $K = 0$  и  $\omega \equiv \text{const}$ . Поле реализуется в изохронном циклотроне. Только в нем используется азимутально неоднородное поле для одновременного обеспечения вертикальной ( $z$ -й) фокусировки.

Вернемся к автофазировке. Ускорение частиц в ускорителях может происходить в двух случаях.

1. Частица попадает в область электрического поля, локализованного на орбите. Для этого обычно создаются одна или несколько ускоряющих станций или промежутков, к которым приложено переменное напряжение с амплитудой  $U$  и частотой  $\omega_0$ , т. е.  $U \cos \omega_0 t$ . В этом случае мы говорим об ускорении в стоячей волне.
2. Электрическое поле может представлять бегущую вдоль орбиты волну электрического продольного поля в том направлении и с той же скоростью, что и частица,  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos [(\omega_0 t - q\theta) + \varphi_S]$ . В этом случае мы говорим об ускорении в бегущей волне.

Рассмотрим эффект автофазировки на примере стоячей волны.

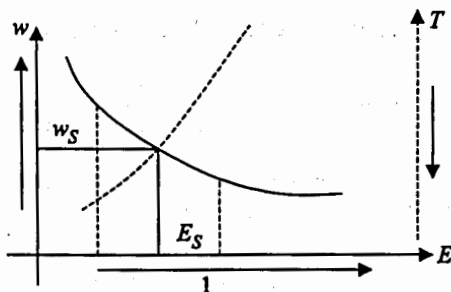
Частота обращения частицы  $\omega = \omega(E, \langle B \rangle)$ , причем зависимость от  $E$  определяется параметром  $K$ . Резонанс состоит в том, что  $\omega_0 = \omega_S$  (или  $\omega_0 = q\omega_S$ ), где  $\omega_S$  — частота некой равновесной частицы с энергией  $E_S$ . Пусть для простоты  $q = 1$ . Частица, проходя зазор, получает энергию

$$\delta E = eU \cos \varphi.$$

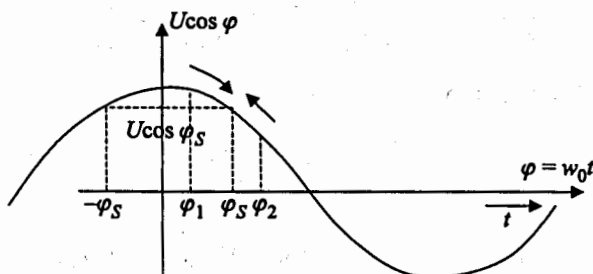
Фазу  $\varphi = \omega_0 t$  напряжения в момент прохождения ускоряющего промежутка частицей называют фазой частицы. Фазу  $\varphi_S$  называют равновесной фазой, поскольку для нее всегда выполняется условие  $\omega_0 = \omega_S$  (при каждом прохождении). Это достигается за счет того, что частица получает приращение

$$\delta E_S = eU \cos \varphi_S$$

и изменение  $\omega_S$  компенсируется полем  $\langle B \rangle$  или изменением  $\omega_0$ . Что получается для несинхронной частицы? Пусть для определенности  $K > 0$ , т. е.  $\partial\omega/\partial E < 0$  (слабофокусирующий ускоритель или сильнофокусирующий при  $E > E_{кр}$ ), т. е.



К ускоряющему промежутку приложено поле:



и могут существовать две равновесные фазы  $(-\varphi_S + \varphi_S)$ . Покажем, что  $\varphi_S$ -фаза устойчива к отклонениям от синхронизма.

Пусть есть две частицы  $N_1$  и  $N_2$ , имеющие две фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и энергию  $E_S$ . Частица  $N_1$  будет иметь  $E > E_S$ , соответственно,  $\omega_1 < \omega_S$ , т.е.  $T_1 > T_S$ , и на следующий оборот она придет позднее равновесной частицы, и фаза на ускоряющем промежутке вырастет, т.е. фаза частицы  $N_1$  сдвинута в сторону равновесной фазы  $\varphi_S$ . Частица  $N_2$  имеет  $E < E_S$ , соответственно,  $\omega_2 > \omega_S$  и  $T_2 < T_S$ , т.е. на следующий оборот она придет раньше и ее фаза сдвинется в сторону равновесной фазы  $\varphi_S$ .

Пусть теперь мы имеем опять две частицы, которые проходят промежуток в равновесной фазе  $\varphi_2$ , но энергия частицы  $N_1$  будет меньше энергии равновесной частицы:  $E_1 < E_S$ , а энергия частицы  $N_2$  будет больше энергии равновесной частицы:  $E_2 > E_S$ . Тогда для частицы  $N_1$   $\omega_1 > \omega_S$ , а  $T_1 < T_S$ , т.е. частица придет раньше на ускоряющий промежуток и получит большую энергию, чем равновесная. Для частицы  $N_2$   $\omega_2 < \omega_S$ , т.е.  $T_2 > T_S$  и она придет позднее и получит меньшую энергию, чем равновесная частица. Таким образом, и по энергиям частицы «стягиваются» к равновесной. Получается, что все частицы будут совершать устойчивые синхротронные колебания около равновесной фазы  $\varphi_S$  и возрастающей энергии  $E_S$ .

Подобные рассуждения можно привести и для случая ускорения на бегущей волне.

Перейдем теперь к количественным соотношениям ускорения частицы в ВЧ-поле. Рассмотрим сначала движение равновесной частицы, частота которой  $\omega_S$  точно удовлетворяет условию синхронизма. Величина  $\omega_S$  зависит от

энергии частицы и от среднего значения магнитного поля на орбите  $\langle B \rangle_S$ :

$$\omega_S = \omega_S(E_S, \langle B \rangle_S) = \frac{2\pi V_S(E_S(t))}{C_S(E_S(t), \langle B(t) \rangle_S)}.$$

Индекс  $S$  означает, что это параметры синхронной частицы,  $\langle B \rangle_S$  может быть явной функцией времени. Условие синхронизма:

$$\frac{\omega_0(t)}{q} = \omega_S(E_S, \langle B \rangle_S).$$

Продифференцируем по времени:

$$\frac{1}{q} \frac{d\omega_0(t)}{dt} = \frac{\partial \omega_S}{\partial E_S} \frac{dE_S}{dt} + \frac{\partial \omega_S}{\partial \langle B \rangle_S} \frac{d\langle B \rangle_S}{dt}.$$

Учтем выражение для  $K$  и то, что

$$\frac{d\langle B \rangle_S}{dt} = \frac{\partial \langle B \rangle_S}{\partial t}.$$

Отсюда

$$\frac{1}{E_S} \frac{dE_S}{dt} = \frac{1}{K_S} \left[ \frac{1}{\omega_S} \frac{\partial \omega_S}{\partial \langle B \rangle_S} \frac{\partial \langle B \rangle_S}{\partial t} - \frac{1}{\omega_0} \frac{d\omega_0}{dt} \right].$$

Таким образом, для того чтобы энергия равновесной частицы изменялась при сохранении синхронизма, необходимо, чтобы было

$$\text{или } \frac{\partial \langle B \rangle_S}{\partial t} \neq 0 \quad (\text{синхротрон}),$$

$$\text{или } \frac{d\omega_0}{dt} \neq 0 \quad (\text{фазотрон}),$$

$$\text{или и то, и другое (синхрофазотрон)}.$$

Теперь найдем закон изменения  $E_S$ , исходя из энергетических соотношений:

$$\delta E_S = eU \cos \varphi_S + e\epsilon_{\text{инд}}, \quad \epsilon_{\text{инд}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi_S}{\partial t}. \quad (*)$$

Приращение во времени можно получить, разделив выражение (\*) на  $2\pi/\omega_S$ . Получим

$$\omega_S \frac{\delta E_S}{2\pi} \sim \frac{\delta E_S}{T} \sim \frac{dE_S}{dt}, \quad \frac{dE_S}{dt} = \frac{2\pi}{\cos \varphi_S} \left[ eU \cos \varphi_S - \frac{e}{c} \frac{\partial \Phi_S}{\partial t} \right].$$

Для несинхронной частицы приращение энергии можно получить, вспомнив, что из основного уравнения движения

$$\frac{d}{dt} \left( m \frac{dr}{dt} \right) = \frac{e}{c} \left[ \frac{dr}{dt} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \right] + e\epsilon(\mathbf{r}, t),$$

где  $\epsilon$  — электрическое поле, следует уравнение для изменения энергии

$$\frac{dE}{dt} = e\epsilon(\mathbf{r}, t) \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$

Зависимость правой части этого уравнения от времени характеризуется двумя функциями, одна из которых характеризует быстрые изменения параметров на обороте; а вторая — медленное изменение за много оборотов. Поскольку набор энергии происходит за много оборотов, то естественно произвести усреднение по времени оборота, тогда влиянием быстроосциллирующих процессов можно пренебречь и мы сможем выделить функциональные зависимости энергии от времени.

Для этого вспомним, что  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \boldsymbol{\rho}(t)$ ,  $|\boldsymbol{\rho}| \ll |\mathbf{r}_0|$ , где  $\mathbf{r}_0(t)$  соответствует замкнутой орбите, а  $\boldsymbol{\rho}$  — бетатронным колебаниям, причем  $r_0(t)$  периодически зависит от времени с частотой  $\omega(E, t) = \frac{2\pi V(E)}{C(E, t)}$ , а  $\boldsymbol{\rho}(t)$  зависит от времени с частотой  $\nu(E, t)$ .

Сразу предполагаем, что частота  $\nu$  — нецелое значение, иначе попадем в резонанс (это нехарактерная точка, поведение частиц в резонансе — особая теория). За исключением некоторых случаев, практически все ускорители имеют электрическое поле либо квазистационарное, либо в виде гармонических стоячих волн:

$$\epsilon(\mathbf{r}, t) = \epsilon(\mathbf{r}) e^{-i \int \omega_0 dt} + \epsilon_{\text{инд}}(\mathbf{r}).$$

При этом предполагается, что  $\omega_0$  и  $\epsilon_{\text{инд}}$  могут медленно зависеть от времени. Опять заметим, что если

$$\left| \epsilon(\mathbf{r}) e^{-i \int \omega_0 dt} \right| \gg |\epsilon_{\text{инд}}|,$$

то мы имеем дело с синхротронным ускорением, если обратное неравенство, то ускорение называется бетатронным. Подставим выражение для  $\mathbf{r}(t)$  в уравнение для энергии и проведем линеаризацию. Ясно, что члены, пропорциональные  $\boldsymbol{\rho}(t)$  и  $\frac{d\boldsymbol{\rho}}{dt}(t)$ , при усреднении обратятся в нуль, т.е.  $\langle \epsilon(\mathbf{r}_0) e^{-i \int \omega_0 dt} \boldsymbol{\rho}(t) \rangle = 0$ . Вспомним, что

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_0}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \boldsymbol{\tau} = V(E) \boldsymbol{\tau},$$

где  $\boldsymbol{\tau}$  — вектор, касательный к окружности (формула для сопровождающего трехгранника). Тогда уравнение для энергии переходит в

$$\frac{dE}{dt} = eV(E) \langle \epsilon_{\boldsymbol{\tau}}(\mathbf{r}_0(t), E) e^{-i \int \omega_0 dt} \rangle,$$

где  $\epsilon_{\boldsymbol{\tau}}$  — касательная к орбите компонента внешнего электрического поля.

Амплитуда поля  $\varepsilon_\tau(\mathbf{r}_0)$  на орбите является периодической функцией азимута:

$$\varepsilon_\tau(\mathbf{r}_0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varepsilon_k(E) e^{ik\theta}.$$

Положение  $\mathbf{r}_0$  определяется  $E$  и  $\theta$ . Учитывая, что  $d\theta/dt = \omega(E, t)$  ( $\theta = \int \omega dt$ ), получаем

$$\langle \varepsilon_\tau(\mathbf{r}_0) e^{-i \int \omega_0 dt} \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varepsilon_k \langle e^{i \int (k\omega - \omega_0) dt} \rangle.$$

Условие синхронизма  $\omega_0 \approx q\omega$  приводит к тому, что из всего ряда остаются ненулевыми только члены с  $k = q$ , т. е.

$$\langle \varepsilon_\tau(\mathbf{r}_0) e^{-i \int \omega_0 dt} \rangle \approx \varepsilon_q e^{i \int (q\omega - \omega_0) dt}.$$

Физический смысл имеет только действительная часть этого выражения

$$\text{Re} \langle \varepsilon_\tau(\mathbf{r}_0) e^{-i \int \omega_0 dt} \rangle \approx \frac{U \cos \varphi}{C(E)},$$

где  $\varphi = \int q(\omega_S - \omega)$  или  $d\varphi/dt = q(\omega_S - \omega)$ , при этом мы учли точный закон  $\omega_0 \equiv q\omega_S$  и амплитуда поля  $\varepsilon_q$  представлена в виде

$$|\varepsilon_q| = U/C.$$

Смысл  $\varphi$  очень важен. Мы разложили стоячую волну внешнего электрического поля по бегущим волнам с частотой  $\omega_0$  и волновым числом  $k$ . При этом воздействие на частицу оказывают только те волны, которые находятся с ней в резонансе (или почти в резонансе).

Это основной физический закон: частица может обмениваться энергией с электромагнитной волной только в том случае, когда скорость частицы совпадает с фазовой скоростью волны.

Параметр  $\varphi$  — это фаза, в которой частица находится по отношению к волне. Посему если частица точно в резонансе, то  $\varphi = 0$  и  $\Delta E = eU$  — максимальный прирост энергии за оборот.

Усредненное индукционное поле представим в виде

$$\langle \varepsilon_{\tau \text{ инд}} \rangle = -\frac{1}{cC(E, t)} \frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

здесь  $\Phi$  — магнитный поток, охватываемый орбитой. Собирая все в уравнение энергетического баланса, получаем

$$\frac{1}{\omega} \frac{dE}{dt} = \frac{eU}{2\pi} \cos \varphi - \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Среднее изменение энергии связано с приростом за счет внешней волны в резонансе ( $\sim U$ ) и изменения ведущего магнитного поля. Запишем это уравнение для равновесной частицы и найдем из него фазу:

$$\cos \varphi_S = \frac{2\pi}{eU} \left[ \frac{1}{\omega_S} \frac{dE_S}{dt} + \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Phi_S}{\partial t} \right].$$

Ясно, что физический смысл имеет только  $|\cos \varphi_S| \leq 1$ . Если это условие не выполняется, значит, отсутствует резонанс или автофазировка. Подставляя выражение для  $dE_S/dt$ , получим

$$\cos \varphi_S = \frac{2\pi}{eU} \left[ \frac{E_S}{K\omega_S^2} \frac{\partial \omega_S}{\partial \langle B_S \rangle} \frac{\partial \langle B_S \rangle}{\partial t} - \frac{E_S}{K\omega_S \omega_0} \frac{d\omega_0}{dt} + \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right].$$

Первое слагаемое в квадратных скобках — синхротронный режим, второе слагаемое — фазотронный режим, третье слагаемое — бетатронный режим.

Условие  $|\cos \varphi_S| \leq 1$  дает

$$\frac{\partial \langle B_S \rangle / dt \text{ или } d\omega_0 / dt}{U} < 1.$$

Это значит, что амплитуда ускоряющего напряжения  $U$  должна быть достаточной, чтобы «отработать» изменение  $B_S$  или  $\omega_0$ .

Перейдем теперь к выводу основного уравнения ускорительных резонансных режимов — так называемого фазового уравнения. Для этого возьмем уравнение баланса энергии

$$\frac{1}{\omega} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2\pi} eU \cos \varphi - \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

и найдем разницу между приращением энергии равновесной и неравновесной частицы

$$\frac{1}{\omega} \frac{dE}{dt} - \frac{1}{\omega_S} \frac{dE_S}{dt} = \frac{eU}{2\pi} (\cos \varphi - \cos \varphi_S) - \frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial t}, \quad (**)$$

$\Delta \Phi$  — приращение магнитного потока для орбиты неравновесной частицы по сравнению с равновесной. Это уравнение надо дополнить законом изменения фазы

$$\frac{d\varphi}{dt} = q(\omega_S - \omega).$$

Будем считать, что разница энергий равновесной и неравновесной частиц мала:

$$\Delta E = E - E_S,$$

и линеаризуем уравнение (\*\*) по степеням  $\Delta E/E_S$ :

$$E = E_S + \Delta E, \quad \omega = \omega_S + \left( \frac{\partial \omega}{\partial E} \right)_{B_S} \Delta E,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{1}{\omega_S} \frac{\partial E_S}{\partial t} &= \frac{1}{\omega_S \left(1 + \frac{1}{\omega_S} \frac{\partial \omega}{\partial E} \Delta E\right)} \left( \frac{\partial E_S}{\partial t} + \frac{\partial \Delta E}{\partial t} \right) - \frac{1}{\omega_S} \frac{\partial E_S}{\partial t} = \\ &= -\frac{1}{\omega_S^2} \frac{\partial \omega}{\partial E} \Delta E \frac{\partial E_S}{\partial t} + \frac{1}{\omega_S} \frac{\partial \Delta E}{\partial t} = \frac{1}{\omega_S} \frac{\partial \Delta E}{\partial t} - \frac{1}{\omega_S^2} \left( \frac{\partial \omega}{\partial E} \right)_S \Delta E \frac{\partial E_S}{\partial t}. \end{aligned}$$

Выражение для  $-\frac{e}{2\pi c} \frac{\partial \Delta \Phi}{\partial t}$  можно преобразовать в  $\frac{1}{\omega_S^2} \Delta E \left( \frac{\partial \omega}{\partial t} \right)_E$ .

В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega} \frac{dE}{dt} - \frac{1}{\omega_S} \frac{dE_S}{dt} - \frac{e}{2\pi c} \frac{d\Delta\Phi}{dt} &= \frac{1}{\omega_S} \frac{d\Delta E}{dt} - \frac{1}{\omega_S^2} \left( \frac{d\omega}{dE} \right)_S \Delta E \frac{dE_S}{dt} - \\ - \frac{1}{\omega_S^2} \Delta E \left( \frac{d\omega}{dt} \right)_E &= \frac{1}{\omega_S} \frac{d\Delta E}{dt} - \frac{1}{\omega_S^2} \Delta E \left[ \frac{d\omega}{dt} + \frac{d\omega}{dE_S} \frac{dE_S}{dt} \right] = \\ &= \frac{1}{\omega_S} \frac{d\Delta E}{dt} + \Delta E \frac{d}{dt} \frac{1}{\omega_S} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\omega_S} \Delta E \right). \end{aligned}$$

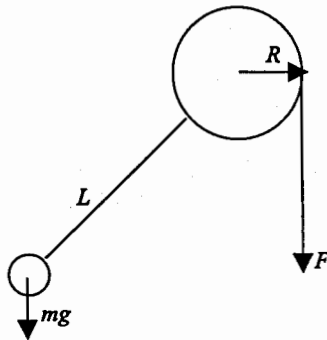
Легко видеть, что

$$\frac{d\varphi}{dt} = q\omega_S K \frac{\Delta E}{E_S}.$$

Заменяя в уравнении энергетического баланса  $\Delta E$  на  $\sim d\varphi/dt$ , получаем

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E_S}{\omega_S^2 K} \frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{qeU}{2\pi} (\cos \varphi - \cos \varphi_S).$$

Уравнения такого типа встречаются в механике. В частности, они описывают движение маятника с внешним моментом сил.



$$\frac{d}{dt} \left( G \frac{d\varphi}{dt} \right) = P (\cos \varphi - \cos \varphi_S)$$

$$G = \frac{E_S}{\omega_S^2 K_S}, \quad P = \frac{qeU}{2\pi}.$$

Аналогии из механики:

$$G = ML^2, \quad P = MLg,$$

$$\cos \varphi_S = \frac{FR}{P}.$$

Умножим уравнение на  $d\varphi/dt$  и проинтегрируем, предположив постоянными  $G$  и  $P$ . Получим

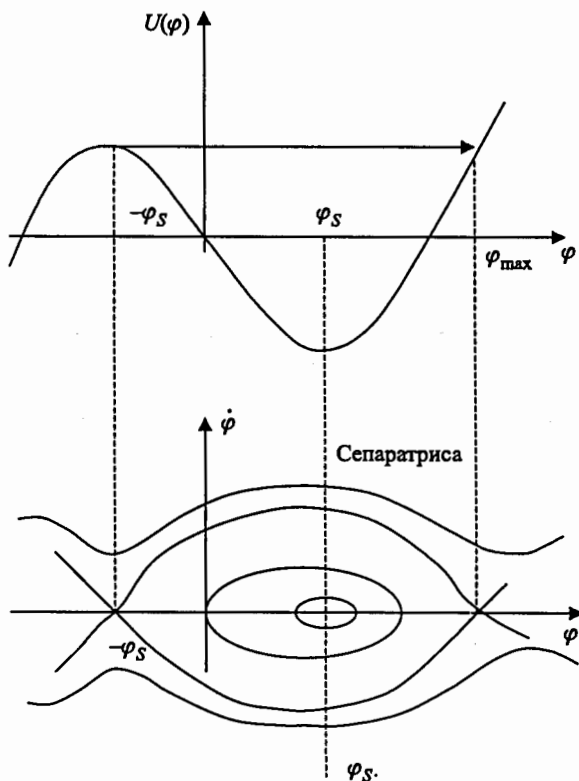
$$\frac{d\varphi}{dt} = \pm \Omega \left[ \frac{2}{\sin \varphi_S} (C + \sin \varphi - \varphi \sin \varphi_S) \right]^{1/2},$$

здесь  $\Omega = \omega_S \left( \frac{qeUK \sin \varphi_S}{2\pi E_S} \right)^{1/2}$  — частота синхротронных колебаний.

Таким образом, мы имеем уравнение

$$\frac{d}{dt} G\dot{\varphi} = P(\cos \varphi - \cos \varphi_S), \quad G \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{dU_0}{d\varphi},$$

$U_0(\varphi) = \frac{qeU}{2\pi} (\varphi \cos \varphi_S - \sin \varphi)$  — потенциальная функция:



Фазовая плоскость  $\dot{\varphi}, \varphi$  при различных  $C$ :

$$C_{\text{сепар}} = \sin \varphi_S - \varphi_S \cos \varphi_S,$$

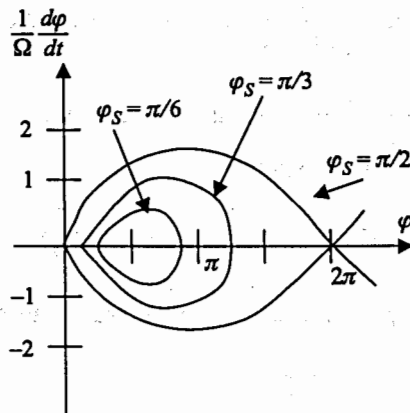
$$C_{\text{сепар}} + \sin \varphi_{\max} - \varphi_{\max} \cos \varphi_S = 0.$$

Область фаз, захваченных в режиме ускорения

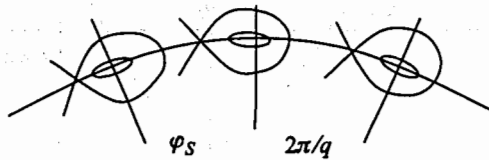
При выборе  $\varphi_S$  необходимо стремиться к оптимуму размера области устойчивых фаз (максимальный размер при  $\varphi_S = \pi/2$ , тогда  $\varphi_S + \varphi_{\max} = 2\pi$ )



и максимуму набора энергии за оборот. Площадь сепаратрисы определяет интенсивность частиц, ускоряемых в машине.



При кратности  $q$  на орбите одновременно существует  $q$  равномерно распределенных областей устойчивости, каждая из которых занимает по азимуту угол  $(\varphi_S + \varphi_{2\pi})/q$ .



Вся последовательность областей вращается по азимуту с частотой  $\omega_S$ , а внутри каждой области частицы колеблются около  $\varphi_S$  с частотой  $\Omega$ , которая, вообще говоря, много меньше частоты равновесной частицы:  $\Omega \ll \omega_S$ . Эта картина приближительная. На самом деле движение по орбите сопровождается переходом на другие орбиты и уходом энергии от  $E_S$ .

Максимальных значений отклонения от орбиты и  $\Delta E$  достигают, когда частица проходит азимут  $\varphi_S$ . Эти значения равняются

$$|\Delta E|_{\max} = 2 \left[ \frac{eU E_S (\sin \varphi_S - \varphi_S \cos \varphi_S)}{2\pi q K} \right]^{1/2},$$

$$|X_0(\theta)|_{\max} = R_0 \psi(\theta) \frac{|\Delta E|_{\max}}{\beta_S^2 E_S},$$

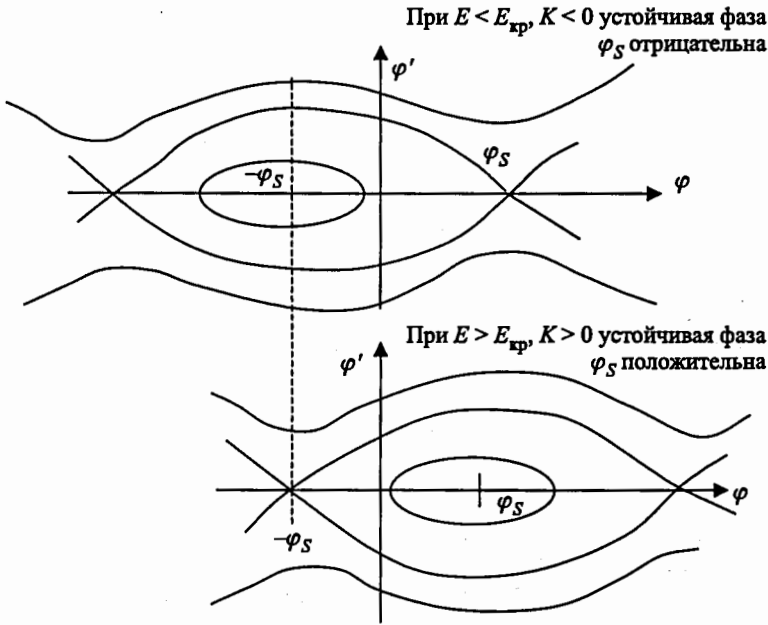
где  $\psi$  — периодическая функция азимута, равная в среднем  $\alpha$ .

Таким образом, поперечные размеры обратно пропорциональны  $q^{-1/2}$ , а продольные —  $q^{-1}$ . Площадь каждой области устойчивости зависит от кратности как  $q^{-3/2}$ , а число таких областей растет как  $q$ , поэтому общая площадь уменьшается как  $q^{-1/2}$ . Выражения для  $|\Delta E|_{\max}$  и  $|X_0(\theta)|_{\max}$  определяют максимальный энергетический разброс и уход от орбиты, связанный с авто-

фазировкой. В реальности они могут быть ограничены размерами вакуумной камеры и другими факторами.

Прохождение критической энергии означает смену знака  $K$ , при этом меняется фаза устойчивых колебаний с  $\varphi_S$  на  $-\varphi_S$ . Те частицы, фаза которых  $\varphi < -\varphi_S$ , окажутся вне сепаратрисы.

Например, сильнофокусирующая машина:



Частицы из области  $-\varphi_S < \varphi < \varphi_S$  останутся в новой сепаратрисе, но будут иметь максимальную амплитуду колебания  $\sim 2\varphi_S$ . Поэтому при стремлении  $K \rightarrow \infty$ ,  $\Omega \rightarrow 0$  область заполняется частицами и стягивается к  $-\varphi_S$ . Ясно, что простой переход через  $E_{кр}$  связан с потерями частиц. Чтобы этого не происходило, необходимо скачком менять фазу на  $2\varphi_S$ .

В принципе, эти трудности — плата за жесткую фокусировку.

## Лекция № 5

### ПРОДОЛЬНЫЕ И ПОПЕРЕЧНЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

*Продольная неустойчивость, отрицательная масса. Общие требования на развитие неустойчивостей, волны с отрицательной энергией. Влияние пространственного заряда. Когерентные и некогерентные неустойчивости. Импеданс камеры. Затухание Ландау*

Мы рассмотрели основные законы, управляющие движением частиц в ускорителе. Эти законы определяют:

- орбиты частиц;
- условия устойчивых поперечных (бетатронных) колебаний около орбит;
- условия набора энергии частиц и устойчивых колебаний (синхротронных) около фазы ускоряющего поля — продольное движение.

При определении этих законов мы стремились к качественному изложению процессов, прибегая к математическому аппарату только по мере крайней необходимости. На самом деле теория движения частиц гораздо сложнее. Она включает в себя очень важную область — влияние возмущений различного рода на движение частиц. К такого рода возмущениям можно отнести влияние остаточного газа, окружающих пучок стенок вакуумной камеры, неточности в расстановке элементов магнитной системы и т. д.

Мы эти возмущения разбирать не будем, остановимся только на эффектах, которые приобрели необыкновенную важность в последнее время. Речь идет об учете влияния пространственного заряда пучка на его движение. Эти эффекты стали важны в связи с ростом интенсивности ускоряемых частиц в современном ускорителе. Как правило, влияние пространственного заряда производит отрицательное воздействие — уменьшается область устойчивых колебаний, появляются дополнительные типы колебаний, которые происходят с нарастающей амплитудой. Их называют неустойчивыми. Надо сказать, что в настоящее время еще нет общей теории, которая бы систематизировала все неустойчивости с точки зрения единой физической теории, поскольку на различных установках продолжают появляться явления, пополняющие этот список.

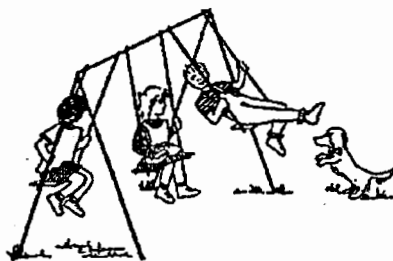
Природа явлений, возникающих в продольном или поперечном движении из-за пространственного заряда, различна. Перечислим наиболее важные из этих явлений:

- смещение частот бетатронных колебаний, в результате чего рабочая точка подходит к резонансу;

- поперечные и продольные неустойчивости, связанные с конечной проводимостью стенок камеры;
- поперечные или продольные неустойчивости, связанные со взаимодействием пучка с резонатороподобными элементами вакуумной камеры;
- поскольку частицы движутся в циклических ускорителях по окружности, а следовательно, с ускорением, то они излучают. Это излучение называется синхротронным излучением. Взаимодействие когерентного синхротронного излучения с интенсивным пучком приводит к неустойчивости — появляются радиационные продольные неустойчивости, связанные с динамикой движения в поле центральных сил.



Когерентные колебания



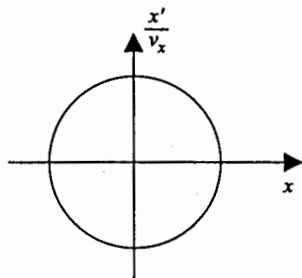
Некогерентные колебания

Все эти неустойчивости будем рассматривать в применении к циклическим ускорителям, в линейных они носят принципиально тот же характер, за исключением тех неустойчивостей, которые обязаны своим появлением круговому движению частиц.

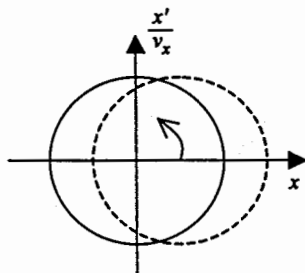
Есть еще целый набор неустойчивостей, связанных со взаимодействием пучков между собой. Они происходят в установках со встречными пучками. Мы остановимся на рассмотрении только перечисленных неустойчивостей и эффектов.

Рассмотрение неустойчивостей можно вести двумя путями: одночастичное приближение — одна частица в поле всех остальных, форма движения сгустка не меняется существенно и поэтому считается постоянной, второй путь рассмотрения — когда искажение движения частиц приводит к заметному изменению начального состояния, формы пучка, его характеристик и поэтому требуется самосогласованный подход.

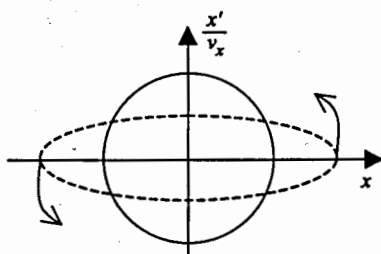
Совершаемые в поперечном направлении бетатронные колебания с частотами  $\nu_x$ ,  $\nu_z$  принято описывать на фазовых плоскостях  $x'$ ,  $x$  и  $z'$ ,  $z$  ( $x' = dx/d\theta$ ,  $z' = dz/d\theta$ ). Если движение равномерно, то будем иметь следующую картину:



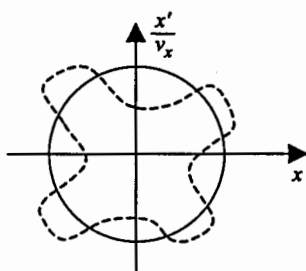
Точка, изображающая частицу, движется по кругу. Если по каким-либо причинам возникли когерентные колебания, то в соответствии с порядком симметрии  $n = 1, 2, 3, \dots$  их принято называть дипольными, квадрупольными, секступольными и т.п. На фазовой плоскости мы имеем тогда следующие картинки:



$n = 1$ , центр вращается со скоростью  $\nu_{x,z}$

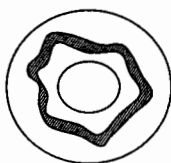


$n = 2$ , вращение с угловой скоростью  $2\nu_{x,z}$



$n = 3$

Очень важны (в смысле — опасны) когерентные колебания, при которых фазы отдельных частиц изменяются непрерывно. При этом пучок можно себе представить в виде замкнутой нити, составленной из частиц. Форма нити меняется со временем.



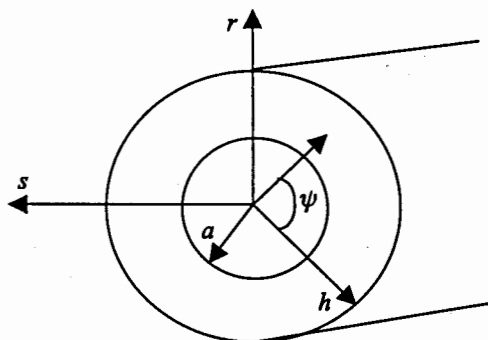
Рассмотрение подобных искажений можно вести только в рамках самосогласованной задачи.

