



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

98-73

P9-98-73

В.П.Дмитриевский, Н.В.Сергеева

ДИФФУЗИОННЫЙ МЕТОД  
РАСЧЕТА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ

Направлено в «NOVA Science Publishes, Inc.»

1998

## Введение

Рассмотрен расчетный метод (в диффузионном приближении) определения потоков нейтронов спектра деления в подкритической сборке ( $k < 1$ ) для цилиндрической мишени, у которой первичный спектр нейтронов возникает в осевой зоне за счет механизма испарения нейтронов из ядер на длине ионизационного пробега ускоренных заряженных частиц.

Приведены формулы для определения эффективного коэффициента размножения для каждой из групп нейтронов, а также мощность энерговыделения в мишени механизмом деления на быстрых нейтронах, который возможен даже на ядрах, имеющих порог процесса деления на медленных нейтронах (например  $^{238}\text{U}$  - предложение А.М.Балдина, частное сообщение).

В отличие от предложения К.Руббиа[1]-  $^{232}\text{Th}$ , в случае экономической целесообразности энергетических усилителей, не потребуется организации ториевого производства в промышленных масштабах, так как накопленные запасы урана достаточно велики. Общая постановка задачи по электроядерному способу получения энергии описана в обзоре[2].

## Физические основы диффузионного метода расчета

Диффузионный метод расчета ядерных реакторов базируется на предположении о справедливости закона Фика для любой энергетической группы нейтронов[3]

$$\vec{\Phi} = -D \nu \text{grad } n, \quad (1)$$

где  $n$  - плотность нейтронов,  $\nu$  - скорость,  $D$  - коэффициент диффузии для нейтронов со скоростью  $\nu$ ,  $\vec{\Phi}$  - вектор потока нейтронов. При энергетическом спектре нейтронов стационарное распределение потока для каждой группы нейтронов при наличии внешнего источника записывается в форме[4]

$$\nabla [D_n] \nabla [\Psi_n] - [A] [\Psi_n] + \sum_i [\chi_i] [\nu \sum_j \Gamma_j [\Psi_n] + [Q_n]] = 0, \quad (2)$$

где  $[D_n]$  - диагональная матрица диффузионных констант для каждой группы нейтронов,

$[\Psi_n]$  - вектор-столбец потока нейтронов,

$[A]$  - матрица поглощения и перехода из одной энергетической группы в другую,

$[\chi_i]$  - матрица-столбец, определяющая функцию распределения нейтронов по энергии при делении,

$[\nu \sum_j \Gamma_j]$  - транспонированный вектор сечений деления, увеличенный на число нейтронов ( $\nu$ ) в акте деления,

$[Q_n]$  - вектор-столбец внешнего источника,

$\sum_j$  - сумма делящихся элементов в сборке.

В развернутом виде система (2) записывается в форме

$$\begin{aligned} D_1 \nabla^2 \psi_1 + a_{11} \psi_1 + a_{12} \psi_2 + \dots + a_{1n} \psi_n + Q_1 &= 0 \\ D_2 \nabla^2 \psi_2 + a_{21} \psi_1 + a_{22} \psi_2 + \dots + a_{2n} \psi_n + Q_2 &= 0 \\ \dots \\ D_n \nabla^2 \psi_n + a_{n1} \psi_1 + a_{n2} \psi_2 + \dots + a_{nn} \psi_n + Q_n &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Каждое из уравнений системы (3) представляет собой стационарный нейтронный баланс в элементарном объеме сборки для энергетической группы "n". Коэффициенты  $D_n$  и  $a_{mn}$  являются константами для каждой энергетической группы при однородной мишени и определяются соответствующими сечениями упругого и неупругого рассеяния нейтронов ядрами.

Если источник нейтронов  $[Q_n]$  обладает осевой симметрией, что физически реализуется на длине ионизационного пробега ускоренного пучка для нейтронов испарительного спектра, то устойчивое решение (3) можно представить в цилиндрической системе координат формулой

$$\psi_n = \sum_{v=1}^{\infty} A_{nv} J_0(k_v r), \quad (4)$$

где  $J_0(k_v r)$  - функция Бесселя нулевого порядка нечетных корней ( $v=1, 3, 5, \dots$ ).

