

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9-95-338

Л.М.Онищенко, Н.Г.Шакун, П.Т.Шишлянников

ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПУЧКА В ФАЗОТРОНЕ ОИЯИ

Направлено на конференцию «Cyclotrons-95»,  
Кейптаун, ЮАР, 8—13 октября 1995 г.

1995

Приведены расчетные и экспериментальные величины времени жизни циркулирующего пучка в фазотроне ОИЯИ, определяемые многократным рассеянием на остаточном газе. Время циркулирующего пучка контролировалось системой растяжки пучка.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод авторов

Onischenko L.M., Shakun N.G., Shishlyannikov P.T.  
Beam Lifetime in the JINR Phasotron

P9-95-338

The circulating beam lifetime in the JINR Phasotron determined by the multiple scattering on the residual gas is calculated and measured. The beam circulation time was controlled by the beam stretching system.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

В фазотроне ОИЯИ [1] для растяжки выведенного пучка применяется С-электрод [2]. В паузе между выключением ускоряющего напряжения на дуанте и включением напряжения на С-электроре остановленный пучок циркулирует, испытывая столкновения с молекулами остаточного газа. При этом амплитуда бетатронных колебаний "С" увеличивается со временем и может достигнуть максимального значения  $C_{\max}$ , определяемого апертурой камеры, выводного канала и т.д. Мы рассмотрим влияние рассеяния на газе на динамику движения, следуя [3].

В качестве независимой переменной удобно выбрать величину  $y = C^2 / C_{\max}^2$ , которая является интегралом движения. Мгновенное рассеяние протона на газе эквивалентно мгновенному изменению направления скорости протона на угол рассеяния  $\chi$ . Благодаря этому интеграл бетатронных колебаний  $y$  меняется на величину  $\delta y$ , равную в среднем

$$\bar{\delta y} = \frac{\bar{\chi}^2 R^2}{Q^2 C_{\max}^2}, \quad (1)$$

где  $R$  - радиус, на котором циркулирует пучок;

$Q$  - частота бетатронных колебаний.

Согласно формуле Резерфорда [4] средний квадрат угла рассеяния на малые углы равен

$$\bar{\chi}^2 = \chi_{\min}^2 \lg(183Z^{-1/3}), \quad (2),$$

а сечение упругого рассеяния

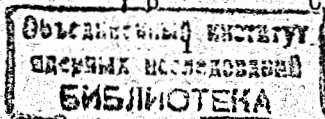
$$\sigma = \frac{4\pi Z^2 r_p^2}{\beta^4 \gamma^2 \chi_{\min}^2}, \quad (3)$$

где  $Z$  - атомный номер рассеивателя;

$r_p = 1.53 \cdot 10^{-18}$  м - классический радиус протона.

Тогда среднее приращение величины "у" в единицу времени

$$\Delta \bar{y} = \bar{\delta y} \cdot V \cdot \sigma \cdot N_0 = \frac{4\pi Z^2 \lg(183Z^{-1/3})}{\gamma^2 \beta^3} \cdot \frac{r_p^2 R^2 c}{C_{\max}^2 Q^2} N_0, \quad (4)$$



где  $N_0 = 0.7 \cdot 10^{23}$  P 1/м<sup>3</sup>-число атомов-рассеивателей в единице объема остаточного газа, P - давление в мм рт.ст.

Для воздуха (Z=8) формула (4) принимает вид

$$\overline{\Delta y} = \frac{0,08}{\gamma^2 \beta^3 Q^2} \frac{R^2}{C_{\max}^2} P \text{ 1/с.} \quad (5)$$

При суммарном воздействии малых статистически независимых возмущений функция распределения частиц  $Y(y, t)$  описывается уравнением Эйнштейна-Фокера

$$\frac{\partial Y(y, t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\Delta y} \cdot Y(y, t)) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\overline{\Delta y^2}}{2} Y(y, t) \right), \quad (6)$$

где  $\overline{\Delta y}$  и  $\overline{\Delta y^2}$  обозначают среднее приращение и средний квадрат приращения величины "y" в единицу времени.

