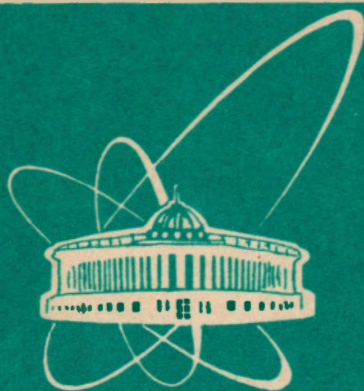


93-272



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P9-93-272

Л.М.Онищенко

ПАРАМЕТРЫ ФАЗОТРОНА,
ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОСТОЯНСТВО
РАВНОВЕСНОЙ ФАЗЫ
В ПРОЦЕССЕ УСКОРЕНИЯ

Направлено в «Журнал экспериментальной и теоретической физики»

1993

Магнитное поле фазотрона в средней плоскости в цилиндрической системе координат r, ν, z описывается функцией

$$B_z(r, \nu) = B(r) \left[1 + \varepsilon(r) \sin\left(\frac{r}{\lambda} - N\nu\right) \right], \quad (1)$$

где $B(r)$ - среднее значение магнитного поля,

$\varepsilon(r)$ - глубина вариации магнитного поля,

N - число спиралей, $2\pi\lambda$ - радиальный шаг структуры.

$B(r)$ должно быть растущей функцией радиуса, чтобы обеспечить сокращение диапазона изменения частоты ω_{rf} ускоряющего напряжения. С точки зрения продольного движения, на зависимость $B(r)$ не накладывается никаких ограничений, если предположить, что может быть реализована любая зависимость $\omega_{rf}(t)$.

Действительно, фазовые колебания описываются системой уравнений^{1/1}

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\Delta E}{\omega_s} \right] = \frac{eV}{2\pi} (\cos\varphi - \cos\varphi_s) \cos\varphi_s - \frac{2\pi E_s}{eV K \omega_s^2} \frac{d\omega_{rf}}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_s K \frac{\Delta E}{E_s}, \quad K = - \frac{E_s}{\omega_s} \left[\frac{\partial \omega}{\partial E} \right]_s,$$

где E_s , ω_s и φ_s - энергия, частота обращения и фаза синхронной частицы, ΔE и φ - отклонение энергии от синхронной и фаза неравновесной частицы, eV - максимальный набор энергии за оборот.

Траекторией частиц, испытывающих устойчивые колебания, является замкнутая кривая на фазовой плоскости, уравнение этой кривой

$$\left[\frac{2\pi K}{eV E_s} \right]^{1/2} \Delta E = \pm \left[2(C + \sin\varphi - \varphi \cos\varphi_s) \right]^{1/2}. \quad (3)$$

При медленном изменении параметров движения E_s , ω_s , K , eV площадь, охватываемая фазовой траекторией, является инвариантом движения

$$\int \frac{\Delta E}{\omega_s} d\varphi = \left[\frac{eV E_s}{2\pi K \omega_s^2} \right]^{1/2} \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \left[2(C + \sin\varphi - \varphi \cos\varphi_s) \right]^{1/2} d\varphi = \text{Const.} \quad (4)$$

Если мы хотим, чтобы при постоянном ускоряющем напряжении равновесная фаза оставалась постоянной - а именно такой режим обеспечивает максимальную интенсивность ускоренного пучка - то из (4) находим, что K должно изменяться пропорционально E_s/ω_s^2 , или

$$K = K_0 \left[\frac{E_s}{E_0} \right] \left[\frac{\omega_0}{\omega_s} \right]^2. \quad (5)$$

Здесь и далее индекс "0" относится к началу ускорения. Авторы работы^{2/} определяли магнитное поле, обеспечивающее выполнение этого условия, решая на ЭВМ дифференциальное уравнение, связывающее K с законом изменения $B(r)$

$$K = - \frac{E_s}{\omega_s} \left[\frac{\partial \omega}{\partial E} \right]_s = 1 - \frac{n}{n+1} \frac{\gamma_s^2}{\gamma_s^2 - 1}, \quad (6)$$

где $\gamma_s = \frac{E_s}{E_0}$, $n = \frac{R}{E} \frac{\partial B}{\partial R}$ - показатель изменения магнитного поля.