Подставляя это решение в (3) и учитывая  $\nabla^2 J_0(k_v r) = -k_v^2 J_0(k_v r)$ ,

а также условие ортогональности функций  $\int_0^a r J_0(k_m r) J_0(k_n r) dr = 0$

при  $m \neq n$ , можно получить линейные системы для определения  $A_{nv}$  в цилиндрических сборках радиуса  $r_0$  [ $J_0(k_m r_0) = 0$ ]:

$$\begin{aligned} \left( \frac{a_{11}}{D_1} - k_v^2 \right) A_{1v} + \frac{a_{12}}{D_1} A_{2v} + \dots + \frac{a_{1n}}{D_1} A_{nv} + \frac{1}{D_1} \frac{\int_0^a Q_1 r J_0(k_v r) dr}{\int_0^a r J_0^2(k_v r) dr} &= 0 \\ \frac{a_{21}}{D_2} A_{1v} + \left( \frac{a_{22}}{D_2} - k_v^2 \right) A_{2v} + \dots + \frac{a_{2n}}{D_2} A_{nv} + \frac{1}{D_2} \frac{\int_0^a Q_2 r J_0(k_v r) dr}{\int_0^a r J_0^2(k_v r) dr} &= 0 \\ \dots \\ \frac{a_{n1}}{D_n} A_{1v} + \frac{a_{n2}}{D_n} A_{2v} + \dots + \left( \frac{a_{nn}}{D_n} - k_v^2 \right) A_{nv} + \frac{1}{D_n} \frac{\int_0^a Q_n r J_0(k_v r) dr}{\int_0^a r J_0^2(k_v r) dr} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Линейные системы (5) различаются значениями  $k_v = \xi_v / r_0$ , где  $\xi_v = 2,404; 8,654; 14,931 \dots$  - нечетные корни функции Бесселя. Таким образом, каждому корню соответствует система линейных уравнений порядка "n", где n - число энергетических групп нейтронов.

При условиях

$$\Delta_v = \begin{vmatrix} \frac{a_{11}}{D_1} - k_v^2 & \frac{a_{12}}{D_1} & \dots & \frac{a_{1n}}{D_1} \\ \frac{a_{21}}{D_2} & \frac{a_{22}}{D_2} - k_v^2 & \dots & \frac{a_{2n}}{D_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{a_{n1}}{D_n} & \frac{a_{n2}}{D_n} & \dots & \frac{a_{nn}}{D_n} - k_v^2 \end{vmatrix} \neq 0. \quad (6)$$

Система (5) имеет единственное решение для коэффициентов  $A_{nv}$ . Это решение удовлетворяет краевому условию задачи  $\psi_n(r_0) = 0$ . Все первые члены разложения (4) будут равны

$$A_{m1} = -\frac{1}{\Delta_1} * \begin{vmatrix} \frac{a_{11}}{D_1} - k_1^2 & \frac{a_{12}}{D_1} & \dots & \frac{Q_1}{D_1} B_1 & \frac{a_{1n}}{D_1} \\ \frac{a_{21}}{D_2} & \frac{a_{22}}{D_2} - k_1^2 & \dots & \frac{Q_2}{D_2} B_1 & \frac{a_{2n}}{D_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{a_{n1}}{D_n} & \frac{a_{n2}}{D_n} & \dots & \frac{Q_n}{D_n} B_1 & \frac{a_{nn}}{D_n} - k_1^2 \end{vmatrix}, \quad (7)$$

где "m" столбец определителя  $\Delta_1$  заменен на правую часть системы (5);  $m=1, \dots, n$ ,

$$B_1 = \frac{\int_0^a r J_0(k_1 r) dr}{\int_0^a r J_0^2(k_1 r) dr}, \quad Q_n = \text{const}, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Аналогичные выражения получаются для каждого из последующих корней функции Бесселя с учетом изменения определителя  $\Delta_v$ .

Если источник первичных нейтронов, возникающих на траектории заряженного пучка, расположен в центральной области цилиндрической сборки ( $r=0 \div \delta$ ), то при условии  $(\xi_v \delta) / r_0 \ll 1$  выражения (8) для первых нескольких корней функции Бесселя можно записать:

$$B_v = \frac{\int_0^{\delta} r J_0(k_v r) dr}{\int_0^{\delta} r J_0^2(k_v r) dr} \approx \frac{\delta^2}{2r_0^2} F(\xi_v), \quad (9)$$

где

$$F(\xi_v) = \frac{\xi_v^2}{\int_0^{\xi_v} x J_0^2(x) dx}$$

В табл.1 приведены значения функции  $F(\xi_v)$  для первых корней функции Бесселя.

Таблица 1

$\xi_v$	2,404	8,156	14,931	21,211	27,493	33,775
$F(\xi_v)$	7,4159	27,1352	46,8846	66,6141	86,3407	106,0710

Коэффициенты  $a_{mn}$  определяются на основе (2),(3). Наиболее наглядный физический смысл коэффициентов виден в каждой строке системы (3) - стационарный баланс нейтронов группы "n" в каждом элементе объема сборки.

