

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

99-126

P9-99-126

Е.В.Самсонов, Г.А.Карамышева, С.Б.Ворожцов

РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ  
В ЦИКЛОТРОНЕ ЦИ-10

1999

# 1. Одночастичная теория

## 1.1. Введение

Исходные данные для расчетов были получены на основании работ<sup>1,2</sup>. В таблице 1 они сведены в качестве основных проектных параметров циклотрона.

Таблица 1. Проектные параметры циклотрона ЦИ-10

Тип циклотрона		Секторный
Ускоряемая частица		Дейтрон
Энергия инжекции	(МэВ)	0.3
Конечная энергия	(МэВ)	15.0
Интенсивность	(мА)	20.0
<b>Магнитная система</b>		
Число секторов		4
Угловая протяженность сектора	(°)	30
Межполюсной зазор	(см)	3.0
Радиальная протяженность полюса	(см)	15.0 ÷ 165.0
Среднее магнитное поле	(кГс)	5.0
Максимальный флаттер		1.45
<b>Ускоряющая система</b>		
Число $\Delta$ -электродов		2
Резонансная частота	(МГц)	74.25
Угловая протяженность центрального электрода	(°)	10.0
Угловая протяженность ускоряющего промежутка	(°)	7.0
Угловое положение середин ускоряющих промежутков	(°)	36.5, 53.5, 216.5, 233.5
Аксиальная апертура	(см)	2.0
Радиальная протяженность	(см)	15.0 ÷ 160.0
ВЧ - напряжение	(кВ)	100.0 ÷ 200.0
<b>Динамика частиц</b>		
Частота обращения	(МГц)	4.125
Кратность ускорения		18
Набор энергии	(МэВ)	0.4 ÷ 0.8
Шаг орбит:	на инжекции (см)	12.0
	на выводе (см)	4.0
Частоты свободных колебаний:	радиальных	1.1 ÷ 1.2
	аксиальных	1.0 ÷ 1.2

<sup>1</sup> ЦИКЛОТРОН-ИНЖЕКТОР (ЦИ-10), тема 05-2-1023-97/9, Техническое предложение, ЛЯП ОИЯИ, 1997 г.

<sup>2</sup> Н.А. Морозов. "Расчеты магнитного поля секторного циклотрона-инжектора ДЦ-1" (внутренний отчет), Дубна, 1997 г.

## 1.2. Изохронное поле

Для расчета изохронного поля была использована процедура М.Гордона<sup>3</sup> с последующей проверкой изохронности получаемого поля с помощью программы CYCLOPS. Вследствие большой вариации магнитного поля потребовалось несколько ручных итераций по коррекции поля, для того, чтобы фазовый дрейф частиц, рассчитанный по приближенной формуле, находился в пределах  $\pm 10^\circ$  ВЧ. При этом были использованы 4, 8 и 12-я гармоники магнитного поля. Их значения, вместе с полученным изохронным полем, показаны на рис. 1. Обращает на себя внимание наличие на зависимости изохронного поля участков с большой нелинейностью. Попытки сглаживания этих участков путем коррекции поля в пределах  $\pm 10$  Гс приводили к существенному ухудшению фазового движения. Очевидно, что эти нелинейности изохронного поля вызываются нелинейностями его вариации, которая была использована расчетной<sup>2</sup>, без каких-либо изменений. Фазовое движение центральной частицы пучка, полученное впоследствии в результате траекторных расчетов, приведено на рис. 2. На этом графике фаза частицы показана в зависимости от номера расчетного оборота. Для ускорения частицы до зоны вывода потребовалось 36 оборотов. Точки на этом графике проставлялись по завершении каждого оборота. Как будет показано ниже, внутри каждого оборота дрейф фазы частиц значительно превышает диапазон  $\pm 10^\circ$  ВЧ.

## 1.3. Частоты свободных колебаний

Частоты колебаний  $Q_r$  и  $Q_z$  были получены путем траекторных расчетов по программе CYCLOPS, используя изображенные на рис. 1 кривые магнитного поля. Результаты расчета частот приведены на рис. 3. Как следует из графиков, обе частоты находятся в одном диапазоне 1,0 – 1,25, причем в интервале радиусов 70,0 – 130,0 см разность частот не превышает  $\pm 0,2$ , что, возможно, будет представлять опасность из-за пересечения резонанса связи  $Q_r = Q_z$ .

## 1.4. Аналитическое представление высокочастотного поля

Поскольку набор энергии в циклотроне на первых оборотах сравним с энергией инжекции и составляет несколько сот килоэлектронвольт, для корректности расчетов необходимо обеспечить адекватное представление амплитудной и временной зависимостей ускоряющего поля. Для этой цели было использовано представление<sup>4</sup>

$$E_y = \frac{U}{s\sqrt{2\pi}} \exp(-0,5 * (y/s)^2) * \cos(2\pi h t + \psi_0), \quad E_z = \frac{y z}{s^2} E_r \left\{ 1 + \frac{1}{6} \left(\frac{z}{s}\right)^2 \left[ \left(\frac{y}{s}\right)^2 - 3 \right] \right\}.$$

где  $E_y$ ,  $E_z$  - горизонтальная и вертикальная компоненты ВЧ - поля,  $y$  - расстояние от частицы до середины ускоряющей щели,  $U$  - амплитуда ВЧ-напряжения,  $s=0,2a+0,4w$ ,

<sup>3</sup> M.M.Gordon " Calculation of isochronous fields for sector-focused cyclotrons", Particle accelerators, 13(1983), p.67.

<sup>4</sup> N.Hazewindus et al, "The magnetic analogue method as used in the study of a cyclotron central region", NIM, 118(1974), p.125.

