

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

98-210

P9-98-210

Э.А.Айрян, Г.Г.Гульбекян, А.М.Мордуев, А.В.Федоров

СИНТЕЗ ПАССИВНЫХ МАГНИТНЫХ КАНАЛОВ  
В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ  
ВНЕШНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

1998

При оптимизации системы вывода пучков из циклотрона, как правило, возникает необходимость включения в эту систему фокусирующих (ФК) и компенсирующих магнитных каналов в различной комбинации. Магнитные каналы могут быть в токовом, железо-токовом и железном (пассивном) исполнениях. Последний вариант, вероятно, является наиболее простым с технической точки зрения. Для теоретической оценки параметров такого канала в работах [1,2,3] использована простая модель с постоянной по объему намагниченностью железа. Для прямоугольного бруска, система обозначений и размеры которого показаны на рис.1а, аксиальная компонента магнитного поля  $B_y$  в точке  $P(x_p, y_p)$  имеет вид

$$B_y(P) = -\frac{\mu_0}{2\pi} M_0 \left( \operatorname{arctg} \frac{a-x_p}{b-y_p} + \operatorname{arctg} \frac{a-x_p}{b+y_p} + \operatorname{arctg} \frac{a+x_p}{b-y_p} + \operatorname{arctg} \frac{a+x_p}{b+y_p} \right),$$

а градиент этой компоненты  $G = \partial B_y / \partial x_p$

$$G(P) = -\frac{\mu_0}{2\pi} M_0 \left( -\frac{1}{(b-y_p)\left(1+\left(\frac{a-x_p}{b-y_p}\right)^2\right)} - \frac{1}{(b+y_p)\left(1+\left(\frac{a-x_p}{b+y_p}\right)^2\right)} + \frac{1}{(b-y_p)\left(1+\left(\frac{a+x_p}{b-y_p}\right)^2\right)} + \frac{1}{(b+y_p)\left(1+\left(\frac{a+x_p}{b+y_p}\right)^2\right)} \right).$$

Поле и градиент в модели из нескольких брусков есть суперпозиция полей и градиентов от каждого бруска.

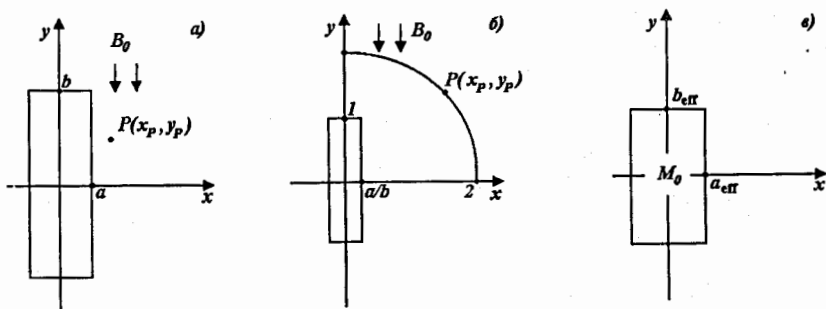


Рис.1.

а) – реальные размеры, б) – безразмерные переменные, в) – эффективные размеры.

В случае размещения магнитного канала в области заведомо высоких магнитных полей (10-15кГс) железо брусков канала с любым характерным отношением  $a/b$  попадает в область почти полного насыщения и величину намагниченности можно считать однородной по сечению бруска. Расчеты параметров таких пассивных каналов дают хорошую реализацию на практике.

Тем не менее, нередко возникают ситуации (например, ФК в системе вывода пучка из циклотрона У-400М), когда канал необходимо поставить в область с необычно низким (1-2 кГс) полем. В этом случае намагниченность брусков уже нельзя считать однородной по сечению и величина ее практически неизвестна. Она сильно зависит от величины внешнего магнитного поля  $B_0$  и от отношения размеров бруска  $a/b$ .

Целью настоящей работы является разработка простого метода приближенного расчета магнитного поля системы ферромагнитных брусков прямоугольного сечения в широком диапазоне внешних магнитных полей 0.5 – 21.5 кГс и характеристических отношений размеров  $a/b$  в диапазоне 0.05 – 20.

