

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



19/1v-76

M-345

P9 - 9476

1419/2-76

И.М.Матора, Л.А.Меркулов

ФОРМИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОГО ПОТОКА
В СИЛЬНОТОЧНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПУШКЕ

1976

P9 - 9476

И.М.Матора, Л.А.Меркулов

ФОРМИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНОГО ПОТОКА
В СИЛЬНОТОЧНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПУШКЕ

Направлено в ЖТФ



Введение

Надежная работа линейных индукционных ускорителей /ЛИУ/ на импульсные токи в сотни ампер, энергию электронов в десятки *МэВ* и частоту следования импульсов *50 Гц* невозможна без электронных пушек - инжекторов, которые, с одной стороны, обладают необходимой надежностью и, с другой стороны, имеют минимальный эмиттанс /1,2,3/.

Требования эти трудно совместимы, т.к., чтобы обеспечить надежность, лучше всего отказаться от сеток во всех вариантах, но это сразу ставит трудную проблему компенсации нелинейных электронно-оптических эффектов в области анодного отверстия.

Длительное теоретическое исследование возможностей формирования ламинарного потока в указанных условиях позволило выработать описанную ниже процедуру решения точных уравнений самосогласованного движения электронов в пушке, позволяющую сделать поток в ней весьма близким к ламинарному.

Идея решения состоит в том, чтобы ЭВМ автоматически после каждого пробного расчета веера траекторий в пушке корректировала форму эмиттирующей поверхности катода, в результате чего в конце процедуры получалась бы такая окончательная форма этой поверхности, которая обеспечивает на выходе из пушки ламинарный поток электронов.

Теория

В рассматриваемой осесимметричной пушке /рис. 1/ электроны эмиттируются с вогнутой поверхности катода и ускоряются приложенным между катодом и анодом электрическим полем $\vec{E}(E_r, 0, E_z)$ с потенциалом V . Магнитное поле $\vec{H}(H_r, 0, H_z)$ с векторным потенциалом \vec{A} необходимо для фокусировки потока. Существенно также действие сил электромагнитного поля самого пучка электронов.

Желая получить конфигурацию поверхностей электродов пушки, обеспечивающую ламинарный /в оговоренном выше смысле/ поток электронов, во всех промежуточных стадиях расчета предполагаем, что поток также ламинарный.

Использование этого предположения на всех стадиях расчета не будет противоречивым при условии, если процесс окажется сходящимся и искомая конфигурация будет найдена. При этом отметим, что все результаты расчета траекторий на промежуточных стадиях нужно рассматривать лишь как качественные, и только результаты их расчета после нахождения нужной формы поверхностей электродов следует считать количественными.

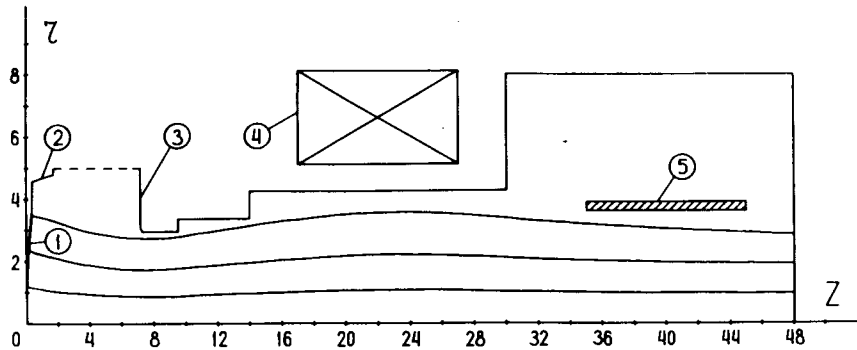


Рис. 1. Электронно-оптическая система экспериментальной электронной пушки ЭЭП-2 /размеры даны в см/: 1 - эмиттер, 2 - катод, 3 - анод, 4 - соленоид, 5 - кольцо.