Так, например, если материал сборки однороден и известны сечения деления, неупругого рассеяния и поглощения нейтронов всего спектра, то

$$\begin{aligned} a_{1f} &= \nu_1 \chi_1 \Sigma_{f1} \Delta E + \alpha_1 \Sigma_{in} \Delta E - \Sigma_{abs} \\ a_{12} &= \nu_2 \chi_2 \Sigma_{f2} \Delta E + \alpha_2 \Sigma_{in} \Delta E \\ &\dots \\ a_{1n} &= \nu_n \chi_n \Sigma_{fn} \Delta E + \alpha_n \Sigma_{in} \Delta E, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\nu_n$  - число нейтронов, образующихся в процессе деления при захвате нейтронов группы "n",

$\chi_1 \Delta E$  - вероятность вылета нейтронов группы 1 при делении возбужденного ядра после захвата нейтрона с энергией  $E_1$ ,

$\chi_2 \Delta E$  - вероятность вылета нейтронов группы 1 при делении возбужденного ядра после захвата нейтрона с энергией  $E_2$  в интервале  $\Delta E$ ,

$\alpha_1 \Delta E$  - вероятность вылета нейтронов группы 1 при неупругом рассеянии нейтронов группы 1 в интервале  $\Delta E$ ,

$\alpha_2 \Delta E$  - вероятность вылета нейтронов группы 1 при неупругом рассеянии нейтронов группы 2 в интервале  $\Delta E$ ,

$\Sigma_{fn} = \sigma_{fn} N$ ,  $\Sigma_{in} = \sigma_{in} N$ ,  $\Sigma_{abs} = \sigma_{abs} N$ , где  $N$  - число ядер в  $1 \text{ см}^3$  сборки.

Экспериментальные данные по энергетическому распределению нейтронов в процессах деления и неупругого рассеяния указывают на следующий характер функций распределения по энергии [5]:

$$\chi(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi T^3}} \cdot \sqrt{E} e^{-\frac{E}{T}}, \quad \alpha = \frac{E}{T^2} e^{-\frac{E}{T}}, \quad (11)$$

где  $T$  - температура возбуждения ядра, зависящая от энергии нейтрона, вызвавшего возбуждение.

Имеются экспериментальные данные о температурах возбуждения ядра в зависимости от энергии захваченного нейтрона. Используя эти данные, как нетрудно видеть, можно составить полную таблицу коэффициентов  $a_{mn}$  при заданном (произвольном) количестве энергетических групп нейтронов.

Изложенная схема расчетов не учитывает реакций типа  $(n,2n)$ ,  $(n,3n)$ ,  $(n,4n)$  из-за высокого энергетического порога этих реакций, а также не учитывает упругого рассеяния, при котором отсутствует переход нейтрона из одной энергетической группы в другую из-за незначительного изменения энергии при однократном упругом взаимодействии с тяжелым ядром ( $\Delta E \approx -\frac{2}{A} E$ ). При энергетическом распределении первичных нейтронов на

траектории заряженного пучка, определяемом функцией  $f(E) \left[ \int_0^\infty f(E) dE = 1 \right]$ ,

количество первичных нейтронов группы "n", равномерно распределенных по объему  $V$ , вычисляется по формуле

$$Q_n = \frac{i\eta}{V} \int_{\Delta E_n} f(E) dE, \quad (12)$$

где  $\eta$  - число нейтронов, генерируемых одной ускоренной частицей,  $i$  - число ускоренных частиц, попадающих на мишень в секунду,  $\Delta E_n$  - энергетический интервал группы.

Так как  $\Psi_n = \sum_v A_{nv} J_v(k, r)$ , то, учитывая (7),(9),(12), получим

$$\Psi_n = -\frac{i\eta}{2\pi r_0^2 L} \sum_v \frac{F(\xi_v) \Delta_{mv}}{\Delta_v} J_0(k, r), \quad (13)$$

где

$$\Delta_{nv} = \begin{vmatrix} \frac{a_{11} - k_v^2}{D_1} & \frac{a_{12}}{D_1} & \dots & \frac{1}{D_1} \int_{\Delta E_1} f(E) dE & \frac{a_{1n}}{D_1} \\ \frac{a_{21}}{D_2} & \frac{a_{22} - k_v^2}{D_2} & \dots & \frac{1}{D_2} \int_{\Delta E_2} f(E) dE & \frac{a_{2n}}{D_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{a_{n1}}{D_n} & \frac{a_{n2}}{D_n} & \dots & \frac{1}{D_n} \int_{\Delta E_n} f(E) dE & \frac{a_{nm} - k_v^2}{D_n} \end{vmatrix},$$

в котором  $v$ -столбец определителя  $\Delta_v$  заменен на строку  $\frac{1}{D} \int_{\Delta E} f(E) dE$ , где

$v$  - номер нечетного корня функции Бесселя,  $L$  - продольный размер цилиндрической сборки.