Попробуем перейти от движения одной частицы к ансамблю частиц. Значит, нужно как-то научиться учитывать взаимодействие частиц между собой. Обычно вводится приближение самосогласованного поля. Смысл этой идеи состоит в том, что собственные поля пучка рассматриваются как внешние. Микроскопические флуктуации (парные, тройные) при этом не учитываются. Это можно сделать, если вспомнить, что взаимодействие частиц идет через электромагнитные поля, которые являются дальнедействующими.

В принципе все эффекты в этом приближении можно разделить на две части.

1. Эффекты равновесного состояния пучка в ускорителе, т. е. бетатронные и синхротронные колебания каждой частицы в поле всех остальных. При этом считают, что фазы колебаний каждой частицы не связаны между собой, поля усредняются и имеют статический характер (по крайней мере в собственной системе координат). Это приведет к учету влияния усредненного поля на движение одной частицы (некогерентное движение). Основной эффект из этой области — сдвиг частот, который может привести к резонансу и ограничению на интенсивность пучка в связи с этим.

Рассмотрим устойчивость замкнутой орбиты с учетом стенок камеры. Предполагаем, что пучок прямой (кривизна мала). Запишем распределение потенциала и поля внутри камеры:

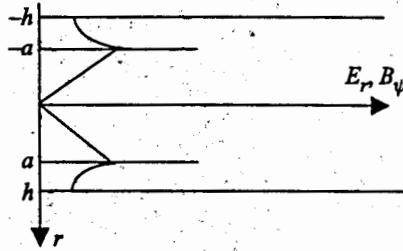


$$\text{rot } \mathbf{B} = \ell_s \frac{\mu_0 I}{\pi a^2}, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r B_\psi = \begin{cases} \mu_0 I / \pi a^2, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases},$$

$$B_\psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} \begin{cases} r, & r < a \\ a^2 / r, & r > a \end{cases},$$

здесь  $a$  — радиус пучка.

Точно так же из  $\text{div } \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$ , где  $\rho = j / V$ , а плотность тока  $j = I / \pi a^2$ ,  $B_\psi = V E_r$ .



Найдем продольное поле (вариация велика по сравнению с размерами камеры, и поэтому можно использовать понятие квазиоднородности), имеем

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z}, \quad \frac{\partial E_r}{\partial s} - \frac{\partial E_s}{\partial r} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_\psi}{\partial z}.$$

$\varphi = (s - Vt)/R$  — поле стационарно в собственной системе сгустка, летящего со скоростью  $V$ . В лабораторной системе она зависит только от фазовой координаты  $\varphi$ :

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{V}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi},$$

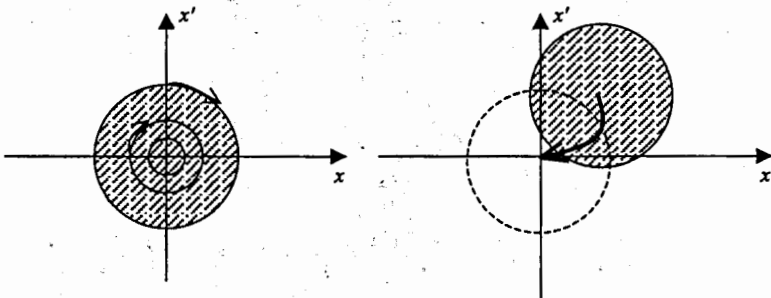
$$\frac{1}{R} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_s}{\partial r} = \frac{V}{Rc} \frac{\partial B_\psi}{\partial \varphi},$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial r} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( E_r - \frac{V}{c} B_\psi \right) \Rightarrow E_s = -\frac{\Lambda(r)}{4\pi\epsilon\gamma^2 R} \frac{\partial I}{\partial \varphi},$$

где

$$\Lambda = \begin{cases} 2 \ln h/r, & r > a \\ 2 \ln a + 1 - r^2/a^2, & r < a \end{cases}$$

2. Проявление коллективных колебаний пучка, когда в силу каких-то причин колебания (бетатронные или синхротронные) оказываются сфазированными. При этом даже при относительно небольшой интенсивности сфазированных частиц они могут создать ВЧ-поля, распространяющиеся по камере, которые, в свою очередь, увеличивают эту фазировку. Это может привести к разрушению пучка даже тогда, когда некогерентное движение устойчиво.



Если это возбуждение существует на всей орбите, то пучок колеблется относительно равновесной орбиты как целое. Если возмущение имеет место на каком-то участке  $\Delta S$ , то это возмущение «побежит» по пучку со скоростью частиц и отклонение от орбиты будет менять знак в соответствии с бетатронными колебаниями. Когерентные возмущения всегда присутствуют в пучке из-за наличия ВЧ-полей, из-за различных ошибок, но если они вызывают электромагнитные поля, дающие дополнительную фазировку, то процесс будет нарастать лавинообразно — появляется неустойчивость. Ясно, что возбуждение и распространение электромагнитных полей пучком определяется электромагнитными свойствами камеры, а характеристики кольца должны непосредственно входить в динамику когерентных колебаний. Это значит, что частоты таких колебаний не обязательно должны совпадать с бетатронными. Удобно рассматривать не просто произвольное возмущение плотности — группу частиц с одной фазой колебаний, а возмущение, гармонически меняющееся вдоль пучка с волновым числом  $k$ . Это удобно по двум причинам:

1. Любое возмущение можно представить в виде суперпозиции фурье-гармоник, т. е. набора гармонических возмущений.
2. Далее будет показано, что инкремент неустойчивости ( $A \sim A_0 e^{t/\tau}$ ) является функцией волнового числа ( $\tau = \tau(k)$ ), т. е. в результате развития неустойчивости развивается, как правило, одна волна, которая приводит к макроскопическим изменениям в пучке. И вообще, при рассмотрении этих процессов считается обоснованным приближение малости возмущения, поскольку небольшая часть частиц участвует в таком процессе, обмениваясь энергией с волной, распространяющейся в камере ускорителя. Это приближение позволит считать отдельные частицы, участвующие в процессе, взаимодействующими слабо.

Рассмотрим подробнее продольное движение.

Пусть все частицы имеют одинаковую частоту  $\omega$ , ВЧ-поле отсутствует. Если создана азимутальная модуляция плотности с волновым числом  $k$ , то в продольном направлении она будет переноситься с угловой фазовой скоростью, примерно равной скорости частиц  $\omega_\phi \approx \omega$ .

Частота этой волны  $\omega_0 = k\omega_\phi \Rightarrow \omega_0 \approx k\omega$ . Отсюда вывод: движение частицы синхронно с собственной волной пространственного заряда, имеющей продольную компоненту электрического поля. Продольное поле в камере отличается от случая свободного пространства (с учетом граничных условий). Однако если длина возмущения много больше поперечных размеров кольца, то можно пользоваться выражением для стационарного движения и  $E \sim -i(\partial\lambda/\partial\varphi)$ . Если  $\lambda$  гармонично, то  $E_s$  тоже гармонично и сдвинуто от него на четверть периода.

Возможно развитие этих эффектов — возникновение медленных волн, когда фазовая скорость распространения волны меньше скорости частиц ( $V_\phi < V_{\text{пучка}}$ ), — в этом случае будет происходить излучение энергии, и второй эффект — существование резонаторов с частотами, кратными частотам частиц:  $\omega_{\text{соб}} \approx q\omega$ . Но смысл у них всех один — автофазировка на собственном поле.



Нарастание амплитуды волны вызывает отклонение угловой фазовой скорости волны от гармоники частоты обращения. Меняется фаза волны (ее действительная часть). Волна должна «создаваться», определяясь частотой колебаний частицы, ибо она (частица) излучает эту волну:

$$\frac{d\phi}{dt} = \nu\varpi \pm (k\varpi - \omega_0) = \nu\varpi, \quad \omega_0 = (k \pm \nu)\varpi.$$

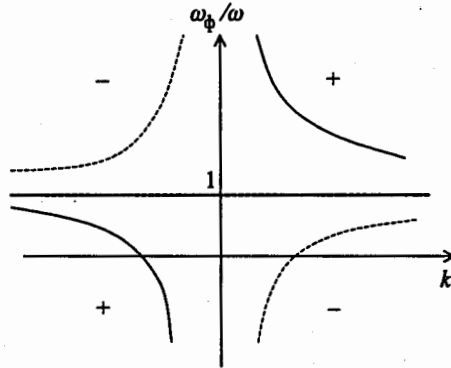
Для поперечного движения зависимость частоты от волнового числа сильнее, чем для продольного. Зависимость для гармонической волны смещения от азимута и времени можно написать в виде

$$e^{\pm i(k\theta - \omega_0 t)}.$$

Если мы положим  $\theta = \varpi t + \theta_0$ , это будет означать, что мы будем следить за поперечным смещением частицы. Ясно, что поперечное смещение имеет частоту  $Q\varpi$ , где  $Q$  — число бетатронных колебаний на обороте, а для угловой фазовой скорости имеем

$$\omega_\phi = \frac{\omega_0}{k} = \varpi \left(1 \pm \frac{\nu}{k}\right).$$

Почему именно медленная волна наиболее опасна? Рассмотрим физическую картину быстрых и медленных волн:



Пусть имеется излучатель, движущийся по прямой с релятивистской скоростью  $V$  и имеющий в собственной системе координат энергию  $E_{\text{вн}}$  — это внутренняя энергия осциллятора. Тогда в лабораторной системе его энергия и импульс имеют вид

$$\varepsilon_{\text{л.с}} = \frac{\varepsilon_{\text{вн}}}{(1 - V^2/c^2)^{1/2}} \quad p = \varepsilon_{\text{л.с}} V/c^2,$$

откуда

$$\varepsilon_{\text{вн}} = \varepsilon_{\text{л.с}} \sqrt{1 - \frac{p^2 c^4}{c^2 \varepsilon_{\text{л.с}}^2}} \Rightarrow (\varepsilon_{\text{л.с}}^2 - p^2 c^2)^{1/2}.$$

Если осциллятор (частица, излучатель) излучает квант волны с частотой  $\omega_0$ , то его энергия и импульс изменятся на  $\varepsilon' = \varepsilon_{л.с} - \hbar\omega_0$ ,  $p' = p - \varkappa\hbar$ , где  $\varkappa$  — волновое число, равное  $\varkappa = \omega_0/V_\Phi$  (квант здесь введен просто для удобства).

$$\Delta\varepsilon_{вн} = -\frac{\partial\varepsilon_{вн}}{\partial\varepsilon_{л.с}}\Delta\varepsilon_{л.с} - \frac{\partial\varepsilon_{вн}}{\partial p}\Delta p$$

(знак «минус» означает уменьшение энергии). Излучается квант

$$\Delta\varepsilon_{л.с} = \hbar\omega_0$$

и получает импульс отдачи  $\Delta p = \varkappa\hbar$ .

$$\Delta\varepsilon_{вн} = -\hbar\omega_0\frac{\partial\varepsilon_{вн}}{\partial\varepsilon_{л.с}} - \varkappa\hbar\frac{\partial\varepsilon_{вн}}{\partial p},$$

$$\frac{\partial\varepsilon_{вн}}{\partial\varepsilon_{л.с}} = \frac{\varepsilon_{л.с}}{(\varepsilon_{л.с}^2 - p^2c^2)^{1/2}}, \quad \frac{\partial\varepsilon_{вн}}{\partial p} = \frac{pc^2}{(\varepsilon_{л.с}^2 - p^2c^2)^{1/2}}, \quad \frac{1}{\varepsilon_{вн}} = \frac{1}{(\varepsilon_{л.с}^2 - p^2c^2)^{1/2}},$$

$$\Delta\varepsilon_{вн} = -\hbar\omega_0\frac{\varepsilon_{л.с}}{\varepsilon_{вн}} + \varkappa\hbar\frac{pc^2}{\varepsilon_{вн}} = -\hbar\omega_0\frac{\varepsilon_{л.с}}{\varepsilon_{вн}}\left(1 - \frac{pc^2\varkappa}{\omega\varepsilon_{л.с}}\right),$$

$$\varkappa = \frac{\omega_0}{V_\Phi}, \quad \varepsilon_{л.с} = \frac{pc^2}{V}, \quad \Delta\varepsilon_{вн} = -\hbar\omega_0\frac{\varepsilon_{л.с}}{\varepsilon_{вн}}\left(1 - \frac{V}{V_\Phi}\right).$$

1. Если  $V_\Phi > V$ , т.е. имеем быструю волну, направленную вперед, то излучатель теряет внутреннюю энергию.
2. Если  $V_\Phi < 0$ , то энергия излучается в обратную сторону и излучатель тоже теряет энергию.

Оба случая имеют место, если  $(1 - V/V_\Phi) > 0$ .

3. Если медленная волна с  $V_\Phi < V$  направлена вперед, то излучатель увеличивает внутреннюю энергию. Медленная волна пространственного заряда обладает, следовательно, отрицательной энергией.

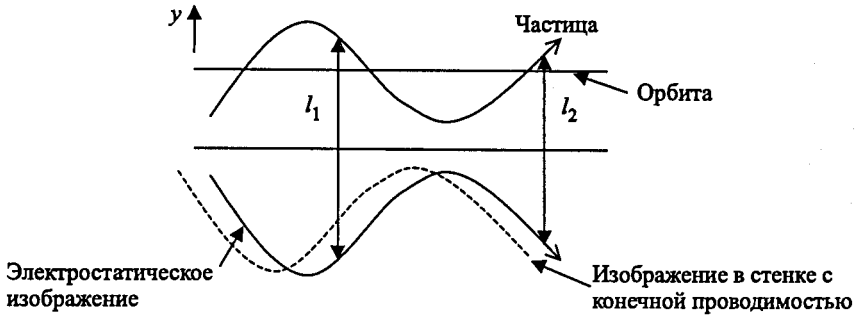
Здесь нет никакого парадокса — энергия черпается из продольного движения. Для излучения волны при более детальном рассмотрении оказывается, что механизм увеличения амплитуды при излучении связан с действием магнитного поля излучаемой волны, переводящей продольный импульс в поперечный.

Итак, для развития неустойчивости должно быть три условия:

- 1) резонанс «волна-частица» (это мы фактически сделали, написав  $\omega = \varpi(\nu \pm k)$ ,  $\omega_0 = k\varpi$ );
- 2) возможность существования медленных волн с отрицательной энергией;
- 3) излучаемая энергия должна куда-то уходить для случая, когда пучок ограничен стенками.

Рассмотрим подробнее условие 3. Первая возможность для описанного эффекта — резонансные свойства камеры. Это особенно важно не только для продольного движения, но и для поперечного. Например, если  $\omega \approx \omega_p \approx$

$(k \pm \nu)\omega$ , то возникает резонансная связь и, возможно, раскачка колебаний на этой частоте  $\omega_p$ . Если резонанса нет, то излучаемая энергия может просто поглощаться в стенках камеры. Рассмотрим пучок около стенки вакуумной камеры.



В динамику создания электромагнитных волн различными неоднородностями пучка, экранированного камерой, существенным образом входят свойства этой камеры. Фактически это свойство самой камеры «усваивать» излучение и создавать условия для его распространения. Считать поле пучка в камере, учитывая ее реальную конструкцию, достаточно сложно. Можно предложить некий феноменологический метод, при котором учитываются свойства камеры.

Если пучок создает в камере поле  $\epsilon_{\parallel}$ ,  $\epsilon_{\perp}$ ,  $B_{\perp}$ , то введем величины

$$\tilde{z}_{\parallel} = \frac{1}{I} \int_0^L \tilde{\epsilon}_{\parallel} ds, \quad \tilde{z}_{\perp}^G = \frac{i}{\beta I_y} \int_0^L (\epsilon + \beta B)_{\perp} ds.$$

Здесь  $L$  — периметр камеры, и если камера круглая, то  $L = 2\pi R$ ;  $I$  — полный продольный ток;  $I_y$  — перпендикулярная составляющая тока (или  $I_x$ , или  $I_z$ );  $z_{\parallel}$  — продольный импеданс,  $z_{\perp}^G$  — поперечный импеданс.

Физический смысл импеданса можно определить двояко:

- 1) напряжение, наводимое током в камере (в продольном или поперечном направлении);
- 2) набор энергии и импульса, приобретаемых частицей за один оборот в наведенных полях. Он определяется произведением импеданса на соответствующую компоненту тока:

$$z_{\parallel} I \sim \Delta E, \quad z_{\perp}^G \sim \Delta P_{\perp}.$$

Расчет можно проиллюстрировать на примере поперечного движения. Уравнение движения частицы в собственных полях с введением импеданса выглядит как

$$y'' + \omega_{\beta}^2 y = i \frac{\omega_0 \beta c}{2\pi} \frac{e}{E} z_{\perp}^G I_y,$$

где  $E$  — полная энергия,  $\omega_{\beta}$  — частота бетатронных колебаний. Правая часть — усредненная по орбите сила Лоренца в поперечном направлении.

Мнимая единица здесь вводится достаточно произвольно, как и при определении импеданса.

Например, если речь идет о продольном движении, то импеданс должен быть чисто мнимым для абсолютно проводящей гладкой камеры (работа поля над пучком, созданного им самим, должна равняться нулю). Это значит, что поле и пучок должны иметь разницу фаз  $\pm\pi/2$ , что и дает чистую мнимость импеданса. И тогда в уравнении движения стоит действительная величина в правой части. Импеданс удобен тем, что его можно измерить и избежать некорректных расчетов. Если подставить в уравнение движения

$$I_y = I \frac{y}{L},$$

тогда

$$y'' + \left( \omega_\beta^2 - i \frac{\omega_0 \beta c}{2\pi} \frac{e}{E} \frac{z_\perp^G I}{L} \right) y = 0,$$

$$y \approx y_0 \exp \left( i \omega_\beta \left[ 1 - i \frac{\omega_0 \beta c}{2\pi \omega_\beta^2} \frac{e}{E} \frac{z_\perp^G I}{L} \right]^{1/2} t \right).$$

Отсюда уже видно, что если  $z_\perp$  не чисто мнимая величина, то в решении должны присутствовать нарастающие во времени решения.

Далее предположим, что добавка к единице под корнем по модулю значительно меньше самой единицы.

$$y \approx y_0 \exp \left( i \omega_\beta \left[ 1 - \frac{i \omega_0 \beta c}{4\pi} \frac{e}{\omega_\beta^2} \frac{z_\perp^G I}{E L} \right] t \right) \equiv y_0 \exp \left( i \omega_\beta t + 2\pi \Delta \nu_\perp \frac{t}{T_0} \right).$$

Отсюда сдвиг частоты бетатронных колебаний:

$$\Delta \nu_\perp = \frac{\omega_0 \beta c}{8\pi^2 \omega_\beta} \frac{e}{E} \frac{z_\perp I}{L} T_0 = \frac{1}{8\pi^2} \frac{\omega_0}{\omega_\beta} \frac{1}{E/ec} T_0 I \frac{\beta z_\perp^G}{L},$$

$$\omega_\beta = \omega_0 \nu_y,$$

где  $\nu_y$  — число бетатронных колебаний на обороте,

$$IT_0 = eN,$$

где  $N$  — полное число частиц.

Обычно используемая величина:  $z_\perp$  [Ом/м]  $\equiv \beta z_\perp^G / L$ .

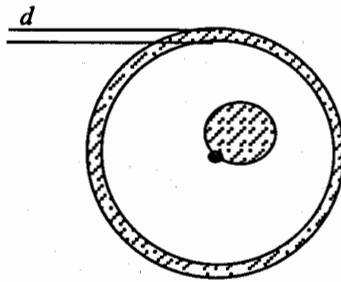
Мы имеем  $y = y_0 \exp(i\omega_\beta t + 2\pi \Delta \nu_\perp (t/T_0))$  и запишем сдвиг частоты, определяемый импедансом:

$$\Delta \nu_\perp = \frac{1}{8\pi^2} \frac{eN}{(E/ec)\nu} z_\perp.$$

Ясно, что динамика развития неустойчивости в поперечном направлении (в данном примере) определяется импедансом камеры, ее электротехническими свойствами. В случае, когда импеданс чисто мнимый, имеем только сдвиг частоты бетатронных колебаний. Если  $z_{\perp}$  имеет действительную часть, то в зависимости от ее знака имеем дело или с затуханием, или с нарастанием амплитуды колебаний.

Импеданс — функция частоты. Это видно из его определения либо из вычислений, когда получают различные частотные компоненты тока с соответствующими граничными условиями из разложения тока в ряд Фурье.

Например, имеем пучок, смещенный от центра в цилиндрической камере конечной толщины с удельным сопротивлением  $\rho$ :



Если глубину скин-слоя записать как  $\delta \sim \sqrt{\rho/(\mu_0\omega)}$ , ясна зависимость от частоты колебаний пучка. Если пучок совершает колебания с высокой частотой  $\omega$ , такой, что глубина скин-слоя много меньше толщины стенки камеры:  $\delta \ll d$ , то поля пучка будут полностью сосредоточены внутри вакуумной камеры. Поля, возбуждаемые медленными колебаниями пучка, для которых  $\delta \gg d$ , будут просто уходить, как в свободном пространстве.

Таким образом, имеем разные условия для различных частот полей внутри камеры и, следовательно, разные оценки для сдвига частоты  $\Delta Q_{\perp}$ , т. е. функциональную зависимость сдвига частоты бетатронных колебаний от частоты —  $f(\omega)$ .

Можно подвести некоторые итоги.

1. Поле пространственного заряда действует на некогерентные движения. Существенно, что  $\Delta Q \sim 1/\gamma^3$ . На когерентное движение влияют стенки камеры.

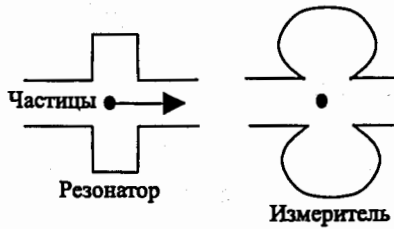
2. Вообще говоря, пучок сгруппирован и нужно изучать переменное поле. Это приведет к дополнительному сдвигу частот  $\Delta\nu$  и несколько изменит частоту синхротронных колебаний.

3. Если пучок нейтрализован, то эффект пространственного заряда уменьшается.

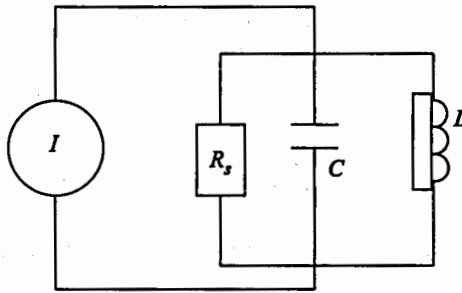
4. Взаимодействие пучков в коллайдерах — особый вопрос.

5. Как правило, пространственный заряд уменьшает область устойчивых колебаний, но стенки могут улучшать эффект (коэффициент Ласлетта для прямых стенок).

Теперь поговорим о продольном импедансе. Используя язык электротехники, вычислим его на примере резонатора:



Попробуем оценить потенциал возбуждения зарядом  $q$  в резонаторе.



Характерные параметры резонатора:

$$\omega_P = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q = R_\omega \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R_\omega}{L\omega_P} = R_s C \omega_P, \quad \alpha = \frac{\omega_P}{2Q},$$

$\omega_P$  — резонансная частота,  $\alpha$  — коэффициент затухания,  $Q$  — добротность.

Если по этой цепи идет ток  $I$ , то напряжения  $U$  на отдельных элементах считаем как

$$U_R = I_R R_\omega, \quad U_C = \frac{1}{C} \int I_C dt, \quad U_L = L \frac{dI_L}{dt},$$

при этом

$$U_R = U_C = U_L = U, \quad I_R + I_C + I_L = I.$$

Продифференцируем по времени:

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C + \dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{R_\omega} + C\ddot{U} + \frac{U}{L}, \quad (*)$$

где

$$C = \frac{Q}{\omega_P R_\omega}, \quad L = \frac{R_\omega}{\omega_P Q}.$$

Тогда

$$C R_\omega = \frac{Q}{\omega_P} \quad \text{и} \quad LC = \frac{R_\omega C}{\omega_P Q} = \frac{Q}{\omega_P} \frac{1}{\omega_P Q} = \frac{1}{\omega_P^2}.$$

Вернемся к (\*):

$$\ddot{U} + \frac{1}{R_\omega C} \dot{U} + \frac{1}{LC} U = \frac{1}{C} \dot{I}, \quad \ddot{U} + \frac{\omega_P}{Q} \dot{U} + \omega_P^2 U = \frac{\omega_P R_\omega}{Q} \dot{I}.$$

Решение однородного уравнения:

$$U(t) = e^{-\alpha t} \left[ A \cos \left( \omega_P t \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \right) + B \sin \left( \omega_P t \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \right) \right].$$

Пусть  $I = q\delta(t)$ . В нулевой момент времени этот заряд наведет напряжение на емкость:

$$U(0^+) = \frac{q}{C} = \frac{q\omega_P R_\omega}{Q}.$$

Энергия, потерянная пучком, которая «запасется» в емкости, есть

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{\omega_P R_\omega}{2Q} q^2 = \frac{U(0^+) q}{2} \equiv K_{\text{пар}} q^2,$$

$K_{\text{пар}}$  — фактор потерь на паразитной моде (возбужденной в резонаторе):

$$K_{\text{пар}} = \frac{\omega_P R_\omega}{2Q}.$$

Далее емкость будет разряжаться через  $R_\omega$  и  $L$ :

$$\begin{aligned} \dot{U}(0^+) &= -\frac{\dot{q}}{C} = -\frac{I_R}{C} = -\frac{1}{C} \frac{U(0^+)}{R_\omega} = -\frac{1}{C} \frac{2K_{\text{пар}} q}{R_\omega} = \\ &= -\frac{2\omega_P R_\omega}{Q} \frac{K_{\text{пар}} q}{R_\omega} = -\frac{2\omega_P K_{\text{пар}}}{Q} q. \end{aligned}$$

Итак, имеем граничные условия

$$U(0^+) = 2K_{\text{пар}} q \quad \text{и} \quad \dot{U}(0^+) = -\frac{2\omega_P K_{\text{пар}}}{Q} q,$$

которые подставим в уравнение для  $U(t)$  и найдем коэффициенты  $A$  и  $B$ :

$$U(t) = 2qK_{\text{пар}} e^{-\alpha t} \left[ \cos \omega_P \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} t - \frac{\sin \omega_P \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} t}{2Q \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \right].$$

Это напряжение, наведенное в резонаторе зарядом  $q$ . Второй заряд  $q'$  увеличит или потеряет энергию

$$u = q' U(t).$$

Потенциал возбуждения определяется как  $u/(qq')$ . Для точечного заряда это есть просто функция Грина

$$G(t) = 2K_{\text{пар}} e^{-\alpha t} \left[ \cos \omega_P \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} t - \frac{\sin \omega_P \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} t}{2Q \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \right].$$

Для  $Q \gg 1$

$$G(t) \approx 2K_{\text{пар}} e^{-\alpha t} \cos \omega_P t.$$

Пусть теперь резонатор возбуждается гармоническим током  $I = \hat{I} \cos \omega t$ , тогда имеем

$$\ddot{U} + \frac{\omega_P}{Q} \dot{U} + \omega_P^2 U = \frac{\omega_P R_\omega}{Q} \hat{I} = -\frac{\omega_P R_\omega}{Q} \hat{I} \omega \sin \omega t.$$

Решение однородного уравнения затухает со временем, и это напряжение в конце концов исчезнет после некоторого момента. Частное решение будем искать в виде

$$U(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t,$$

$$\dot{U} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t,$$

$$\ddot{U} = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t,$$

$$\begin{aligned} -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t - \frac{\omega_P}{Q} A\omega \sin \omega t + \frac{\omega_P}{Q} B\omega \cos \omega t + \\ + \omega_P^2 A \cos \omega t + \omega_P^2 B \sin \omega t = -\frac{\omega_P R_\omega}{Q} \hat{I} \omega \sin \omega t, \end{aligned}$$

$$-A\omega^2 + \frac{\omega_P \omega}{Q} B + \omega_P^2 A = 0,$$

$$-B\omega^2 - \frac{\omega_P \omega}{Q} A + \omega_P^2 B = -\frac{\omega_P R_\omega}{Q} \omega \hat{I},$$

$$A = -\frac{\omega_P \omega}{Q} \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2} B,$$

$$(\omega_P^2 - \omega^2) B + \frac{\omega_P^2 \omega^2}{Q^2} \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2} B = -\frac{\omega_P R_\omega}{Q} \hat{I},$$

$$B = -\frac{\omega_P \omega}{Q} R_\omega \hat{I} \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2 + \frac{\omega_P^2 \omega^2}{Q^2} \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2}},$$



$$A = \frac{\omega_P^2 \omega^2}{Q^2} \frac{R_\omega}{\omega_P^2 - \omega^2} \hat{I} \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2 + \frac{\omega_P^2 \omega^2}{Q^2} \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2}},$$

$$U(t) = R_\omega \hat{I} \frac{\cos \omega t + \frac{(\omega^2 - \omega_P^2) Q}{\omega P \omega} \sin \omega t}{1 + \frac{Q^2 (\omega_P^2 - \omega^2)^2}{\omega_P^2 \omega^2}},$$

поскольку ток  $I \sim \cos \omega t$ , то в  $U(t)$  член, пропорциональный  $\cos \omega t$ , — резистивный член, а пропорциональный  $\sin \omega t$  — реактивный член.

Отношение напряжения  $U$  к току  $I$  и есть импеданс. Отсюда

$$Z_R = R_\omega \frac{1}{1 + Q^2 \left( \frac{\omega_P^2 - \omega^2}{\omega P \omega} \right)^2}, \quad Z_i(\omega) = -R_s \frac{Q \frac{\omega_P^2 - \omega^2}{\omega P \omega}}{1 + Q^2 \left( \frac{\omega_P^2 - \omega^2}{\omega P \omega} \right)^2}.$$

Если мы представим возбуждение в форме  $I(t) = \hat{I} \cos \omega t = \hat{I} \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$ ,  $0 < \omega < \infty$  (часто используют  $I(t) = \hat{I} e^{i\omega t}$ , где  $-\infty < \omega < \infty$ ), то решение уравнения

$$\ddot{U} + \frac{\omega_P}{Q} \dot{U} + \omega_P^2 U = \frac{\omega_P R_\omega}{Q} \dot{I}$$

ищем в виде

$$U(t) = U_0 e^{i\omega t},$$

$$-\omega^2 U_0 + i \frac{\omega_P \omega}{Q} U_0 + \omega_P^2 U_0 = \frac{\omega_P R_\omega}{Q} i \omega \hat{I},$$

$$U_0 \left( \omega_P^2 - \omega^2 + i \frac{\omega_P \omega}{Q} \right) = i \frac{\omega_P \omega}{Q} R_\omega \hat{I},$$

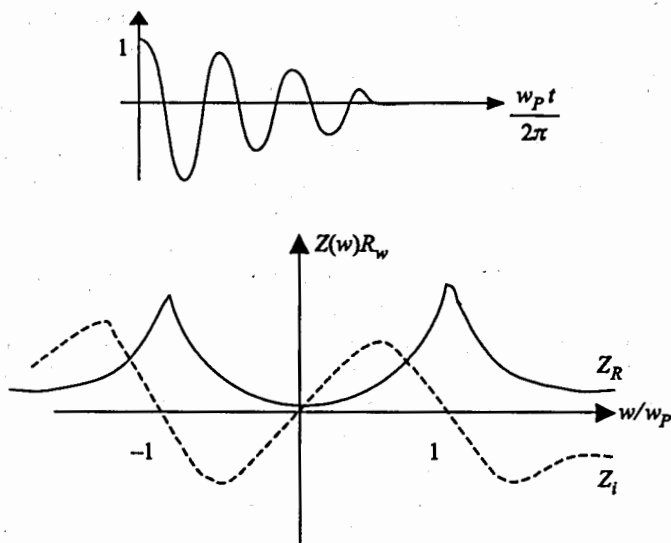
$$Z_{(\omega)} \frac{U_0}{\hat{I}} = i \frac{\omega_P \omega}{Q} R_\omega \frac{1}{\omega_P^2 - \omega^2 + i \frac{\omega_P \omega}{Q}} =$$

$$= R_\omega \frac{1}{1 - i Q \frac{\omega_P^2 - \omega^2}{\omega P \omega}} = R_\omega \frac{1 + i Q \frac{\omega_P^2 - \omega^2}{\omega P \omega}}{1 + Q^2 \left( \frac{\omega^2 - \omega_P^2}{\omega P \omega} \right)^2}.$$

Если  $\omega \approx \omega_P$ , то  $\frac{|\omega - \omega_P|}{\omega_P} \approx \frac{\Delta\omega}{\omega_P} \ll 1$  и, соответственно,

$$Z(\omega) = R_\omega \frac{1}{1 + iQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_P}} = R_\omega \frac{1 - iQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_P}}{1 + 4Q^2 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_P}\right)^2}.$$

Можем отметить некоторые свойства импеданса. Если  $\omega = \omega_P$ , то реактивный импеданс  $Z_R \rightarrow \max$ , а индуктивный  $Z_i = 0$ . Кроме того, существует следующее свойство:  $Z_R(\omega) = Z_R(-\omega)$ ,  $Z_i(\omega) = -Z_i(-\omega)$ . Знак реактивного импеданса  $Z_i$  зависит от разницы  $\omega_P$  и  $\omega$ : если  $Z_i > 0$  (индуктивный), то  $i = e^{i\pi/2}$  (напряжение опережает ток); если  $Z_i < 0$  (емкостный), то  $-i = e^{-i\pi/2}$  (напряжение отстает).  $Z(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t)e^{-i\omega t} dt$ ;  $Z(\omega)$  — фурье-преобразование  $G(t)$ .



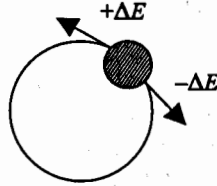
В принципе  $\tilde{Z}_{||} = U + iV$ . Действительная часть  $\text{Re}(\tilde{Z})$  связана с потерями в стенках (омическое сопротивление). Всегда есть неустойчивость  $e^{-i\omega_0 t}$ ,  $\text{Im}(\omega_0) > 0$ . Она носит название резистивной. Ее объяснение: изображение «не рассыдается» мгновенно, а отстает от заряда и дает источник полей на следующем обороте.