Система брусков вносится в заданное однородное поле  $B_0$  и преобразует его в некоторой области  $D$  в поле  $B$ , которое сравнивается с искомым. Выбор оптимальной конфигурации ферромагнетика предполагает многократное решение задачи расчета магнитного поля в области  $D$  для большого числа пробных конфигураций. Суть метода заключается в замене каждого бруска в системе некоторым, так называемым “эффективным” элементом с постоянной намагниченностью. Намагниченность элемента и его размеры определяются из условия аппроксимации в области  $D$  магнитного поля бруска полем “эффективного” элемента. Поле “эффективного” элемента определяется по простым аналитическим формулам.

Перейдем к построению вычислительной модели. Требуется определить магнитное поле системы из ферромагнитных брусков прямоугольного сечения, внесенных в однородное поле  $B_0$ . Для упрощения модели предположим, что:

- бруски достаточно протяженные по координате  $z$  (двумерная модель),
  - бруски достаточно удалены друг от друга (поля брусков независимы).
- Тогда задача сводится к расчету двумерного поля отдельного бруска с последующим суммированием полей.

Пусть заданы: система координат  $(x,y)$ , однородное магнитное поле  $B = (0, B_0)$ , ферромагнитный брусок с центром в начале координат и размерами  $2a, 2b$  по осям  $x$  и  $y$  соответственно (Рис.1а). Введем безразмерные переменные заменой  $x = \alpha x, y = \alpha y$ , где

$$\alpha = \begin{cases} 1/b, & \text{при } a/b \leq 1 \\ 1/a, & \text{при } a/b \geq 1 \end{cases} \text{ . В качестве области } D \text{ выберем контур радиуса } 2 \text{ (рис.1б).}$$

Магнитное поле в точке  $P(x_p, y_p)$  вне ферромагнетика определяется из уравнения

$$B(P) = B_0 + \frac{\mu_0}{2\pi} \nabla \int_G M(Q) \cdot \nabla \ln rdG_Q, \quad (1)$$

где  $M = (M_x, M_y)$  - неизвестная намагниченность бруска,  $G$ - область, занимаемая ферромагнетиком,  $r^2 = (x_p - x_Q)^2 + (y_p - y_Q)^2$  - расстояние между точками  $P$  и  $Q$ .

Для вычисления намагниченности  $M$  разобьем прямоугольник  $G$  на  $N = NX \cdot NY$  прямоугольных элементов. В пределах элемента намагниченность считаем постоянной. Записывая (1) для  $N$  точек  $P_i, i = 1, \dots, N$ , являющихся центрами

элементов, получим систему нелинейных алгебраических уравнений, которую решим с помощью итерационного процесса [4]

$$B^{k+1}(P_i) = B_0 + \mu_0(M^k(P_i) + \sum_{j=1}^N \left( M_x^k(P_j) \left[ \frac{\nabla}{2\pi} \int_G \frac{\partial}{\partial x} \ln rdG \right] + M_y^k(P_j) \left[ \frac{\nabla}{2\pi} \int_G \frac{\partial}{\partial y} \ln rdG \right] \right))$$

$$M^{k+1}(P_i) = \frac{1}{\mu_0} \left( 1 - \frac{1}{\mu(|B^{k+1}|)} \right) B^{k+1}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

$\mu$  - магнитная проницаемость ферромагнетика (используется таблица для стали 1010 из программы POISSON). Интегралы в квадратных скобках берутся аналитически.

Теперь заменим ферромагнитный брусок “эффективным” элементом с постоянной намагниченностью  $M_0 = (0, M_0)$  и размерами  $a_{eff}, b_{eff}$  (рис.1в). При постоянной намагниченности поле в точке вне элемента вычисляется по формулам:

$$B_x^{eff}(P) = -\frac{\mu_0}{4\pi} M_0 \ln((x-x_p)^2 + (y-y_p)^2) \Big|_{x=-a_{eff}}^{x=a_{eff}} \Big|_{y=-b_{eff}}^{y=b_{eff}}$$

$$B_y^{eff}(P) = B_0 - \frac{\mu_0}{2\pi} M_0 \text{arctg} \frac{x-x_p}{y-y_p} \Big|_{x=-a_{eff}}^{x=a_{eff}} \Big|_{y=-b_{eff}}^{y=b_{eff}}, \quad (3)$$