Расчет удобно вести в цилиндрической системе координат. Функция Лагранжа имеет вид /система единиц Гауссова/:

$$\mathcal{L} = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} + eV - \frac{e}{c} (\vec{A} \cdot \vec{v}), \quad /1/$$

где $\beta = \frac{v}{c}$; $\vec{v} = (\dot{r}, r\dot{\phi}, \dot{z})$; $e > 0$; $-e, m_0$ - заряд и масса покоя электрона; c - скорость света. Траектории в потоке существенно не параксиальны, вследствие чего $v \neq \dot{z}$.

В соответствии с /1/ уравнения движения электрона есть

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} (\gamma \dot{r}) - \gamma \dot{\phi}^2 - \eta c \frac{\partial V}{\partial r} + \eta \left(\frac{\partial A_r}{\partial r} \dot{r} + \frac{\partial A_\phi}{\partial r} r \dot{\phi} + A_\phi \dot{\phi} + \frac{\partial A_z}{\partial r} \dot{z} \right) &= 0, \\ \frac{d}{dt} (m_0 \gamma r^2 \dot{\phi} - \frac{e}{c} A_\phi r) &= 0, \\ \frac{d}{dt} (\gamma \dot{z}) - \eta c \frac{\partial V}{\partial z} + \eta \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} \dot{r} + \frac{\partial A_\phi}{\partial z} r \dot{\phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \dot{z} \right) &= 0, \end{aligned} \right\} /2/$$

где $\eta = \frac{e}{m_0 c}$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

Если на катоде при $t = 0$ имеем $r = r_0$, $\dot{\phi} = 0$, $A_\phi = A_0$, то из первого интеграла второго уравнения /2/ получим

$$\dot{\phi} = \frac{\eta}{\gamma r} (A_\phi - \frac{\alpha}{r}), \quad /3/$$

где $\alpha = r_0 A_0$ - начальное замагничивание на катоде.

В уравнениях /2/ значения потенциала V , а также

$\frac{\partial V}{\partial r}$ и $\frac{\partial V}{\partial z}$ получим, решив уравнение Пуассона

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial V(z, r)}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 V(z, r)}{\partial z^2} = 4\pi\rho(z, r), \quad /4/$$

Уравнения /2/ и /4/ должны быть самосогласованными. Плотность пространственного заряда ρ в /4/ должна соответствовать не только условию нормировки на выходе из пушки

$$I_0 = \pi R^2 \rho v |_{\text{ВЫХ}}, \quad /5/$$

в котором I_0 - полный ток, заключенный внутри окружности радиуса R / R - радиус огибающей пучка, ρ не зависит от r / , но внутри пушки должна определяться уравнением неразрывности

$$\vec{j} = \rho \vec{v}, \quad /6/$$

в котором \vec{v} находится из /2/, причем ρ уже есть функция и радиуса. Существует, впрочем, единственная плоскость равного потенциала между катодом и анодом, на которой ρ от радиуса не зависит.

Векторный потенциал \vec{A} включает в себя фокусирующий потенциал \vec{A}_ϕ , создаваемый специальными соленоидами, и потенциал пучка \vec{A}_Π , так что

$$\vec{A} = \vec{A}_\phi + \vec{A}_\Pi. \quad /7/$$

Составляющие полей для осесимметричного случая запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} H_{r\phi} &= - \frac{\partial A_{\phi\phi}}{\partial z}, \\ H_{\phi\phi} &= 0, \\ H_{z\phi} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_{\phi\phi}), \end{aligned} \right\} /8/$$

$$\left. \begin{aligned} H_{r\Pi} &= - \frac{\partial A_{\phi\Pi}}{\partial z}, \\ H_{\phi\Pi} &= \frac{\partial A_{r\Pi}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z\Pi}}{\partial r}, \\ H_{z\Pi} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_{\phi\Pi}). \end{aligned} \right\} /9/$$