$a$  - апертура,  $w$  - ширина ускоряющей щели,  $\psi_0$  - начальный сдвиг фазы колебаний,  $t$  - время,  $h$  - кратность ускорения. Во всех расчетах амплитуда ВЧ - напряжения принималась линейно увеличивающейся от 100 кВ на радиусе инжекции до 200 кВ на радиусе вывода. Также линейно с 2,0 до 15,0 см увеличивалась ширина ускоряющих щелей.

На рис. 4 схематически представлен азимутальный разрез циклотрона в интервале углов 0 - 90°. Здесь показаны две половинки секторных магнитов и один из  $\Delta$ -электродов. Для иллюстрации приведена также горизонтальная компонента электрического поля, как ее "видела" частица на втором обороте в одном из расчетов. Следует отметить, что для ответа на вопрос о степени адекватности примененного представления необходимо в дальнейшем провести сравнения его с экспериментальными или расчетными данными для данной геометрии  $\Delta$ -электродов. По-видимому, максимальное несоответствие будет наблюдаться там, где ширина потенциального электрода становится сравнимой с величиной аксиальной апертуры, т.е. в центре циклотрона.

## 1.5. Оптимальные начальные условия для инжекции

Первые расчеты показали, что ускорение частицы, стартующей на статической равновесной орбите ( $\phi=0,0^\circ$ ,  $r=22,0$  см,  $P_r=0,0$  см) приводит к очень большим амплитудам радиальных колебаний и, вообще, к отсутствию разделения орбит после завершения первого оборота. Причина этого заключается в том, что высокая кратность ускорения  $h=18$  и существенное отличие орбиты частицы от равновесной приводят к очень большому дрейфу фазы частицы в течение первого оборота, в результате чего к четвертому ускоряющему промежутку частица подлетает в замедляющей фазе ВЧ - колебаний. Поиск оптимальных условий привел к существенному изменению стартовых параметров частицы:  $\phi=0,0^\circ$ ,  $r=24,2$  см,  $P_r=0,3$  см. Эти параметры соответствуют начальным условиям для так называемой ускоренной равновесной орбиты. Далее по тексту эта орбита и частица, находящаяся на ней, будут называться оптимальными. Для оптимальной частицы, начиная со второго оборота, усредненный за оборот центр орбит находился на расстоянии  $\sim 2$  мм от центра циклотрона. Сравнение траекторий первого оборота для частиц, стартующих на равновесной и оптимальной орбитах, показано на рис. 5. Видно, что разделение орбит после первого оборота для оптимальной частицы  $\approx 7$  см. Набор энергии за первый оборот был равен для нее 0,23 МэВ при амплитуде ВЧ - напряжения 100 кВ. Для оптимальной частицы траектория в течение первых 5 оборотов изображена на рис.6. На рис. 7, 8 показана напряженность ВЧ - поля, которая действовала на равновесную и оптимальную частицы в течение первого оборота. Сравнение рисунков показывает, что для попадания частицы на оптимальную орбиту необходимым условием является ускорение в первой щели и фактически отсутствие ускорения во второй щели. Для равновесной же частицы наблюдается эффективное ускорение на первых 3 щелях и сильное торможение в 4 щели. В результате орбита равновесной частицы оказывается сильно искаженной.

Для частицы, движущейся по любой ускоренной орбите, величина  $\Delta\psi_1=2\pi h f t$ , где  $f$  - резонансная частота обращения, представляет собой набег фазы ВЧ - колебаний. Для гипотетической изохронной частицы, движущейся по окружности, аналогичный

набег фазы будет равен  $\Delta\psi_2 = h\phi$ , где  $\phi$  - азимутальный угол. Величина  $\Delta\psi_1 - \Delta\psi_2$  будет характеризовать дрейф фазы ускоряемой частицы внутри каждого оборота. Определенный таким образом дрейф фазы равновесной и оптимальной частиц в течение первого оборота показан на рис. 9. Видно, что дрейф фазы частиц внутри оборота достигает сотен градусов ВЧ и его форма зависит от амплитуд вынужденных и свободных колебаний

### 1.6. Аксептансы центральной области ускорителя

Для расчета аксептансов сначала генерировались случайным образом наборы 50 частиц в 5-мерном фазовом объеме ( $r, r', z, z', \psi$ ). Затем эти наборы частиц ускорялись в течение 5 оборотов. В качестве ограничений, определяющих значения аксептансов циклотрона, в данном случае были использованы следующие положения:

- радиальная протяженность свободной от частиц зоны между инжектируемым пучком и совершившим один оборот должна быть не менее 5 см;
- аксиальный размер пучка не должен превышать половины апертуры  $\Delta$ -электрода.

В результате расчетов были получены следующие значения аксептансов:

- радиальный  $\epsilon_r = 16\pi$  мм-мрад, ( $\Delta r = 0,5$  см),
- аксиальный  $\epsilon_z = 25\pi$  мм-мрад, ( $\Delta z = 0,5$  см),
- фазовый  $\epsilon_\psi = 20^\circ$  ВЧ.

На рис. 10 показаны в течение 5 оборотов траектории 50 частиц, заполнивших аксептанс циклотрона. Видно, что полное разделение орбит наблюдается только в течение первых 3 оборотов. Сильное радиальное уширение пучка, которое начинает происходить уже с первого оборота, есть следствие большого фазового дрейфа частиц внутри оборота и связанного с ним увеличения энергетического разброса в пучке.

На рис. 11 приведены аксиальные траектории этих же частиц. Заметно удвоение аксиального размера пучка после пролета первого  $\Delta$ -электрода, что говорит о перифокусировке пучка электрическим полем первой ускоряющей щели.

### 1.7. Ускорение пучка до зоны вывода

На рис. 12 показана траектория центральной частицы фазового объема пучка в течение 36 оборотов, которые потребовались, для того чтобы ускорить ее до максимально возможного радиуса, который в данном случае определялся началом спада вариации магнитного поля на радиусе 150 см, что приводило к резкому изменению ВЧ - фазы частицы.