Пусть действительная часть импеданса  $U = 0$ . Соответственно, в зависимости от знака мнимой части, по аналогии с электротехникой, положим при положительном значении мнимой части  $V > 0$  — емкостный импеданс, а при отрицательном  $V < 0$  — индуктивный импеданс.

В случае чисто реактивного импеданса возможность развития неустойчивости будет определяться знаком  $-V \cdot K$ , где  $K$  — коэффициент автофазировки.

Если  $K > 0$  (слабая фокусировка или жесткая при  $E > E_{кр}$ ), то при  $V > 0$  (емкостный импеданс) есть неустойчивость. Если  $V < 0$ , то имеем только сдвиг частоты колебаний.

Неустойчивость при  $K > 0$  и  $V > 0$  получила название отрицательной массы. Ее характер иллюстрируется рисунком



Поскольку при  $K > 0$   $d\omega/dE < 0$ , то частицы с  $E + \Delta E$  имеют период обращения  $T + \Delta T$ , отстают и подходят к уплотнению, частицы с  $E - \Delta E$  имеют период обращения  $T - \Delta T$  и ускоряются к уплотнению (аналог — кольца Сатурна, только там существует не расталкивание, а притяжение, поэтому и только поэтому кольца устойчивы). Этот эффект характерен для любого поля центральных сил при условии  $d\omega/dE < 0$ .

Раскачка существует и в том случае, если существует излучение, уходящее из пучка. Наличие излучения математически соответствует существованию  $\text{Re } \tilde{Z}_{\parallel}$  (например, формула Шотта для электрона, вращающегося по окружности). Где здесь может появиться резонанс  $\omega_0 \sim k\tilde{\omega}$ ? На то может быть две причины:

- 1) резонанс между волной и скоростью частицы;
- 2) возможность возбуждения резонансных мод в камере резонатора или в резонаторных частях вакуумной камеры.

Борьба с неустойчивостями состоит в экранировании собственных полей и тем самым в уменьшении квазистационарного продольного электрического поля; в создании условий для излучения только в области высоких гармоник (с длиной волны, сравнимой с расстоянием до экранирующих стенок камеры) и т. д. Кроме того, можно нарушить моноэнергетичность пучка. Если ввести разброс по частотам или по энергиям, то оказывается, что эффект развития неустойчивости имеет пороговый характер:

$$N > N_{\text{пред}}, \quad \text{где } N_{\text{пред}} = f \left( Z, \frac{\Delta E}{E} \right).$$

Это так называемый эффект затухания Ландау, связанный с перемешиванием частиц из-за различных частот обращения

$$N_{\text{порог}} = |K| \frac{\pi \gamma_0 R_0}{4r_{\text{клас}}} \left| \frac{\tilde{Z}}{k} \right|^{-1} \left( \frac{\Delta E}{E} \right)^2.$$

Эти результаты слабо зависят от вида  $f_0(\omega)$ .

## Лекция № 6

# СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ, ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В УСКОРИТЕЛЯХ. ВСТРЕЧНЫЕ ПУЧКИ. СВЕТИМОСТЬ

Интерес в области классических ускорителей в последние 5–10 лет определен в двух направлениях: исследование возможностей сверхпроводящих магнитов для повышения магнитной жесткости («rigidity» — BR) и развитие накопительных колец для электронов, протонов и, с ограничениями, тяжелых ионов.

Вкратце переход на использование сверхпроводимости (СП) объясняется следующим. Если формировать поле мягким железом, то намагничивание будет в пределе 2 Тл, переход на формирование токовыми обмотками ограничен нагревом проводника из-за омических потерь. Вся энергия уходит на энергию нагрева.

Явление СП было открыто Камерлинг-Онессом в 1911 году. Практического значения СП не находила, поскольку условия сверхпроводимости нарушались при критических параметрах магнитного поля и тока  $B_{кр}$ ,  $J_{кр}$ . Только в начале 40-х годов прошлого века удалось найти сплавы Nb, которые выдерживают величину поля до  $\sim 7$  кЭ.

В 1965 году фирмой «Bell Telephone» был создан соленоид, в котором в качестве материала обмоток был применен сплав  $Nb_3Sn$  — величина поля составила 70 кЭ. Сейчас СП-материалы условно можно разделить на две группы: сплавы ( $NbZr$ ,  $NbTi$ ) и интерметаллические соединения ( $Nb_3Sn$ ,  $V_3Ga$ ). Токонесущая способность интерметаллов выше, а сплавы более технологичны. Наибольшее распространение получил сплав  $NbTi$ , выдерживающий плотность тока до значения  $\approx 200$  кА/см<sup>2</sup>, рабочие параметры: 50 кГц при  $T = 4,2$  К.

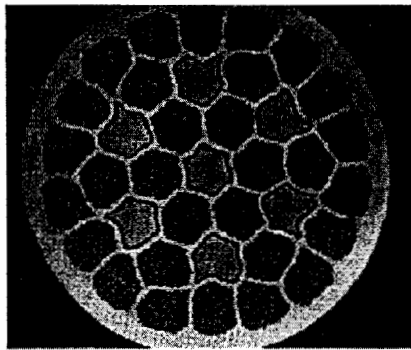
Сейчас реальное исследование и применение сверхпроводников идет по трем направлениям:

- сверхпроводники, работающие в режиме импульсного магнитного поля, — это магниты протонных синхротронов;
- СП-устройства, работающие в режиме постоянных или медленно меняющихся полей. Это магниты накопительных колец, магниты систем транспортировки пучков, магниты пузырьковых стримерных камер и т. д.;
- СП-устройства, работающие в режиме сверхвысокой частоты. Это СП-резонаторы и т. д. в применении к линейным ускорителям (ЛУ).

Существует также подразделение по целям создания сверхпроводников:

- получение рекордных параметров по магнитному полю  $B$ ;
- создание устройств и магнитов, не отличающихся по амплитудным характеристикам от теплых магнитов, но дающих экономический эффект.

При прохождении через сверхпроводник переменного тока его сопротивление уменьшается, но не зануляется. Потери в сверхпроводнике при таком токе пропорциональны  $\sim Bd$  ( $d$  — диаметр проводника). Поэтому для снижения потерь и с учетом малости апертуры современных ускорителей сверхпроводники изготавливаются из тонких жил (диаметр — микроны), запеченных в матрицу из мягкого металла (обычно меди).



Сечение многожильного провода на основе  $Nb_3Sn$ . Диаметр провода 1 мм. Число жил 41070, диаметр жил 2 мкм, материал матрицы — бронза. Ожидаемая средняя плотность тока  $1,5 \cdot 10^5$  А/см<sup>2</sup> при 50 кЭ и 4,2 К

Характеристиками сверхпроводников являются коэффициент заполнения, гибкость, точность, стабильность воспроизведения параметров, изоляция.

В 90-х годах прошлого века наиболее интересные разработки СП-магнитов велись:

- в России в связи с разработкой комплекса в ИФВЭ,
- в Лаборатории им. Э. Ферми (FNAL) для экономии электроэнергии (I этап) и удвоения энергии (II этап) Doubler/Saver.

Наилучшие достигнутые результаты (на конец 90-х годов XX века):  $B \sim 6$  Тл,  $\Delta n/n \sim 0,1\%$  (неоднородность поля),  $J_{кр} \sim 2 \cdot 10^4$  А/см<sup>2</sup>.

Реальные трудности:

- точность воспроизведения поля от модуля к модулю (качество СП и точность укладки проводов);
- мощности обеспечения (криостат и ожигитель 20 Вт/м — 10 кВт/м); потери на нагрев, радиационный разогрев;
- повторяемость параметров всего комплекса из-за локальных перегревов и перехода фазы СП в нормальную и т. д.

В настоящее время созданы и эксплуатируются СП-устройства в следующих областях:

- мезонные каналы (СИН, Швейцария),
- пузырьковые камеры на ускорителях (FNAL, США),
- спектрометры с СП-магнитами: «Омега» (ЦЕРН) и «Гиперон-1» (ИТЭФ).

На ряде изохронных циклотронов переходят на СП-обмотки возбуждения (СИН, «Чок-Ривер» и т. д.). При этом энергоемкость снижена примерно в 50 раз. Есть уникальная установка в США с полем  $\sim 17,5$  Тл (постоянное магнитное поле) для исследования конденсированных сред.

В СП-резонаторе удалось понизить поверхностное сопротивление примерно в  $10^5$  раз. Но создать большой резонатор с добротностью  $Q \sim 10^5 - 10^6$  не удастся. Пока наиболее перспективно покрытие поверхности СП-пленкой. Нагрев поверхности уменьшается, и можно подойти к температуре  $T \sim 1,2$  К, где гелий сверхтекучий и его теплопроводность много меньше теплопроводности меди.

Есть уже успешные опыты по ускорению в СП-резонаторе, максимальная достигнутая напряженность поля  $\epsilon_{\text{прод}} \sim 30-40$  кВ/см (проект «Тесла»). И в этом направлении вся работа впереди.

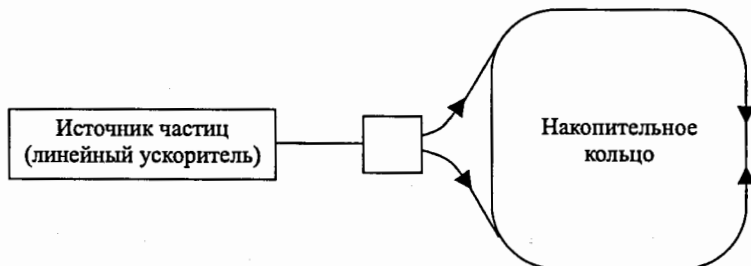
Для осуществления ядерных реакций необходимо, чтобы энергия налетающей частицы была больше суммы энергий покоя разлетающихся частиц. Причем необходимо, чтобы это условие выполнялось в собственной системе координат. В случае двух частиц (летащих навстречу друг другу) это система центра инерции (с. ц. и.). Из релятивистских законов следует, что при  $\gamma \gg 1$  энергия в с. ц. и. связана с энергией в лабораторной системе (л. с.):

$$E \approx E_{\text{с. ц. и}} = \sqrt{2E_0 E'}$$

Соответственно,  $E_{\text{еф}}$  — эквивалентная энергия в л. с. — связана с получаемой в с. ц. и.:

$$E_{\text{еф}} = \frac{2E^2}{E_0}$$

Предположим, что исследуется реакция «нуклон + антинуклон».  $E_{0\text{сумм}} \approx 2 \text{ ГэВ} = 2E_0$ . Отсюда  $E_{\text{еф}} \approx 8E_0$  вместо  $2E_0$  в с. ц. и., т. е. в 4 раза больше. Кроме того, в некоторых экспериментах необходима особая чистота, т. е. отсутствие взаимодействия с другими ядрами мишени. Все это привело к идее встречных пучков, сталкивающихся между собой:



Реализация таких устройств началась только с 1960 года после разработок методов накопления. Дело в том, что при столкновении необходимо иметь заметную вероятность самого факта столкновения. Поэтому основной характеристикой накопительного кольца является светимость.

Примем  $n = L\sigma$ , где  $n$  — число отсчетов наблюдаемого события, происходящего с сечением  $\sigma$ . Тогда светимость

$$L = \frac{N_1 N_2 \omega}{S},$$

где  $N_1 \sim N_2$  — число частиц в сгустках,  $S$  — поперечное сечение в области столкновения. Максимальное ограничение на светимость связано с параметром

$$\Delta\nu \sim \frac{N}{S}; \quad L_{\max} \sim (\Delta\nu)^2 \quad \text{при} \quad N_1 \sim N_2.$$

Для повышения светимости (характерная величина светимости:  $L \sim 10^{32} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ) необходимо накопление частиц в ускорителе:

1. Накопление заполнением орбит: инжекция, ускорение, перевод частиц на другую орбиту, инжекция на освободившееся место. Могут быть другие способы инжекции, позволяющие заполнить весь рабочий объем камеры.

2. При инжекции нельзя достичь увеличения плотности пучка, поскольку он занимает весь возможный фазовый объем. Чтобы увеличить плотность, необходимо уменьшить уже заполненный фазовый объем, а для этого нужно уменьшить энергию поперечного движения частиц.

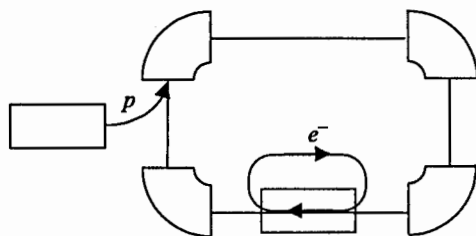
Для этого можно воспользоваться синхротронным излучением. При определенной магнитной структуре происходит затухание бетатронных и радиально-фазовых колебаний с постоянной времени:

$$\tau \sim \frac{E}{W},$$

где  $W$  — мощность потерь на синхротронное излучение.

Потеря энергии из продольного движения компенсируется ВЧ-системой. После «высвечивания» энергии из поперечного движения происходит инжекция новой порции частиц. Интенсивно развиваются различные способы охлаждения пучков:

1. Охлаждение с помощью электронного пучка (предложен и реализован в Новосибирске)

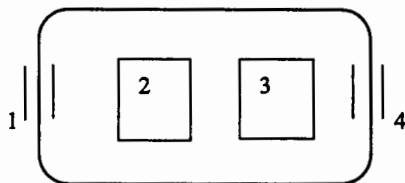


т. е. поток протонов идет вместе с потоком электронов и они пронизывают друг друга. Если  $T_{\perp e} < T_{\perp p}$ , то энергия поперечных колебаний протонов

уменьшается до величин  $\sim \sqrt{m/M}$ . В первых экспериментах (энергия протонов  $E_p \sim 75$  МэВ) было обнаружено, что время жизни пучка  $\tau$  увеличилось примерно в 5 раз, поперечные размеры уменьшились более чем в 10 раз.

Этот способ хорош при малых энергиях накопления. Однако при переходе к большим энергиям требуется увеличивать энергию электронного пучка, что сразу вызывает большие сложности.

2. Другой способ охлаждения — стохастический — заключается во введении широкополосной обратной связи.



В узле 1 снимают (пикап-электродом) амплитуду и фазу колебаний (среднего значения). Результаты обрабатываются в узле 2, в узле 3 вырабатывается команда, которая в узле 4 «давит» эти колебания. Этот способ не зависит от энергии, даже лучше применяется при больших энергиях, поскольку возрастают размеры установки. Все проекты накопительных комплексов так или иначе связаны с охлаждением.

Основные трудности при создании накопительных комплексов:

- очень высокие требования на вакуумные условия:  $P \leq 10^{-10}$  торр;
- ВЧ-система для накопительных колец электронов (большие времена, синхротронное излучение:  $\frac{\Delta E [\text{кэВ}]}{\text{оборот}} = 88 \frac{E^4 [\text{ГэВ}]}{R [\text{м}]} \Rightarrow$  т.е. сотни киловатт потерь мощности ВЧ в постоянном режиме);
- управление накопителем в реальном времени («резинная оптика»: перестройка от накопления к столкновению, которую можно осуществлять только с помощью ЭВМ).



## Лекция № 7

### ОХЛАЖДЕНИЕ ПУЧКОВ

*Стохастическое охлаждение. Электронное охлаждение. Лазерное охлаждение*

Теперь подойдем к обсуждению проблемы охлаждения частиц. Появление этой проблемы на свет и ее решение определилось многими причинами.

Во-первых, многоступенчатое ускорение. Бустеры — это почти обязательный элемент ускорительного комплекса на средние и высокие энергии (а теперь и на низкие), в которых пучок должен накапливаться и существовать длительное время. Именно они определили необходимость борьбы с рассеянием пучка на остаточном газе, на частицах того же пучка с развитием медленных неустойчивостей и необходимость накопления пучка при ограниченном (в смысле — конечном) акцептансе ускорителя.

Во-вторых, коллайдеры требовали прецизионных свойств пучка в местах встреч. Возросшие энергии уменьшили частоту наблюдения полезных сигналов, и для повышения достоверности результатов необходимо было непрерывно улучшать кинематику событий для сохранения точных измерений, что опять же приводит к необходимости улучшения параметров пучков.

Разбросы в пучке (поперечные:  $\Delta V_x/V_x$ ;  $\Delta V_y/V_y$  и продольные  $\Delta P_{\parallel}/P_{\parallel}$ ) определяют размер пучка в фазовом объеме и его кинематические свойства. Но мы знаем, что в консервативной системе теорема Лиувилля запрещает изменение фазового объема. Значит, если хочется изменить разброс в пучке, надо нарушить условия консервативности и каким-то образом забрать энергию из поперечного или продольного хаотичного движения.

Сам термин «охлаждение» пришел из кинетической теории газов:

$$\frac{1}{2} m \langle \mathbf{V}^2 \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Если в этой формуле среднеквадратичная скорость  $\mathbf{V}^2$  определяется поперечной скоростью  $V_{\perp}$ , то величина  $T$  определяет поперечную температуру  $T_{\perp}$ , а если  $\mathbf{V}^2$  определяет разброс по импульсам  $\Delta P/P$ , то  $T$  определяет продольную температуру  $T_{\parallel}$ . При такой аналогии частицы в пучке рассматриваются как частицы газа в сосуде. Из этой формулы ясно, что охлаждение (уменьшение  $T$ ) есть уменьшение  $\langle \mathbf{V}^2 \rangle$ . В принципе, эта интерпретация  $\langle \mathbf{V}^2 \rangle$  как  $T$  не очень физична, так как усреднение идет по ограниченному ансамблю частиц, и эта интерпретация столь же условна, как условия статистики в кинематике Власова.

Какие цели достигаются охлаждением?

1. Наполнение частицами рабочего объема машины (уменьшение эмиттанса одной порции частиц после инжекции и возможность поместить больше частиц в один и тот же адмитанс машины).
2. Сохранение качества пучка (борьба с рассеянием, медленными неустойчивостями).
3. Улучшение свойств пучка. Получение пучков с почти нулевыми разбросами в поперечном и продольном направлении позволяет повысить эффективность работы коллайдеров и улучшить кинематику исследуемых процессов на неподвижной мишени.

Заметим, что вера в фундаментальность теоремы Лиувилля была настолько велика, что между предложениями принципов охлаждения пучков тяжелых частиц и их официальным признанием прошло от 10 до 15 лет.

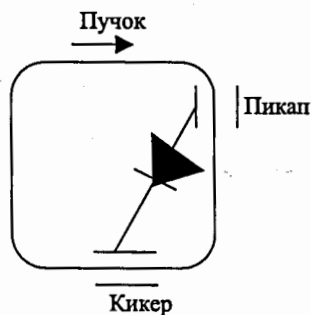
Принципы охлаждения для разных частиц разные. Легкие частицы (электроны и позитроны) охлаждаются за счет синхротронного излучения. Особенно такое охлаждение эффективно для релятивистских частиц, поскольку кинетическая энергия  $W$  пропорциональна  $\gamma^4$ . Тяжелые частицы (до энергии  $\leq 1$  ТэВ) имеют мощность синхротронного излучения значительно меньше, и только для ускорителей следующего поколения — LHC (7 ТэВ), SSC (20 ТэВ) — эффект синхротронного излучения для протонов будет заметен.

Для тяжелых частиц применяют в зависимости от энергии два метода охлаждения — стохастический и электронный. Они используются для охлаждения поперечного движения. Для охлаждения продольного движения применяют стохастическое или лазерное охлаждение.

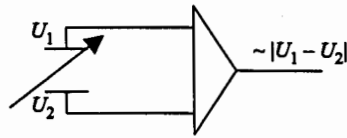
Перейдем теперь к рассмотрению этих методов подробнее.

**1. Стохастический метод.** Этот метод был предложен в 1968 году Ван-дер-Мейером (ЦЕРН).

Базовые представления: представим пучок, состоящий из отдельных частиц. Пусть пока  $\Delta P/P = 0$ . Тогда есть только бетатронные колебания около равновесной орбиты. Представим, что в ускорителе реализована следующая схема:

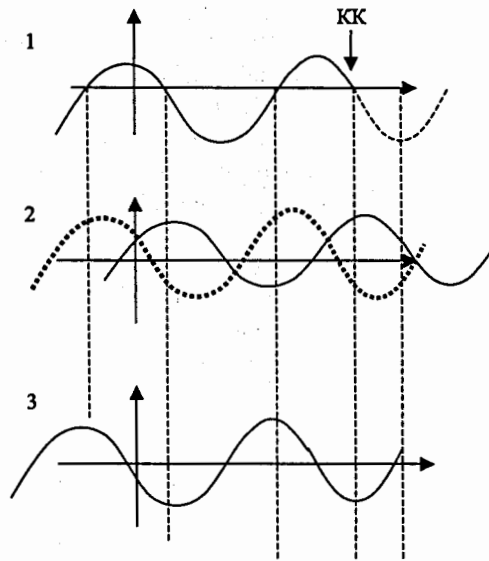


Пикап (ПК) — диагностическое устройство, измеряющее отклонение частицы от центра.



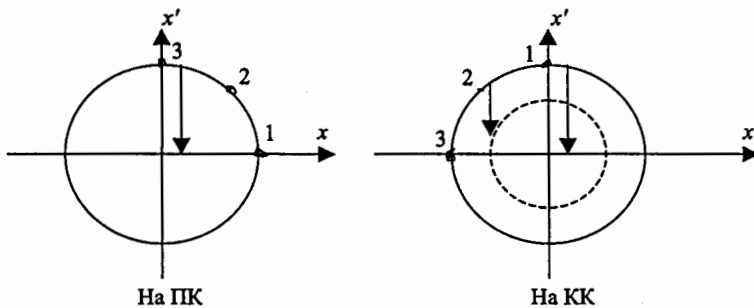
Кикер (КК) — устройство, в котором создается импульс электромагнитного поля в направлении, перпендикулярном пучку. Пусть ПК и КК соединены усилителем, сигнал с которого пропорционален сигналу с ПК. Пусть также расстояние между ПК и КК (по пучку) равно целому плюс половина длин бетатронных колебаний.

Могут наблюдаться следующие картины:



1 — частица в ПК имеет максимальное отклонение; 2 — колебание скомпенсировано частично; 3 — колебание сохранилось (сигнал ПК = 0)

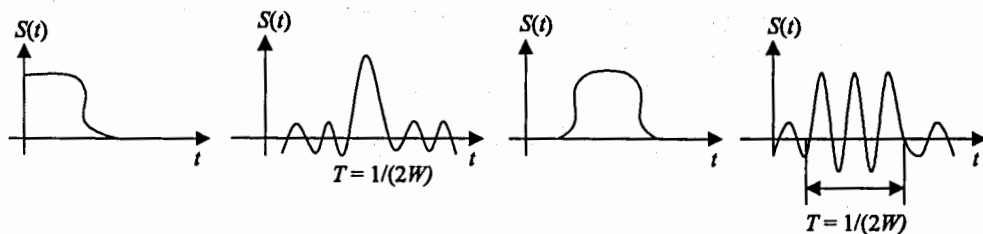
Эти же картины на фазовой плоскости выглядят как



Частица 1 идет по орбите с нулевым фазовым объемом, частица 2 — с уменьшенным, частица 3 — с прежним фазовым объемом.

Итак, в этом приближении, при такой расстановке оборудования, отклоняющаяся в ПК частица будет иметь в КК импульс, гасящий это отклонение. Поскольку набег фазы по всей длине ускорителя не равен целому числу колебаний (иначе возникает сильный резонанс), то можно себе представить, что за длительное время все частицы пучка появятся в ПК в фазе, соответствующей максимальному отклонению, и окажутся в роли частицы 1. Конечно, расстановка оборудования должна давать не только необходимый набег по фазе (кстати, для продольного охлаждения это не столь критично), но и соответствующую синхронизацию сигналов ПК и КК, а самое главное — время распространения сигнала ПК–КК и его обработки должно быть меньше или равно времени пролета частицей расстояния ПК–КК по окружности.

Поэтому в установке стохастического охлаждения линии обработки сигналов идут поперек орбиты (по хорде). Мы в своем рассмотрении приняли полную идеализацию параметров пучка, ничего не сказали о свойствах усилителя и т. д. Чтобы отойти от этих условностей, вспомним некоторые положения из фурье-преобразования сигналов и обработки импульса. Если сигнал в частотном представлении имеет полосу  $\Delta f = W$ , то его длительность есть  $T_s \sim 1/(2W)$ .



Из этого следует теорема Найквиста: Если вы хотите точно обработать импульс длительностью  $T$ , широкополосность обрабатывающей системы должна быть  $W \geq 1/(2T)$ . В теории фильтров есть следствие этой теоремы,  $T_s = 1/(2W)$ , где  $W$  — широкополосность фильтра: фильтр выделяет только основную частоту  $\sim 1/(2T_s)$ , остальное отсекает, хотя в исходном ( $\delta$ -образном) сигнале присутствовали все частоты.

Из этого рассмотрения следует, что если импульс частицы в ПК по-прежнему считать коротким (а это на самом деле так, поскольку длина этого импульса  $\sim d_{ПК}/c$ ), то усилитель создает в кикере импульс  $T_s = 1/(2W)$ , где  $W$  — полоса пропускания этого усилителя. Если  $t_0$  — время прохождения частиц через ПК, то кикер должен воздействовать на пучок в течение периода  $t_0 \pm T_s/2$ . Частицы, входящие в этот импульс, будем называть пробными. Если вся орбита заполнена равномерно  $N$  частицами, то кикер выделит из них пробные частицы и эта «проба» будет иметь длину  $\ell = T/T_s$ , где  $T$  — время обращения,  $\ell_s = T/T_s = 2TW$  (в этом примере  $t_0 \pm T_s/2$  отсутствует).

В эту пробу будут включены частицы  $N_s = N/(2TW)$ . Например, для ускорителя LEAR (ЦЕРН):  $N \sim 10^9$ ,  $T \sim 0,5$  мкс,  $T_{ПК} \sim 0,1$  нс,  $W \sim 250$  МГц,

$$2TW = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 2,5 \cdot 10^8 = 2,5 \cdot 10^2, \quad N_s = \frac{10^9}{2,5 \cdot 10^2} = 4 \cdot 10^6,$$

тогда период

$$T_s = \frac{1}{2W} = \frac{1}{2 \cdot 25 \cdot 10^8} = \frac{1}{5} \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^{-9} = 2 \text{ нс.}$$

Ясно, что предыдущее рассмотрение по частицам соответствует условию  $W \rightarrow \infty$ .

В тестовом сигнале необходимо выделять когерентные частицы, которые определяют сдвиг «центра тяжести» пучка относительно орбиты в месте расположения пикапов, и некогерентные, фаза которых произвольна, но на которые кикер также будет воздействовать. Поэтому процесс охлаждения — это соревнование между двумя воздействиями — охлаждающим для когерентных частиц (т. е. имеющих фазы, близкие к необходимым) и разогревающим для некогерентных частиц.

Даже в простом рассмотрении можно показать эффект уменьшения поперечного размера. Пусть когерентная частица 1 имеет амплитуду  $a_{01}$ , а частица 2 —  $a_{02} = 0$ . Если в кикере частица 1 получит импульс и ее амплитуда будет  $\approx a_{01}/2$ , то и частица 2 будет иметь амплитуду  $\approx a_{01}/2$ . Максимальный размер пучка до кикера

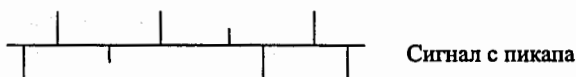
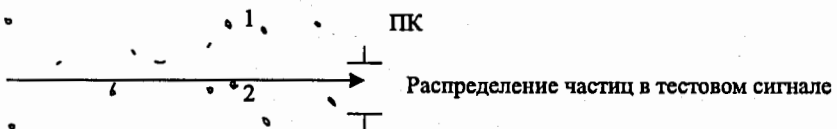
$$a_{\text{эф}} = \sqrt{\frac{a_{10}^2 + a_{20}^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_{10},$$

после кикера

$$a_{\text{эф}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{a_{10}^2}{4} + \frac{a_{10}^2}{4} \right)} = \sqrt{\frac{a_{10}^2}{4}} = \frac{a_{10}}{2},$$

т. е. произойдет уменьшение амплитуды в  $\sqrt{2}$  раз.

И, прежде чем идти дальше, нам надо понять, что измеряет ПК (пусть он будет идеальный, с бесконечной частотой пропускания), если считать, что в «пробе» есть много частиц.



Найдем время охлаждения с учетом частиц в «пробе». Пусть в ПК имеем отклонение  $x$  (см. сигнал с ПК). Пропорциональный ему импульс в кикере:  $\lambda x$ . Тогда отклонение тестовых частиц в кикере

$$x_c = x - \lambda x - \sum_{s'} \lambda x_i$$

↑ ↑  
 Когерентный эффект                      Некогерентный эффект

Если в сумму включить все частицы, то отклонение будет

$$x_c = x - \sum_s \lambda x_i \approx x - \lambda \sum_s x_i$$

(для промежуточного импульса в кикере).

Среднее отклонение частиц

$$\langle x \rangle_s = \frac{1}{N_s} \sum_s x_i$$

(именно эта величина измеряется пикапом), тогда  $x_c = x - \lambda N_s \langle x \rangle_s = x - g \langle x \rangle_s$ , где  $g = \lambda N_s$  — коэффициент «усиления» («подавления») усилителя.

Если  $\Delta x = x_c - x$ , то  $\Delta x = -g \langle x \rangle_s$ ,  $g = -\Delta x / \langle x \rangle_s$ ,  $g \sim N_s \Delta x$ , то можно легко оценить время охлаждения.

Предполагая интуитивно, что не нужно охлаждать больше чем на величину  $x$ , увидим, что в таком случае величина  $g \leq 1$ . Пусть  $g = 1$ , и в результате  $\langle x \rangle_s = \frac{1}{N} \sum_s x_i$ . Оставим только один когерентный член  $\langle x \rangle_s \sim \frac{x}{N_s}$ . Тогда

$$\Delta x = x_c - x = -\frac{1}{N_s} x.$$

Из общих соображений

$$\frac{1}{\tau_n} = -\frac{1}{x} \frac{dx}{dn} \Rightarrow \frac{\Delta x}{x \Delta n} = \frac{1}{N_s}$$

за оборот, т. е.

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{N_s T} = \frac{2W}{N} [c^{-1}], \quad \text{или} \quad \frac{1}{\tau} = f_0 \frac{1}{N_0}.$$

Это оценка «сверху» для  $g = 1$ , т. е. с учетом только когерентных колебаний.

Переход к учету некогерентных членов — довольно сложный процесс. Он состоит в анализе изменения не средних отклонений  $\Delta x/x$ , а среднеквадратичных отклонений по формуле

$$\frac{1}{\tau_{x^2}} = -f_0 \frac{\Delta x_{rms}^2}{x_{rms}^2} = \frac{2W}{N} (2g - g^2)$$

(сравним при  $g = 1$ , когда будем иметь наиболее простую формулу:  $1/\tau = 2W/N$ ).

Имеем

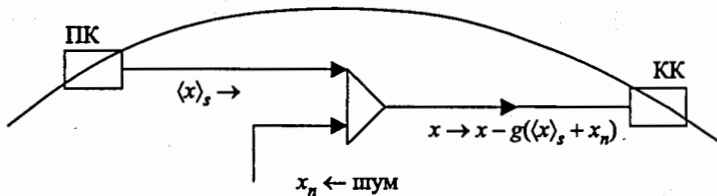
$$\Delta(x^2) = x_c^2 \approx -2gx \frac{1}{N_s} \sum x_i + \left[ g \frac{1}{N_s} \sum x_i \right]^2.$$

При этом член « $2g$ » — учет когерентного движения, а  $g^2$  — учет некогерентных членов. Видно, что наличие квадратичного члена  $g^2$  увеличивает время охлаждения.

Теперь рассмотрим эффекты, искажающие эту идеальную картину.

Первое, что мешает, — это шум. Основная причина шума — неидеальность усилителя. Высокочастотный шум, который, как ясно из общих соображений, имеет практически бесконечную ширину полосы пропускания ( $W \rightarrow \infty$ ), может сильно влиять на систему. Другая причина шума — ВЧ-шум самого пучка. Сигнал, подаваемый на кикер, пропорционален  $\langle x \rangle_s$ . Если перейти в частотные рассмотрения (а все электронные системы частотно-зависимые, и этого не избежать), то ясно, что усилитель должен выделить из сигнала ПК (полоса пропускания которого тоже стремится к бесконечности) частоты, связанные с когерентным движением. Ясно, что частотный спектр пучка представляет собой основные гармоники  $nf_0$  плюс расщепления  $(n \pm \nu) f_0$  на бетатронные колебания. Но на самом деле вся частотная полоса «заполнена» частотами, связанными с колебаниями отдельных частиц (так называемый Schottky-noise).

На принципиальной схеме охлаждения это можно представить таким образом:



И формула для охлаждения переходит в

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2W}{N} \left[ 2g - g^2 (1 + U) \right],$$

где  $U$  — отношение «шум/сигнал», т. е.

$$\frac{E(x_n^2)}{E(\langle x \rangle_s^2)}.$$

Некоторые следствия из этой формулы.

Пусть  $U \gg 1$ , т. е. шум явно больше сигнала. Тогда экстремум по  $g$  будет при  $g = 1/(1 + U)$  и значение функции в точке экстремума

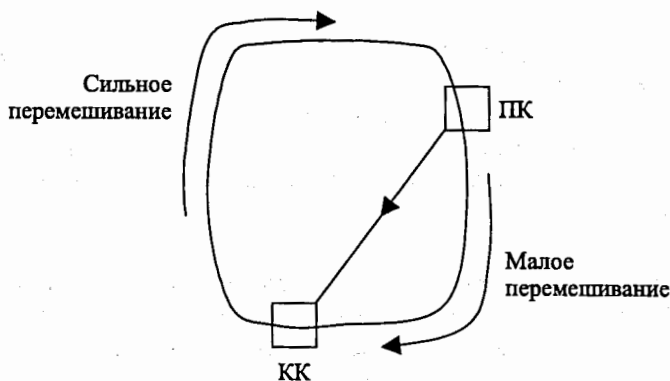
$$\frac{1}{1 + U} \approx \frac{1}{U}, \quad \text{и} \quad \frac{1}{\tau} \approx \frac{2W}{NU}, \quad \text{и} \quad g \approx \frac{1}{U}.$$

Это означает, что даже в этом случае систему можно охладить, если сделать темп подавления маленьким ( $\sim 1/U$ ) и время охлаждения большим ( $\sim NU$ ), т.е. если не мешать системе сильно, то она сама охладится. Но если  $1 + U = 2/g$ , то  $\tau \rightarrow \infty$ , и это ограничение не соответствует отношению «шум/сигнал». В первых экспериментах по охлаждению антипротонов в ЦЕРН величина  $U$  была  $\sim 10^6$ . Это было сделано на накопителе ISR при использовании стохастического охлаждения, время жизни пучка приближалось к неделе (!).