а величины  $M_0, a_{eff}, b_{eff}$  находятся из условия минимизации квадратичного отклонения полей  $B^{eff}$  и  $B$  в области  $D$

$$\min_{M_0, a_{eff}, b_{eff}} \sum_i |B^{eff}(P_i) - B(P_i)|^2, \quad P_i \in D. \quad (4)$$

Если нам заданы границы изменения величин  $B_0$  и  $\Delta = a/b$ , то, вводя на  $[B_0^{min}, B_0^{max}] \times [\Delta^{min}, \Delta^{max}]$  некоторую сетку с узлами  $(B_0^i, \Delta^i)$ , определяем  $M_0^i, a_{eff}^i, b_{eff}^i$  в узлах сетки, решая для каждого узла уравнение (1) и минимизируя (4). Сеточные значения величины  $M_0$  представлены на рис.2. Значения  $M_0, a_{eff}, b_{eff}$  для произвольных  $B_0 \in [B_0^{min}, B_0^{max}], \Delta \in [\Delta^{min}, \Delta^{max}]$  получаются интерполяцией сеточных значений параметров.

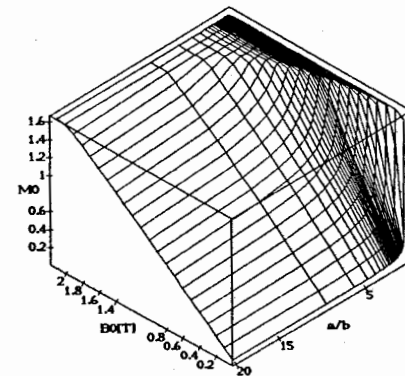


Рис.2. Намагниченность  $M_0$  ферромагнитного бруска в  $A/m^2 \cdot 10^6$  в зависимости от отношения  $a/b$  и внешнего магнитного поля  $B_0$ .

Таким образом, приближенное вычисление магнитного поля системы ферромагнитных брусков во внешнем однородном поле состоит из следующих шагов:

- заданы внешнее поле  $B_0 = (0, B_0)$  и набор из  $N$  брусков с размерами  $a_i, b_i, i = 1, \dots, N$ ,
- интерполяцией сеточных функций получаем величины  $M_0^i, a_{eff}^i, b_{eff}^i$ ,
- по формулам (4) вычисляем поле в требуемых точках,
- суммируем поля по  $i = 1, \dots, N$ .

Как уже отмечалось, использование данного метода представляет особенный интерес при вычислениях поля системы ферромагнитных брусков в низких внешних магнитных полях.

Для проверки представленного метода расчета магнитных каналов на стенде магнитных измерений ЛЯР была установлена модель фокусирующего канала в системе вывода пучка из циклотрона У-400М в масштабе  $M=1:3$  и проведены магнитные измерения параметров канала. Измерения проводились в медианной плоскости канала во внешнем (квазиоднородном) магнитном поле  $B_0$ . Распределение магнитного поля в рабочей апертуре канала измерялось датчиком Холла из InSt, размеры рабочей области которого в плоскости составляют  $0.5 \times 1.5$  мм. Перемещение датчика по оси  $x$  осуществлялось механическим приводом с шагом 0.1 мм. На рис.3,4 представлены данные измерений и результаты расчетов магнитного поля  $B$  градиента  $G$  магнитного поля на оси системы из трех брусков: ( $\square$ ) - данные измерений, (—) - расчет с тремя брусками по (2), (---) - вычисление  $M_0, a_{eff}, b_{eff}$  для каждого бруска и сложение полей. Совпадение измерений с данными расчетов в рабочей области составляет 10-15%.