На рис. 13 приведены глобальные характеристики процесса ускорения этой частицы: энергия, набор энергии за оборот и шаг орбит в зависимости от среднего за оборот радиуса орбиты. Как следует из рисунка, максимально достижимая энергия дейтронов в рассмотренном магнитном поле равна 14,2 МэВ, набор энергии за оборот не превышает 0,475 МэВ, а шаг орбит к концу ускорения уменьшается до 2,4 см.

На рис. 14 показана трансформация в течение 36 оборотов радиального фазового портрета пучка с нулевой стартовой протяженностью сгустка. Эмиттанс пучка увеличился примерно в 20 раз, вследствие увеличения фазовой протяженности сгустка до  $25^\circ$  ВЧ и энергетического разброса до  $\pm 0,25$  МэВ. Естественно, при ненулевой стартовой протяженности сгустка, параметры пучка в зоне вывода будут еще хуже и единственным выходом из положения является использование *flattop* - резонатора.

### 1.8. Допуск на точность формирования среднего поля

На рис. 15 показано, как изменяется фазовое движение частицы в случае смещения уровня среднего поля на +1 или -1 Гс во всей области ускорения. Интеграл  $\int \Delta B \cdot dr$  этого возмущения поля был равен  $\pm 130$  Гс·см. Из рисунка видно, что подобные изменения среднего поля приводят к фазовому смещению к концу цикла ускорения на  $-35^\circ$  или  $+35^\circ$  ВЧ соответственно.

На рис. 16 приведены результаты аналогичных расчетов для возмущения +5 Гс в интервале радиусов 60 - 70 см (интеграл 50 Гс·см). В этом случае изменение фазы произошло на  $-15^\circ$ . Сравнение приведенных результатов показывает, что существует практически линейная связь между интегралом возмущения и сдвигом фазы частицы. Если учитывать необходимость включения в установку ЦИ-10 *flattop* - резонатора, скорее всего, необходимо ограничить величину фазового дрейфа по 18 гармонике величиной  $\pm 5^\circ$ . Тогда рассмотренные результаты расчетов показывают, что интеграл допустимых возмущений среднего поля должен находиться в пределах  $\pm 15$  Гс·см.

### 1.9. Заключение

Пучок в ЦИ-10 должен инжектироваться на ускоренную равновесную орбиту, положение которой существенно отличается от равновесной.

Радиальный размер свободной от частиц зоны после первого оборота составляет ~5 см для пучка с фазовым объемом  $\epsilon_r \cdot \epsilon_z \cdot \epsilon_\psi = 16 \cdot 25 \cdot 20 \pi^2$  мм<sup>2</sup>·мрад<sup>2</sup>·град ВЧ. Набор энергии за первый оборот должен быть при этом не менее 230 кэВ.

Высокая кратность ускорения уже на первом обороте приводит к росту радиального размера пучка в несколько раз. Следовательно, *flattop* - резонатор должен участвовать в работе от самого первого оборота. Необходимо определить параметры *flattop* - резонатора и провести соответствующее моделирование ускорения пучка.

Эффективность ускорения не превышает 55% во всем диапазоне радиусов, что определяется главным образом не оптимальной величиной ( $17^\circ$ ) углового расстояния между серединами ускоряющих щелей в  $\Delta$ -электродах. Для достижения максимального набора энергии эта величина должна быть близкой к  $10^\circ$ .

Для достижения проектной энергии 15,0 МэВ необходимо увеличить радиальную протяженность магнитного поля на 3 - 4 см.

Допуск на интеграл возмущения среднего поля не превышает 15 Гс·см.