Фокусирующее поле создается незранированными соленоидами с прямоугольным сечением катушек, и его векторный потенциал от каждой катушки вычисляется по известной формуле

$$\left. \begin{aligned} A_{\phi\phi}(z, r) &= \frac{r}{2} H(z, 0) - \frac{r^3}{16} \frac{\partial^2 H(z, 0)}{\partial z^2} + \dots, \\ H(z, 0) &= \frac{2\pi J}{c} \left[(z_2 - z) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z_2 - z)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_2 - z)^2}} - \right. \\ &\quad \left. - (z_1 - z) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + (z_1 - z)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + (z_1 - z)^2}} \right], \end{aligned} \right\} /10/$$

где J - плотность тока питания фокусирующей катушки; r_1, r_2, z_1, z_2 - координаты углов меридионального сечения катушки. Учет первых двух членов в первом выражении /10/ достаточен.

Учитывая /8/ и /9/, систему уравнений /2/ можно привести к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} (\gamma \dot{r}) - r \gamma \dot{\phi}^2 - \eta c \frac{\partial V}{\partial r} + \eta \left(\frac{\partial A_{\phi\phi}}{\partial r} r \dot{\phi} + A_{\phi\phi} \dot{\phi} - z \dot{H}_{\phi\Pi} \right) &= 0, \\ \frac{d}{dt} (\gamma \dot{z}) - \eta c \frac{\partial V}{\partial z} + \eta \left(\frac{\partial A_{\phi\phi}}{\partial z} r \dot{\phi} + r \dot{H}_{\phi\Pi} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} /11/$$

Решая совместно эту систему уравнений с учетом /3/, получим окончательное точное уравнение радиального непараксиального движения электрона в осесимметричной электронной пушке:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} - \frac{D_1 + D_2 \frac{dr}{dz}}{\gamma \cdot \beta_z^2} = 0. \quad /12/$$

Здесь

$$D_1 = \sigma \left[\frac{\partial V}{\partial r} + \beta_z \cdot H_{\phi n} - \frac{\sigma}{\gamma} \left(A \phi - \frac{a}{r} \right) \left(\frac{\partial A \phi}{\partial r} + \frac{a}{r^2} \right) \right];$$

$$D_2 = -\sigma \left[\frac{\partial V}{\partial z} - \beta_z \cdot H_{\phi n} \frac{dr}{dz} - \frac{\sigma}{\gamma} \left(A \phi - \frac{a}{r} \right) \frac{\partial A \phi}{\partial z} \right];$$

$$H_{\phi n}(z, r) = -\frac{2I}{cr}; \quad \gamma = \sigma V + 1; \quad \sigma = \frac{\eta}{c};$$

$$\beta_z = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1 - \sigma^2 \left(A \phi - \frac{a}{r} \right)^2}{1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2}};$$

I - ток пучка, заключенный внутри окружности радиуса r .

Решение самосогласованной стационарной задачи проводится путем последовательных приближений по объемному заряду при совместном решении уравнения движения /12/, уравнения Лапласа для области вне пучка и уравнения Пуассона /4/ для области внутри пучка. Система электродов электронной пушки с приложенными к ним потенциалами определяет заданные граничные условия и граничный контур области, внутри которой ищется решение. На той части граничного контура области, которая соединяет катод 2 с анодом 3 /пунктир на рис. 1/, предполагалось распределение потенциала, близкое к реальному. Учет непостоянства напряженности поля вдоль этого отрезка

в рамках нашей программы осуществляется по результатам специально проделанного расчета полей. Его можно также выполнить с помощью измерений распределения поля в электролитической ванне.

Участок 2 не эмиттирующей поверхности термокатода остается неизменным во время отыскания необходимой формы эмиттирующей поверхности. Контур меридионального сечения эмиттера при расчете выражается в виде полинома

$$z = \sum_{i=1}^N a_i r^{i+1} \quad /13/$$

и набор наиболее подходящих коэффициентов a_i является конечным продуктом расчета.