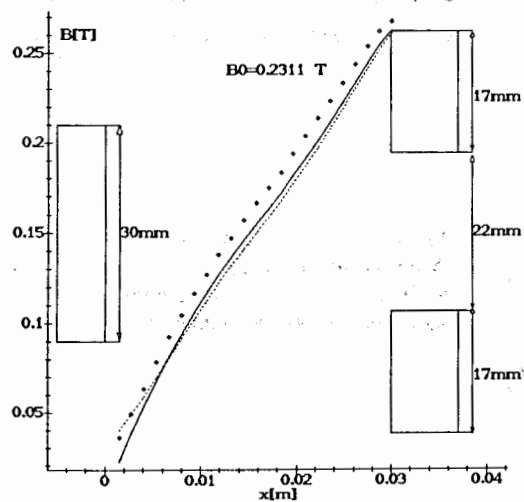


Рис.3. Сравнение данных измерений и результатов расчетов магнитного поля  $B$  для системы из трех брусков.

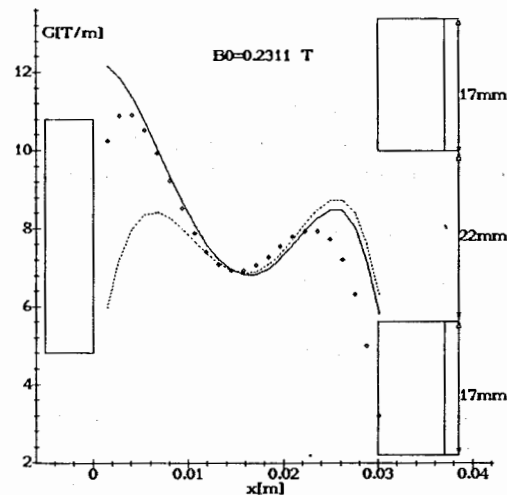


Рис.4. Сравнение данных измерений и результатов расчетов градиента  $G$  магнитного поля для системы из трех брусков.

## Заключение

Рассмотрена задача синтеза пассивных фокусирующих магнитных каналов для системы вывода пучков из циклотрона. Особенный интерес задача представляет при формировании магнитных каналов в области низких внешних магнитных полей при неполном насыщении железа. Для расчета магнитного поля системы ферромагнитных брусков во внешнем поле предложено использовать “эффективные” элементы с постоянной намагниченностью. Для заданных интервалов изменения внешнего поля и размеров брусков найдены параметры “эффективных” элементов. Расчет поля для “эффективных” элементов проводится по простым аналитическим формулам. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными измерений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №98-01-00190.

## Литература

1. B.Carbonel et al., “Calculation of the geometry of magnetic channels for synrocyclotrons and cyclotrons”, Nucl. Instr. & Meth., **84**, 144-146 (1970).
2. J.Sura et al., “Material considerations for magnetic channels”, Proc. of the 13<sup>th</sup> Int. Conf. on Cyclotrons and Their Applications, Vancouver, 589-591 (1992).
3. G.Bellomo, “Design of passive magnetic channels”, ibid, 592-595.
4. P.G.Akishin, E.P.Zhidkov, V.D.Kravtsov, JINR Commun., E11-87-101, Dubna, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 июля 1998 года.

Айрян Э.А. и др.

P9-98-210

Синтез пассивных магнитных каналов  
в широком диапазоне внешних магнитных полей

Рассмотрена задача синтеза пассивных фокусирующих магнитных каналов для системы вывода пучков из циклотрона. Особенный интерес задача представляет при формировании магнитных каналов в области низких внешних магнитных полей при неполном насыщении железа. Для расчета магнитного поля системы ферромагнитных брусков во внешнем поле предложено использовать «эффективные» элементы с постоянной намагниченностью. Для заданных интервалов изменения внешнего поля и размеров брусков найдены параметры «эффективных» элементов. Расчет поля для «эффективных» элементов проводится по простым аналитическим формулам. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными измерений.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1998

Перевод авторов

Ayrjan E.A. et al.

P9-98-210

Design of Passive Magnetic Channels in Wide Range  
of External Magnetic Fields

The passive magnetic channels design problem is considered for the cyclotron beam extraction system. The investigation is focused on magnetic channel design in the region of low external fields with unsaturated iron. Effective elements with constant magnetization are supposed to be used for calculation of the magnetic field of ferromagnetic bars in the external field. For the given ranges of the external field and bars dimensions the parameters of effective elements are obtained. The magnetic field of effective elements is calculated by simple analytical formulas. The result of the calculations is in a good agreement with measurements.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1998