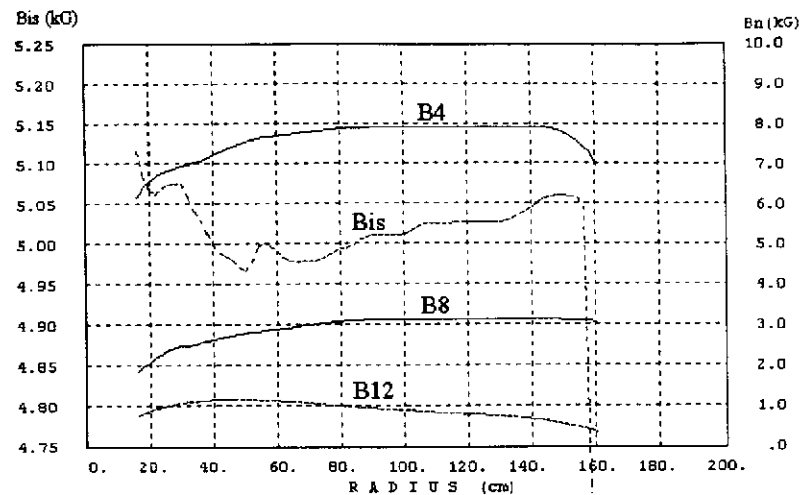


Рис. 1. Характеристики магнитного поля

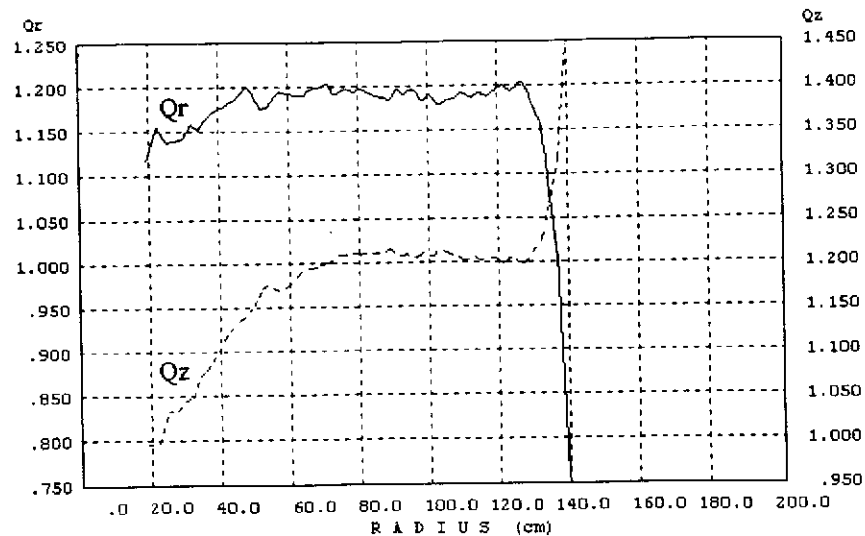


Рис. 3. Частоты свободных колебаний

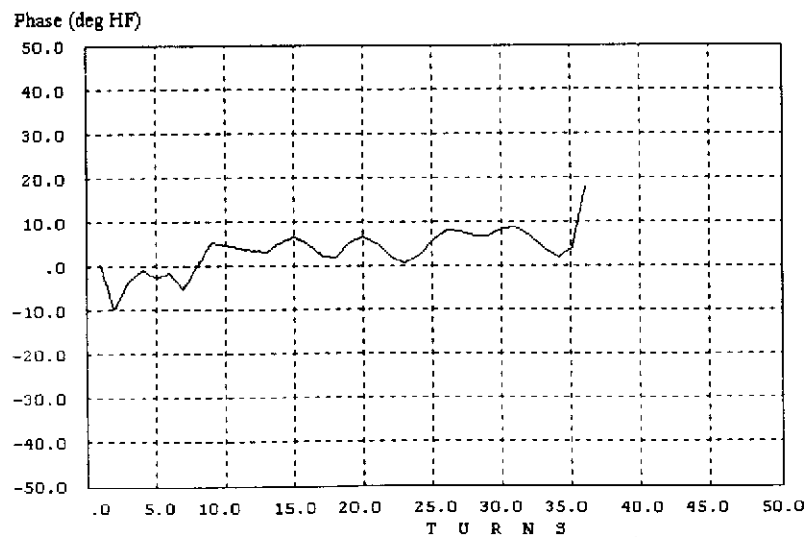


Рис. 2. Фазовое движение центральной частицы объема пучка

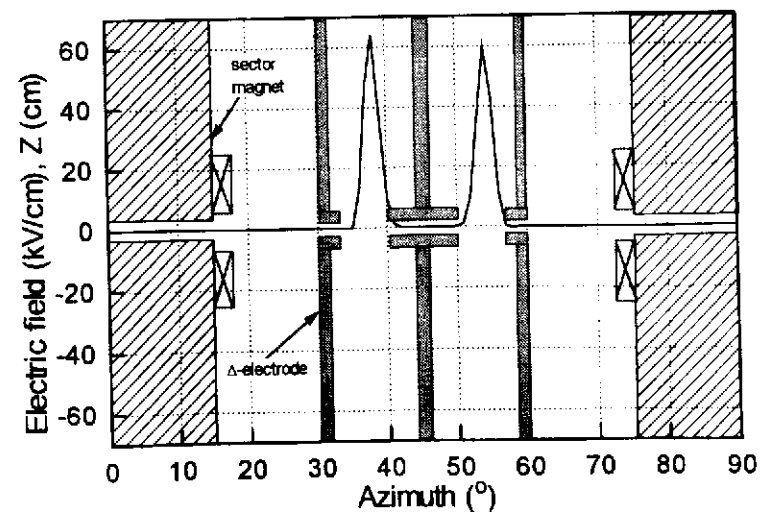


Рис. 4. Схематичный вид азимутального сечения циклотрона на одном элементе периодичности и напряженность электрического поля, действующая на частицу

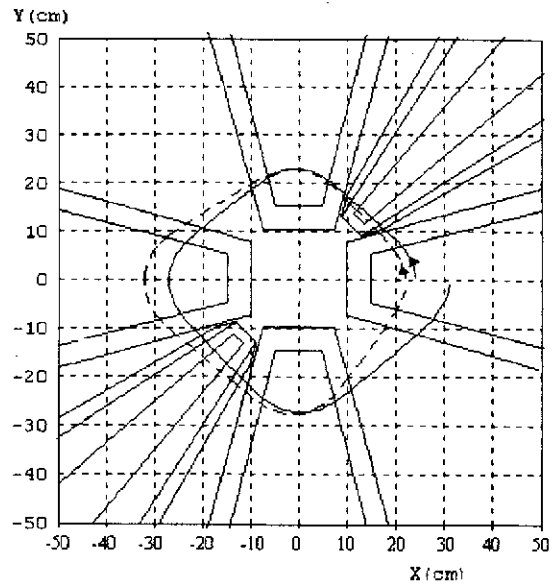


Рис. 5. Орбиты частиц на первом обороте с разными начальными условиями. Сплошная линия - оптимальная орбита, штриховая линия - орбита равновесной частицы