Требование ламинарности следует считать более строгим, чем требование нулевого эмиттанса на выходе из пушки, т.к. для удовлетворения последнего достаточно однозначной, причем не обязательно линейной, связи между выходными поперечными координатами / $r_{\text{ВЫХ}}$ / и их производными / $r'_{\text{ВЫХ}}$ /, тогда как ламинарность имеет место при линейной их связи. По этой причине, отыскав набор наилучших a_i , обеспечивающих равноплотный пучок на выходе из пушки, вообще говоря, мы не вправе ожидать полной ламинарности потока: связь $r'_{\text{ВЫХ}}(r_{\text{ВЫХ}})$ может здесь оказаться не линейной. Однако непосредственные расчеты показывают /кривая 1 на рис. 3а и соответствующий ей рис. 3б/, что эта не вполне корректная в указанном смысле процедура тем не менее позволяет радикально приблизить характер потока к ламинарному.

Мы пренебрегаем также неламинарностью, вызванной термическим разбросом скоростей электронов, эмиттированных горячей поверхностью катода, что в случае применения вытягивающих напряжений в сотни киловольт вполне оправдано, а также эффектами рассеяния на микрочастицах и нейтрализации пространственного заряда.

Отметим еще, что в пучке, кроме j_z , имеется также и составляющая плотности тока $j_{\phi} \neq 0$. Однако в пушке на сотни ампер при фокусирующих полях сотни эрстед составляющая $A_{\phi n}$ незначительна и ею можно пренебречь.

Методика расчета

Вычислительная программа была написана на языке ЦЕРН-ФОРТРАН для машины СДС-6400. На рис. 2 дана блок-схема работы программы.

Первая стадия расчета начинается с задания подходящих с точки зрения пользователя формы граничной траектории пучка $R(z)$, формы поверхности катода и плотности тока в фокусирующих соленоидах. Остальные геометрические параметры пушки и энергия электронов на выходе постоянны на всех стадиях расчета. В начальный момент в течение первого приближения при расчете огибающей пучка плотность объемного заряда электронов в пучке при каждом значении z принимается не зависящей от r . В последующем она переменна, а ток вдоль трубок тока всегда постоянен для данной формы эмиттирующей поверхности катода. Завершение расчета граничной траектории в предположении ламинарности пучка происходит, когда процесс сойдется, т.е. граничная траектория последнего приближения с заданной точностью совпадет с траекторией предыдущего приближения. Перед непосредственным расчетом траектории каждый раз выполняется расчет электрического поля с учетом объемного заряда по /4/ в соответствующем приближении, причем на всей первой стадии счета форма катода остается неизменной,

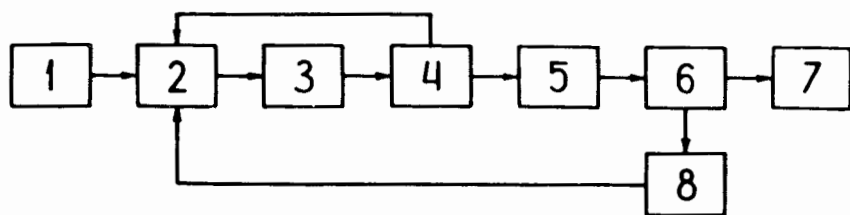


Рис. 2. Блок-схема работы вычислительной программы: 1 - ввод начальных данных, 2 - вычисление электрического поля пушки, 3 - вычисление огибающей пучка, 4 - контроль сходимости огибающей пучка, 5 - вычисление веера траекторий, 6 - контроль ламинарности, 7 - печать, перфорация, 8 - вычисление нового полинома для катода.

а желаемые изменения формы окончательной граничной траектории выполняются подбором тока в фокусирующих соленоидах. После получения "точной" в этом смысле граничной траектории выполняется расчет веера всех необходимых внутренних траекторий, и первая стадия счета этим заканчивается. Разумеется, результат практически всегда оказывается противоречащим предположению о ламинарности потока, которое было существенно использовано на всей первой стадии, а рассчитанные траектории - неверными. Однако рассчитанный веер дает качественную информацию о характере необходимых изменений формы катода для обеспечения ламинарности потока, что используется для автоматического ввода изменений формы катода в программу второй и, аналогично, последующих стадий счета.