Так как по определению  $\psi_n = \nu n$ , где  $\nu$  - скорость нейтрона группы "n",  $n$  - объемная плотность нейтронов в сборке, то число нейтронов в объеме сборки  $\int_V \frac{\Psi_n}{\nu} dV$ . При времени жизни нейтрона группы "n", равном

$\tau_n$ , число нейтронов, поступающих от внешнего источника за это время, равно  $\tau_n \int_V Q_n dV$ , что соответствует коэффициенту размножения нейтронов группы "n" ( $V$  - объем источника нейтронов):

$$\frac{1}{1-k_n} = \frac{\int_{V_1} \frac{|\Psi_n|}{v} dV}{\tau_n \int_V Q_n dV} = \frac{\int_{V_1} |\Psi_n| dV}{\ell_n \int_V Q_n dV}, \quad (14)$$

где  $\ell_n$  - длина пробега нейтрона до захвата.

Учитывая (12),  $\int_V Q_n dV = i\eta \int_{\Delta E_n} f(E) dE$ , окончательное выражение для расчета  $k_n$  получим:

$$\frac{1}{1-k_n} = \frac{1}{r_0^2 \ell_n} \int_0^{R_0} \left[ \sum_{\Delta} \frac{F(\xi)}{\Delta} \Delta_{n\nu} J_0(k_n r) \right] r dr. \quad (15)$$

При известном потоке нейтронов число делений в единице объема сборки в секунду равно  $\sum_{fn} \Psi_n$ , или в энергетических единицах  $(190-200) \sum_{fn} \Psi_n$  МэВ/с, где 190-200 МэВ - энергия одного акта деления. Если сборка однородна, то мощность, выделенная каждой группой нейтронов,

$$P_n = 200 \sum_{fn} \int_{V_1} |\Psi_n| dV, \quad (16)$$

где  $V_1$  - объем сборки. Полное тепловыделение

$$P = \sum_{n=1}^n P_n.$$

Так как мощность ускоренного пучка с кинетической энергией  $E$  при интенсивности  $i$  равна  $iE$ , коэффициент усиления мощности энергетического усилителя

$$a = \frac{P}{iE}. \quad (17)$$

Таким образом, если известны сечения упругого и неупругого рассеяния, а также сечения деления, захвата, температуры возбуждения и неупругого рассеяния в энергетическом спектре нейтронов деления, численный расчет энергетического усилителя может быть выполнен с достаточной степенью достоверности. Первичный спектр нейтронов  $f(E)$  экспериментально исследовался в разных лабораториях [6],[7], однако отсутствует теоретическая обработка этих спектров, что внесет дополнительные погрешности в результат расчета, который должен быть выполнен для набора этих спектров. Ошибки в экспериментальном определении сечений, температур возбуждения также потребуют дополнительного анализа при расчетах.

### З а к л ю ч е н и е

Без численного решения уравнения (2) можно сделать выводы общего характера:

а) интенсивность и спектр внешнего нейтронного источника не могут перевести сборку из подкритического в критическое состояние, так как устойчивость системы (6) не зависит от внешнего источника;

б) энергетический спектр внешнего источника изменяет критичность системы только в зоне  $k_n < 1$ ;

в) экономическая целесообразность энергетического усилителя может быть обоснована только численным методом - определением величины коэффициента усиления мощности;

г) использование внешнего нейтронного источника, основанного на испарительном спектре, который возникает на пучке ускоренных заряженных частиц, открывает возможности по разработке энергетических усилителей на быстрых нейтронах, что существенно расширяет возможность использования "неделящихся" элементов;

д) сборка работает на энергетическом спектре нейтронов, близком к спектру деления, так как процесс замедления из-за упругого рассеяния на тяжелых ядрах не успевает проявиться за время жизни нейтрона в сборке.

Авторы благодарны А.М.Балдину и Л.М.Онищенко за обсуждение вопросов, затронутых в статье. Данная работа была поддержана отделом физики многочастичных систем ФИАН (Россия).

### Л и т е р а т у р а

1. C.Rubbia - Contribution to the Las-Vegas Conf.(1994).
2. В.П.Дмитриевский - ЭЧАЯ, том 28, выпуск 3, стр.815 (1997).
3. D.L.Hetrick - Dynamics of Nuclear Reactors. Атомиздат, 1975.
4. J.F.Walter, A.F.Henry - Nuclear Sci. And Eng., 1968, v.32, N3, p.332.
5. В.М.Горбачев, Ю.С.Замятин, А.А.Лбов - Взаимодействие излучений с ядрами тяжелых элементов и деление ядер, Справочник, М.:Атомиздат, 1976.
6. P.R.Tunncliffe — Proc. of Inf. Meeting on Acc.-Breeding, BNL, New-York, 1977, p.69.
7. A.D.Kovalenko, Yu.A.Panebratsev, V.J.Yurevich - JINR Rapid Communications, 1994, 1[64]-94, p.12.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 марта 1998 года.