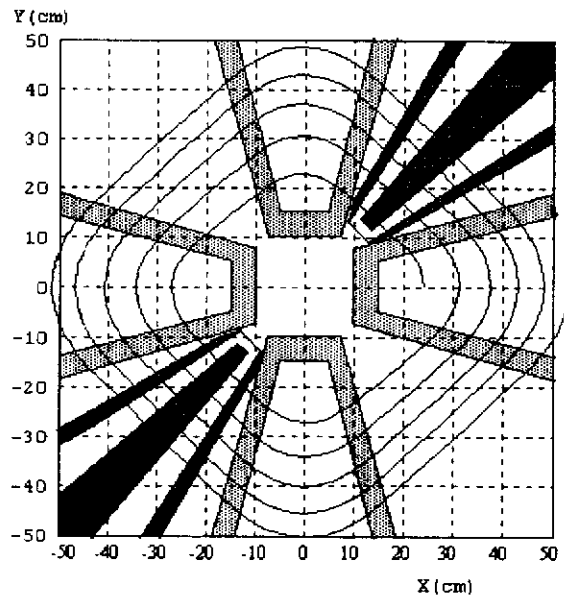


Рис. 6. Пять оборотов частицы с оптимальными начальными условиями

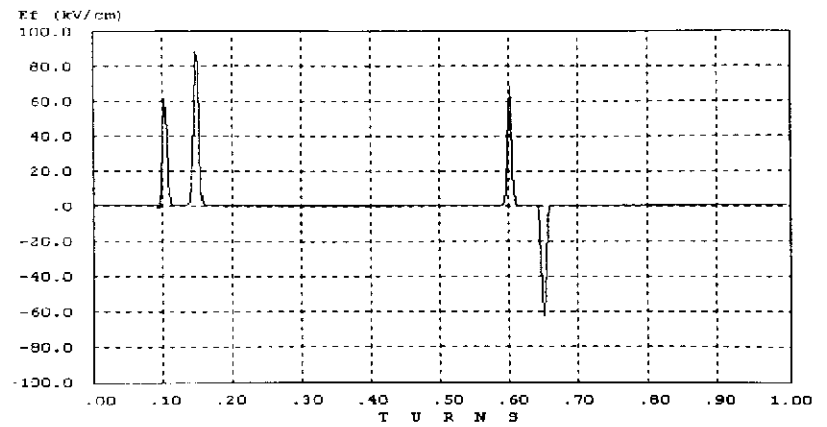


Рис. 7. Напряженность ускоряющего поля на первом обороте для частицы с равновесными начальными условиями

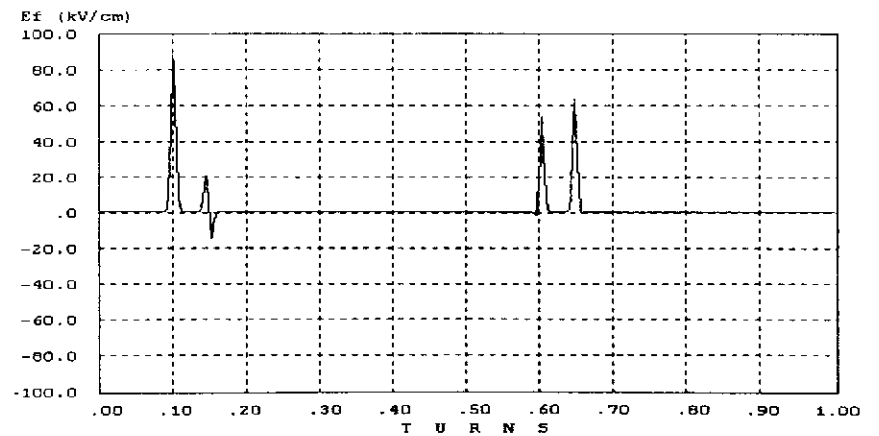


Рис. 8. Напряженность ускоряющего поля на первом обороте для частицы с оптимальными начальными условиями

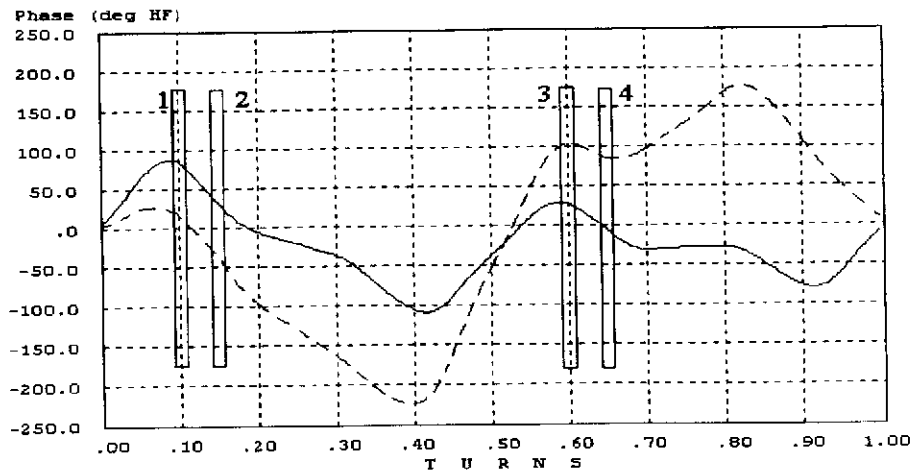


Рис. 9. Фазовый дрейф частиц внутри первого оборота. Сплошная линия - для оптимальной частицы, штриховая линия для частицы с равновесными начальными условиями. (1-4) - ускоряющие щели

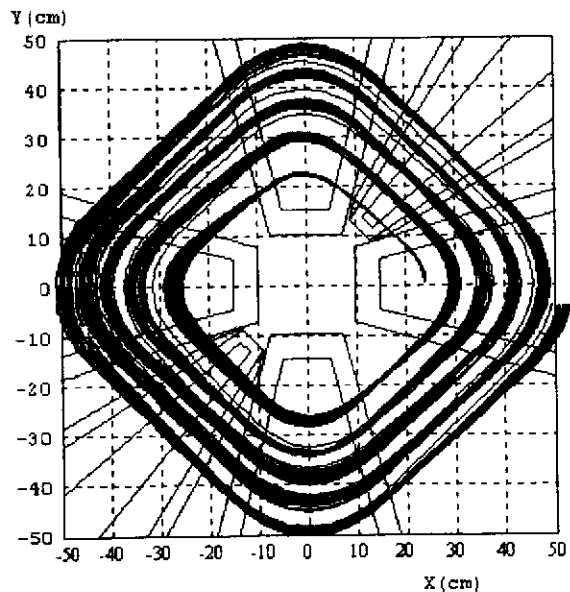


Рис. 10. Пять оборотов пучка частиц с фазовым объемом, равным акцептансу центральной области циклотрона