Техника и критерии, которые для этого используются, элементарны и здесь не описываются.

При решении уравнения /4/ используется численный итерационный метод, называемый методом релаксаций. Суть метода заключается в построении нужной сетки и замене дифференциального уравнения в частных производных приближенным разностным уравнением в каждой узловой точке сетки.

Программа решения /4/ составлена на основе известной работы J.S.Hornsby /4/.

Результаты расчета

Расчетные значения параметров экспериментальной электронной пушки ЭЭП-2 были приняты следующими: ток $I_0 = 250$ А, энергия электронов на выходе $W = 500$ кэВ, минимальное расстояние между катодом и анодом $L = 5,5$ см, диаметр эмиттирующего слоя-катода $D_k = 7$ см. Фокусирующий безжелезный соленоид имеет $R_{\min} = 5,1$ см, $R_{\max} = 8,1$ см и протяженность вдоль оси $z - 10$ см. Минимальный диаметр анодного отверстия, полученный в результате расчета, $D_a = 5,9$ см.

Рассчитанная для этого случая конфигурация контура меридионального сечения электродов пушки изображена на рис. 1. Значения семнадцати коэффициентов полинома /13/ не приводятся. Представление об эмиттансе и рас-

пределении плотности в потоке дает *рис. 3*. Данные этого рисунка соответствуют сечению пучка на расстоянии 48 см от катода. Зависимость $r'(r)$ на *рис. 3а* показана для четырех случаев. Кривая 1 соответствует случаю отсутствия заземленного металлического кольца, изображенного в выходной трубе пушки, 2 - случаю, когда заземленное кольцо имеется, 3 - на кольцо подан потенциал +50 кВ, 4 - потенциал на кольце +100 кВ. Наилучшим следует считать случай 1. На *рис. 3б* распределение тока дано для него. На *рис. 1* условно изображены также радиальные траектории электронов, испущенных катодом на различных расстояниях от оси симметрии /действительные траектории - пространственные винтообразные кривые/.

Расчет проведен таким образом, чтобы одновременно с необходимой ламинарностью потока обеспечивалась минимальная неоднородность напряженности электрического поля на поверхности эмиттера катода с учетом

объемного заряда. Величину отношения $\xi = E_{\max}/E_{\min}$ на эмиттере катода удалось снизить до 1,13. Дальнейшее ее снижение оказалось невозможным.

Количество экспериментов, в которых проведены измерения распределения плотности тока и эмиттанса пучка аналогичных электронных пушек, невелико ^{/5,6/}, однако их результаты показывают, что реальные электронные пушки в противоположность рассчитанной здесь пушке с нулевым /в указанном приближении/ эмиттансом имеют чрезмерно большие его значения. Так, в ^{/5/} даже после приобретения электронами энергии 3,4 МэВ 90% от полного тока пучка 250 А имеют эмиттанс 0,215 см.рад, а в ^{/6/} 70% от полного тока 140 А имеют эмиттанс 0,3 см.рад при энергии электронов на выходе из пушки ~100 кВ. В этой связи большой интерес представляет экспериментальная проверка правильности полученных здесь результатов. Авторы надеются такую проверку осуществить в ближайшее время.

Отметим еще, что G.R.Brewer ^{/7/} в эксперименте получил некоторое улучшение распределения плотности тока в пучке за счет подбора формы эмиттирующей поверхности катода, которая *apriori* была им выбрана с монотонно убывающей от оси кривизной, хотя в свете изложенных нами расчетов это улучшение скорее следовало бы считать случайным. Зависимость кривизны от радиуса всех найденных нами меридиональных сечений эмиттирующей поверхности, при которых пучок был ламинарным, никогда не была монотонной.

Исследуя конфигурации электродов, приводящие к снижению ξ на катоде, попутно мы также попытались найти такие нежелательные конфигурации эмиттирующих поверхностей, которые обладают резко неоднородным /с учетом объемного заряда пучка/ вытягивающим полем, вплоть до возникновения участков с нулевой его напряженностью, т.е. до образования виртуального катода вне эмиттирующей поверхности.