Еще один важный момент. Мы считали, что у нас есть тестовые частицы, которые определяют сигнал ПК, далее усилитель выделяет некоторую пробу из пучка, на которую воздействует поперечный импульс. Все это происходит довольно долгое время. Поскольку мы подразумеваем, что берем достаточно случайные тестовые частицы, воздействуем на них, то сам процесс воздействия нарушает этот случайный процесс. Если они без изменения подойдут к ПК на следующем обороте, то сигнал с ПК будет равняться нулю, поскольку  $\langle X \rangle_s = 0$ , но разброс в пучке сохранится.

Ясно, что и второй шаг коррекции ни к чему не приведет. На самом деле, само существование разброса снимает эту проблему, ибо из-за него (и из-за специфики ускорителя) происходит перемешивание частиц. Перемешивание идет за счет разброса параметров в одной пробе и воспринимается системой как шум. Если мы через  $M$  оборотов пробы воспринимаем ее, например, как частицу с  $\Delta p/p = 0$ , т.е. частица, имеющая другой импульс, в течение  $N$  оборотов не выходит из режима работы системы, настроенной на  $\Delta p/p = 0$ , то ясно, что это приведет к увеличению времени охлаждения в  $M$  раз.

Другой механизм перемешивания — «проскальзывание» по фазе на участках ПК–КК и КК–ПК. Первый эффект отрицательный, поскольку он увеличивает число частиц, скорректированных не оптимальным способом, а второй эффект положительный, так как он приводит опять к случайному выбору тестовых частиц на кикере. Нам надо добиваться такой ситуации, чтобы на участке КК–ПК было хорошее перемешивание, а на участке ПК–КК — малое перемешивание.





Если ввести коэффициент перемешивания  $M$ , связанный с разбросом, и  $\widetilde{M}$  — перемешивание, связанное с проскальзыванием,  $\widetilde{M} = \Delta T_{\text{ПК}}/T_{\text{КК}}$ ,  $T_{\text{КК}}$  — длина импульса кикера, а  $\Delta T_{\text{ПК}}$  — разница во времени из-за разности фаз, то можно написать окончательную формулу для времени охлаждения:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2W}{N} \left[ 2g \left( 1 - \widetilde{M}^2 \right) - g^2 (M + U) \right].$$

Теперь

$$g_{\text{опт}} = \frac{1 - \widetilde{M}^2}{M + U} \quad \text{и} \quad \frac{1}{\tau} = \frac{2W}{N} \left( \frac{(1 - \widetilde{M}^2)^2}{M + U} \right).$$

Оптimum достигается при следующих соотношениях:  $\widetilde{M} = 0$ ,  $M = 1$ ,  $U = 0$ ,  $1/\tau = 2W/N$ , например:  $W = 250$  МГц,  $N = 5,0 \cdot 10^8$ , тогда  $\tau = \frac{5,0 \cdot 10^8}{2 \cdot 2,5 \cdot 10^8} = 1$  с. Для  $N \sim 10^{13}$  протонов время охлаждения  $\tau \approx 1$  сут.

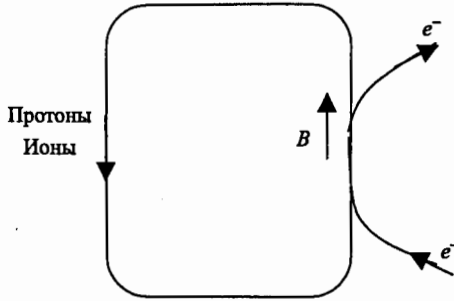
Аналогично рассматривается и рассчитывается охлаждение продольного разброса. Только здесь труднее измерения и исполняющим элементом является ВЧ-зазор.

И в заключение по этому методу охлаждения приведем сравнительную таблицу для установок со стохастическим охлаждением:

Установка	Год	Число частиц, охлажд. в секунду	$W$ , ГГц
ISR	1975–1977	$10^5$	0,1
ICE	1978	$10^5 - 10^6$	0,25
AA	1978	$10^6 - 10^7$	1
Тэватрон	1985/1986	$10^7 - 10^8$	2
Источник антипротонов для SSC (20 ТэВ)		$10^{10}$	4

Этому методу охлаждения трудно найти физическую аналогию. Наверное, наиболее близкая к истине следующая: усилитель выступает в роли резонансной нагрузки для пучка, пучок на этом сопротивлении рассеивает свою энергию на частотах, связанных со случайным когерентным отклонением. При этом пучок таким отклонением настраивает усилитель-резистор на когерентную частоту.

**2. Электронное охлаждение.** Этот способ был предложен Г.И. Будкером в 1966 году, и первые эксперименты были проведены в Новосибирске в ИЯФ СО АН СССР. Потом он был проверен в ЦЕРН, в Лаборатории им. Э. Ферми. Его принципиальная схема:



Условия  $\langle V_e \rangle = \langle V_i \rangle$ ,  $T_e \sim (M/m)T_i \ll T_i$ , но  $\langle V_e^2 \rangle \leq \langle V_i^2 \rangle$ .

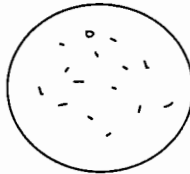
В этом способе можно найти точную физическую аналогию из кинетической теории газа. Представим два газа с разной температурой в одном контейнере. Ясно, что их взаимодействие приводит к выравниванию температур, но в нашем случае один газ, более холодный вначале, — электроны — мы можем вывести из этого контейнера и поместить в него следующую порцию холодного газа и т. д.

Простые соотношения:

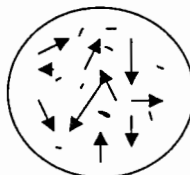
$$T_i^0 = \frac{1}{2}M\langle V_i^2 \rangle \gg \frac{1}{2}m\langle V_e^2 \rangle \equiv T_e^0, \quad T_i^k = T_e^k,$$

$$V_i^{rms} = \sqrt{\langle V_i^2 \rangle} = \sqrt{\frac{m}{M}\langle V_e^2 \rangle} = \sqrt{\frac{m}{M}}V_e^{rms} = \frac{1}{43}\sqrt{\frac{1}{A}}V_e^{rms},$$

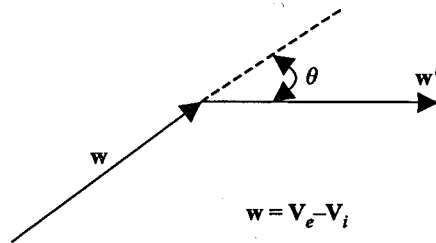
здесь  $A$  — атомный номер иона. Таким образом, в финале разброс скоростей иона будет значительно меньше разброса скоростей электрона. Есть еще одна хорошая физическая аналогия. Перейдем в систему координат, связанную с пучком,  $\langle V_e \rangle = \langle V_i \rangle$ . Тогда считаем, что разброс электронов мал, и сечение электронного пучка в собственной системе можно представить как



в то время как ионы сохраняют свои поперечные скорости и в сечении электронно-ионного пучка имеют вид



Ионы рассеивают свою поперечную энергию на «неподвижных» электронах. Исходя из этой модели, рассчитаем время электронного охлаждения в системе координат, где ион покоится и на нем рассеивается электрон:



Средний импульс, переданный иону за время  $dt$ , есть

$$-d\mathbf{p} = W \cdot dn \cdot \delta(\theta, W) d\Omega dt \cdot m (\mathbf{W}' - \mathbf{W}),$$

здесь  $dn = \eta f(\mathbf{V}_e) d^3\mathbf{V}_e$ ,  $n$  — плотность электронов (однородная),  $f(\mathbf{V}_e)$  — функция распределения электронов по скоростям,  $\delta(\theta, W)$  — дифференциальное сечение рассеяния,  $d\Omega$  — телесный угол вокруг  $\theta$ .

Отсюда находится сила торможения  $\mathbf{F} = - \int \frac{d\mathbf{p}}{dt} \cdot d\Omega \cdot d^3\mathbf{V}_e$ , после чего время охлаждения определится как

$$\frac{1}{\tau} \equiv \left| \frac{1}{V_i} \frac{dV_i}{dt} \right| = \left| \frac{F}{MV_i} \right|.$$

Далее выкладки идентичны теореме Резерфорда для рассеяния, кроме одного момента — выбора модели функции распределения  $f(\mathbf{V}_e)$ , которую нельзя брать в общем виде. Окончательно в лабораторной системе имеем

$$\tau = \frac{\gamma^2 M m 2\pi R}{Z^2 e^4} \frac{1}{d} \frac{1}{n_L L} \Psi \left( \frac{V_i}{V_e^{rms}} \right), \quad \Psi = \begin{cases} \frac{1}{4\pi} V_i^3, & V_i > V_e^{rms} \\ \frac{3}{2\sqrt{20}} \left( \frac{T_e}{m} \right)^{3/2}, & V_i < V_e^{rms} \end{cases},$$

где  $2\pi R$  — периметр кольца;  $d$  — длина участка охлаждения,  $n_L$  — плотность в лабораторной системе,  $\gamma^2$  — переход в лабораторную систему,  $L$  — кулоновский логарифм.

Пример:  $T_e = 0,2$  эВ,  $V_i < V_e^{rms}$ ,  $n_L = 3 \cdot 10^8$ ,  $L = 10$ ,  $d/(2\pi R) \sim 0,05$ ,  $\gamma = 1$ ,  $Z = 1$ ,  $\tau \sim 40$  с.

Основные характеристики времени охлаждения:

$$\sim \gamma^2, \quad \sim \frac{1}{d}, \quad \sim \frac{1}{\eta_L}, \quad \sim A, \quad \sim \frac{1}{Z^2}.$$

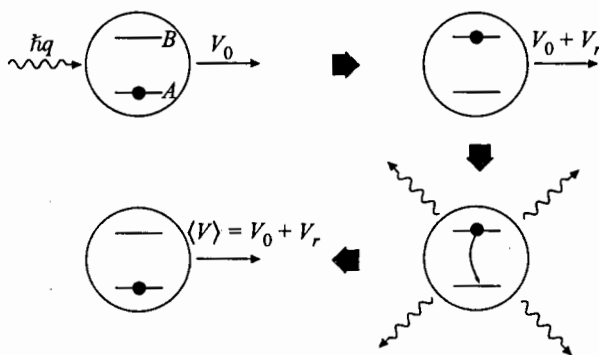
Поэтому связь энергии иона с параметрами пучка имеет вид

Энергия ионов $\epsilon_i$ , МэВ/нуклон	Энергия электронов $\epsilon_e$ , кэВ
1	0,5
10	5,4
100	54
500	272
1000	545

Если говорить об охлаждении только многозарядных ионов, то для времени охлаждения  $\tau$  добавляется еще одно условие:  $\tau < \tau_{\text{реком}}$ , здесь  $\tau_{\text{реком}}$  — время изменения ионом собственного заряда на ионах остаточного газа или на электронах охлаждающего пучка.

**3. Лазерное охлаждение.** Этот способ был предложен П. Шаннеллем в 1981 году, а в 1988 году был впервые экспериментально продемонстрирован.

Суть этого метода вкратце состоит в следующем: ионы, имеющие электронную оболочку, обладают частотными свойствами. Пусть ион находится в стабильном состоянии, или, правильнее, в метастабильном, и имеет определенное распределение электронов по оболочкам ( $1s$ ,  $2s$ ,  $1p$  и т. д.). Назовем это состояние  $A$ . Теперь, если налетающий на ион фотон с энергией  $\hbar\omega$  обеспечивает разницу между  $A$  и другим метастабильным состоянием  $B$ , то такой фотон поглощается. При этом ион получает импульс отдачи. Состояние  $B$  не абсолютно стабильно и ион излучает фотон, переходя в состояние  $A$ , но излучает *изотропно*, и его импульс сохраняется.



Если ионы просвечиваются лазерным светом под углом  $\theta$ , то ионы «чувствуют» частоту фотонов как

$$\omega' = \gamma\omega(1 - \beta \cos \theta),$$

где  $\beta = V_0/c$ ,  $\omega' - \omega$  — доплеровский сдвиг и  $\omega' = \omega_{AB}$ .

Рассматриваем только прямолинейное движение. Ионы имеют общее направление движения плюс разброс в продольном движении, т. е.  $V_0 \pm \Delta V$ , следовательно, они по-разному «видят» частоту лазера  $\omega_0 \pm \Delta\omega$ .

Ширина частоты лазера много меньше, чем доплеровская ширина. Если в атоме есть состояния, для которых энергия переходов соответствует  $\Delta\omega$ , то ионы будут получать соответствующий импульс, пропорциональный частоте  $\omega_{AB}$ , входящей в  $\Delta\omega$ .

Изменение частоты лазера внутри области доплеровской ширины  $\Delta\omega$  соответствует «сканированию» лазером этой ширины. И лазер, подобно снежному плугу, выпирает перед собой все ионные скорости. При этом средняя скорость ионов «сдвигается» в течение времени охлаждения. Время охлаждения — это время нахождения иона в метастабильном состоянии  $B$ . Есть ограничение на интенсивность и на время облучения лазером.

Несмотря на большие достоинства этого метода — малые времена охлаждения и охлаждение частиц до сверхнизких температур (достигнуто даже так называемое кристаллическое состояние пучка), достаточно очевидны и недостатки. Этот метод применим только для нескольких сортов ионов, для которых есть необходимые лазеры с требуемыми длинами волн. И второе — этот метод эффективен для пучков с низким разбросом по скоростям, т. е. пучок должен быть предохлажден, например, электронным охлаждением.

В заключение можно привести сравнительную таблицу для разных методов охлаждения, используемых в современных ускорительных комплексах. В том числе в таблице приведены также характеристики синхротронного (радиационного) охлаждения.

Параметр	Метод охлаждения			
	Стохастическое охлаждение	Электронное охлаждение	Синхротронное излучение	Лазерное охлаждение
Сорт частиц	Любые	Ионы	$e^+, e^-$	Некоторые сорта ионов
Предпочтительная скорость охлаждаемых частиц	Высокая	Средняя, $0,01 \leq \beta \leq 0,1$	Высокая, $\gamma \geq 100$	Любая
Интенсивность пучка	Низкая	Любая	Любая	Любая
Время охлаждения	$N \cdot 10^{-8}$ с	$1-10^{-2}$ с	$10^{-3}$ с	$10^{-4}-10^{-5}$ с
Наиболее удобная начальная температура пучка	Высокая	Низкая	Любая	Низкая

## Лекция № 8

### НОВЫЕ МЕТОДЫ УСКОРЕНИЯ

*Коллективные методы ускорения. Когерентные методы ускорения. Авторезонансное ускорение*

Новые методы ускорения — это методы, новые не в смысле времени, а в смысле принципа использования полей плотных заряженных сгустков или полей, возникающих при взаимодействии таких сгустков, для ускорения частиц (в отличие от «классических» методов, в которых используется поле, создаваемое внешними источниками). По времени «рождения» они относятся к 1956 году. Именно в этом году на одной из первых конференций по ускорителям заряженных частиц (в Женеве) советские физики-ускорительщики В. И. Векслер, Я. Б. Файнберг и Г. И. Будкер выступили с докладами, в которых были изложены новые принципы. Основной вклад в эту проблематику внес В. И. Векслер, и это было поразительно. «Отец» автофазировки, доказавший ее правильность созданием синхрофазотрона на 10 ГэВ — крупнейшей в то время машины, предложивший целый ряд схем ускорения и открывший тем самым, казалось бы, бесконечный путь развития этих машин, выступил с инициативой пересмотреть сам подход к проблемам ускорения. Это было непонятно и фантастично, и, как показали появившиеся позднее мемуары известных лидеров в области ускорителей, над ним не смеялись только потому, что его авторитет был слишком велик.

В чем Векслер видел недостатки «классического» ускорения? В первую очередь в том, что область, в которой частица приобретает энергию, мала по сравнению со всей областью удержания частицы. Возьмем любой циклический ускоритель — область зазора ВЧ-поля, где происходит набор энергии, и вся область вакуумной камеры, определяемая поворотом частицы на  $2\pi$  (а в этой области необходимо создавать удерживающие магнитные поля) — несравнимые величины. Это соотношение размеров областей падает с ростом энергии. В линейных ускорителях максимальное значение такого соотношения получить удалось, но, тем не менее, оно составляет не больше чем один к двум. И второе немаловажное обстоятельство — ограничение величин амплитуд электрического и магнитного полей, создаваемых внешними источниками. Если посмотреть на силы Кулона, которые пропорциональны  $\sim e^2/R^2$ , то эти силы могут быть очень велики и существуют только там, где находятся частицы. Как раз эти два обстоятельства не дают «спокойно спать» ускорительщикам. В то время, в 1956 году и позднее, предложения, прозвучавшие на конференции, остались только предложениями. Про одну

из причин мы уже сказали: слишком фантастично было все сказанное по сравнению с той «синицей», которая уже была «в руках», а вторая причина состояла в том, что предлагаемые методы предполагали использование двухкомпонентных образований (частицы двух зарядов), т. е. плазменных образований, а период 1950–1960-х годов был периодом страшного пессимизма по отношению к плазме из-за открытия различного типа неустойчивостей в плазме и несбывшихся надежд на быстрое получение энергии на основе термоядерного синтеза. И только в 1960-е годы началось экспериментальное (тоже, в основном, благодаря оптимизму и изобретательности В. И. Векслера) моделирование новых методов. А где-то в конце 1960-х годов произошел буквальный «взрыв» в области сильноточных ускорителей (импульсный ток 10 кА – 1 МА), пучок которых обладает гигантской импульсной мощностью. Эти ускорители породили целый ряд схем, предложений. И третье направление создания ускорителей, основанных на новых принципах, — использование мощных лазерных пучков.

Вернемся к предложению В. И. Векслера и его коллег.

Представим себе сгусток частиц одного заряда (электронов), и пусть в нем находится один ион, который удерживается силой Кулона. Электронный сгусток, ускоренный во внешнем поле по направлению  $z$ , приобретает скорость  $V_{z,e}$  и энергию  $\sim \gamma_{\parallel}$ ,

$$\gamma_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{1 - V_{z,e}^2/c^2}}, \quad E_e = m_0 c^2 \gamma_{\parallel}.$$

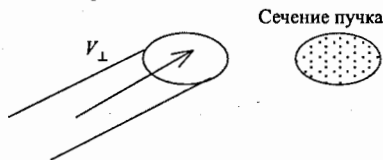
Если ионы удержатся в процессе ускорения, то  $V_{z,i} = V_{z,e}$  и

$$E_i = M c^2 \frac{1}{\sqrt{1 - V_{z,i}^2/c^2}} = M c^2 \gamma_{\parallel} = E_e \frac{M}{m_0} \approx 1,8 \cdot 10^3 E_e.$$

Векслер назвал этот способ коллективным. Правда, он содержит внутреннее противоречие, так как предполагает использование кулоновской силы, удерживающей ион  $\sim e^2 N/a^2$ , но такая же расталкивающая сила будет действовать на электрон на краю сгустка, и, чтобы сохранить этот сгусток плотным, нужно иметь удерживающие сгусток силы такого же порядка, что и применялись бы при ускорении иона. И тогда возникает вопрос: как создать такие плотности?

Однако из этого положения есть выход. На той же конференции Г. И. Будкер сделал доклад, результаты которого были использованы позднее при экспериментальной реализации коллективного метода ускорения.

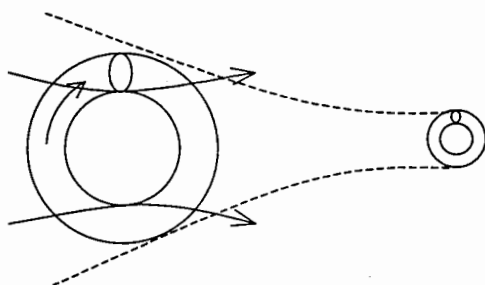
В чем состояло предложение Г. И. Будкера? Представим шнур электронов, летящих с релятивистской скоростью.



Тогда на электрон на краю шнура будут действовать сила Кулона и сила Лоренца:

$$eE + \frac{e}{c}VB \Rightarrow \frac{eN}{a^2} \frac{1}{\gamma_{\perp}^2}.$$

Физический смысл  $1/\gamma_{\perp}^2$  — уменьшение силы Кулона из-за магнитного стягивания параллельных токов. Если в такой шнур добавить ионов  $N_i = N_0/\gamma_{\perp}^2$ , то пучок будет находиться в равновесии и будет держать сам себя. Будкер учел колебательный характер движения электронов внутри шнура и излучение в точках поворота вектора скорости. В результате диссипации энергии из-за излучения в точках поворота радиус шнура  $a$  стремится к нулю, а сила, действующая на частицу на краю, стремится к бесконечности. К сожалению, времена такой диссипации слишком велики и такое состояние равновесия достигнуто не было (хотя попытки были). А идея уменьшения расталкивания магнитным стягиванием была реализована в методике ускорения с помощью электронных колец. Сгусток, тянущий ион, представляет собой кольцо электронов во внешнем поле. Поле нарастает во времени, происходит компрессия кольца (одновременно с бетатронным ускорением). Плотность электронов в кольце соответственно возрастает.



Ионы захватываются в кольцо, после чего следует ускорение. При этом ионы на единице длины приобретают энергию

$$U \sim 10^{-4} \frac{Ne Z}{2Ra A}.$$

Этот метод был реализован в ОИЯИ, и темп набора энергии был  $\sim 5-7$  МэВ/м.

К сожалению, длительного времени ускорения получить не удалось. Конечно, коэффициент выигрыша в  $1,8 \cdot 10^3$  в реальном исполнении снизился где-то до 20 (из-за увеличения энергии электрона в  $\gamma_{\perp}$  раз и уменьшения суммарного заряда кольца в  $ZN_i/N_e$  раз), но, тем не менее, в этом ускорителе получение, захват и ускорение ионов происходило только за счет собственного кулоновского поля электронами кольца, т. е. идея метода была реализована.



Второй метод строится только на принципах релятивистской кинематики, и его суть можно обнаружить в общих формулах курса Ландау и Лифшица (том II). Пусть в лабораторной системе есть две частицы с импульсами  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  и энергиями  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ . Перейдем в систему центра масс. Скорость этой системы

$$\mathbf{V} = \frac{(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2) c^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}.$$

Пусть  $\mathbf{P}_2 = 0$ . В этой системе частицы будут иметь импульсы  $\mathbf{P}_{10} = -\mathbf{P}_{20}$  и энергии  $\varepsilon_{10}, \varepsilon_{20}$ . Пусть эти две частицы сталкиваются. Проследим за второй частицей. В системе центра масс (столкновение упругое) движение одномерное. До столкновения

$$P_{20} = -\frac{m_2 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad \text{и} \quad \varepsilon_{20} = \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

После столкновения

$$P_{20} = -\frac{m_2 V \cos f}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad \text{и} \quad \varepsilon_{20} = \frac{m_2 c^2 \cos f}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad 0 < f < \pi/2.$$

Вернемся в лабораторную систему и найдем энергию 2-й частицы

$$\varepsilon'_2 = \frac{\varepsilon_{20} - V P_{20}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \frac{m_2 c^2 + m_2 V^2 \cos f}{(1 - V^2/c^2)} = m_2 c^2 \frac{1 + (V^2/c^2) \cos f}{1 - V^2/c^2}, \quad \sim m_2 c^2 \gamma_1^2,$$

$$V = \frac{P_1 c^2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{m_1 V_1 \gamma_1 c^2}{m_1 c^2 \gamma_1 + m_2 c^2}, \quad \gamma_1 \geq 1,$$

если  $m_1 \gg m_2$ , то

$$V \approx \frac{m_1 V_1 \gamma_1}{m_1 \gamma_1} \approx V_1 \quad \text{и} \quad \varepsilon'_2 = m_2 c^2 \gamma_1^2,$$

это релятивистский закон изменения энергии: при соударении тяжелой релятивистской частицы с легкой последняя приобретает энергию, пропорциональную квадрату энергии налетающей частицы. Этот способ остался на бумаге (была скромная попытка реализовать его в ФИАНе) из-за трудностей реализации условий упругого взаимодействия.

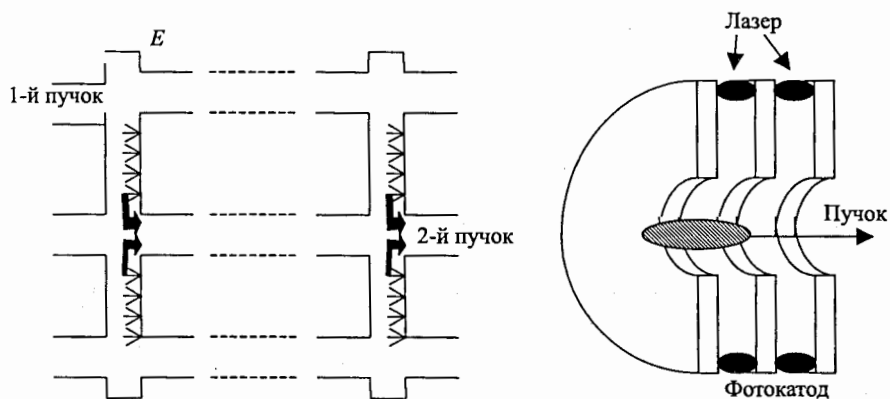
Далее В. И. Векслер обратил внимание на следующий момент. Известно излучение Черенкова. Если скорость частицы больше фазовой скорости волны в данной среде, то частица излучает и энергия излучения  $\sim q^2$ , где  $q$  — заряд частицы. Если попытаться обратить эффект? Пусть среда, например плазма, налетает на сгусток частиц с зарядом  $eN$  и скорость среды больше скорости волн, способных распространяться в такой среде, тогда частицы будут получать энергию из движущейся среды с мощностью, пропорциональной  $\sim q^2$ , т. е.  $e^2 N^2$ .

В другом варианте, если просто посчитать радиационное давление электромагнитной волны на сгусток, то эта сила пропорциональна  $\sim \sigma \sim q^2 \sim$

$\sim e^2 N^2$ , таким образом, отсюда легко получить, что сила, действующая на частицу в этом сгустке, пропорциональна числу частиц в самом сгустке:  $F \sim e^2 N$ . Векслер назвал такой эффект когерентным. Суть его лежит в области использования когерентного электромагнитного излучения системой частиц.

Перекликаются с этими предложениями и идеи Я. Б. Файнберга. Прежде всего он предложил ускорение частиц в плазме. Идея состоит в том, что в плазме можно возбудить волну, имеющую продольную составляющую электрического поля и фазовую скорость, меньшую скорости света, так что механизм автофазировки может работать. Преимущество по сравнению с обычным линейным ускорителем состоит в отсутствии металлических поверхностей, на которых иницируется пробой, так что напряженность ускоряющего поля может достигать очень больших значений. Кроме того, снимается противоречие между продольной и поперечной устойчивостью, характерное для обычных линейных ускорителей. В современных вариантах плазменная волна возбуждается либо мощным лазерным импульсом, либо плотным сгустком электронов относительно малой энергии.

Кроме того, появились и схемы ускорения в вакууме, где продольное поле создается с помощью проводящих поверхностей, но только в том объеме, где находятся ускоряемые частицы. В так называемом двухпучковом ускорителе поле создается плотным сгустком электронов малой энергии (1-й пучок) и передается в рабочий канал с помощью радиальных линий связи. Во втором случае источником поля являются заряженные радиальные линии, коммутируемые в нужной очередности коротким лазерным импульсом, попадающим на фотокатоды, работающие как разрядники.



В этих схемах достигается принудительная ориентировка электрической составляющей по направлению движения частицы с помощью металлических поверхностей, а фазировка «поле–пучок» осуществляется или принудительно (лазер), или другим пучком (не забывать про возможную компрессию мощности).

Еще одно предложение — так называемое авторезонансное ускорение. Пусть мощный электронный пучок распространяется вдоль магнитного поля  $B$ . В пучке возбуждаются собственные волны. Наиболее важные из них имеют частотный спектр:

$$\omega = k_z V_e \pm \omega_P \frac{k_z}{\gamma_e k}, \quad k^2 = k_z^2 + k_{\perp}^2, \quad \omega_P^2 = \frac{4\pi e^2 n_p}{m\gamma}$$

— волны пространственного заряда,

$$\omega = k_z V_e \pm \Omega \frac{k^2 c^2}{k^2 c^2 + \omega_P^2}, \quad k^2 c^2 \gg \omega_P^2, \quad \Omega = \frac{cB}{\gamma mc}$$

— циклотронные волны.

В приближении  $k^2 c^2 \gg \omega_P^2$  и знака «-» (потом мы увидим, что это означает, что  $V_{\phi} < V_e$ )

$$\omega_0 \approx k_z V_e - \Omega, \quad (*)$$

$$V_{\phi} = \frac{\omega_0}{k_z} = V_e - \frac{\Omega}{k_z},$$

но из (\*)

$$k_z = \frac{\omega_0 + \Omega}{V_e},$$

тогда

$$V_{\phi} = V_e - \frac{\Omega V_e}{\omega_0 + \Omega} = V_e \left[ \frac{\omega_0 + \Omega - \Omega}{\omega_0 + \Omega} \right] = V_e \frac{1}{1 + \Omega/\omega_0} = V_e \frac{1}{1 + \frac{eB}{ct\gamma\omega_0}}.$$

Таким образом, в релятивистском электронном пучке возбуждается волна, фазовая скорость которой может управляться приложенным магнитным полем  $B$  и регулироваться вдоль  $z$ . Она может подхватить ион и ускорить его, если ион попадает в устойчивую фазу. Далее он наращивает скорость в соответствии с изменением  $V_{\phi}$  волны. Этот метод реализовывался в США (Ливермор), использовались следующие параметры электронного пучка: 12 МэВ, 100 кА,  $a \sim 1$  см,  $B \sim 2-200$  кГс, ожидаемый набор около 5 ГэВ/м.

Еще одна схема довольно детально исследовалась экспериментально. Пучок входит в плазму, заключенную в металлический экран. Если  $J_e \geq J_{кр}$ , где  $J_e$  — плотность электронного тока,  $J_{кр} = f(\gamma, R, a)$ ,  $a$  — радиус пучка, то появляются ионы с  $\varepsilon_i > \varepsilon_0$ , движущиеся в том же направлении, что и электроны. Физический смысл  $J_{кр}$  — это предельный ток, который может распространяться в вакуумной камере:

$$J_{кр} = \beta_e \left( \gamma_e^{2/3} - 1 \right)^{3/2} \frac{mc^3}{e} \left( 1 + 2 \ln \frac{R}{a} \right)^{-1}.$$

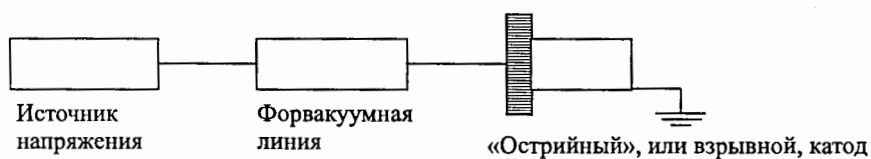
В наиболее характерных экспериментах при  $\varepsilon_e \sim 1$  МэВ,  $I_e \sim 50\text{--}100$  кА,  $P_{\text{газа}} \sim 0,05\text{--}0,1$  торр наблюдались ионы с энергией  $\varepsilon_i \sim 10$  МэВ и числом  $N_i \geq 10^{12}$ .

Объяснение происходящего: в запредельном пучке наступает большое провисание потенциала. Одновременно ионизируется газ. Появляются ионы, которые захватываются в яму и уменьшают ее глубину. В результате появляется возможность распространения такой «потенциальной ямы» дальше. Так, постепенно уменьшаясь, яма распространяется вдоль пучка и уносит с собой ионы. Была сделана попытка (успешная) ионизировать лазерным лучом газ и управлять распространением ямы. В ходе эксперимента примерно в 10 раз увеличилась энергия, но резко упала интенсивность ионов (до  $10^7$ ), причем напряженность ускоряющего поля оказалась порядка  $E \sim 33$  МВ/м.

Последние два метода изучались экспериментально очень интенсивно, а сейчас акцент сдвинулся в упомянутые wake-field и beat-wave ускорители. Они имеют много общего: возбуждение продольных (ленгмюровских) волн в плазме либо сгруппированным (банчируемым) пучком, либо лазером. В первом случае банчи проходят через плазму (с низкой энергией), а вслед за ними (в кильватере — wake) идет ускоряемый сгусток, во втором случае 2 лазера (beat-wave) с близкими частотами дают биения, распространяющиеся с нужной скоростью.

Заканчивая этот обзор исследуемых в настоящее время методов ускорения, необходимо указать на тот всплеск побочных направлений, который возник в связи с ними.

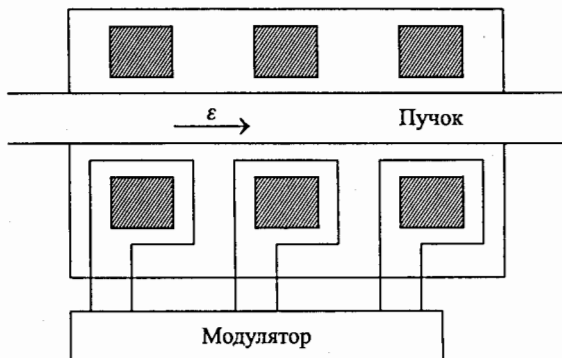
Во-первых, это мощные сильноточные ускорители. Произошло объединение идей получения больших токов и одноразового прямого ускорения.



Этот принцип лег в основу многих созданных ускорителей с характерными параметрами: ток 10 кА, энергия 2–5 МэВ, импульс  $\sim 50$  нс. Наиболее мощный ускоритель такого типа — «Black Jack» (компания «Maxwell&Co»): ток 2,8 МА, энергия 2,1 МэВ, импульс  $\sim 50$  нс.

Во-вторых, эти мощные пучки дали возможность исследовать новые методы ускорения, исследовать идею пучкового термоядерного синтеза (установка «Ангара»: 48 модулей, каждый по 500 кА, установка РВФА  $\sim 36$  модулей, каждый по 4 МА) и т. д.