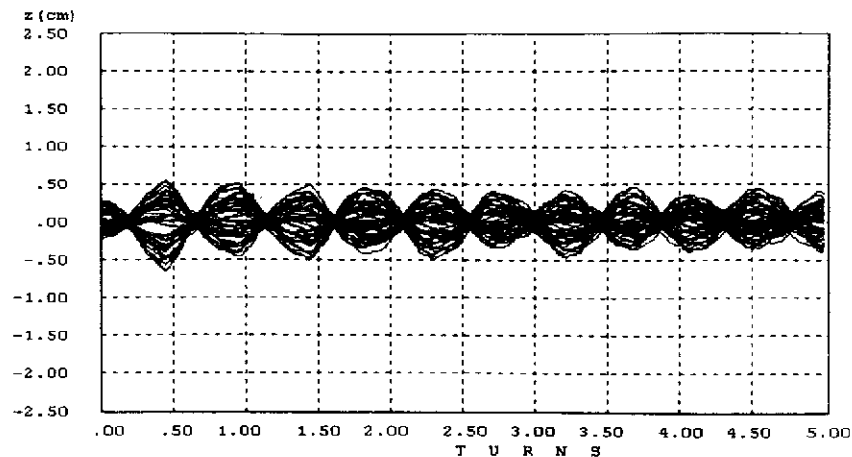


Рис. 11. Аксиальные траектории пучка частиц с фазовым объемом, равным акцептансу центральной области циклотрона

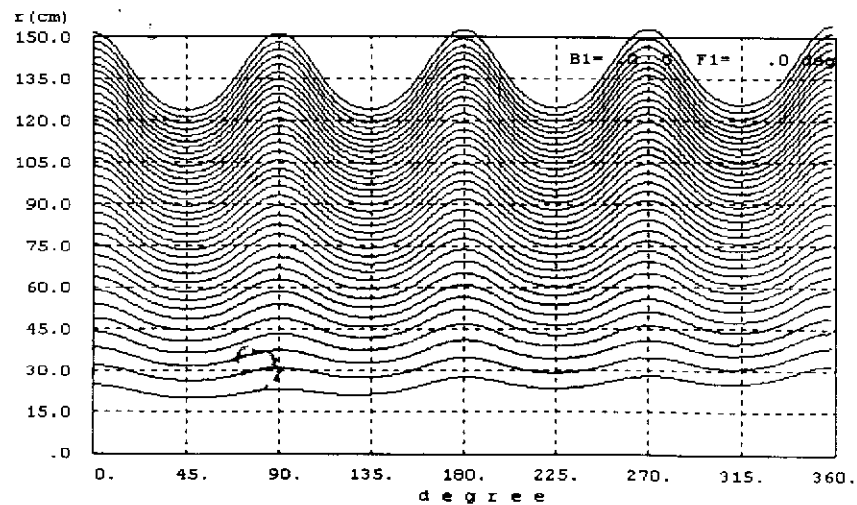


Рис. 12. Радиальные траектории центральной частицы фазового объема пучка в течение 36 оборотов