Было взято семейство осесимметричных катодов с постоянным диаметром сферической эмиттирующей поверхности, равным 8 см, и различными радиусами кривизны $R_{кр.}$ /*рис. 4*/. От края сферической поверхности до одного и того же во всех случаях диаметра 9 см поверх-

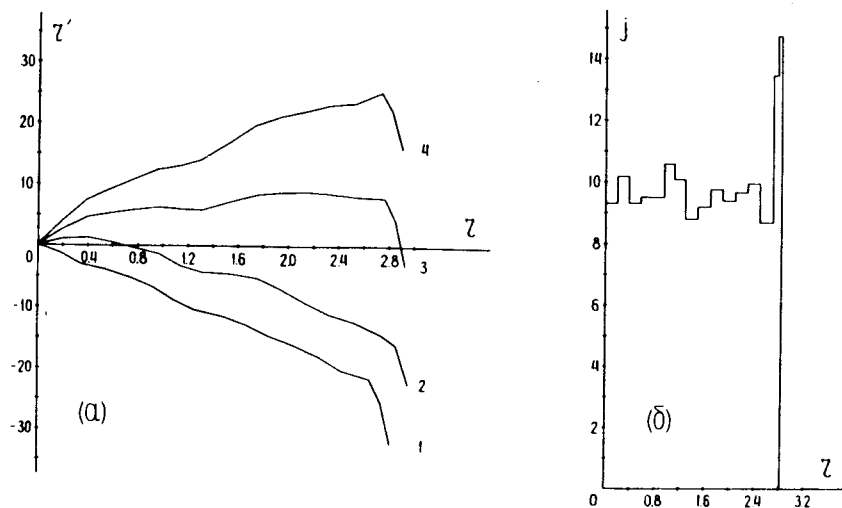


Рис. 3. Проекция фазового объема пучка /а/ и плотность тока по сечению /б/ на выходе из ЭЭП-2 /г в см, г' в мрад и j в А/см² /.

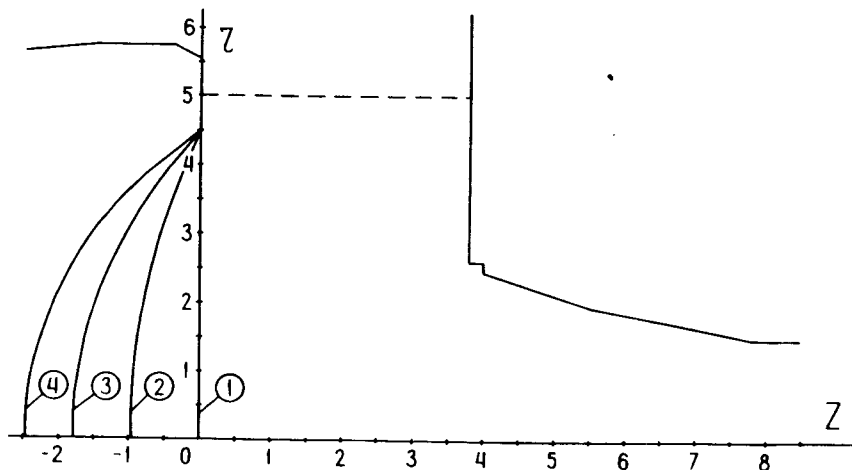


Рис. 4. Формы поверхности катода для исследования условий возникновения виртуального катода /размеры даны в см/. 1. $R_{кр.} = 400$ м, 2. $R_{кр.} = 10,8$ см, 3. $R_{кр.} = 6,4$ см, 4. $R_{кр.} = 5,2$ см.

ность катода была конической, с образующей, касательной к сферической поверхности на ее краю. Остальная /неизменная/, не эмиттирующая часть контура поверхности катода видна на рис. 4. Минимальное расстояние от постоянного анода до катода $L = 3,8$ см оставалось неизменным. Неизменны также были полный ток /200А/ и анодное напряжение /290 кВ/.