Для осуществления генерации мощных электромагнитных волн в диапазоне 1–10 мм используется так называемый лазер на свободных электронах. В качестве инжектора для него более всего подходят индукционные линейные ускорители.



Наиболее типичные параметры: энергия 15–24 МэВ, ток 1,2–4,0 кА, импульс 60 нс, частота  $\sim 1$  Гц, длина  $\sim 40$  м (рекордсмен — АТА:  $I = 10$  кА,  $\epsilon = 50$  МэВ,  $\tau = 100$  нс).

Перечислим центры в России, где изучают эти проблемы: Томск, Дубна, Москва (ФИАН), Нижний Новгород.

Еще одно использование генерации ионных пучков: с помощью электронных потоков образуется виртуальный катод с большим потенциалом, который вытягивает из водородосодержащего анода протоны. Иногда накладывается магнитное поле. Таким образом получено 250 кА протонного тока, как для инерциального термоядерного синтеза, так и для нагрева плазмы в ловушках.

Вот, видимо, в этих направлениях будут создаваться ускорители будущего. На чем можно основываться, выражая эту уверенность: в космических лучах наблюдается энергия  $\sim 10^{20}$  эВ, магнитное поле пульсара  $\sim 10$  Тл. Такие энергии и поля есть в природе, значит, что-то можно сделать в направлении достижения подобных величин в лаборатории. Хотя эти цифры определяются космическим масштабом, но, тем не менее, они — ориентир для «дураков» и энтузиастов.

## Лекция № 9

# ПОДАВЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПУЧКА АДРОННЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ И КОЛЛАЙДЕРОВ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ

Современные ускорительные комплексы предъявляют жесткие требования к параметрам пучков ускоренных частиц. Это в равной степени относится как к коллайдерам, так и к ускорителям, работающим на внешнюю мишень. Требования на параметры пучка определяются самим характером изучаемого предмета — все наблюдаемые процессы носят вероятностный характер. Это значит, что для надежности получаемого результата необходимо набрать статистику измерений, т. е. обеспечить повторяемость параметров ускоренных пучков в заданных пределах в течение определенного (как правило, длительного) периода времени в условиях постоянно действующих возмущающих факторов. Сформулированная таким образом задача и есть, по сути, главная задача — определение автоматической системы в теории систем автоматического регулирования (САР).

САР имеют давнюю историю развития и широкую область применения (начиная от автоматического регулятора оборотов в паровой машине Ползунова до современных автоматов, систем управления ракетами и т. д.). Общая принципиальная схема САР приведена на рис. 1.

В этой схеме можно выделить несколько ступеней, или подсистем. Наиболее простая ступень, выделенная точечной линией, — это схема простого автомата, выполняющего одну или много команд. В этой схеме команды формируются блоком 3 и далее поступают на объект управления. Необходимо обратить внимание, что связь блока 7 с блоком 1 в этой ступени разорвана, т. е. автомат не контролирует результат своих действий. Таким образом, такая система является незамкнутой. Пример автоматического устройства этого типа — автоматы для продажи сигарет, воды и т. д.

Следующая ступень иерархии САР выделена на рис. 1 штриховой линией. В устройствах, соответствующих этой блок-схеме, результат действия системы замыкается на вход устройства через блоки 1 и 2 и тем самым учитывается при повторении воздействия. Это уровень замкнутой системы, примером которой являются все системы автоматического управления движущимися объектами. И, наконец, сама общая схема САР включает в замкнутую систему блок 9. Для систем управления пучками в ускорителях блок 9 имеет принципиальное решение.

Прежде чем переходить к применению САР к ускорителям (в ускорителях они носят название: управление пучками с помощью систем обратной связи, или *feed-back system* — в англоязычной литературе), необходимо установить основные характеристики блоков, входящих в блок-схему. Естественно, что

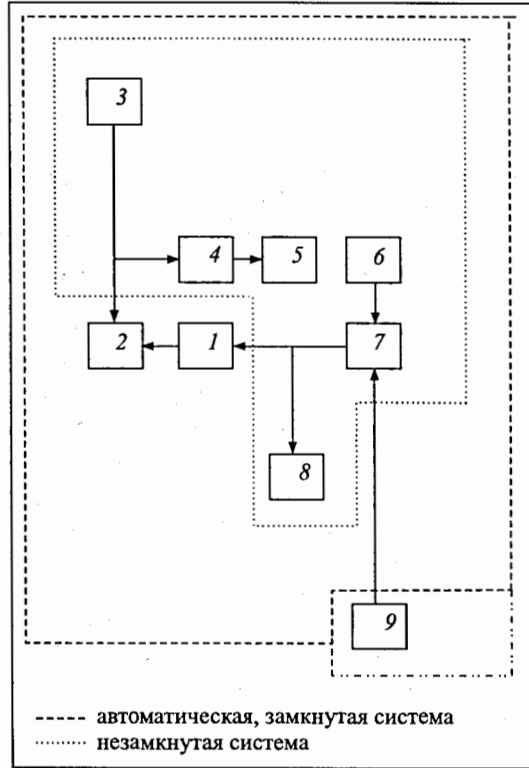


Рис. 1. Схема САР: 1 — измерительное устройство; 2 — предварительная обработка информации; 3 — задающее (программное) устройство; 4 — устройство формирования команд; 5 — усилительно-преобразовательное устройство; 6 — исполнительное устройство; 7 — управляемый объект; 8 — контрольное устройство («авост») для ускорителя; 9 — возмущение от внешних источников

работа каждого блока определяет работу САР в целом или вносит в нее дополнительные свойства.

Самой главной характеристикой каждого блока из схемы, показанной на рис. 1, является функция преобразования блоком входного сигнала в выходной (рис. 2, а). Функция преобразования делит все системы на линейные и нелинейные (рис. 2, б). Частный случай нелинейных систем — так называемая релейная система (рис. 2, в). Преобразование сигнала может осуществляться аналоговым способом (рис. 2, б) или дискретным (рис. 2, з).

Современные ускорительные комплексы имеют достаточно большие размеры. Время оборота частицы в ускорителе или коллайдере на высокие энергии составляет несколько десятков микросекунд. Обработка таких сигналов осуществляется с помощью цифровой техники (и, естественно, с помощью компьютеров, которые сами по себе работают в дискретном режиме). Кроме этого, само воздействие управляемого объекта (пучка) на измерительное устройство носит периодический (через оборот), импульсный характер. Существенно также, что с момента начала работы измерительного устройства до момента воздействия на пучок (как правило, это происходит, как мини-

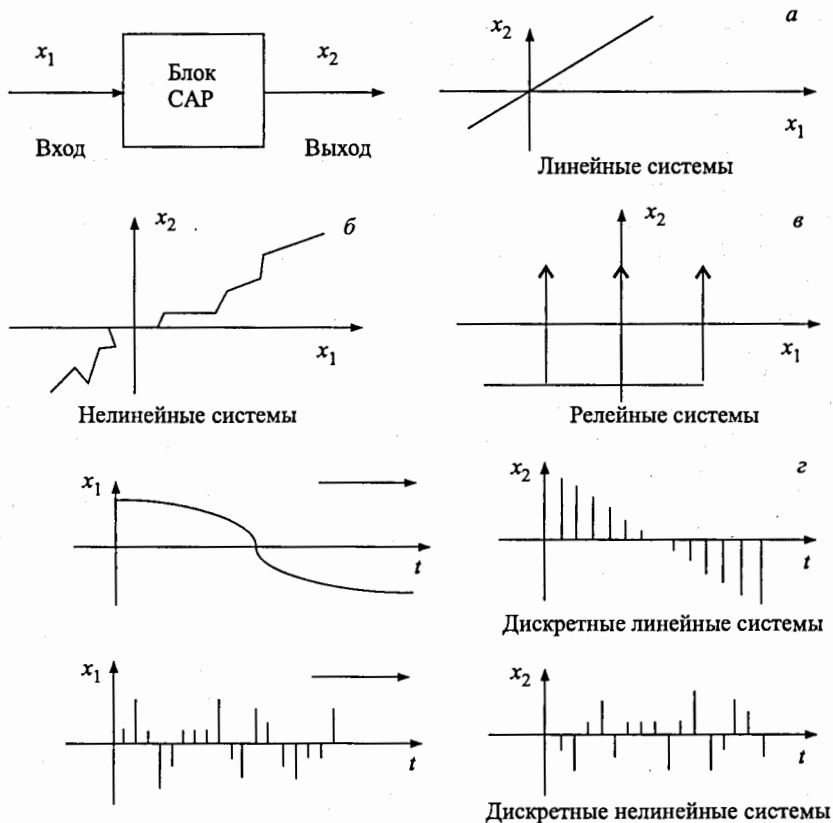


Рис. 2

мум, через оборот) состояние последнего определяется не только динамикой движения на орбите, но и воздействием на него различных неустойчивостей, шумов и т. д. Таким образом, САР в ускорителях (систему подавления колебаний, в дальнейшем — СПК) мы будем представлять как замкнутую, нелинейную, дискретную систему. Применяя эти общие положения, можно нарисовать более простую схему САР или СПК для ускорителей (рис. 3).

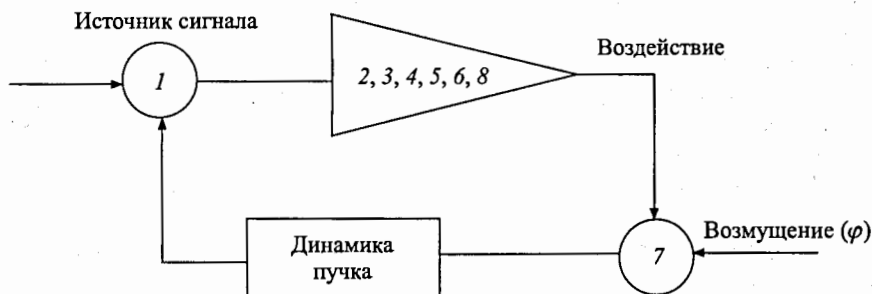


Рис. 3. Схема обратной связи (ФВ) в ускорителях



К этой схеме необходимо сделать небольшое замечание. Здесь появился блок «динамика пучка», который не является самостоятельным отдельным блоком СПК, но определяет необходимость учета прогнозируемого изменения состояния пучка на обороте. Остальные воздействия на пучок включены в «возмущение». Кроме этого, блок 8 в СПК имеет другие функции по сравнению с САР. В классических САР этот блок контролирует результат действия (например, автомат выдал одну пачку сигарет за определенное количество денег). В ускорительных системах блок 8 выполняет функции «авоста», если параметры пучка выходят из заданной области.

Итак, основная задача СПК в ускорителях — поддержание параметров пучка в определенных пределах. Поскольку колебания частиц в ускорителе в продольном и поперечном направлениях являются независимыми, СПК реализуется отдельно для продольного и поперечного движения. В этих лекциях мы ограничимся только поперечным движением пучка и, следовательно, только системами подавления поперечных колебаний с помощью обратных связей (СППК). Здесь необходимо сделать следующее замечание. В принципе, стохастическая система охлаждения есть также система с обратными связями, но системы охлаждения уменьшают эмиттанс пучка за счет диссипации энергии из некогерентного движения частиц. В отличие от систем охлаждения системы подавления колебаний с помощью обратных связей влияют только на когерентное движение частиц и, следовательно, не могут уменьшить эмиттанс. Таким образом, одна из основных задач ФВ-систем — подавить когерентные колебания пучка и предотвратить переход когерентных колебаний в некогерентные, в результате которого может вырасти эмиттанс.

Источником начальных когерентных колебаний пучка являются ошибки инжекции, которые за время, определяемое разбросом энергии в пучке при ненулевой хроматичности машины, переходят в некогерентные.

Следующая важная причина когерентных колебаний — неустойчивости. Наиболее опасной когерентной неустойчивостью в области низких частот является резистивная неустойчивость. В области высоких частот наиболее опасными являются связанные колебания на высоких модах, определяемые, например, высокими паразитными модами ускоряющих станций. Дополнительным воздействием на пучок при его длительном существовании в ускорителе (например, в коллайдере с длиной орбиты более 10 км) обладают движение Земли, шумы в системе питания магнитной системы и действия корректирующего импульса на пучок. Кроме этого, шумы измерительной системы и системы обработки сигнала тоже воспринимаются пучком как внешнее воздействие, влияющее на когерентное движение и на возрастание его эмиттанса.

Итак, мы можем сформулировать основные функции системы подавления поперечных колебаний пучка:

- 1) коррекция ошибок инжекции;
- 2) подавление низкочастотной (резистивной) неустойчивости;
- 3) подавление высокочастотных колебаний;
- 4) противодействие росту эмиттанса, связанному с различными шумами (для коллайдеров к перечисленным выше источникам шумов добавляются эффекты взаимодействия пучков в месте встречи).

Исполнение этих задач определяет частотные и мощностные характеристики СППК.

Принципиальную схему реализации СППК можно представить в двух вариантах (рис. 4). Сигнал с измерительного устройства (пикап) поступает в систему обработки сигнала, которая вырабатывает управляющий импульс на систему питания исполнительного устройства (кикер).

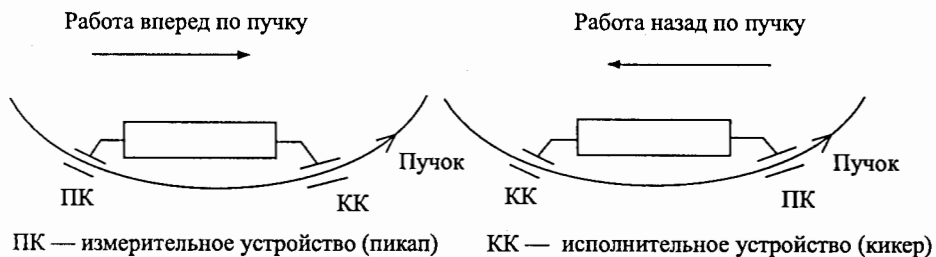


Рис. 4

Могут быть реализованы два способа работы СППК — вперед или назад по отношению к направлению движения пучка. При работе «вперед» пучок практически не успевает изменить свое состояние за время пролета пикап-кикер. Это упрощает работу СППК, но накладывает жесткие ограничения на время обработки сигнала и выработки корректирующего импульса. Такая система работает, в частности, на ускорителе У-70 ИФВЭ. Однако в машинах типа УНК, ЛНС невозможно реализовать такую систему из-за малой разницы времен прохождения сигнала (без обработки) от пикапа до кикера и пролета пучка между этими двумя точками. Поэтому для этих установок планируется организовать работу СППК в режиме «назад». При этом возможны модификации по числу пикапов и кикеров для подавления колебаний в одном направлении. На один кикер могут работать два или более пикапов, или могут существовать две отдельные системы пикап-кикер.

В общем случае колебания пучка выражаются формулой

$$y = C_0 + \sqrt{\varepsilon\beta_y} \cos\left(\frac{2\pi Q_y}{L} S + \delta\right), \quad (1)$$

где  $y = \begin{cases} x \\ z \end{cases}$ ,  $C_0$  — ошибка в определении невозмущенной орбиты,  $\varepsilon$  — величина, пропорциональная начальному эмиттансу пучка и ошибке инжекции,  $Q_y$  — частота бетатронных колебаний,  $L$  — периметр ускорителя,  $\delta$  — фаза колебаний,  $S$  — текущая координата частицы.

Ясно, что в момент измерения при  $S = S_{\text{пикапа}}$  величины  $C_0$ ,  $\varepsilon$  и  $\delta$  являются неизвестными параметрами. Отсюда следует необходимость измерения параметров пучка как минимум в двух точках орбиты или измерения этих параметров за время двух и более оборотов (так предлагалось работать на

SSC), чтобы восстановить неизвестные параметры для работы корректирующей системы.

В большинстве работающих и планируемых СППК расстояние между кикером и пикапом стараются приблизить к целому числу бетатронных колебаний  $+1/4$ . В этом случае отклонение пучка от орбиты в месте пикапа полностью трансформируется в поперечный импульс, компенсируемый пикапом. Ясно также, что при любой модификации мы должны иметь две независимые системы для подавления колебаний в  $x$ - и  $z$ -направлениях и эти системы должны работать как с положительными, так и с отрицательными отклонениями пучка от орбиты. Конкретная реализация СППК — количество пикапов, кикеров, мощностные и частотные характеристики — зависит от конкретных характеристик ускорителя: величины начальной ошибки инжекции, времени развития неустойчивостей и т. д.

Для того чтобы определить частотные характеристики СППК, необходимо вначале рассмотреть структуру пучка в современных ускорителях.

На рис. 5 представлены структуры пучков I ступени УНК и ЛНС. Можно отметить общие характеристики структур: пучок состоит из трейнов (train — цуг), каждый трейн состоит из банчей (bunch — сгусток).

Ясно, что СППК может воздействовать или сразу на весь трейн, или на каждый банч, или на то и другое в различных режимах работы. В общем случае можно определить границы частотной области, в которой работают СППК.

Нижняя частотная граница определяется частотой резистивной неустойчивости:

$$f = f_0(Q - K), \quad (2)$$

где  $K$  — целое число,  $f_0$  — частота обращений частиц в ускорителе.

Возьмем для оценок периметр ускорителя порядка 25 км. Тогда для скорости частицы, равной скорости света, мы получаем  $f_0 \approx 1,2 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ . Обычно  $Q - K \approx 0,3$  (во избежание полуполого резонанса), и мы имеем  $f \approx 3 \text{ кГц}$ . Для определения верхней границы частоты необходимо вспомнить одно из условий возникновения неустойчивостей: возможность распространения электромагнитной волны в системе. Такая волна должна выстраивать банчи в соответствии со своей длиной волны. Ясно, что распространение самого коротковолнового возмущения будет определяться сдвигом двух соседних банчей в противоположном направлении, или, другими словами, расстояние между такими смещенными банчами должно быть равно половине длины волны. Во временном представлении это значит, что

$$f_{\max} \sim \frac{1}{T_{\min}}, \quad T_{\min} = 2\Delta t,$$

где  $\Delta t$  — расстояние между банчами.

Для примера, в ЛНС (см. рис. 5)  $\Delta t = 15 \text{ нс}$ . Отсюда  $f_{\max} \approx 30 \text{ МГц}$ . Ясно, что обеспечение такого большого частотного диапазона (3 кГц — 30 МГц) не простая задача и может в некоторых случаях осуществляться различными техническими решениями в области низких (условно до 1 МГц) частот и в

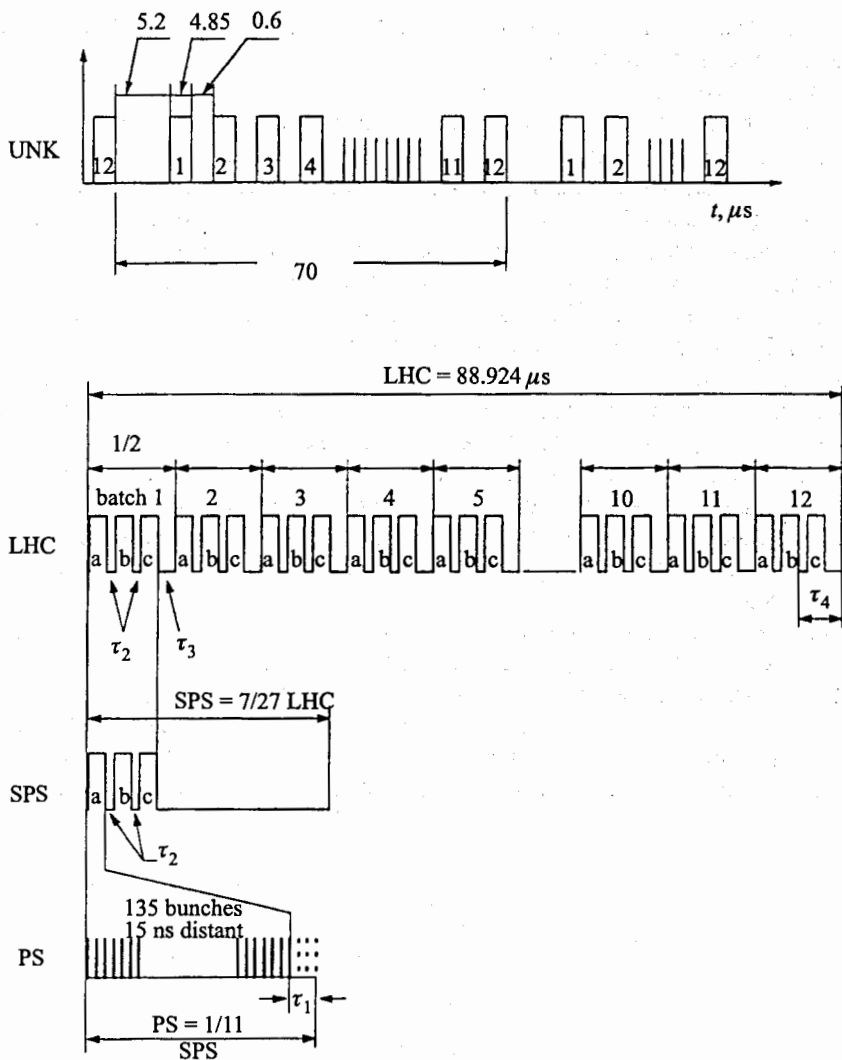


Рис. 5. Временная структура пучка для ускорителей УНК, LHC, SPS, PS

области высоких (от 1 до 30 МГц) частот. К этому вопросу мы еще вернемся позже.

Рассмотрим теперь элементы, входящие в СППК. Измерительное устройство должно дать сигнал, пропорциональный смещению пучка (точнее, центра тяжести банча) от орбиты. Для этой цели используются пикапы. Простейший пикап (электростатический) — это две пластины, разница сигналов с которых дает падение напряжения  $U$  на резисторе  $R$ . При этом  $U = \alpha \Delta$ , где  $\Delta$  — смещение пучка от орбиты. В коэффициент  $\alpha$  входит заряд пучка. Поскольку последний может изменяться в различных режимах работы ускорителя или из-за потерь частиц, лучше исключить этот параметр из измерения. Поэтому или используют пикапы более сложной формы, или, как правило, для

дальнейшей обработки используют сигнал, определяемый отношением разностного и суммового сигналов с пластин пикапа. Такой сигнал практически не зависит от интенсивности пучка.

Используют также магнитоиндукционные пикапы типа пояса Роговского. Комбинация сигналов с четырех обмоток такого магнитоиндукционного датчика позволяет получить большую область линейности и независимости от тока. В последнее время получили большое распространение так называемые *strip-line* пикапы. Если длина сгустка меньше длины измерителя, нагруженного на согласованную нагрузку, то такой измеритель работает как линия, в которой распространяется ТЕМ-волна. Максимальная чувствительность такого пикапа будет на частоте, соответствующей длине волны, равной четверти длины измерителя.

Устройство кикеров аналогично устройству пикапов. Это легко понять, поскольку электродинамика однозначно связывает токи и заряды с полями, ими создаваемыми. Если в измерительных устройствах мы измеряем токи и заряды, созданные электромагнитным полем пучка в измерителе, то в кикере мы решаем обратную задачу. Мы должны создать необходимое электромагнитное поле, для чего сформировать на пластинах кикера необходимые заряды или токи.

Аналогично пикапам кикеры делятся на электростатические, создающие импульс поперечного электрического поля (рис. 6, а), кикеры на бегущей ТЕМ-волне (схема на рис. 6, б) и магнитные кикеры (рис. 7). Последний показан более подробно. Этот кикер предполагается использовать на I ступени УНК. Из рисунка видно техническое решение, позволяющее формировать импульсы поперечного магнитного поля положительного и отрицательного направлений.

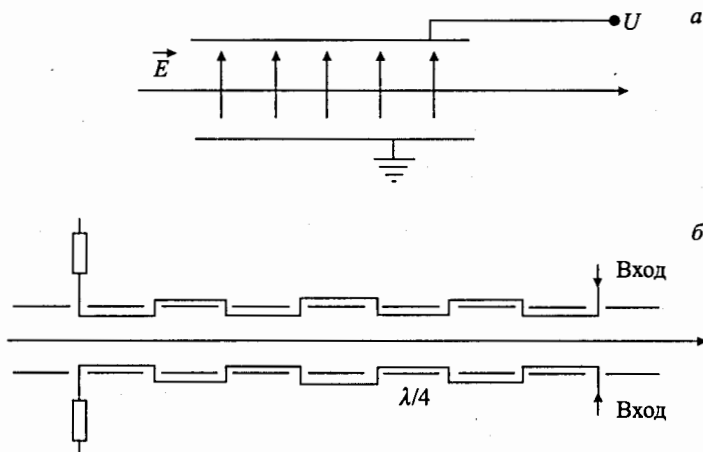
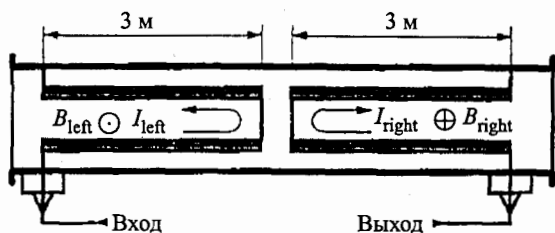


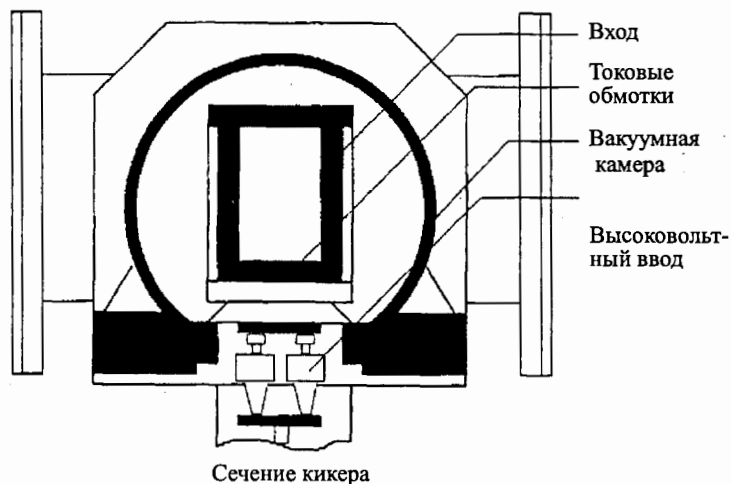
Рис. 6

Выбор системы питания кикеров представляет сложную задачу, для решения которой необходимо определить режим работы СППК и ее частотный

диапазон. Принципиально это могут быть импульсный генератор или широкополосный усилитель или и то и другое в различных частотных диапазонах.



Принципиальная схема кикера



Сечение кикера

Рис. 7

Выбор технического решения определяется также режимом работы СППК — корректирующий импульс действует на трейн целиком или на каждый банч в отдельности. И, конечно, многое определяют в выборе системы питания мощностные характеристики системы. Рассмотрим, например, коррекцию ошибок инжекции. Если колебания на плато импульса инжекционного кикера порядка  $\pm 5 \cdot 10^{-3}$  (что является хорошим качеством для таких мощных систем), то это приведет к углу между пучком и касательной к орбите в точке инжекции  $\Delta\theta \approx \Theta_0(\Delta B/B) \approx 10^{-5}$  рад. Для  $\beta$ -функции порядка 200 м это дает ошибку в смещении на уровне  $\pm 3$  мм. Если мы попытаемся подавить это отклонение за одно прохождение электростатического кикера, то мы должны приложить напряжение, равное

$$U = \frac{dp\Theta}{L}, \quad (3)$$

$d$  — ширина кикера,  $L$  — его длина,  $p$  — импульс частицы,  $\Theta = \Delta/\beta$  — угол компенсации.

Пусть  $d = 4,5 \cdot 10^{-2}$  м,  $\bar{\beta} = 100$  м,  $p = 450$  ГэВ (для ЛНС),  $\Delta = 3$  мм. Тогда  $UL = dp\Theta = 4,5 \cdot 10^{-2} \cdot 4,5 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 600$  кВ·м.

При  $L = 10$  м напряжение на пластинах будет 60 кВ, что представляется весьма трудной задачей при зазоре 4,5 см. Применение широкополосного усилителя, работающего на частоте  $\sim 20$  МГц (при этом кикер длиной 10 м представляет емкостную нагрузку порядка 100 пФ), является неразрешимой проблемой. Отсюда видно, что для каждого ускорителя нужно искать свои пути ее решения. Наиболее простой путь: уменьшать, если возможно, долю угла, компенсируемого за одно прохождение кикера. Поскольку в дальнейшем мы будем использовать для примеров параметры УНК и ЛНС, полезно иметь их сравнительные характеристики (см. таблицу).

### Сравнительные характеристики систем УНК и ЛНС

Параметр	УНК	ЛНС
Периметр, км	20,771	26,658
Энергия при инжекции, ГэВ	70,0	450,0
максимальная	600,0	7700 для $p$
Период обращения, пс	69,3	88,92
$\beta$ -функция, м (max/min)	152,2/31,8	165,8/29,1
Горизонт. и вертик. частоты	52,71	71,28/70,31
Количество трейнов	12	35
Разрыв между трейнами, мкс	4,85	6,47
Полное количество частиц	$6 \cdot 10^{14}$	$4,7 \cdot 10^{14}$
Частота повторения	0,15	Коллайдер
Нормализованный эмиттанс, мм	5,0	3,75
Возможные ошибки инжекции, мм	$\pm 5$	$\pm 4$
Время роста резистивной неустойчивости (линейная теория), мс	0,120	11,0
Низшая частота резистивной неустойчивости, кГц	3,3	3,0

Для УНК предложено использовать мощный импульсный генератор, который обеспечивает подавление инжекционных ошибок всего трейна. В этом случае, с одной стороны, мы вынуждены осуществлять этот режим ввиду быстрого нарастания резистивной неустойчивости, для которой начальные колебания могут стать необходимой затравкой, с другой стороны, начальная жесткость пучка это позволяет. Искусственная линия разряжается на согласованную нагрузку с временем, равным времени оборота. Максимальный

ток в кикере (рис. 7) порядка 500 А достаточен для подавления максимально возможного отклонения. Начало разрядки линии определяется сигналом с пикапа: при отсутствии отклонения пучка от орбиты время задержки начала разрядки линии равно нулю, и ток в кикере в момент пролета трейна также равен нулю. При максимальном отклонении время задержки равно периоду обращения и частица чувствует полный импульс в кикере. Эта система работает в течение 1–10 оборотов при условии быстрой зарядки формирующей линии. В дальнейшем для поддержания эмиттанса в течение остального ускорительного цикла предполагается использовать маломощный усилитель с полосой 4 кГц – 5 МГц (напряжение на кикере порядка 200 В и ток 10 А).

Для ЛНС такое решение не подходит, поскольку инжектируемый трейн имеет большие колебания амплитуды по его длине. На выбор параметров и режим работы широкополосного усилителя накладываются следующие условия.

Начальная мощность определяется необходимой величиной амплитуды отклонения, компенсируемой за один проход кикера. Эта амплитуда должна быть постоянной до некоторой промежуточной частоты, а потом уменьшаться с заданным темпом до максимальной частоты (рис. 8, а). Первая часть амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) будет ответственна за подавление инжекционных колебаний, вторая — за поддержание эмиттанса в режиме коллайдера, когда большие колебания подавлены и большая мощность уже не требуется. Эта схема достаточно проста, но потребляет большую среднюю мощность, а большой коэффициент усиления накладывает жесткие ограничения на паразитные колебания на высоких частотах рабочей схемы усилителя.

Возможно применение усилителя, работающего на выделенной частоте  $f_0 \pm \Delta f/2$ , где  $\Delta f$  — необходимая широкополосность (рис. 8, б). Эта схема свободна от недостатков предыдущей схемы, но выделенная часть  $f_0$  определяет жесткие требования на длину кикера и время пролета сгустка через кикер. Эта связь приводит к необходимости укорочения длины кикера и, следовательно, к увеличению числа кикеров в ускорителе.

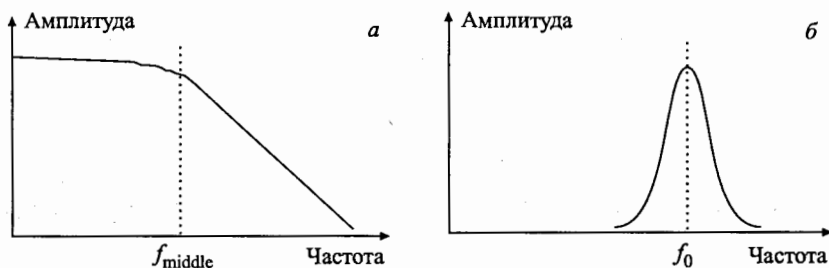


Рис. 8

Практически во всех ускорителях, имеющих СППК с начальной энергией порядка нескольких десятков ГэВ и ниже (PS, SPS, HERA, тэватрон), используются классические широкополосные усилители с АЧХ типа показанной на рис. 8. Их принципиальная схема (тип используемой лампы несущественен) показана на рис. 9.



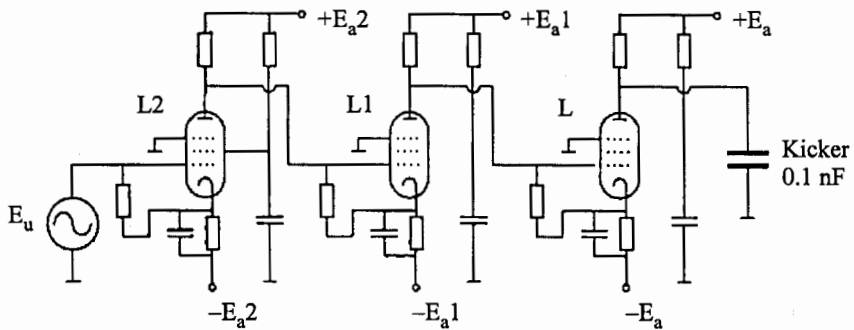


Рис. 9

Для правильно построенной системы обработки сигнала очень важно знать, как пикап воспринимает пучок. Представим себе отклоненный от орбиты банч, который с периодом  $T_0$  проходит через пикап. Если первое прохождение банча было во время  $t_k$  и положение банча, его интенсивность не меняется, то пикап будет воспринимать периодический сигнал с амплитудой, удовлетворяющей формуле

$$i(t) = e\delta(t_n - t_k - mT_0), \quad (4)$$

здесь  $e$  — полный заряд банча.