$$\text{Известно, что } \overline{\Delta y^2} \cong 2y \overline{\Delta y}. \quad (7)$$

Введем безразмерное время

$$\tau = \int_0^t \overline{\Delta y}(t) dt, \quad (8)$$

численно равное среднему квадрату относительной амплитуды колебаний, возбужденных к моменту t процессом рассеяния. С учетом (7) и (8), если  $\overline{\Delta y}$  не зависит от y, уравнение (6) принимает вид

$$\frac{\partial Y(y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{\partial Y(y, \tau)}{\partial y} \right). \quad (9)$$

Граничные условия имеют вид

$$Y(1, \tau) = 0, \quad (10)$$

$$Y(y, 0) = Y(y). \quad (11)$$

Первое из этих условий означает, что частицы с амплитудой, равной  $C_{\max}$ , теряются. Второе описывает распределение частиц в начальный момент времени.

При этих граничных условиях и при условии нормировки

$$\int_0^1 Y(y, 0) dy = 1 \quad (12)$$

решение уравнения (9) имеет вид

$$Y(y, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp(-\mu_i \tau) J_0(2\sqrt{\mu_i} y), \quad (13)$$

$$\text{где } \mu_i - \text{собственные значения } J_0(2\sqrt{\mu_i}) = 0, \quad (14)$$

а постоянные  $C_i$  определяются начальными условиями (11)

$$C_i = J_1^{-2}(2\sqrt{\mu_i}) \int_0^1 Y(y) J_0(2\sqrt{\mu_i} y) dy. \quad (15)$$

Уравнение (15) получается, если умножить (13) при  $\tau=0$  на  $J_0(2\sqrt{\mu_i} y)$  и проинтегрировать по y от 0 до 1 [5].

Можно решить (15) для двух частных случаев:

а) все частицы в начальный момент времени имеют нулевую амплитуду,  $Y_0(y) = \delta(0)$ . Тогда

$$C_i = J_1^{-2}(2\sqrt{\mu_i}); \quad (16);$$

б) равномерное распределение  $Y_0(y) = \text{const}$ . Тогда

$$C_i = [\sqrt{\mu_i} J_1(2\sqrt{\mu_i})]^{-1}. \quad (17)$$

Доля частиц, оставшихся внутри интервала  $0 < y < 1$  к моменту времени  $\tau$ :

$$N(\tau) = \int_0^1 Y(y, \tau) dy = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{C_i}{\sqrt{\mu_i}} J_1(2\sqrt{\mu_i}) \exp(-\mu_i \tau). \quad (18)$$

$$\text{Для случая а) } N(\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\exp(-\mu_i \tau)}{\sqrt{\mu_i} J_1(2\sqrt{\mu_i})}; \quad (19)$$

$$\text{Для случая б) } N(\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\exp(-\mu_i \tau)}{\mu_i}. \quad (20)$$

Графики, соответствующие выражениям (19) и (20), представлены на рис.1.

Экспериментально определение времени жизни циркулирующего пучка производится следующим образом. Протоны ускоряются до радиуса 265 см (радиус вывода 269 см), после чего ускоряющее напряжение на дуанте выключается. Через некоторое время включается напряжение растяжки, циркулирующий пучок доускоряется и выводится. Длительность паузы между временем  $t_1$  выключения ускоряющего напряжения дуанта и временем  $t_2$  включения напряжения на С-электроре регулируется. Измеряется зависимость тока выведенного пучка от длительности паузы.

Результаты измерений представлены на рис.2 вертикальными черточками, причем длина черты соответствует погрешности измерения. На этом же рисунке сплошными линиями нанесены зависимости  $N(t)$  для случая а) при следующих параметрах фазотрона:  $\gamma=1,7$ ;  $\beta=0,8$ ;  $R=265\text{см}$ ;  $Q_z=0,14$ ;  $P=2 \cdot 10^{-3}\text{мм рт.ст.}$  Кривые отличаются величиной апертуры выводного канала: для кривой 1 апертура равна 3 см ( $C_{\max} = 1,5\text{ см}$ ), для кривой 2 — 2,2 см ( $C_{\max} = 1,1\text{ см}$ ). Соответствующие значения  $\bar{\Delta u}$  составляют  $1,68\text{ с}^{-1}$  и  $3,11\text{ с}^{-1}$ . Геометрическая апертура канала равна 35 мм.