На рис. 5 представлены распределения по радиусу напряженности электрического поля и потенциала на поверхности катодов, удаленных на 0,01 см от соответствующих эмиттеров катодов в четырех случаях, указанных на рис. 4. Уже при $R_{кр.} = 5,2$ см вблизи оси симметрии на катоде напряженность поля очень близка к нулю. Рис. 5 обнаруживает также серьезную неоднородность вытягивающего поля даже при $R_{кр.} \sim 10$ см. Возможно, что измеренное экспериментально $J.E. Voers$ ^{/8/} возрастание плотности тока в пушке на краю потока, зафиксированное в непосредственной близости от эмиттирующей поверхности катода, является следствием эффекта неоднородности вытягивающего поля на катоде.

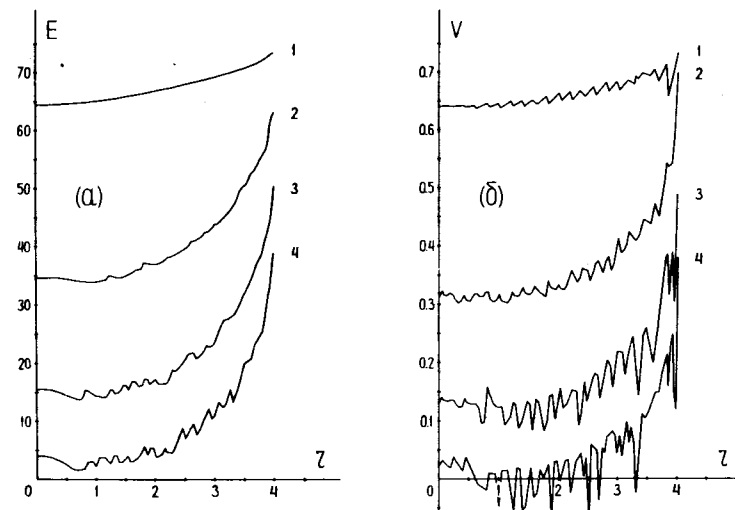


Рис. 5. Распределение напряженности электрического поля /а/ и потенциала /б/ на поверхности эмиттера. /r в см, E в кВ/см и V в кВ/. 1. $\xi = 1,141$, 2. $\xi = 1,867$, 3. $\xi = 3,433$, 4. $\xi = 24,882$.

Задача получить максимальные значения компрессии потока нами не ставилась, однако после того, как конфигурация электродов пушки, изображенная на рис. 1, была получена, мы рассчитали, до какого минимального значения можно уменьшить диаметр пучка, увеличивая напряженность поля фокусирующего соленоида при остальных номинальных параметрах. Оказалось, что при $H_{ф \max} = 1045,5$ Э /вместо номинальных 348,5 Э/ диаметр пучка в точке $z = 25,3$ см составил 0,29 см. Следует отметить, что после сужения пучка распределение плотности тока по радиусу резко становится неоднородным.

Литература

1. В.Д.Ананьев и др. ОИЯИ, 13-4392, Дубна, 1969.
2. И.М.Матора, Л.А.Меркулов, И.И.Шелонцев. ОИЯИ, Р9-5268, Дубна, 1970.
3. Ю.П.Вахрушин и др. ОИЯИ, Р9-5714, Дубна, 1971.
4. J.S.Hornsby. CERN, 63-7.

5. R. W. Allison, J. W. Beal, W. L. Everette, J. R. Guggemos, W. A. S. Lamb, R. M. Richter, W. A. Sherwood, R. L. Spoerlein, J. Tanabe, R. E. Wright, and E. Zajec. *IEEE Trans. on Nucl. Science*, vol. NS-16, No. 3, p. 1055, 1969.
6. О. С. Богданов и др. НИИЭФА, А-0237, Л., 1975.
7. G. R. Brewer. *Patent USA*, 3,139,552, June, 30, 1964.
8. J. E. Boers. *IEEE Trans. on Electron Devices*, vol. ED-12, No. 7, pp. 425-435, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 января 1976 года.