Графически это можно представить в виде

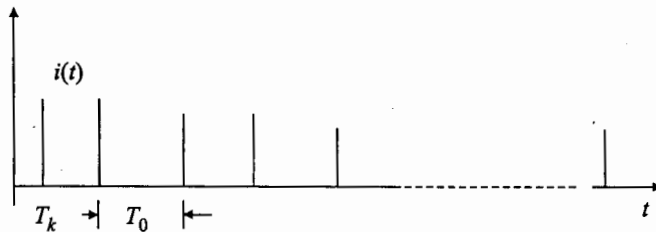


Рис. 10

Зависимость сигнала от времени можно представить в виде ряда Фурье

$$i(t) = i_0 + \sum_{n=1}^{\infty} i_n \cos n\omega_0(t - t_r), \quad (5)$$

$$i_0 = e/T_0 = ef_0; \quad i_n = 2i_0 - 2ef_0; \quad \omega_0 = 2\pi f_0.$$

Если теперь вспомнить, что пучок испытывает бетатронные колебания и набег фазы на обороте всегда нецелое число, то рис. 10 надо представить в виде

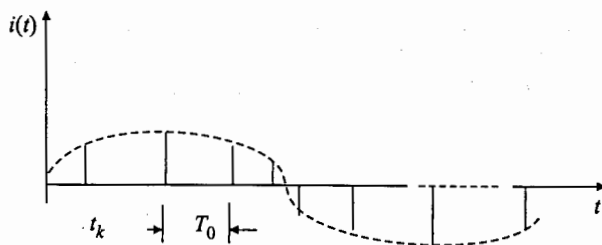


Рис. 11

При этом зависимость сигнала от времени будет следующей:

$$i(t) = e\delta(t - t_k - mT_0)a_k \cos(Q\omega_0 t + \Phi_k), \quad (6)$$

а после преобразования. Фурье

$$i(f) = a_k e f_0 \left\{ \cos(Q\omega_0 t + \Phi_k) + \sum_{n=1}^{\infty} \cos[(n+Q)\omega_0 t + \Psi_{n+}] + \cos[(n-Q)\omega_0 t + \Psi_{n-}] \right\}. \quad (7)$$

Из формулы (7) ясно, что частотный спектр сигнала с пикапа будет представлять набор линий в виде

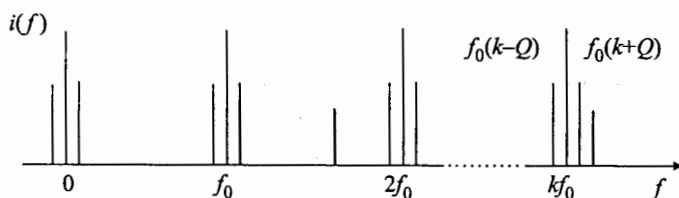


Рис. 12

Спектр, состоящий из основных частот  $nf_0$ , расщепляется на дополнительные линии  $(n \pm q)f_0$ , где  $q$  — дробная часть частоты бетатронных колебаний. Из теории неустойчивости известно, что увеличивают свои амплитуды не все моды колебаний, а только те, на которых энергия из продольного движения переходит в энергию поперечных колебаний.

Для резистивной неустойчивости это моды  $(n - q)f_0$ ; надо подавить колебания на этих модах, в то время как моды  $(n + q)f_0$  не страшны.

Кроме этого, нельзя пропустить в систему обработки сигнала моды  $nf_0$ , поскольку в сумме эти моды дадут постоянный во времени удар по пучку в кикере, что аналогично параметрическому резонансу. Вспомним формулу (1) и коэффициент  $C_0$ , связанный с постоянным смещением орбиты. В частотном представлении за такое смещение ответственен начальный член  $nf_0$ . Следовательно, исключение такого спектра из системы обработки сигнала позволит также исключить ошибку измерения, связанную с постоянным смещением

орбиты. Для этой цели используются различные фильтры. Схема простейшего из них показана на рис. 13, а. Сигнал с пикапа на первом обороте задерживается на время  $T_0$  и вычитается из сигнала на втором обороте. Это дает АЧХ типа показанной на рис. 13, б.

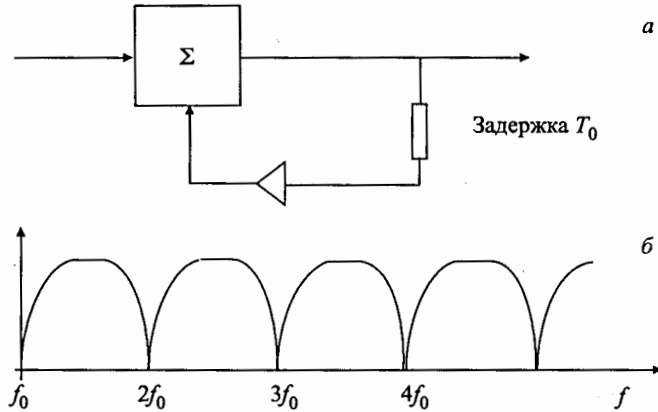


Рис. 13

Теперь мы можем нарисовать блок-схему системы обработки сигнала СППК. Сигнал с пикапа усиливается электроникой нижнего уровня (рис. 14),

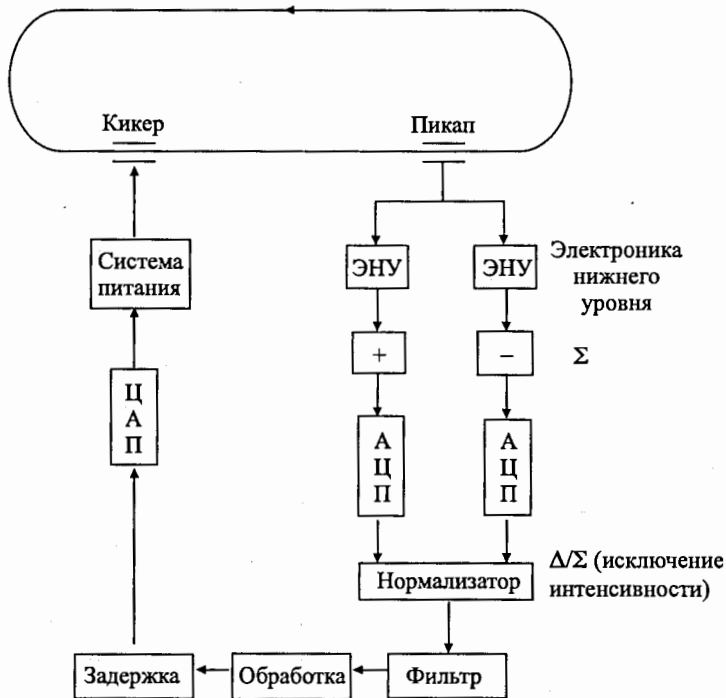


Рис. 14. Блок-схема системы обработки сигнала

выделяются суммой и разностный сигналы, оцифровываются. Нормализатор делит разностный сигнал на суммой, полученный сигнал, не зависящий от его интенсивности, подается на фильтр, после чего вырабатывается сигнал, определяющий уровень импульса в кикере в зависимости от отклонения и режима работы.

Необходимая для кикера команда задерживается так, чтобы кикер воздействовал только на те частицы, которые создали сигнал в пикапе. Сигнал для кикера превращается в аналоговый, который заставляет систему питания работать нужным образом. Ясно, что это только принципиальная схема. Реальная схема включает в себя связь с системой управления ускорителем, диагностику узлов СППК, отражение необходимой для оператора информации и т. д.

Теперь, когда мы рассмотрели основные, принципиальные узлы СППК с технической точки зрения, займемся проблемами динамики режима подавления колебаний. Как этот процесс реализовать так, чтобы система обратной связи была отрицательной, т. е. чтобы действие этой системы уменьшало первичное воздействие? Мы видели, что коррекция отклонения за один оборот (по крайней мере на этапе исправления ошибок инжекции) может дать нереализуемые параметры технических устройств. Отсюда следует, что необходимо определить, какую часть амплитуды отклонения пучка допустимо корректировать за одно прохождение кикера.

Представим себе, что амплитуда колебаний пучка зависит от времени в виде  $e^{j\omega t}$ . Если в общем случае определить, что  $\omega = \text{Re}\omega + i \cdot \text{Im}\omega$ , то  $e^{j\omega t} = e^{-\text{Im}\omega t} \cdot e^{i\text{Re}\omega t}$ . Для случая  $\text{Im}\omega = -1/\tau$  мы будем иметь зависимость амплитуды от времени в виде

$$e^{t/\tau} \cdot e^{i\text{Re}\omega t}. \quad (8)$$

Темп нарастания амплитуды колебаний во времени (инкремент)  $\tau$  в теории СППК часто определяют как

$$\tau = \frac{T_0}{2\pi\Delta Q}. \quad (9)$$

При этом  $\Delta Q$  имеет физический смысл мнимой добавки к частоте, а величина  $e^{2\pi\Delta Q}$  есть увеличение амплитуды за оборот. СППК должна обеспечивать подавление колебаний. Поэтому можно написать отрицательный инкремент — декремент такой системы в виде

$$\tau = -\frac{T_0}{2\pi\Delta Q_{\text{FB}}}. \quad (10)$$

Аббревиатура «FB» означает Feed-Back (название систем подавления колебаний в англоязычной литературе). В (10) параметр  $\Delta Q$  введен как пока абстрактная характеристика СППК. Теперь нам надо на этом языке оценить все процессы, влияющие на раскачку колебаний и на затухание колебаний. К раскачке приводят:

а) неустойчивость (резистивная, например)

$$\tau_{\text{res}} = \frac{T_0}{2\pi\Delta Q_{\text{res}}}, \quad (11)$$

б) раскогеренирование начальных колебаний из-за ошибок инжекции

$$\tau_{\text{DC}} = \frac{T_0}{2\pi\Delta Q_{\text{DC}}}. \quad (12)$$

К демпфированию колебаний приводит затухание Ландау

$$\tau_L = \frac{T_0}{2\pi\Delta Q_L}. \quad (13)$$

Собирая вместе (10), (11), (12) и (13), получим, что амплитуда колебаний

$$A \approx \exp \left[ (\Delta Q_{\text{res}} + \Delta Q_{\text{DC}} - \Delta Q_L - \Delta Q_{\text{FB}}) 2\pi \frac{t}{T_0} \right] \exp [i \operatorname{Re} \omega t]. \quad (14)$$

Определение величин  $\Delta Q_{\text{res}}$ ,  $\Delta Q_{\text{DC}}$ ,  $\Delta Q_L$  будет дано позднее.

Из (14) следует, что условие отрицательности СППК, т. е. условие подавления колебаний, есть

$$\Delta Q_{\text{FB}} > \Delta Q_{\text{res}} + \Delta Q_{\text{DC}} - \Delta Q_L. \quad (15)$$

В теории СППК используют величину  $g$ :

$$g \equiv 4\pi\Delta Q_{\text{FB}}. \quad (16)$$

Тогда (15) переходит в

$$g \geq 4\pi(\Delta Q_{\text{res}} + \Delta Q_{\text{DC}} - \Delta Q_L). \quad (17)$$

Уменьшение амплитуды колебаний за оборот будет пропорционально  $e^{-g/2}$ . Отсюда его физический смысл. Это фактически энергетическая характеристика СППК. Коэффициент  $1/2$  введен для удобства и связан с правильной расшивкой сигнала с пикапа. Здесь мы не будем детально обсуждать этот вопрос, поскольку для рассматриваемой темы он принципиального значения не имеет.

Если условия позволяют выбрать  $g \sim 0,1$ , то в приведенном выше примере мощности системы питания напряжение на электростатическом кикере было бы пропорционально  $bg$  и, следовательно, на кикере длиной 10 м мы могли бы обойтись 8 кВ, а при использовании широкополосного усилителя его мощность можно было бы оценить по формуле

$$W = U^2/Z = U^2 2\pi f_0 c = 3 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 28 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 10^{-10} = 800 \text{ кВт.}$$

Эту мощность реализовать трудно, но возможно. Приведем далее схему оценок  $g$ . Для мнимой части частоты резистивной неустойчивости известно выражение из литературы:

$$\Delta Q_{\text{res}} = \frac{1}{4\pi} \frac{R/Q}{E/e} z_{\perp} I, \quad (18)$$

$Q$  — бетатронное число,  $E$  — энергия,  $I$  — ток пучка,  $R$  — средний радиус машины,  $Z_{\perp}$  — поперечный импеданс камеры. Выражение для импеданса известно, но единую формулу привести трудно, поскольку импеданс зависит от отношения скин-слоя (а его величина зависит от частоты) к толщине стенок вакуумной камеры, а также от структуры заполнения орбиты банчами. Последнее играет роль при инжекции, которая для больших машин исчисляется временем  $\sim 1$  ч (см., например, схему заполнения орбиты ЛНС на рис. 5).  $\Delta Q_L$  пропорционально разбросу частот бетатронных колебаний  $\Delta Q$ .

Пусть

$$\Delta Q_L \equiv B \Delta Q. \quad (19)$$

Раскогеренчивание колебаний ведет к увеличению эмиттанса на величину

$$\Delta \varepsilon = \frac{1}{2} b_{\Sigma}^2 \left( \frac{1}{1 + T_{\text{DC}}/\tau_{\text{DC}}} \right)^2 \frac{\gamma}{\bar{\beta}}. \quad (20)$$

В формуле (20)

$$b_{\Sigma}^2 = (b_k^2 + b_S^2 + b_T^2), \quad (21)$$

$b_k, b_S, b_T$  — амплитуда колебаний, определяемых с ошибками в кикере, в септум-магните и канале транспортировки,  $\gamma$  — энергия пучка;  $\bar{\beta}$  — средняя  $\beta$ -функция;  $T_{\text{DC}}$  — время раскогеренчивания

$$T_{\text{DC}} = \frac{1}{\delta f} = \frac{T_0}{\delta Q}. \quad (22)$$

Помня, что  $\tau_{\text{DC}} = \frac{T_0}{2\pi \Delta Q_{\text{DC}}}$ , можем из (20) с учетом (22) получить связь

$$\Delta Q_{\text{DC}} \equiv D T_{\text{DC}}, \quad (23)$$

где  $D$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от  $\Delta \varepsilon/\varepsilon$ ,  $b_{\Sigma}$ ,  $\gamma$ ,  $\bar{\beta}$ .

Теперь нам осталось вычислить коэффициенты  $B, D$  (здесь мы это делать не будем, поскольку это только схема), собрать (18), (19), (23) и подставить в (17). В результате мы получим оценку  $g$  как функцию  $\Delta \varepsilon/\varepsilon$ . Поскольку процесс раскогеренчивания не остановить, увеличение эмиттанса все равно будет, нам нужно установить его допустимые значения, которые определяет  $g$ , и далее разумные требования на систему питания СППК. Для демонстрации порядка величин приведем оценку  $g$  для ЛНС ( $\gamma = 450$ ,  $\bar{\beta} = 100i$ ,  $\beta_{\Sigma} = 4ii$ ,  $\delta Q = 0,0009$ ):

$\Delta\varepsilon/\varepsilon$	$\tau_{FB}, \text{ мс}$	$g$
10,0	4,181	0,043
5,0	3,251	0,056
2,5	2,473	0,073
1,0	1,677	0,109

Из уже приведенного примера оценки мощности для  $g = 0,7$  ясно, какой ценой можно удержать рост эмиттанса пучка в пределах 1%.

Несмотря на то, что СППК ускорителей на высокие энергии работают с малым  $g$ , система обработки сигнала, по сути, усилитель с большим коэффициентом усиления. На самом деле сигнал с пикапа имеет уровень  $\sim 1$  В, а в кикере мы должны создать напряжение  $\sim 10^4$  В. Такой большой коэффициент усиления входного сигнала означает, что даже очень малые возмущения сигнала на уровне пикапа и обрабатывающей электроники могут привести к существенной ошибке в корректирующем импульсе. Наиболее серьезный источник возмущений — шумы. Мы уже говорили о шумах ранее, уточним еще раз их происхождение.

Есть внешние источники шумов — колебания Земли, колебания в магнитном поле ускорения из-за «неидеальности» систем питания. К внутренним источникам шумов можно отнести взаимодействие пучков в месте встречи (для коллайдеров), возбуждение пикапа пучком на высоких гармониках. Кроме этого, конечное разрешение пикапа и величина нижнего значащего бита цифровой электроники также воспринимаются обрабатывающей системой как шум. В принципе, любой шум приводит к увеличению эмиттанса:

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_0 = \frac{\omega_0^2}{4\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta S(\varpi_n), \quad \varpi_n = \omega_0(Q - n), \quad (24)$$

$S(\varpi_n)$  — спектральная плотность «удара» на пучок (на обороте) из-за шума.  $S(\varpi_n)$  должна быть оценена для различных перечисленных выше причин. Полученный в результате рост эмиттанса должен лежать в допустимых пределах. Из этого условия определяются технические требования на технику, используемую в СППР. Например, если частотная чувствительность пикапа  $S_{BMP}(\omega)$ , то

$$\beta S(\omega) = \beta_2 \frac{g^2}{\beta_1 \beta_2} S_{BMP}(\omega). \quad (25)$$

Здесь  $\beta_1, \beta_2$  —  $\beta$ -функции в месте пикапа и кикера (учтено, что кикер исправляет угол  $\delta\theta = \frac{gx}{\sqrt{\beta_1 \beta_2}}$ ). Для широкополосного пикапа

$$\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{BMP}(\omega_n) \approx \int_{-\infty}^{\infty} S_{BMP} d\omega = x_{BMP}^2 \quad \text{и} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} \sim \frac{\gamma}{\beta} \frac{\delta\theta}{T} x_{BMP}^2. \quad (26)$$

В формуле (26)  $x_{ВМР}$  — величина конечного разрешения пикапа. Для оценок необходимой разрядности используемых АЦП можно также применять формулу (26), придав  $x_{ВМР}$  смысл нижнего значащего бита.

Для коллайдера появляется дополнительный рост эмиттанса из-за взаимодействия пучков. В частности, если  $g > \xi$  ( $\xi$  — параметр взаимодействия в точке встречи), то

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \xi^2 \left( 67 + \frac{3,3}{g^2 + 3,3\xi^2} \right) \left( \frac{d\varepsilon}{dt} \right)_0. \quad (27)$$

Из всего вышесказанного можно сделать выводы, что даже для  $g \ll 1$  СППК предъявляет жесткие требования к качеству магнитных полей, к обеспечению низкого уровня шумов и отсутствия механических колебаний. Требуется использование максимально многозарядной электроники и максимально чувствительных пикапов. Например, оценки для ЛНС дают следующие результаты: чувствительность пикапа должна быть на уровне 0,25 мкА, максимальное суммарное смещение пучка из-за шума должно быть не более 1 мкм. Кроме этого, в коллайдерах параметр  $\xi$  дополнительно ограничивает величину  $g$ .

Мы рассмотрели общие принципы организации СППК, технику и требования к ней. Остался еще один важный вопрос: как правильно найти режим работы СППК, если учесть, что работа СППК сама вносит принципиальные изменения в состояние пучка. Для решения этого вопроса, конечно, нужно решать уравнения типа

$$\frac{d^2 y}{ds^2} + k(s)y = \frac{1}{m\gamma V_0^2} F, \quad y = \begin{cases} x \\ z \end{cases}. \quad (28)$$

В  $F$  при этом необходимо включить «силу» кикера СППК. Решение этого уравнения — это задача отдельного исследования, мы сформулируем здесь схему определения условий устойчивого подавления колебаний. Первым шагом переходят к усреднению по поперечному сечению пучка и к уравнению центра тяжести банча:

$$y \rightarrow \langle y \rangle = \frac{1}{N_b} \sum_{m=1}^{\infty} y_m,$$

$N_b$  — число частиц в банче. Второе приближение — кикер считается точечным (длительность импульса в кикере значительно меньше времени оборота):

$$\langle F \rangle \approx \delta(S - S_k).$$

Далее решается задача на собственные значения. Ищется решение в виде  $e^{i\omega t}$ , или строится алгоритм перехода от одного оборота к другому, в этом случае вместо фурье-представления удобно использовать  $z$ -преобразование:

$$\begin{aligned} \hat{y}(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} y(n)z^{-n}, \\ y(n) &= -\frac{1}{2\pi i} \int_c \hat{y}(z) z^{n-1} dz. \end{aligned} \quad (29)$$



Далее из уравнения для собственных значений получают условия  $\text{Im } \omega > 0$  или  $|z| \leq 1$ , которые определяют отрицательность обратной связи или устойчивое подавление колебаний с учетом влияния самой системы. Параметром при этом является передаточная функция пикап-кикер (модуль этой функции  $|K|$  — коэффициент усиления). Физическая картина правильного определения параметров СППК состоит в следующем. Когда банч проходит кикер и испытывает корректирующий импульс, то фаза поперечных колебаний пучка меняется скачком на величину, пропорциональную импульсу кикера. Кроме этого, развитие неустойчивостей дает не только добавку к мнимой частоте колебаний, но и сдвиг действительной части частоты. Это может привести к тому, что изменится фаза колебаний пучка в точке кикера. В частности, в случае развития резистивной неустойчивости можно написать условие подавления колебаний в виде

$$|k| \sin [\text{Re } \Psi_{pk} \pm (\varphi + \omega \Delta \tau)] > 2\pi |\text{Im } Q|, \quad (30)$$

$\Psi_{pk}$  — набег фазы на участке пикап-кикер,  $\varphi$  — скачок фазы при работе кикера,  $|\text{Im } Q|$  — инкремент резистивной неустойчивости,  $\Delta \tau$  — возможная ошибка в синхронизации работы кикера.

Полный анализ устойчивой работы СППК (условие (30)) должен дополнительно учитывать: наличие частотно-зависимых элементов в системе обработки сигнала (фильтров), неточности в установке оборудования, продольную структуру пучка на орбите. Для примера можно привести расчет области устойчивости СППК для первой ступени УНК, значительно уменьшающих область устойчивой работы (рис. 15).

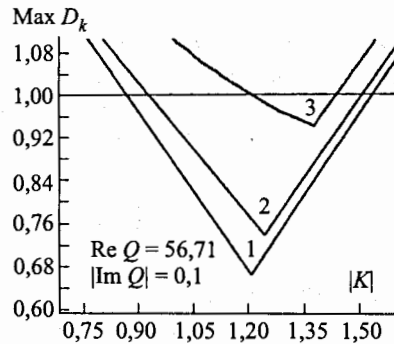


Рис. 15. Зависимость  $D_k$  от  $|K|$ .  $\text{Re } \Psi_{pk} = 112,5 \pi - 0,08 (n - 1)$ . Цифры на кривых — значения  $n$  (без учета влияния фильтра)

В заключение надо отметить, что все современные ускорители используют СППК и все проектируемые комплексы — УНК, ЛНС, RHIC — обязательно включают этот элемент ускорительной техники. В работающих ускорителях СППК обеспечивают успешное подавление колебаний. Так, например, в У-70 отношение  $T_0/\tau_{FB} \approx 0,005$  при  $\tau_{res} \approx 2,5 \cdot 10^{-2}$  с ( $T_0 = 5$  мкс), в PETRA темп подавления  $T_0/\tau_{FB} \approx 0,0768$ , а в SPS — порядка 0,2. СППК

комплекса HERA позволил увеличить ток пучка до 56 мА при расчетном 3 мА. Опыт запуска тэватрона показал, что этот ускоритель невозможно было бы запустить (учитывая реальный разброс параметров СП-магнитов) без развитой системы диагностики и коррекции пучка и СППК. Но, несмотря на уже достаточно большой опыт в разработке и эксплуатации СППК, эти системы представляют динамично развивающуюся область теории и практики современной ускорительной физики.

# УСКОРИТЕЛИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ — ОТ В. И. ВЕКслера ДО НАШИХ ДНЕЙ

*И. Н. Иванов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна,

*А. Н. Лебедев*

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
РАН, Москва

Рассказать о развитии ускорителей за последние больше чем полстолетия в рамках одного доклада — очень трудная и даже практически невыполнимая задача. Ускорители как физический прибор на каждом этапе своего развития используют все последние достижения науки и техники и сами, как могучий локомотив, тянут за собой высокотехнологичное производство и наукоемкую технологию. Мы не претендуем на полное историческое описание этого процесса, но попытаемся определить тенденции и этапы развития ускорителей в указанный период, приведшие к новым качественным возможностям исследования микромира.

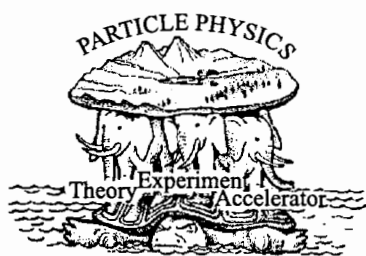


Рис. 1.

Владимир Иосифович Векслер начал активную работу в ускорительной физике после нескольких лет экспериментов с космическими частицами на горных станциях. Он прекрасно понимал, что физика частиц и ускорители заряженных частиц по сути две составляющие одной области знаний. Сейчас уже считается общепризнанным, что физика высоких энергий — физика элементарных частиц — держит-

ся на трех слонах (как Земля в представлении наших предков): физиках-теоретиках, физиках-экспериментаторах и физиках-ускорительщиках. Если позволительно использовать эти сравнения, Владимир Иосифович сочетал в себе сразу двух слонов из базы физики высоких энергий. Конечно, когда В. И. Векслер пришел в науку, основные принципы ускорения (прямого, резонансного и индукционного) заряженных частиц были сформулированы и экспериментально проверены. Но именно с его именем связано превращение ускорителей в реальный, управляемый научный инструмент с необходимыми

для физиков параметрами. Влияние идей Владимира Иосифовича в области ускорения заряженных частиц мы ощущаем до сих пор.

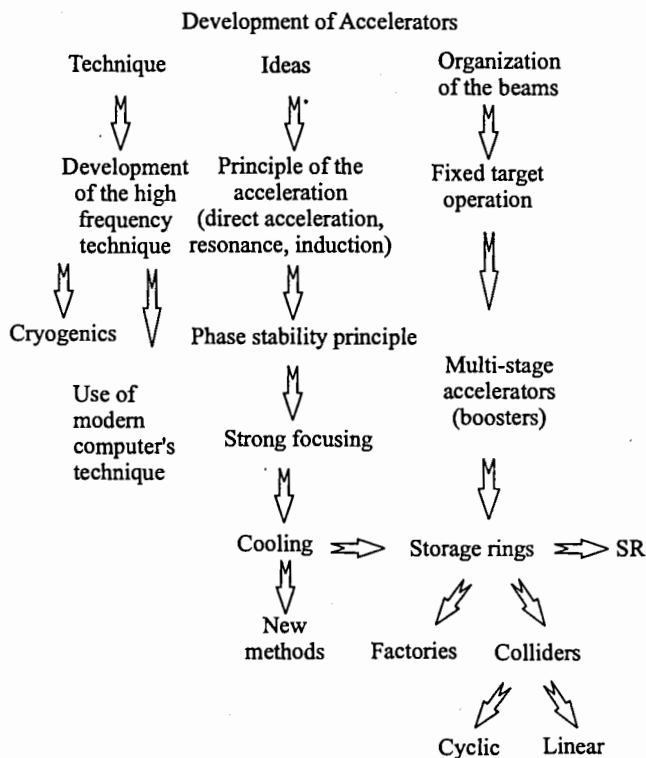


Рис. 2

Безусловно, развитие ускорителей определяется потребностями физики частиц. Но если оставаться в рамках ускорительной физики и техники, возможно, с некоторой степенью условности, определить три линии развития ускорителей (рис. 2). Первая линия — развитие техники. В этой линии можно выделить три наиболее важных шага: развитие мощных источников высокочастотных электрических полей (это определялось потребностями радиолокационной техники), практическое использование сверхпроводимости в ускорителях и, наконец, широкое применение компьютерной техники не только на стадии проектирования ускорителей, но и на стадии их наладки и управления ускорительными комплексами, а также создания систем формирования необходимых параметров ускоренных пучков. Вторая линия (мы ее условно назвали «идеи») включает в себя основные принципы ускорения заряженных частиц, это разработка В. И. Векслером принципа фазовой устойчивости в ускорителях резонансного типа, применение жесткой фокусировки, в дальнейшем предложение и экспериментальное доказательство методов охлаждения пучков и новые методы ускорения — последняя «любовь» В. И. Векслера. Третью линию мы назвали «организация пучков». После первых простых

схем ускорения и вывода пучка на внутреннюю или внешнюю мишень было предложено использование бустеров для увеличения интенсивности пучков высокой энергии. Отсюда возникли схемы многоступенчатого ускорения в современных ускорительных комплексах. Объединение бустеров и принципов охлаждения пучков привело к созданию очень эффективного инструмента современной физики — накопительных колец. Кроме этого, накопительные кольца позволили использовать синхротронное излучение во многих областях науки и техники, расширив возможности научного применения ускорителей. Применение многоступенчатого ускорения, бустеров, охлаждения определили современные типы ускорителей на высокие энергии — кольцевые и линейные коллайдеры. Именно эти ускорители будут определять физику XXI столетия.

## MILESTONES

1928	Linear Acc.	50 keV	} Principles of acceleration are improved
1931	Van-de-Graaff	1.5 MV	
1932	Cyclotron	1.25 MeV	
1940	Betatron	2.2 MeV	

## 1944 PHASE STABILITY PRINCIPLE

1947	PIAS (Lebedev Inst.)	270 MeV	} Preparation of Era of high energy machines*
1949	Synchr. Cycl. (Dubna)	680 MeV	
1952	Cosmotron (BNL)	3.0 GeV	
1954	Bevatron (Berkeley)	6.1 GeV	
1957	SFT (Dubna)	10.0 GeV	
1958	Saturne (Saclay)	3.0 GeV	
1964	ELA (Kharkov)	2.0 GeV	
1996	SLAC (Stanford)	35 GeV	

## 1952 STRONG FOCUSING PRINCIPLE

1966	PS (ITEP, Moscow)	10 GeV	} Start of Era of a big machines*
1959	PS (CERN), AGS (BNL)	26, 28 GeV	
1967	U-70 (Protvino)	70 GeV	
1972	SPS (CERN)	400 GeV	

\*) in recent understanding

Рис. 3

Как этот процесс выглядел во времени (рис. 3 и 4)? Основные принципы ускорения были предложены в 20–30-х годах XX столетия. Первая демонстрация ускорения электронов резонансным методом была в 1928 году, тремя годами позже были ускорены ионы в ускорительной трубке с напряжением 1,5 МВ, на следующий год «родился» циклотрон, который остается популярной машиной до сих пор, и в 1940 году стартовал бетатрон, открыв линию индукционных ускорителей. Формулирование в 1944 году принципа фазовой устойчивости частиц в резонансном, циклическом ускорителе было необычай-

1970	RADIO-FREQUENCY QUADRUPOLE (RFQ)		
1985	USE OF SUPERCONDUCTIVITY		
1985	Tevatron (Fermilab)	800 GeV	} Go to TeV!
1994	CEBAF (JLAB)	5.5 GeV	
COLLIDERS (New kind of accelerators!)			
1961	Coll. Beam Exp. (Princeton)	$2 \times 500$ MeV	$e^-, e^-$
1965	VEPP $\Rightarrow$ VEPP2M	$2 \times 1$ GeV	$e^+, e^-$
1973	SPEAR (SLAC)	$2 \times 26$ GeV	$e^+, e^-$
1995/96	LEP (CERN)	$2 \times 50/2 \times 85$ GeV	$e^+, e^-$
1979	CESR (Cornell)	$2 \times 6$ GeV	$e^+, e^-$
1998	KEK (Tsukube)	$8 \times 3.5$ GeV	$e^+, e^-$
1971	ISR (CERN)	$2 \times 25$ GeV	$p, p$
1983	SPS (CERN)	$2 \times 30$ GeV	$p, p$
1996	Tevatron (Fermilab)	$2 \times 0.9$ TeV	$p, p$
1990	HERA (Hamburg)	$27.5 \times 820$ GeV	$e^-, p$
2000	RHIC (BNL)	$2 \times 100$ GeV/n	$i, i$

Рис. 4

но важным и открыло дорогу для создания крупных ускорителей на высокие энергии. Следующим этапом развития ускорителей была эра подготовки больших машин в современном, конечно, понимании. Началом этого этапа было сооружение в 1947 году протонного синхротрона на энергию 270 МэВ в Физическом институте им. П. Н. Лебедева, продолжением — запуск синхроциклотрона на энергию протонов 680 МэВ в Дубне и космотрона и бэватрона в Беркли (энергия протонов 3,0 и 6,1 ГэВ соответственно), а финишем — запуск под руководством В. И. Векслера синхрофазотрона в Дубне, который имел рекордную энергию пучка в то время (10 ГэВ). Следующим важным шагом, который открыл эру больших машин, был принцип жесткой фокусировки частиц. В 1959 году была достигнута энергия порядка 30 ГэВ (PS в ЦЕРН и AGS в Брукхейвене), и в 1972 году был совершен скачок до энергий 400 ГэВ запуском протонных синхротронов в ЦЕРН и Батавии. Заметим, что протонный синхротрон на энергию 70 ГэВ, сооруженный в 1967 году в Протвино, обладал максимальной для того времени энергией до 1972 года. Из обширного парка линейных электронных ускорителей необходимо выделить два наиболее крупных — в Харькове (1964 год, 2 ГэВ) и Стенфорде (1962 год, 35 ГэВ). Дальнейшее развитие этого класса машин в применении к тяжелым частицам связано с реализацией принципа высокочастотной фокусировки. Внедрение в ускорительную технику сверхпроводимости для создания как магнитной оптики, так и сверхпроводящих ВЧ-резонаторов трудно переоценить. Первый полностью сверхпроводящий ускоритель был запущен в Стенфорде в 1972 го-

ду. Это был линейный ускоритель электронов на энергию 22 МэВ. Но самой важной вехой на этом пути был 1985 год, год запуска тэватрона в Батавии. Этим был сделан реальный шаг в область тэвных энергий. Наиболее ярким представителем сверхпроводящих ускорителей электронов является СЕВАФ в Лаборатории Джефферсона (1964 год).