Характер экспериментальной зависимости  $N(t)$ , как видно из рис.2, говорит в пользу того, что начальное распределение частиц по амплитудам вертикальных бетатронных колебаний описывается  $\delta$ -функцией, т.е. амплитуды колебаний заметно меньше ограничивающей апертуры. Неточность расчета связана, главным образом, с недостаточно точным знанием динамической апертуры канала, которая, конечно, меньше геометрической. Погрешность измерения интенсивности выведенного пучка составляет 3% от ее максимального значения. Измерялась как амплитуда тока выведенного пучка, так и средний ток.

Экспериментальные данные согласуются с расчетом, если предположить, что динамическая апертура канала на 20% меньше геометрической и составляет 27 мм.

Авторы благодарят профессоров А.А.Глазова, В.П.Дмитриевского, А.Н.Лебедева за критические замечания и обсуждение результатов.

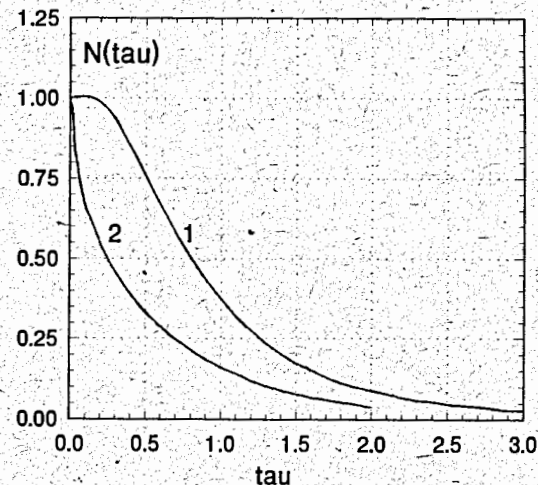


Рис.1. Графики зависимостей, определяемых формулами 19 (кривая 1) и 20 (кривая 2), или доля частиц с амплитудами меньше  $C_{\max}$  для начального распределения по амплитудам в виде  $\delta$ -функции (1) и равномерного (2)

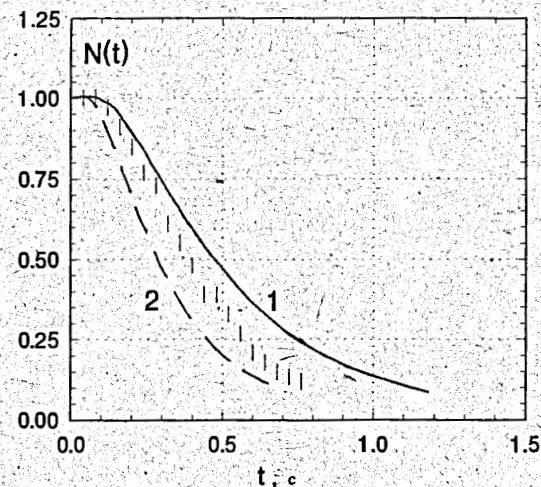


Рис.2. Экспериментально измеренная зависимость интенсивности выведенного пучка от времени его циркуляции (точки) и расчетные зависимости при ограничивающей апертуре 30 мм (1) и 22 мм (2) для начального распределения по амплитудам вертикальных колебаний в виде  $\delta$ -функции

### Литература

1. А.В. Демьянов, Л.М. Онищенко и др. Труды 13-го Совещания по ускорителям. т.2, ОИЯИ, Д9-92-455, Дубна, 1993, с.265.
2. Л.М. Онищенко, Н.Г. Шакун, П.Т. Шипляников. Proc. EPAC-92, Berlin v.1 p.1484.
3. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. Физматгиз., М.,1962.
4. Росси-Б. Частицы больших энергий. Гостехиздат, М., 1955.
5. Э.Грей, Г.Б. Мэтьюз. Функции Бесселя. ИЛ., М., 1953.

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 июля 1995 года.