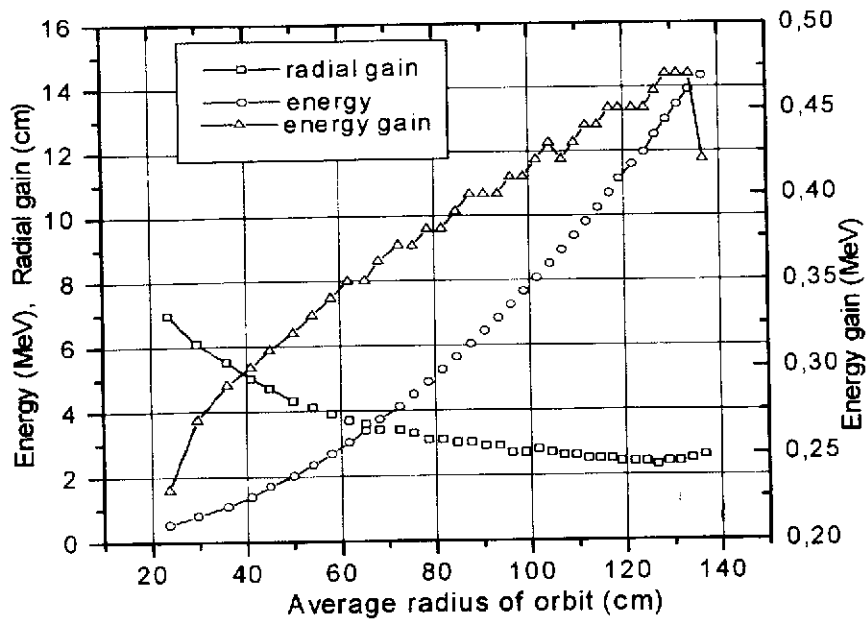


Рис. 13. Характеристики ускорения центральной частицы фазового объема пучка

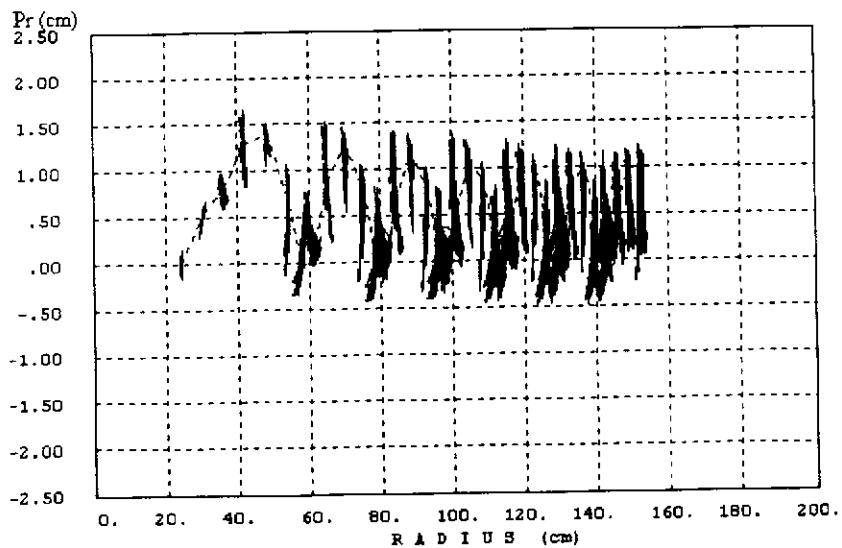


Рис. 14. Трансформация радиального портрета пучка с нулевой стартовой фазовой протяженностью

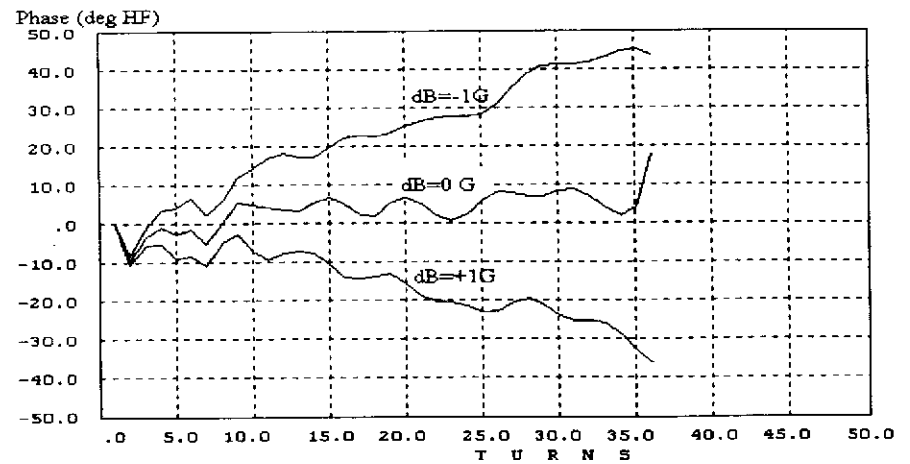


Рис. 15. Фазовое движение частиц при различных возмущениях изохронного поля во всей области ускорения

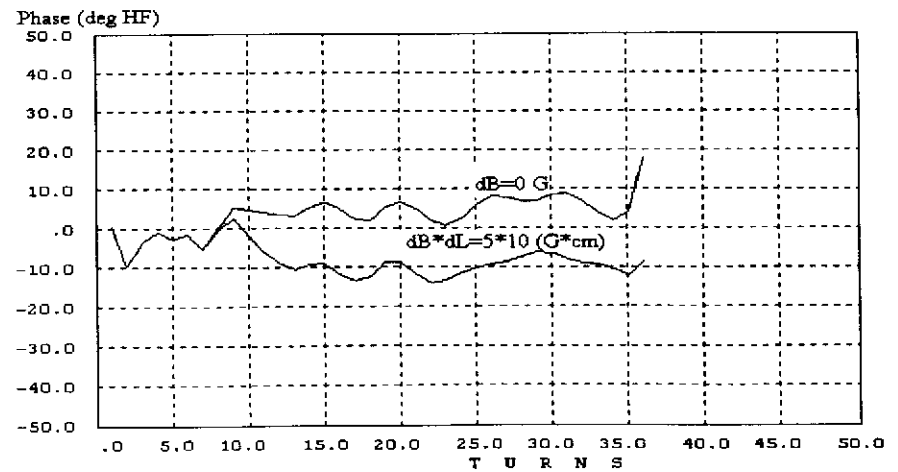


Рис. 16. Фазовое движение частиц в изохронном поле и при возмущении +5 Гс в интервале радиусов 60-70 см



## 2. Эффекты пространственного заряда - аналитические оценки

### 2.1. Введение

Силы пространственного заряда в циклотроне можно разделить на силы поперечного и продольного действий. Поперечные силы пространственного заряда преобладают в центре циклотрона и в основном ослабляют вертикальную фокусировку. Продольные силы приводят к разбросу энергии, который прямо пропорционален средней интенсивности пучка и обратно пропорционален полной фазовой ширине. В работе производились оценки сил пространственного заряда для двух вариантов циклотрона: 1) с параметрами, описанными в работе<sup>1</sup>, 2) параметрами, рассмотренными в предыдущем разделе.

### 2.2. Оценка влияния поперечного пространственного заряда

Так как проблема поперечного пространственного заряда доминирует на низких энергиях (то есть в центре циклотрона), последующие расчёты сделаны для энергии инжекции. Действие поперечного пространственного заряда проявляется в виде уменьшения частоты бетатронных колебаний. Вначале произведём оценку сдвига частот, воспользовавшись следующими формулами<sup>5</sup>:

$$Q_z^2 = Q_{z0}^2 - \frac{4\pi n_{od} r_{0d} \chi}{\gamma^3} \frac{\Delta r}{\Delta r + \Delta z}, \text{ где } \chi - \text{плотность пространственного заряда, при}$$

эллиптическом поперечном сечении сгустка и равномерном распределении заряда равна

$$\chi = \frac{8I}{ec\Delta r\Delta z\Delta\phi\beta},$$

$$Q_{z0} = 1,1, \beta = 0,017, r_{0d} = 0,767 \cdot 10^{-16} \text{ см (классический радиус дейтрона),}$$

$$r_{0d} = c/2\pi f = 1157,5 \text{ см.}$$

Первый вариант:

$\Delta r = 1,6 \text{ см}, \Delta z = 1,6 \text{ см}, \Delta\phi = 1,5 \text{ рад}$  - радиальный, аксиальный и азимутальный размеры сгустка

Значение аксиальной частоты для тока 20 мА снизится до 0,9, что вполне допустимо.