Завершить этот исторический обзор (мы привели только некоторые примеры ускорительных установок, еще раз сославшись на невозможность объять в одном докладе все, что хотелось бы) необходимо коллайдерами — современными типами ускорителей на высокие энергии. Применение этих машин началось в 1961 году в Принстонском университете демонстрацией сталкивающихся электронных пучков и в 1965 году первым физическим экспериментом на сталкивающихся пучках в Институте ядерной физики Новосибирска и группой Стенфорд–Принстон в Стенфорде на ускорителе SLAC. Теперь мы имеем целый класс коллайдеров: электрон-позитронные, протон-протонные, протон-антипротонные, ион-ионные. Сталкивающиеся пучки различных сортов частиц, многоступенчатость ускорения до необходимой энергии являются характерными признаками современного ускорительного комплекса, работающего на физику элементарных частиц. Наиболее яркими примерами таких комплексов являются ВЭПП-2, ВЭПП-4, SPEAR, тэватрон, LEP, HERA, RHIC, КЕК (ВЭПП-2 до конца своей работы держал рекорд светимости в области энергий  $2 \times 700$  МэВ).

Некоторые из этих машин будут эффективно работать на физику и в будущем, посему настал удобный момент представить себе, какие проекты и мечты могут быть реализованы в наступившем столетии, кроме перечисленных выше. Наиболее амбициозный современный проект, находящийся в стадии реализации, — это, конечно, протон-протонный и ион-ионный коллайдер LHC в ЦЕРН (см. рис. 5). В 2009 году ожидается запуск протон-ионного коллайдера RIKEN (Япония). Это реальные планы ближайшего будущего, и начало экспериментов на этих установках определит новый шаг вперед в исследованиях по физике частиц. Следующим шагом в этом направлении будет сооружение линейных электрон-позитронных коллайдеров. Проекты этих установок активно разрабатываются в Германии, США, Японии, в ЦЕРН (TESLA, CLIC, NLC, JLC). TESLA — наиболее проработанный в техническом плане проект, возможности реализации его обсуждаются. Следует добавить, что, кроме электрон-позитронного взаимодействия, в рамках этого проекта предусмотрен режим гамма-гамма-коллайдера и система коротковолновых излучателей на базе ЛСЭ для прикладных исследований. CLIC сейчас рассматривается как перспективная установка ЦЕРН после LHC. Очень интересным с физической точки зрения, но, может быть, несколько фантастичным выглядит проект мюонного коллайдера. Этот проект рассматривается в двух вариантах — дважды по 0,1 ТэВ и дважды по 3 ТэВ. С получением мюонных пучков связывают получение пучков нейтрино. Так, например, проект нейтринной фабрики в Батавии рассчитан на получение  $10^{20}$  нейтрино в год. Запуск LHC сейчас намечен на 2005 год. Может быть, он сдвинется на более позднее время, но уже началось обсуждение следующего протон-протонного коллайдера (VLHC) на энергию  $2 \times 50$  ТэВ и  $2 \times 200$  ТэВ. Последний вариант

FUTURE — PROJECTS, DREAMS  
(COLLIDERS, FACTORIES)

CLOSE, IS REAL

2002/09	RIKEN	3.5 GeV ( <i>p</i> ) × 1.4 GeV/amu ( <i>i</i> )
2005	LHC	2 × 7.7 TeV ( <i>p</i> ), 2 × 2.76 TeV ( <i>i</i> )

NOT SO CLOSE, BUT IS REAL

2010 (?)	LINEAR $e^+, e^-$ COLLIDERS	2 × 500 GeV
	↙   ↓   ↘	
	TESLA, CLIC, NLC, JLC	

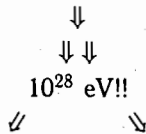
FAR, BUT IS ACTIVELY CONSIDERED

??	MUON COLLIDER	2 × 0.1 → 2 × 3 TeV
??	PHOTON COLLIDER (VLHC)	2 × 50 TeV
??	FACTORIES, NEUTRINO SOURCES	



WHAT IS FURTHER?

GREAT ADVANTAGE FOR OUR GRANDGRAND...CHILDREN



CLASSICAL METHODS      NEW METHODS

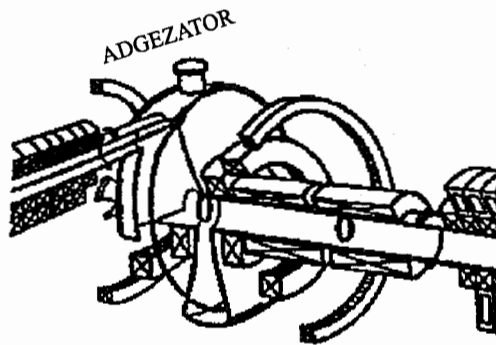
Рис. 5

предполагает сооружение туннеля длиной около 200 км, в котором будут размещены два кольца: теплый бустер на 40 ТэВ с магнитным полем порядка 2 Тл и сверхпроводящее кольцо с полем 12 Тл на энергию 200 ТэВ. Эти проекты нацелены на получение предельно высоких энергий, но, безусловно, важным направлением останется также создание так называемых фабрик для прецизионных экспериментов в области средних энергий.

Уместно задать вопрос: а что же дальше? Есть конец у этой непрерывной гонки за высокие энергии? Теория определяет энергию, необходимую для создания единой теории взаимодействия, включая гравитационное, как 10<sup>28</sup> эВ. С точки зрения современных возможностей достижение таких энергий нельзя рассматривать даже как мечту. Есть два пути дальнейшей «погони» за энергией ускоренных частиц. Первый путь — это классический метод ускорения во внешних магнитных и электрических полях. Ясно, что очередной шаг в создании ускорителей следующего поколения будет сделан по этому пути.



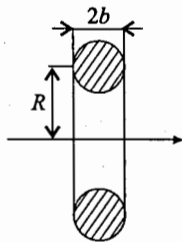
Но, с другой стороны, ждать увеличения получаемых от внешних источников значений магнитного и электрического полей на несколько порядков не приходится. Поэтому представляется очень привлекательным использовать для ускорения поля, генерируемые непосредственно в сгустке. Это второй возможный путь развития ускорителей — ускорение в полях заряженных сгустков или в полях, возникающих при взаимодействии таких сгустков между собой или с электромагнитными волнами. Владимир Иосифович Векслер был убежден в необходимости разработки таких методов ускорения, которые он называл новыми и которым он посвятил последние годы своей жизни. Новые методы были успешно экспериментально подтверждены, но пока не получили практического применения, и их реализация является научным вызовом для следующих поколений ускорительщиков.



The scheme of electron ring accelerator

$$E = k \frac{10^{-11} N_e z}{2Rb} \frac{z}{A}, \text{ MeV/m}$$

where  $N$  is the number of electrons,  $R$  [cm] is the radius of the ring,  $b$  [cm] is a small radius cross section, and  $k \leq 1$ .



Final results:

$$N_e = 5 \cdot 10^{12}, N_i = 4 \cdot 10^{11}$$

Energy of the nitrogen ions on the end of the extracting solenoid:

$$(2.3 \pm 0.6) \text{ MeV,}$$

Holding power of the acceleration sections:

$$(0.8 + 10) \text{ MeV/nucleon}$$

Рис. 6

Наиболее продвинутом в этом отношении является, конечно, метод Векслера–Саранцева, заключающийся в ускорении ионов кулоновским полем тороидального электронного облака, движущегося с заданной скоростью. Равновесное состояние самого облака достигается за счет его вращения в относительно слабом внешнем магнитном поле и сопутствующего стягивания тора по малому радиусу собственным магнитным полем. Установка для создания электронного кольца впервые была создана в ОИЯИ и получила название адгезатор (см. рис. 6).

Многолетняя работа группы Саранцева, как, впрочем, и аналогичные работы, подхваченные многими лабораториями мира, доказали работоспособность метода, пробившего брешь в совершенно новую область ускорительной физики. Не менее важно, что эта работа поставила ряд новых, зачастую неожиданных физических проблем. Так или иначе, первый шаг в область коллективного ускорения был сделан, хотя Владимир Иосифович его так и не увидел.

Как физиков-ускорительщиков, начинавших свою научную жизнь под руководством В. И., нас, с одной стороны, поражает тот гигантский технический размах, который получило дело его жизни. Но, с другой стороны, хотелось бы напомнить, что В. И. был не просто изобретателем. Высказанные им идеи имеют не только «ускорительную» ценность, они отразились и на многих смежных областях экспериментальной и теоретической физики.

Наиболее простым примером может служить, пожалуй, попытка обобщения принципа автофазировки на случай взаимодействующих частиц, или, говоря упрощенно, учет пространственного заряда. На рис. 7 видно, что выше критической энергии его расталкивающее продольное поле складывается с внешним высокочастотным и тем самым усиливает автофазировку. Может возникнуть вопрос: а зачем тогда вообще нужно внешнее поле, если заряженный сгусток способен фазироваться под действием только собственного расталкивающего поля? Для ускорителей это явление «неустойчивости отрицательной массы» (НОМ) является малоприятным эффектом (в частности, этот эффект сильно мешал получению предельной плотности электронных колец в методе Векслера–Саранцева). Но что плохо для ускорителей, хорошо для генераторов СВЧ, и НОМ вместе с родственной диоптронной неустойчивостью имеет в этом смысле неплохие перспективы.

Другой пример более сложен и относится, как ни странно, к основному принципу работы лазера — индуцированному излучению. Это явление автоматически следует из квантово-механического подхода, где вероятность излучательного перехода с одного уровня на другой пропорциональна квадрату поля возмущения, т.е. падающей мощности. Спонтанное излучение вначале просто добавлялось искусственно при выводе формулы Планка для поддержания термодинамического равновесия в системе черное тело + излучение и получило физический смысл только в квантовой электродинамике. Классическая же теория излучения одного электрона непосредственно дает лишь спонтанное излучение, а за индуцированными эффектами оставляет некоторый ореол «квантовости».

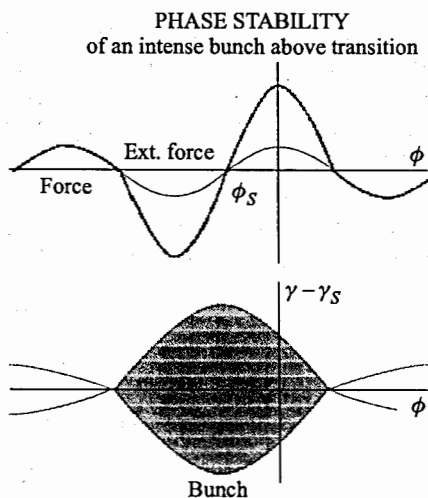


Рис. 7

Однако перенос представлений о равновесии черного тела на случай неравновесных систем с инверсной заселенностью не только предсказывает лазерный эффект, но и допускает переход  $\hbar \rightarrow 0$  с замечательным результатом

$$\partial W_k / \partial t = P_k - W_k \partial P_k / \partial E.$$

Здесь  $W_k$  — спектральная плотность электромагнитной энергии,  $P_k(E)$  — мощность спонтанного излучения в той же спектральной полосе, зависящая от энергии излучателей  $E$ . Применение этой простой формулы к пучковым системам с линейчатым спонтанным спектром довольно просто приводит к возможностям создания различных лазеров на свободных электронах, но одновременно ставит неожиданный вопрос: а причем тут квантовая теория с ее индуцированным излучением, если эффект сохраняется и в классическом пределе?

Она действительно не при чем, и лазеры на основе электронных пучков являются чисто классическими приборами, родственными лампе бегущей волны и гиротронам. В чисто классической системе излучателей с независимыми фазами, где спонтанное излучение является лишь результатом флуктуаций, за счет механизма автофазировки появляется группировка в радиационном поле, т. е. когерентность. Сопутствующее изменение спектрально-углового распределения и составляет смысл индуцированного излучения, а лазерный эффект интерпретируется как экспоненциально возрастающая неустойчивость пучка

#### Ускорение электронов плазменными волнами

##### Плазменные волны

Характерная напряженность в линейной волне:

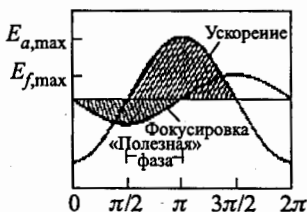
$$E_0 = \frac{m\omega_p c}{e}; \quad \omega_p^2 = \frac{n_p c^2}{m\epsilon_0}$$

$$\text{при } n = 10^{18} \text{ см}^{-3} \quad E_0 = 1 \text{ ГВ/см}$$

В нелинейной волне  $E_{\max}$  может быть  $> E_0$ .

Элементарные требования:

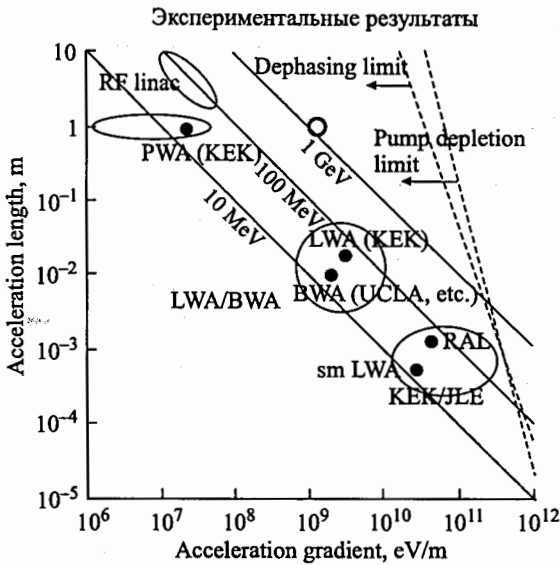
- синхронное ускорение:  $v_{ph} = v \Rightarrow C$ ,
- совместимость областей ускорения и фокусировки,
- чистота спектра



Поперечное и продольное поле плазменной волны

в собственном радиационном поле. Поразительным образом рассмотрение фазового движения, подчиняющегося классическим уравнениям автофазировки, дает точно такой же результат, что и квантово-механический расчет, куда понятие фазы в принципе не входит! На наш взгляд, это прекрасный пример принципа соответствия квантово-механического описания излучения одного электрона и классического ансамбля. Нечего и говорить, что интерпретация работы ЛСЭ в терминах механизма фазировки гораздо нагляднее и удобнее, чем квантовое описание, да и обладает большей информативностью.

Возвращаясь к чисто ускорительным проблемам, надо сказать, что современный интерес к коллективным методам связан преимущественно с ускорением плазменными волнами. Первоначально этот метод был предложен Я. Б. Файнбергом. Соответствующие требования приведены на рис. 8, взятом из обзора А. Огаты в «Beam Dynamics News Letters».



Method	Energy/length	Number of particles	Laboratory, year
PWA	200 keV/40 mm		ANL, 1989
	20 MeV/1 m	$10^9$	KEK, 1992
BWA	10 MeV/3–7 mm	$10^3$	ILE, 1992
	28 MeV/10 mm	$10^4$	UCLA, 1993
LWA	18 MeV/10 mm	$10^2$	KEK, 1993
	100 MeV/20 mm	$10^2$	KEK, 1996
smLWA	18 MeV/0.6 mm	$10^2$	KEK/ILE, 1993
	44 MeV/0.3 mm	$10^{10}/\text{MeV/sr}$	RAL, 1995

Рис. 9

Ключевой вопрос здесь состоит в методе возбуждения «чистых» плазменных волн с заданным и управляемым спектром и фазовой скоростью.

Наибольшее внимание привлекают три способа: ударное возбуждение коротким сгустком (PWA), коротким импульсом сверхмощного лазера (LWA) и комбинационное рассеяние лазерного импульса на плазме (smLWA). Соответствующие работы теоретического плана были направлены на оптимизацию передачи энергии от первичного агента ускоряемым частицам, пусть даже немногочисленным. Экспериментальная же деятельность заключалась прежде всего в получении больших ускоряющих полей, как наглядно показано на рис. 9, тоже взятом из обзора А. Огаты в «Beam Dynamics News Letters».

Тем не менее оптимизм не иссякает, и его степень иллюстрируется двумя проектами линейных коллайдеров на базе LWA (см. нижеследующую таблицу). Их осуществимость связана с надеждой на разработку так называемых  $T^3$ -лазеров (от «Table Top Terawatt»).

Параметр	Sessler-Wurtele	Tajima
Энергия, ТэВ	1	$5 = 0,5 \times 10$ секций
Светимость, $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	$10^{35}$	$10^{35}$
Мощность пучка, МВт	20	10
Потери на тормозное излучение, %	10	27
Аспектное отношение	100	1
Продольный размер сгустка, мкм	10	1
Число частиц	$1,3 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^8$
Частота повторения, Гц	4900	60
Норм. эмиттанс, мкм	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-1}$
Плотность плазмы, $\text{см}^{-3}$	$10^{17}$	$10^{17}$
Ускоряющее поле, ГэВ/м	10	10
Мощность лазера:		
пиковая, ТВт		10
средняя, МВт		50

В заключение мы хотели бы сказать несколько слов о наиболее впечатляющем предложении В. И. Векслера — когерентном ускорении. Насколько нам известно, оно родилось на основе замечания И. Е. Тамма о том, что черенковское излучение точечного сгустка из  $N$  частиц пропорционально квадрату его заряда, т. е.  $N^2$ . Следовательно, при «обдуве» неподвижного сгустка средой со сверхчеренковской скоростью на каждую частицу будет действовать сила, пропорциональная  $N$ . Аналогичная ситуация должна осуществляться при томсоновском рассеянии электромагнитной волны на точечном сгустке, что сулит фантастические возможности.

Не вдаваясь сейчас в обсуждение когерентного ускорения как такового, мы хотели бы обратить внимание на следующее обстоятельство. Слово «точечный» в данном контексте имеет два значения. Во-первых, размер сгустка  $a$  должен быть меньше рассматриваемой длины волны  $\lambda$  (пространственная когерентность). Во-вторых, сгусток должен вести себя как твердое тело, не имеющее внутренних степеней свободы, т. е. период плазменных колебаний в

нем  $\tau \approx (ma^3/3e^2N)^{1/2}$  (он же — время развала сгустка) должен быть больше длительности фронта  $\lambda/c$  (временная когерентность).

Объединение этих условий дает область, показанную на рис. 10. Из него видно, в частности, что число частиц в сгустке не может быть произвольно большим без нарушения когерентности и возбуждения его внутренних степеней свободы. Но здесь мы хотели бы обратить внимание, что верхние границы области когерентности соответствуют сопоставимости геометрического размера сгустка и его классического радиуса  $r_0 = Nr_e$ , где  $r_e = e^2/mc^2$  — классический радиус электрона. Для такого объекта, согласно канонам электродинамики, силы реакции излучения должны быть сопоставимы с инерционными силами, а электромагнитная масса должна быть порядка массы покоя. Хорошо известно, к каким неприятностям это приводит в случае электрона, который по необходимости считается точечным, т. е. имеющим  $a \ll r_e$ . В нашем случае не спасает даже ссылка на недостаточность классической электродинамики при  $a < \Lambda_e$ , где  $\Lambda_e = 137r_e$  — комптоновская длина, поскольку для сгустка длина волны равна  $\Lambda_0 = \Lambda_e/N$  и она становится меньше  $r_0$  уже при  $N > \sqrt{137}$ .

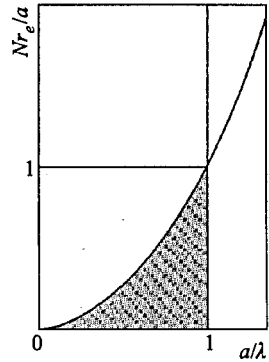


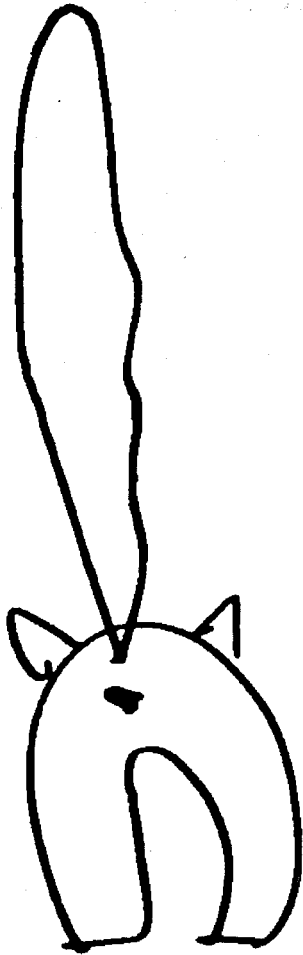
Рис. 10

Трудности теории связаны, конечно, с несамосогласованным характером современной электродинамики (за исключением незаконченных попыток П. Дирака в 40-х годах), распадающейся фактически на две части — движение заряда в заданном поле и определение поля по заданным токам. Объединение этих разделов при  $r_0 \cong a$ , как минимум, представляет собой значительный общий интерес, не говоря уже о когерентном ускорении как таковом. Не рискуя здесь развивать эту тему, отметим только, что в настоящее время параметры  $a \sim 1$  мм и  $N \cong 3 \cdot 10^{11}$ , обеспечивающие указанное условие, вполне достижимы экспериментально.

Завершая этот краткий обзор, авторы хотят подчеркнуть физическую глубину идей Владимира Иосифовича Векслера. Например, физика бурно развивающейся в настоящее время области коротковолновых излучателей и физика автофазировки — это по сути общее проявление законов взаимодействия волна-частица. Конечно, не все физические идеи реализуются сразу после их предложения. Некоторые из них, как, например, попытки создания УТС, опережают свое время, требуют для их осуществления недоступных пока технических средств, методов наблюдения, диагностики и т. д. Но они являются стимулом поиска принципиально новых технических решений, научных разработок и хорошим научным «вызовом» следующим поколениям физиков. Аналогичная ситуация произошла и с предложенными Владимиром Иосифовичем новыми методами ускорения, к реализации которых наверняка вернуться после накопления необходимого опыта, знаний, создания новой техники.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лебедев А. Н., Шальнов А. В.* Основы физики и техники ускорителей. М.: Энергоатомиздат, 1991.
2. *Коломенский А. А.* Физические основы методов ускорения заряженных частиц. М.: Изд-во МГУ, 1980.
3. *Капчинский И. М.* Теория линейных резонансных ускорителей. М.: Энергоиздат, 1982.
4. *Коломенский А. А., Лебедев А. Н.* Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962.
5. *Мешков И. Н.* Транспортировка пучков заряженных частиц. Новосибирск: Наука, 1991.
6. *Мешков И. Н., Сыресин Е. М.* Ускорители заряженных частиц в ядерной физике и физике высоких энергий: Лекции для молодых ученых. Дубна: ОИЯИ, 1998.
7. *Диканский Н. С., Пестриков Д. В.* Физика интенсивных пучков в накопителях. М.: Наука, 1989.
8. *Адо Ю. М., Варзарь С. М., Черняев А. П.* Введение в физику ускорителей. Задачи. М.: Изд-во МГУ, 1999.
9. *Wiedemann H.* Particle Accelerator Physics. Springer, 1999.



*W. L. L.*



## БЛАГОДАРНОСТИ

Мы искренне благодарим всех, кто помог нам подготовить рукопись лекций к печати, относясь к этой работе в высшей степени неформально, тратя свое свободное время и прилагая заметные усилия: Татьяну Александровну Стриж, Лидию Григорьевну Морозову, Елену Анатольевну Федорову, Татьяну Анатольевну Юдину, Надежду Николаевну Амирханову, Валентину Яковлевну Рябкову.

Мы признательны Юрию Александровичу Туманову за подготовку фото-блока и Татьяне Яковлевне Жабицкой за помощь в издании этой публикации.

*С. П. Иванова,  
Г. В. Трубников*

## ВСПОМИНАЯ И. Н. ИВАНОВА...

Игорь Николаевич Иванов впервые приехал в Дубну в сентябре 1959 года студентом кафедры теоретической физики Воронежского университета, и вся его последующая жизнь была связана с ОИЯИ.

С 1961 года И. Н. Иванов работал в группе, где разрабатывались теоретические основы нового коллективного метода ускорения, предложенного академиком В. И. Векслером. В самые первые годы работы в ОИЯИ И. Н. Иванов получил ряд важных теоретических результатов по устойчивости и фокусировке электронного кольца, по релятивистским эффектам в экранированных сильноточных пучках. Эти работы получили широкое мировое признание и выдвинули Игоря Николаевича в число ведущих специалистов по новым методам ускорения.

В 1971 году Игорь Николаевич возглавил экспериментальный сектор модели коллективного ускорителя и стал самым молодым начальником сектора в ОИЯИ. Работая увлеченно и интенсивно, И. Н. Иванов быстро освоил искусство экспериментатора. Под его руководством были выполнены важные исследования по инжекционным системам для формирования электронных колец в адгезаторе, по формированию магнитных полей систем сжатия и вывода колец.

Будучи от природы лидером коллектива, в который его определяла судьба, Игорь Николаевич утверждал эту роль тем, что брал на себя больше других, предлагал лучшие решения возникавших проблем, помогал каждому мобилизовать его способности для достижения общей цели.

В семидесятые годы быстро возрос его научный авторитет, И. Н. Иванов выступал с докладами на престижных международных конференциях, вместе с В. П. Саранцевым утверждал приоритет ОИЯИ в развитии коллективного метода ускорения. Он принимал активное участие в организации и проведении симпозиумов по коллективным методам ускорения в Дубне, а также ряда всесоюзных совещаний по ускорителям. Игорь Николаевич внес большой вклад в разработку проекта КУТИ — полномасштабной модели коллективного ускорителя тяжелых ионов.

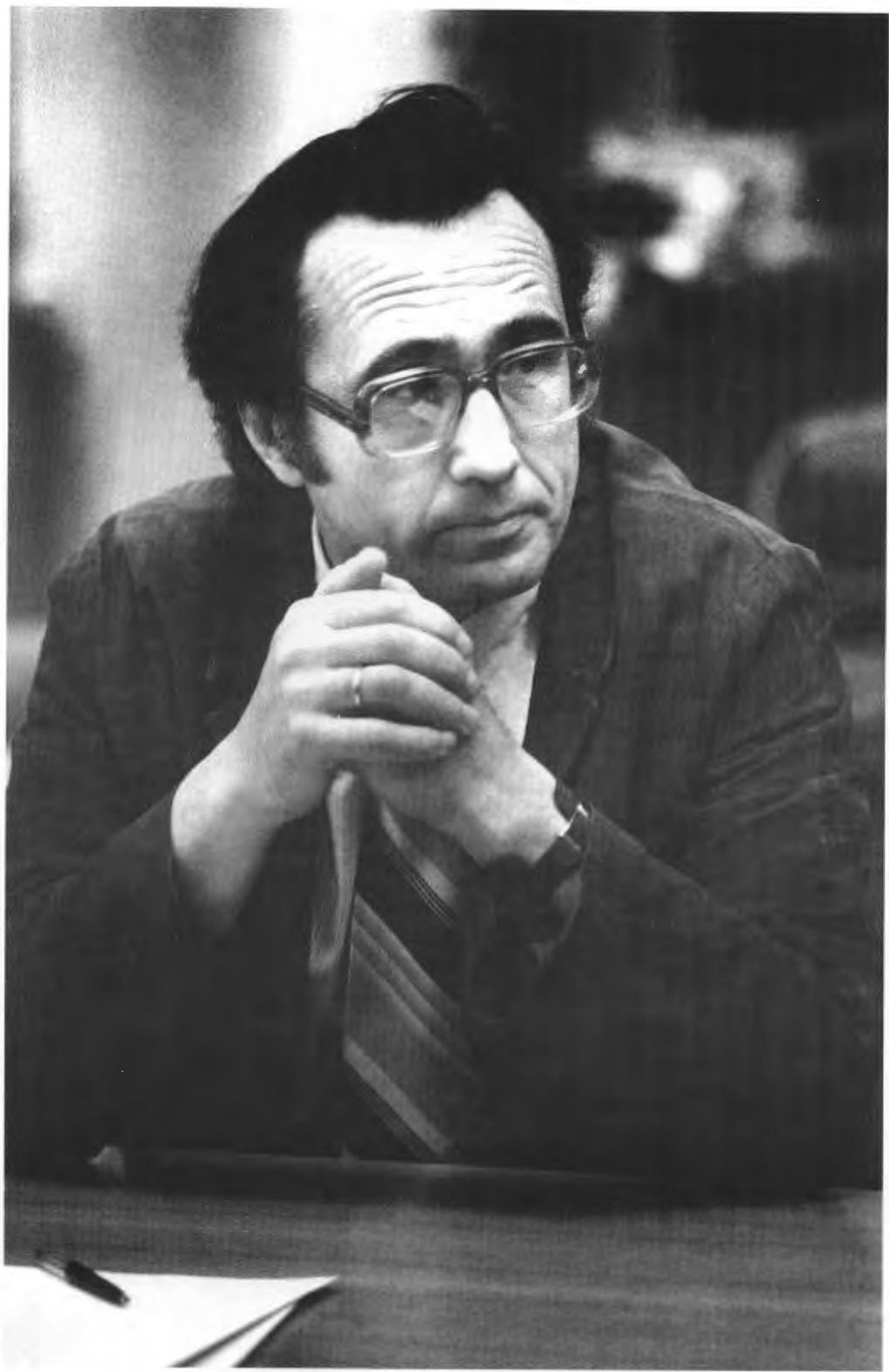
В последующие годы он возглавил работы по созданию в Дубне тяжелоионного синхротрона ТИС. Опыт работы по проектированию и созданию узлов установки ТИС помог ему в дальнейшем, когда он возглавил в качестве заместителя директора ускорительное отделение новой Лаборатории сверхвысоких энергий. Он активизировал участие ОИЯИ в проектах TESLA и SLIC, работы по созданию экологического ускорителя. Спроектированная под его руководством система подавления поперечных колебаний пучка в УНК нашла свою новую жизнь на создаваемом в ЦЕРН сверхмощном коллайдере LHC. В это время был проделан огромный объем работ от проектирования до

промышленного образца. В настоящее время создание этой системы вступает в завершающую стадию.

И. Н. Иванов много сил и времени отдавал воспитанию научной молодежи. Он читал лекции по ускорительной тематике в вузах России, был инициатором проведения семинаров и школ молодых ученых. Под руководством И. Н. Иванова было выполнено много дипломных работ и защищено много кандидатских диссертаций. Его ученики работают в лабораториях ОИЯИ и других научных центрах. Он выступил инициатором проведения ставших традиционными семинаров памяти В. П. Саранцева, которые превратились к настоящему времени в авторитетные международные конференции.

Вся творческая жизнь И. Н. Иванова, отданная самоотверженному служению науке, сделала его одним из авторитетных и признанных лидеров в области отечественной физики и техники ускорителей заряженных частиц.

Игорь Николаевич был удивительно многогранной личностью. Он активно и эффективно занимался общественной работой. Любовь к искусству и отличное знание литературы, музыки, участие в дубненском литературном объединении, врожденный художественный вкус совмещались в нем с увлечением спортом. Одним из его замечательных достижений были организация и успешное проведение детских походов в горах Кавказа и по рекам России. Друзья и коллеги всегда чувствовали обаяние его личности, могли оценить его незаурядное и естественное чувство юмора. Он был сильным, добрым и мудрым человеком, тем, кого по заслугам называют душой общества.





Самый молодой начальник сектора в ОИЯИ. 1971 г.





С.В. И. Фурманом. 1970 г.

И. Н. Иванов и И. Габанец (Чехословакия)  
проверяют систему диагностики. 1977 г.

Обсуждение работ по коллективному методу ускорения.  
Докладывает В. П. Саранцев











Ученки В. И. Векслера (слева направо): И. Н. Иванов, В. П. Рашевский, Э. А. Перельштейн, С. Б. Рубин, Г. А. Иванов, А. Б. Кузнецов, В. П. Саранцев в созданном ими музее В. И. Векслера. 1972 г.

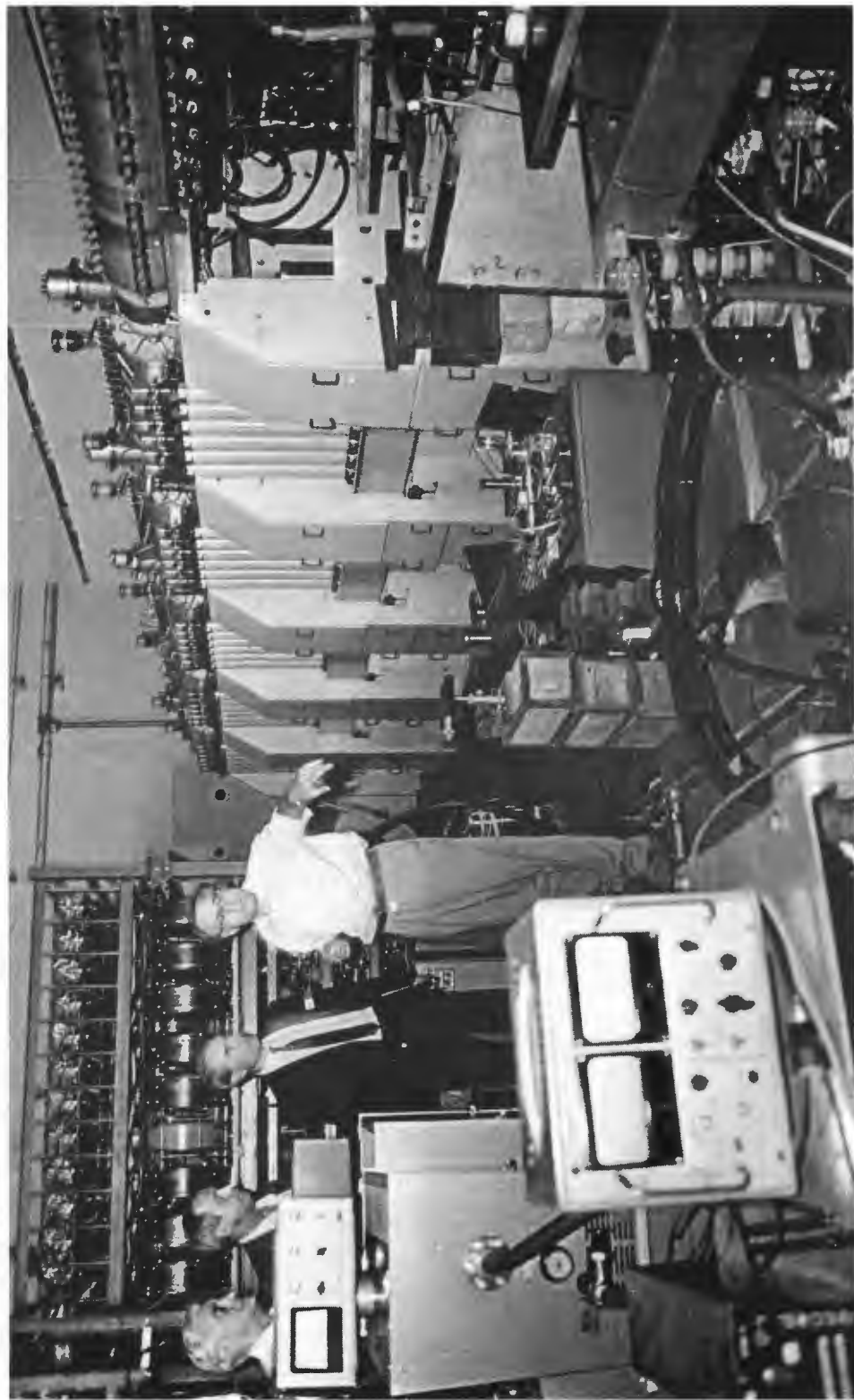
Директор ОИЯИ Н. Н. Боголюбов (слева) и председатель ГКАЭ А. М. Петросьянц (третий слева) проводят заседание по коллективному методу ускорения



На заседании  
Ученого совета ОИЯИ.  
2001 г.



И. Н. Иванов знакомит директора Ускорительного отделения ЦЕРН К. Хюбнера с новыми разработками лаборатории. 1994 г.



И. Н. Иванов с Ю. Ц. Оганесяном  
и С. П. Капицей. 1985 г.



С коллегами на конференции



С нобелевским лауреатом С. Ван-дер-Мейером. 1996 г.



С вице-директором ОИЯИ М. Гмитро (Чехословакия)  
и членом Ученого совета Й. Тучеком (Чехословакия). 1988 г.



С В. Е. Балакиным (ИЯФ им. Г. И. Будкера). 2000 г.





С. С. П. Ивановой и Ц. Выловым на 81-й сессии Ученого совета.  
На заднем плане: Д. Киш (Венгрия) и директор ОИЯИ В. Г. Кадлышевский. 1997 г.



С членом Ученого совета ОИЯИ  
Ф. Дидяком. 1993 г.



С нобелевским лауреатом  
М. Шварцем (BNL, США). 1993 г.



С. С. Т. Беляевым и В. П. Джелетовым. 1998 г.



Слева направо: К. Хюбнер, И. Н. Иванов,  
В. П. Саранцев, Ю. А. Филиппов. 1994 г.



И. Н. Иванов, Р. Кэпмор (ЦЕРН), Дж. Эллис (ЦЕРН). 1999 г.



Учебно-научному центру ОИЯИ — 5 лет!



С. Е. Читринов, С. П. Иванова, И. Н. Иванов. 2002 г.



В. П. Джелепов, А. И. Малахов, И. А. Голутвин,  
В. Д. Кекелидзе на юбилее И. Н. Иванова. 1998 г.



И. Н. Мешков, А. Н. Скринский, И. Н. Иванов. 2000 г.

На встрече  
с генеральным  
директором ЦЕРН  
Л. Майани. 1999 г.



XI Международная  
конференция «Методы  
охлаждения  
и подавления колебаний  
пучков заряженных  
частиц». 1996 г.



Крайний справа  
Т. Линнекар (ЦЕРН)

М. И. Петелин,  
А. Н. Лебедев,  
И. Н. Иванов,  
И. Н. Мешков





В кафе ЦЕРН. 2002 г.

В Венгрии. 1995 г.



Школа молодых ученых по ускорительной физике.  
Крайний слева В. Шайд (Германия), 1996 г.











## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ И. Н. ИВАНОВА

1. *Иванов И. Н., Журавлев А. А., Мяз Э. А., Пастухов В. Л. и др.* Исследования движения частиц в кольцевом фазотроне. Препринт ОИЯИ Р-758. Дубна, 1961; ЖТФ. 1962. Т. X-XXII. С. 905.
2. *Иванов И. Н.* Об азимутальной устойчивости экранированного цилиндрического тока. Препринт ОИЯИ 1052. Дубна, 1962.
3. *Иванов И. Н., Котов В. И.* Излучение кольца с током в волноводе. Препринт ОИЯИ 1438. Дубна, 1963; Известия вузов. Радиофиз. 1964. Т. VII.
4. *Иванов И. Н., Векслер В. И., Саранцев В. П., Долбилов Г. В., Иванов Г. А. и др.* Коллективное линейное ускорение ионов. Препринт ОИЯИ Р9-3440-2. Дубна, 1968; Труды IV Международной конференции по ускорителям, США, Кембридж, 1967. С. 289-294.
5. *Иванов И. Н.* Устойчивость кольцевого тока в цилиндрическом резонаторе. Препринт ОИЯИ Р9-3474. Дубна, 1967; Труды симпозиума по ускорителям с электронными кольцами, США, Беркли, 1963 г.
6. *Иванов И. Н.* Влияние экранировки на эффект отрицательной массы. Препринт ОИЯИ Р9-3475. Дубна, 1967; ЖТФ. 1969. Т. XXXIX, вып. 6. С. 966; Труды симпозиума по ускорителям с электронными кольцами, США, Беркли, 1968 г. С. 467-483.
7. *Veksler V. I., Sarantsev V. P., Bonch-Osmolovskii A. G., Dolbilov G. V., Ivanov G. A., Ivanov I. N., Iovnovich M. L., Kozhukhov I. V., Kuznetsov A. B., Makhan'kov V. G., Perel'shtein E. A., Rashevskii V. P., Reshetnikova K. A., Rubin N. B., Rubin S. B., Ryl'tsev P. I., Yarkovoy O. I.* Collective Linear Acceleration of Ions. SLAC-TRANS-0078, 1967. 15 p.; Proc. of the Int. Conf. on High Energy Accelerators, Cambridge, Mass., 1967. P. 289-294; Препринт ОИЯИ Р7-3440-2. Дубна, 1967.
8. *Иванов И. Н., Маханьков В. Г.* Устойчивость окруженного металлическим экраном цилиндрического слоя электронов в однородном магнитном поле. Препринт ОИЯИ Р9-3475. Дубна, 1967; ЖТФ. 1969. Т. XXXIX, вып. 6. С. 966; Труды симпозиума по ускорителям с электронными кольцами, США, Беркли. С. 501-522.
9. *Иванов И. Н., Иовнович М. Л., Кузнецов А. Б., Обухов Ю. Л., Решетникова К. А. и др.* Вопросы движения частиц в адгезаторе. Препринт

- ОИЯИ Р9-4132. Дубна, 1968; Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Т. 2. М., 1968.
10. *Иванов И. Н., Бонч-Осмоловский А. Г., Долбилов Г. В., Перельштейн Э. А. и др.* Фокусировка заряженного электронного кольца в линейном ускорителе ионов. Препринт ОИЯИ Р9-4135. Дубна, 1968; Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Т. 2. М., 1968.
  11. *Иванов И. Н., Иовнович М. Л. и др.* Вопросы устойчивости электронно-ионного кольца. Препринт ОИЯИ Р9-4138. Дубна, 1968.
  12. *Иванов И. Н., Маханьков В. Г., Перельштейн Э. А. и др.* Вопросы устойчивости электронного кольца // Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Т. 2. М., 1968.
  13. *Иванов И. Н., Долбилов Г. В., Перельштейн Э. А., Саранцев В. П., Шевцов В. Ф.* Фокусировка электронного кольца в коллективном ускорителе ионов системы типа «беличье колесо». Препринт ОИЯИ Р9-4737. Дубна, 1969; Труды Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий. Т. 2. Ереван, 1969.
  14. *Иванов И. Н., Саранцев В. П. и др.* К вопросу об ускорении ионов электронным кольцом в спадающем магнитном поле. Препринт ОИЯИ Р9-5556. Дубна, 1970; Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Т. 1. М., 1970.
  15. *Иванов И. Н., Жидков Е. П., Перельштейн Э. А. и др.* Стационарное состояние электронного кольца во внешнем магнитном поле. Препринт ОИЯИ Р5-5396. Дубна, 1970; ЖВМ и МФ. 1971. Т. 11. С. 4; Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Т. 1. М., 1970.
  16. *Иванов И. Н., Кузнецов А. Б., Решетникова К. А. и др.* Коллективное ускорение ионов // Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 1971. Т. 1.
  17. *Иванов И. Н., Саранцев В. П., Каминский А. К. и др.* Некоторые вопросы создания коллективного ускорителя. Препринт ОИЯИ Р9-60003. Дубна, 1971.
  18. *Иванов И. Н., Жабицкий В. М.* Влияние ускорения на фокусировку силами изображения. Препринт ОИЯИ Р9-6421. Дубна, 1972.
  19. *Иванов И. Н., Жабицкий В. М. и др.* Устойчивость экранированного кольца при смещении центра. Препринт ОИЯИ Р9-6514. Дубна, 1972; ЖТФ. 1972. Т. X, вып. 2. С. 361.

20. *Жабицкий В. М., Иванов И. Н., Лачинов В. М., Маковеев В. К.* Расширение возможностей магнитной системы адгезатора для предварительного ускорения ионов. Сообщение ОИЯИ Р9-7679. Дубна, 1974.
21. *Иванов И. Н., Барабаш Л. С., Беляев Л. Н. и др.* О коллективном ускорителе тяжелых ионов ОНМУ ОИЯИ. Препринт ОИЯИ Р9-7679. Дубна, 1974.
22. *Ivanov I. N., Barabash L. S., Golutvin I. A. et al.* Present Performance of Collective Ion Acceleration in JINR // Proc. of the 9th Int. Conf. on High Energy Accel., Stanford, 1974. Springfield, 1975. P. 318.
23. *Иванов И. Н., Габанец И., Гурач Х. и др.* Система сжатия электронного кольца в адгезаторе модели коллективного ускорителя // IV Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц. Москва, 1974 г.
24. *Иванов И. Н., Габанец И., Гурач Х. и др.* Исследование системы захвата без изменения энергии инжектируемых электронов. Сообщение ОИЯИ Р9-9139. Дубна, 1975.
25. *Иванов И. Н., Дерендяев Ю. С., Каминский А. К. и др.* Расчет магнитной системы адгезатора (3). Препринт ОИЯИ Р9-9140. Дубна, 1975.
26. *Иванов И. Н., Габанец И., Каминский А. К. и др.* Исследование системы инжекции со средним полем. Препринт ОИЯИ Р9-9729. Дубна, 1976.
27. *Иванов И. Н., Саранцев В. П.* Новые методы ускорения // 1-я Международная школа молодых ученых по проблемам ускорения заряженных частиц, Ужгород, 1975 г. Дубна, 1976.
28. *Fartushnyi V. P., Habanec J., Ivanov I. N., Kaminskii A. K., Mironov V. I., Rashevskii V. P., Sergeev A. P., Stetsenko S. G., Tyutyunnikov S. I., Zhabitskii V. M.* Electron Injection System Investigation into Model Compressor of Collective Accelerator of JINR // Czech J. Phys. B. 1976. V. 26. P. 1200-1212.
29. *Иванов И. Н., Буланов В. А., Габанец И. и др.* Магнитная система адгезатора (3) // 2-й симпозиум по коллективным методам ускорения, Дубна, 1976 г. Дубна, 1976.
30. *Иванов И. Н., Габанец И., Жабицкий В. М. и др.* Исследование системы инжекции электронов на модели коллективного ускорителя // 2-й симпозиум по коллективным методам ускорения, Дубна, 1976 г. Дубна, 1976.
31. *Иванов И. Н., Агеев А. И. и др.* Вариант ускорительного комплекса тяжелых ионов на базе коллективного ускорителя. Препринт ОИЯИ 9-11007. Дубна, 1978.

32. Буланов В. А., Иванов И. Н. и др. Работы по запуску адгезатора (3) модели коллективного ускорителя // 6-е Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1978 г.
33. Жабицкий В. М., Иванов И. Н. О выборе параметров инжекционной системы с быстроизменяющимся магнитным полем в адгезаторе коллективного ускорителя. Препринт ОИЯИ Р9-12660. Дубна, 1979; ЖТФ. 1979. Т. 50, вып. 7. С. 1419–1426.
34. Ivanov I. N. et al. Problems of Charged Particle Accelerators // Proceedings of International School for Young Scientists, Minsk, USSR, September 17–25, 1979. (Mostly in Russian.) Dubna, 1980.
35. Викторов Ю. Б., Голубев И. И., Иванов И. Н. и др. Формирование магнитного поля при выводе электронного кольца на модели коллективного ускорителя. Препринт ОИЯИ Р9-82676. Дубна, 1982.
36. Викторов Ю. Б., Иванов Г. А., Иванов И. Н. и др. Особенности формирования магнитного поля адгезатора модели коллективного ускорителя. Препринт ОИЯИ Р9-82675. Дубна, 1982.
37. Жабицкий В. М., Иванов И. Н. и др. Система быстрого вывода электронных колец на модели коллективного ускорителя ОИЯИ. Препринт ОИЯИ Р9-82731. Дубна, 1982.
38. Жабицкий В. М., Иванов И. Н. и др. О выборе схемы инжекции с быстроизменяющимся магнитным полем в адгезаторе коллективного ускорителя. Препринт ОИЯИ Р9-82592. Дубна, 1982.
39. Беляев Л. Н., Глейбман Э. М., Иванов И. Н. и др. Состояние работ по ускорению тяжелых ионов // 8-е Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц, Протвино, 1982 г.: Труды. Дубна, 1983.
40. Глейбман Э. М., Жабицкий В. М., Иванов И. Н. Проект автоматизированной системы управления тяжелоионного синхротрона ОИЯИ // 8-е Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц, Протвино, 1982 г.: Труды. Дубна, 1983.
41. Иванов И. Н., Каминский А. К. и др. Система инжекции модели коллективного ускорителя. Препринт ОИЯИ Р9-83-13. Дубна, 1983.
42. Глейбман Э. М., Иванов И. Н. и др. Подсистема синхронизации и задания режима работы тяжелоионного синхротрона // 9-е совещание по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1984 г. Дубна, 1983.
43. Глейбман Э. М., Иванов И. Н. и др. Автономная система магнитных измерений в стандарте КАМАК. Препринт ОИЯИ Р-85-891. Дубна, 1985.



44. Долбилов Г. В., Голубев И. И., Иванов И. Н. и др. Формирование ведущего магнитного поля ЛУЭК-20 с использованием автоматизированной системы магнитных измерений // 10-е Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1986 г. Дубна, 1986.
45. Жабицкий В. М., Иванов И. Н. и др. Коллекторные датчики для диагностики сильноточных импульсных электронных пучков // 10-е Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1986 г. Дубна, 1986.
46. Alexandrov V. S., Ivanov I. N., Preizendorf V. A., Sarantsev V. P., Shirkov G. D. Ion Beam of the Collective Accelerator with Electron Rings — KUTI-20 // Proc. of the 6th Int. Conf. on High-Power Particle Beams, Kobe, Japan, 1986. Kobe, 1986. P. 835–839. Bibliogr.: 9.
47. Жабицкий В. М., Иванов И. Н., Каминская А. М., Мельников В. А., Степанов А. Д. Коллекторные датчики для диагностики сильноточных импульсных электронных пучков // Труды X Всесоюзного совещ. по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 21–23 окт. 1986 г. Т. 1. Дубна, 1987. С. 75–77. Библиогр.: 12.
48. Иванов И. Н. Обзор предложений и программа создания ускорительных комплексов тяжелых ионов в области средних и высоких энергий. ОИЯИ, Б1-9-88-449. Дубна, 1988. 19 с. Библиогр.: 9.
49. Глейбман Э. М., Иванов И. Н., Малахов Н. А., Пиляр Н. В., Попов С. А., Рукояткина Т. В. Автоматизированная система управления испытательным вакуумным стендом // XIII Междунар. симпозиум по ядерной электронике, Варна, 12–18 сент. 1988 г.: Аннот. докл. София, 1988. С. 79. Библиогр.: 2.
50. Ivanov I. N. Heavy Ion Accelerating Complex JINR–IAE (Dubna, JINR & Moscow, State Comm. Atomic Energy & Kurchatov Inst., Moscow), 1988 // High Energy Accelerators, Batavia, 1988: Proc. P. 197–202.
51. Архипов О. В., Бобылева Л. В., Глейбман Э. М., Иванов И. Н., Красных А. К., Кузнецов И. В., Малахов Н. А., Никитский А. Ю., Перельштейн Э. А., Пиляр Н. В., Попов С. А., Рукояткина Т. В. Система автоматизации ЛИУ с сильным ведущим полем для экспериментов с трубчатым электронным пучком // Труды XI Всесоюзного совещ. по ускорителям заряженных частиц. Дубна, октябрь 1988 г. Т. 1. Дубна, 1989. С. 117–119. Библиогр.: 9.
52. Жабицкий В. М., Иванов И. Н. и др. Использование эффекта Поккельса для измерения ускоряющего поля в линейных индукционных ускорителях // Труды XI Всесоюзного совещ. по ускорителям заряженных частиц, Дубна, октябрь 1988 г. Дубна, 1989.

53. Жабицкий В. М., Игнатова Л. Г., Иванов И. Н., Малахов Н. А., Мамонов В. Н., Мельников В. А., Пиляр Н. И., Щеулин А. С. Импульсный генератор ударного магнита для однооборотной системы подавления начальных колебаний пучка I ступени УНК. ОИЯИ, 9-89-831. Дубна, 1989. 8 с. Библиогр.: 7.
54. Жабицкий В. М., Игнатова Л. Г., Иванов И. Н., Малахов Н. А., Мамонов В. Н., Мельников В. А., Пиляр Н. И., Щеулин А. С. Моделирование системы однооборотного подавления начальных бетатронных колебаний пучка I ступени УНК. ОИЯИ, Р9-90-548. Дубна, 1990. 6 с. Библиогр.: 5.
55. Жабицкий В. М., Иванов И. Н., Коренев И. Л., Юдин Л. А. Подавление резистивной неустойчивости в I ступени УНК при цифровой обработке сигнала в цепи обратной связи. ОИЯИ, Р9-91-99. Дубна, 1991. 12 с. Библиогр.: 7.
56. Алексеев Г. И., Зорин В. П., Иванов И. А., Кленов Г. И., Мицын Г. В., Молоканов А. Г., Трухин В. А. Протонный томограф для комплекса протонно-лучевой терапии. ОИЯИ, 18-91-435. Дубна, 1991. 12 с. Библиогр.: 12.
57. Иванов И. Н., Мельников В. А., Сидоров А. И., Щеулин А. С. Анализ возможности создания протяженного высокочастотного кикера на встречной волне // 13-е совещание по ускорителям заряженных частиц, Дубна, Россия, окт. 1992 г.: Аннотации докладов. Дубна: ОИЯИ, 1992. С. 120.
58. Ivanov I. N., Zhabitsky V. M. Requirements to the Feedback System to Damp Resistive Instability (I Stage UNK) // HEACC'92: XV Int. Conf. on High Energy Accelerators. Germany, Hamburg, Jul. 1992. V. II. / Int. J. Mod. Phys. A. (Proc. Suppl.) B. 1993. V. 2. P. 1034-1036. Bibliogr.: 12.
59. Голубев И. И., Долбилов Г. В., Иванов И. Н., Косухин В. В., Лебедев Н. И., Петров В. А., Саранцев В. П., Сумбаев А. П., Фатеев А. А. Проект линейного индукционного ускорителя электронов СИЛУНД-21 // XIV совещ. по ускорителям заряженных частиц, Протвино, Россия, окт. 1994 г. Протвино: ИФВЭ, 1994. С. 73.
60. Dolbilov G. V., Fateev A. A., Golubev I. I., Ivanov I. N., Kosukhin V. V., Lebedev N. I., Petrov V. A., Sarantsev V. P., Shvetsov V. S., Sidorov A. I., Sumbaev A. P., Yurkov M. V. Status of SILUND-21 Linear Induction Accelerator Project // EPAC'94: Fourth European Particle Accelerator Conf., London, England, Jun.-Jul. 1994. V. I. Singapore a.o.: World Sci., 1994. P. 748-750. Bibliogr.: 11.
61. Ivanov I. N., Melnikov V. A. Suggestions for New Transverse Oscillations Damping Systems in Large Synchrotrons and Colliders // XIV совещание по ускорителям заряженных частиц, Протвино, окт. 1994 г.: Сб. докладов. В 4 т. Т. 3. Протвино, 1994. С. 280-283. Bibliogr.: 2.

62. Кадышевский В. Г., Васильев А. А., Иванов И. Н., Савин И. А., Сисакян А. Н., Шафранова М. Г., Юрков М. В. Памяти Владислава Павловича Саранцева // УФН. 1995. Т. 165, № 6. С. 711–712.
63. Ivanov I. N., Kukarnikov S. I., Molodozhentsev A. Yu., Petrov V. A., Limberg T., Marx M. Magnet Design for the TESLA Fel Second Bunch Compression System. DESY-TESLA-FEL-96-12, 1996. 15 p.
64. Ivanov I. N., Molodozhentsev A. Yu., Petrov V. A., Shevtsov V. P. Emittance Dilution in the TESLA Fel Second Bunch Compression System. DESY-TESLA-FEL-96-11, 1996. 19 p.
65. Аксенов В. Л., Иванов И. Н., Коваленко М. Н., Миронов В. Е., Скынтьее Н., Тютюнников С. И., Шаляпин В. Н. О создании спектроскопических станций ОИЯИ на пучках курчатовского источника синхротронного излучения. ОИЯИ, Р14-96-86. Дубна, 1996. 14 с. Библиогр.: 14.
66. Dolbilov G. V., Ivanov I. N. et al. Status of the Test Facility for Studies Fel Bunching Technique for CLIC Driving Beam // Proc. of the EPAC'96, Barcelona, 1996. P. 730.
67. Dolbilov G. V., Fateev A. A., Golubev I. I., Ivanov I. N., Kosukhin V. V., Lebedev N. I., Petrov V. A., Razuvaikin V. N., Shvetsov V. S., Yurkov M. V. et al. JINR Test Facility for Studies Fel Bunching Technique for CLIC Driving Beam // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 1996. V. 375, No. 1–3. P. 100–103. Bibliogr.: 13.
68. Иванов И. Н. Подавление поперечных колебаний пучка адронных ускорителей и коллайдеров с помощью систем обратных связей // Междунар. школа молодых ученых «Проблемы ускорения заряженных частиц». Дубна, сент. 1996 г. Дубна: ОИЯИ, 1997. С. 201–266. Библиогр.: 42.
69. Голубев И. И., Долбилов Г. В., Иванов И. Н., Косухин В. В., Лебедев Н. И., Петров В. А., Разувакин В. Н., Фатеев А. А., Швецов В. С., Юрков М. В. Состояние работ по созданию линейного индукционного ускорителя электронов СИЛУНД-21 // XV совещание по ускорителям заряженных частиц, Протвино, Россия, октябрь 1996 г.: Сб. докл. Т. 2. Протвино, 1997. С. 58–61. Библиогр.: 6.
70. Аксенов В. Л., Иванов И. Н., Ковальчук М. В., Коваленко М. Н., Козлов И. П., Лесникович А. И., Миронов В. Е., Минашкин В. Ф., Свиридов В. В., Скадоров В. В., Скынтьее Н. Н., Тютюнников С. И., Желудева С. Н., Шаляпин В. Н. Универсальный энергодисперсионный EXAFS-спектрометр в Национальном центре синхротронного излучения («Курчатовский институт») и научная программа исследований. Препринт ОИЯИ Р14-96-502. Дубна, 1996. 16 с. Библиогр.: 4.
71. Gleibman E. M., Zhabitsky V. M., Ivanov I. N., Kononov G. I., Lebedev N. I., Likhachev A. G., Melnikov V. A., Malakhov N. A., Pilyar A. V.,

- Rukojatkina T. V., Scheulin A. S. et al.* System for Initial Betatron Oscillation Damping for UNK I Stage Beam // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 1997. V. 391, No. 1. P. 100–102. Bibliogr.: 5.
72. *Ivanov I. N., Melnikov V. A.* Nonlinear Damping of Coherent Transverse Oscillations of a Beam in Hadron Cyclic Accelerators and Colliders // Nucl. Instr. Meth. A. 1997. V. 391. P. 52–55.
73. *Иванов И. Н.* Подавление поперечных колебаний пучка адронных ускорителей и коллайдеров с помощью систем обратных связей // Проблемы ускорения заряженных частиц: Междунар. школа молодых ученых, Дубна, 1997 г. Дубна, 1997.
74. *Ivanov I. N., Molodozhentsev A. Yu. et al.* The Focusing Structure of the Prague Proton Synchrotron for Hadron Therapy // Proc. of the PAC-1997, Vancouver, 1997. P. 1391.
75. *Dolbilov G. V., Ivanov I. N. et al.* Design of 135-MW X-Band Relativistic Klystron for Linear Collider // Proc. of the PAC-1997, Vancouver, 1997. P. 3126.
76. *Dolbilov G. V., Ivanov I. N., Azorsky N. I., Shvetsov V. S. et al.* Design of 135-MW X-Band Relativistic Klystron for Linear Collider // Int. Workshop on Linear Colliders, Zvenigorod, Sept.–Oct. 1997. V. 2. Protvino, 1997. P. 787–790.
77. *Dolbilov G. V., Ivanov I. N. et al.* High Repetition Pulsed Accelerator for EB-Technology // Proc. of the Int. Symposium on Radiation Technology for Conservation of the Environment. Zakopane, Poland, 8–12 September, 1997. P. 453–456.
78. *Yurkov M. V., Ivanov I. N., Molodozhentsev A. Yu., Petrov V. A. et al.* A High Intensity Coherent X-Ray Source Integrated into the TESLA-500 Project // XV совещание по ускорителям заряженных частиц, Протвино, Россия, октябрь 1996 г.: Сб. докл. Т. I. Протвино, 1997. С. 27–30. Bibliogr.: 7.
79. *Saldin E. L., Ivanov I. N., Molodozhentsev A. Yu., Petrov V. A., Yurkov M. V. et al.* Status Report on a VUV Free Electron Laser at the TESLA Test Facility at DESY // XV совещание по ускорителям заряженных частиц, Протвино, Россия, октябрь 1996 г.: Сб. докл. Т. I. Протвино, 1997. С. 31–34. Bibliogr.: 15.
80. *Dolbilov G. V., Dolbilova G. I., Fateev A. A., Hoxhlov I. M., Ivanov I. N., Lebedev N. I., Mazhulin A. V., Petrov V. A. et al.* High-Repetition-Rate Accelerator for Industrial Applications // 2-й Научный семинар памяти В. П. Саранцева, Дубна, сент. 1997 г. Дубна, 1998. С. 27–30. Bibliogr.: 2.

81. *Аверьянов В. И., Горбачев Е. В., Иванов И. Н., Лебедев Н. И., Мельников В. А. и др.* Разработка системы подавления поперечных когерентных колебаний пучка ЛНС // 2-й Научный семинар памяти В. П. Саранцева, Дубна, сент. 1997 г. Дубна, 1998. С. 114–118. Библиогр.: 8.
82. *Dolbilov G. V., Ivanov I. N. et al.* Multi-Beam Pulsed Accelerator for Electron Beam Processing System // Proc. of the EPAC'98, Stockholm, 1998. P. 2398.
83. *Elzhov A., Ivanov I., Kaminsky A. A., Kaminsky A. K., Kazacha V., Kosukhin V., Laziev E., Perelstein E., Sedykh S., Sergeev A. P., Shalyapin V. N., Sumbaev A. P., Tiutiunnikov S. I. et al.* Recent Experiments on Free-Electron Maser for Two-Beam Accelerators // XVII Int. Conf. on High Energy Accelerators (HEACC'98), Dubna, Russia, Sept. 1998. Dubna: JINR, 1999. P. 160–162. Bibliogr.: 9.
84. *Ivanov I.* Feedback and Emittance Control // XVII Int. Conf. on High Energy Accelerators (HEACC'98), Dubna, Russia, Sept. 1998. Dubna: JINR, 1999. P. 369–373. Bibliogr.: 18.
85. *Dolbilov G. V., Dolbilova G. I., Fateev A. A., Ivanov I. N., Lebedev N. I., Mazhulin A. V., Petrov V. A., Hokhlov I. M., Ruskov T., Goranov P.* Multi-Beam Pulsed Accelerator for Electron Beam Processing System // EPAC'98: 6th European Particle Accelerator Conference, Stockholm, June 1998: Proc. V.3. Bristol, Philadelphia: IOP, 1998. P. 2398–2400. Bibliogr.: 5.
86. *Архипов В. А., Антропов В. К., Балалыкин Н. И., Белошицкий П. Ф., Бровко О. И., Бутенко А. В., Водопьянов А. С., Иванов И. Н., Кадышевский В. Г., Калинин В. В., Красавин Е. А., Кобец В. В., Мешков И. Н., Минашкин В. Ф., Морозов Н. А., Поляков Ю. А., Русакович Н. А., Сидорин А. О., Сисакян А. Н., Сидоров А. И., Сидоров Г. И., Сумбаев А. П., Смирнов В. И., Сыресин Е. М., Титкова И. В., Тютюнников С. И., Федоренко С. Б., Шакун Н. Г., Швец В. А., Юрков М. В.* Проект ДЭЛСИ // Синхротронный источник ОИЯИ: перспективы исследований: Материалы Междунар. рабочего совещ., Дубна, ноябрь 1999 г. Дубна: ОИЯИ, 2000. С. 13–27. Библиогр.: 14.
87. *Архипов В. А., Антропов В. К., Балалыкин Н. И., Белошицкий П. Ф., Бровко О. И., Бутенко А. В., Водопьянов А. С., Красавин Е. А., Кобец В. В., Мешков И. Н., Минашкин В. Ф., Морозов Н. А., Поляков Ю. А., Русакович Н. А., Шакун Н. Г., Сидорин А. О., Сисакян А. Н., Сидоров А. И., Сидоров Г. И., Сумбаев А. П., Смирнов В. И., Сыресин Е. М., Титкова И. В., Тютюнников С. И., Федоренко С. Б., Швец В. А., Юрков М. В.* Проект дубненского электронного синхротрона // III Научный семинар памяти В. П. Саранцева: Труды семинара, Дубна, сент. 1999 г. Дубна, 2000. С. 7–23. Библиогр.: 14.

88. Архипов В. А., Антропов В. К., Балалыкин Н. И., Белошицкий П. Ф., Бровко О. И., Бутенко А. В., Иванов И. Н., Кадышевский В. Г., Калинин В. В., Кобец В. В., Мешков И. Н., Минашкин В. Ф., Морозов Н. А., Поляков Ю. А., Сидорин А. О., Смирнов В. И., Сыресин Е. М., Федоренко С. Б., Русакович Н. А., Шакун Н. Г., Сисакян А. Н., Сидоров Г. И., Сумбаев А. П., Титкова И. В., Тютюнников С. И., Швец В. А., Юрков М. В. Проект дубненского электронного синхротрона // XVII совещание по ускорителям заряженных частиц, Протвино, окт. 2000 г.: Сб. докл. В 2 т. Т. 1. Протвино: ИФВЭ, 2000. С. 11–15. Библиогр.: 8.
89. Aksenov V., Gyngazov L., Ivanov I., Jeludeva S., Kovalenko M., Minashkin V., Scintee N., Shaliapin V., Skadorov V., Tiutiunnikov S. et al. Universal Energy-Dispersive EXAFS Spectrometer on the SR Beam at the «Kurchatov Institute» National Center // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2000. V. 448, No. 1, 2. P. 122–125. Bibliogr.: 5.
90. Arkhipov V. A., Antropov V. K., Balalykin N. I., Beloshitsky P. F., Boer-Rookhuizen H., Brouko O. I., Butenko A. B., Fedorenko S. B., Ivanov I. N., Heine E., Kadyshesky V. G., Kalinichenko V. V., Kobets V. V., Krasavin E. A., Meshkov I. N., Minashkin V., Morozov N. A., Polyakov Yu. A., Russakovich N. A., Sidorin A. O., Sidorov A. I., Sidorov G. I., Sissakyan A. N., Shakun N. G., Shvets V. A., Smirnov V. I., Sumbaev A. P., Syresin E. M., Titkova I. V., Tyutyunnikov S. I., Vodopyanov A. S., Yurkov M. V. Project of the Dubna Electron Synchrotron // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2001. V. 470, No. 1, 2. P. 1–6. Bibliogr.: 7.
91. Долбилов Г. В., Иванов И. Н., Каминский А. К., Мельников В. А., Тютюнников С. И., Филиппов Ю. П., Ширков Г. Д., Юрков М. В. Разработка и исследование ускорительных систем // ЭЧАЯ. 2002. Т. 33, вып. 3. С. 576.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	3
Основные формулы и величины, используемые в ускорительной физике .....	4
Лекция № 1. Ускоритель заряженных частиц — современный физический прибор .....	5
Лекция № 2. Динамика частиц. Мягкая фокусировка .....	12
Лекция № 3. Динамика частиц. Жесткая фокусировка .....	18
Лекция № 4. Продольное движение. Автофазировка .....	29
Лекция № 5. Продольные и поперечные неустойчивости .....	42
Лекция № 6. Сверхпроводимость, ее применение в ускорителях. Встречные пучки. Светимость .....	59
Лекция № 7. Охлаждение пучков .....	64
Лекция № 8. Новые методы ускорения .....	77
Лекция № 9. Подавление поперечных колебаний пучка адронных ускорителей и коллайдеров с помощью систем обратных связей .....	85
<i>Иванов И. Н., Лебедев А. Н. Ускорители заряженных частиц — от В. И. Векслера до наших дней.</i> .....	106
Список рекомендуемой литературы .....	118
Благодарности .....	120
Вспоминая И. Н. Иванова .....	121
Список публикаций И. Н. Иванова .....	123

40 =

Учебное издание

**Иванов Игорь Николаевич, Трубников Григорий Владимирович**  
**Введение в теорию ускорителей**

Редактор *А. Н. Шабашова*

Корректор *Е. В. Сабаева*

Компьютерная верстка *О. В. Устиновой, О. А. Рапортиренко*

Получено 09.02.2005. Подписано в печать 27.05.2005.

Формат 70×100/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 12,9. Уч.-изд. л. 12,78. Тираж 300 экз. Заказ № 54895.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)