Второй вариант:

$\Delta r = 0,5 \text{ см}, \Delta z = 0,5 \text{ см}, \Delta\phi = 20^\circ$  - радиальный, аксиальный и азимутальный размеры сгустка. Полученное значение предельного тока  $I_{\max} \cong 2 \text{ мА}$  (частота снизится до 0,29).

<sup>5</sup> Ю.Г. Аленицкий и др. "Секторный циклотрон-инжектор ДЦ-1", Международное совещание по циклотронам и их применению, с.96, Дубна, 1989.

Далее были произведены оценки предельного тока (для тех же параметров) с использованием цилиндрической модели пучка<sup>6</sup>, предполагающей равномерную плотность заряда. Следующие допущения:

- вертикальная частота в центре циклотрона меньше, чем горизонтальная,
- аксептанс установки много больше, чем эмиттанс пучка;
- пучок банчерован с фазовой шириной  $\Delta\phi$

приводят к формуле

$$I_{\lim} = \frac{1}{4} \left( \frac{A}{Z} \right) I_0 \beta Q_{z0}^2 \left( \frac{\Delta z / 2}{R_\infty} \right)^2 \left( \frac{\Delta\phi}{2\pi} \right),$$

$I_0$  - универсальный ток для дейтронов  $I_0 \approx 62 \text{ мА}$ ,  $(\beta\gamma)I_0$  - Alfven - ток<sup>6</sup>.

Согласно этой формуле первый вариант ускорителя имеет предельный ток 80 мА, второй - 2 мА. Таким образом, уменьшение размеров банча в корне изменяет положение с ограничением на ток пучка в результате действия сил поперечного пространственного заряда, приводя к резкому уменьшению предельного тока пучка.

### 2.3. Оценка действия продольного пространственного заряда

Влияние сил продольного пространственного заряда приводит к разбросу энергии пучка, что может препятствовать разделению орбит, необходимому для эффективного вывода. Разброс энергии, вызванный пространственным зарядом, не является линейной функцией фазового размера пучка.

Полный разброс энергии после  $n$  оборотов, вызванный линеаризованной частью пространственного заряда, можно оценить по формуле<sup>6</sup>, вытекающей из дисковой модели:

$$\Delta U_{sc} = 2,8k\Omega < I > \frac{2\pi n^2}{\Delta\phi \beta_{\max}}$$

Оценки, проведённые для двух вариантов, привели к следующим результатам:

- вариант: количество оборотов  $n=20$ , набор энергии на оборот  $\Delta V=0,8 \text{ МэВ}$ ,  $\beta_{\max}=0,126$ ,  $< I > = 20 \text{ мА}$ , разброс энергии -  $0,74 \text{ МэВ}$ ;
- вариант:  $n=36$ ,  $\Delta V=0,4 \text{ МэВ}$ ,  $\beta_{\max}=0,126$ ,  $< I > = 2 \text{ мА}$ , разброс энергии -  $1 \text{ МэВ}$ .

Линейная часть пространственного заряда может быть компенсирована flattop - резонатором.

Действие нелинейной части продольного пространственного заряда приводит к ограничению на предельный ток пучка, связанному с разделением орбит. Воспользуемся следующим критерием разделения орбит<sup>6</sup>:

<sup>6</sup> W. Joho, "Space Charge Effects in Cyclotrons", Труды Международной школы молодых учёных по проблемам ускорителей заряженных частиц, с.94, Дубна, 1989.

$$I < \frac{U_f}{f_n 2,8k\Omega} \left( \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \frac{\beta_{\max}}{n^3},$$

где  $f_n$  - принималась равной 0,25 и определяет долю нелинейного разброса напряжения от линейного:

$$\delta U_{\text{н}} (\text{nonlinear}) \leq f_n \Delta U_{\text{н}} (\text{linear}).$$

В результате для первого варианта предельный ток, допускающий разделение орбит, составит 85 мА, а для второго варианта - 3 мА. В отличие от действия поперечного пространственного заряда, когда критичными оказались размеры пучка, в случае с продольным пространственным зарядом определяющим является набор энергии на обороте, а следовательно - количество оборотов. Увеличение количества оборотов привело к резкому уменьшению предельного тока.

## 2.4. Заключение

Расчеты показали, что силы поперечного пространственного пучка не представляют опасности для первого варианта проектируемого ускорителя и допускают проектный ток 20 мА. Для второго варианта предельный ток находится на уровне 2 мА.

Большие проблемы создаст также продольная составляющая сил пространственного заряда, линейную часть которой необходимо компенсировать flatter - системой, так как разброс энергий (0,7 МэВ, 1 МэВ) слишком велик для обоих вариантов циклотрона. Нелинейная часть продольных сил приводит к ограничению на ток пучка 85 мА для первого варианта циклотрона и 3 мА для второго варианта циклотрона. Компенсация нелинейной части - достаточно сложная задача. Для минимизации действия нелинейной части продольного пространственного заряда возможно использование дополнительной высокочастотной RF - системы, тщательно подобранной под ожидаемое распределение заряда. После окончательного выбора параметров ускорителя следует провести численные расчеты с учётом сил пространственного заряда.