Однако эта задача допускает и аналитическое решение. Действительно, из (5) и (6) получаем дифференциальное уравнение

$$- \frac{E_s}{\omega_s} \left[\frac{d\omega}{dE} \right]_s = K_0 \frac{E_s}{E_0} \left[\frac{\omega_0}{\omega_s} \right]^2, \quad (7)$$

из которого можем найти зависимость частоты обращения синхронной частицы ω_s и фактора автофазировки K от энергии

$$\omega_s = \omega_0 [1 - 2K_0(\gamma_s - 1)]^{1/2}, \quad (8)$$

$$K = \frac{K_0 \gamma_s}{1 - 2K_0(\gamma_s - 1)}. \quad (9)$$

Если теперь воспользоваться зависимостью частоты обращения от магнитного поля

$$\omega = \frac{ec^2 B}{E}, \quad (10),$$

то можно определить также зависимость от энергии магнитного поля

$$\frac{B}{E_0} = \gamma_s [1 - 2K_0(\gamma_s - 1)]^{1/2} = \left[\frac{K_0}{K} \right]^{1/2} \gamma_s^{3/2} \quad (11)$$

и показателя его роста "n"

$$n = \frac{(\gamma^2 - 1)(1 + 2K_0 - 3K_0\gamma)}{1 + 2K_0 - 3K_0\gamma + K_0\gamma^2} = \frac{(\gamma^2 - 1)(1 - K)}{1 + K(\gamma^2 - 1)} \quad (12)$$

Вместе с тождеством $E^2 = E_0^2 + (e\epsilon BR)^2$ уравнение (11) определяет в параметрической форме зависимость от радиуса магнитного поля, обеспечивающую выполнение условия (5).

Выражение для зависимости радиуса от энергии можно записать в явной форме

$$R = \frac{E_0}{e\epsilon B_0} \frac{1}{\gamma} \left[\frac{\gamma^2 - 1}{1 - 2K_0(\gamma - 1)} \right]^{1/2} = \frac{E_0}{e\epsilon B} (\gamma^2 - 1)^{1/2} \quad (13)$$

Чтобы найти соответствующую зависимость частоты ускоряющего напряжения от времени $\omega_{rf}(t) = \omega_s(t)$, продифференцируем по времени (3), подставив

$$\frac{dE_s}{dt} = \omega_s \frac{eV \cos \varphi_s}{2\pi} \quad (14)$$

Тогда найдем для $\omega_{rf}(t)$

$$\omega_{rf}(t) = \omega_0 \left[1 - \frac{K_0 eV \cos \varphi_s}{2\pi E_0} \omega_0 t \right] \quad (15)$$

$$\text{и} \quad \frac{d\omega_{rf}}{dt} = - \frac{K_0 eV \cos \varphi_s}{2\pi E_0} \omega_0^2 \quad (16)$$

При этом энергия в зависимости от времени будет меняться как

$$W = E - E_0 = eV \cos \varphi_s \left[1 - \frac{K_0 eV \cos \varphi_s}{2E_0} f_0 t \right] f_0 t, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad (17)$$

Если задаться начальным и конечным значениями магнитного поля $B_0 = 1.19$ Тл и $B_K = 1.62$ Тл и конечным значением энергии $W_K = 680$ МэВ, то можно найти из (11) $K_0 = 0.258$ и зависимость $B(\gamma)$, а из (8), (9), (12), и (13) зависимости $\omega(\gamma)$, $K(\gamma)$, $n(\gamma)$ и $R(\gamma)$. Таким образом определится зависимость всех этих величин - B , K , ω и $W = E - E_0$ от радиуса.

Если теперь задаться величинами eV и $\cos \varphi_s$, то из (14) можно определить время ускорения до заданной энергии (радиуса). Численные значения этих величин для указанных начальных значений B_0 и K_0 приведены в табл. 1, а их зависимости от радиуса и от времени - на рис. 1, 2, 3. На рис. 1 показаны зависимости от радиуса расчетных значений магнитного поля B , показателя роста поля n и фактора автофазировки K . На этом же рисунке пунктиром показано

Таблица 1.

γ	1.0	1.05	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.72	1.8
W, МэВ	0	46.9	93.8	187.6	281.4	375.2	469.0	562.8	656.6	675.4	750
R, м	0	0,812	1.127	1.537	1.828	2.070	2.278	2.470	2.660	2.700	2.857
B, Гс	11902	12330	12720	13496	14199	14806	15454	15806	16151	16210	16377
K	.258	.278	.300	.346	.398	.457	.523	.599	.688	.707	.793
n	0	.072	.138	.250	.326	.362	.360	.323	.257	.241	.167
f, кГц	18175	17935	17670	17182	16682	16150	15626	15081	14503	14400	13900
t' , мкс	0	66	139	273	411	557	701	851	1010	1038	1176
t, мкс	0	176	371	728	1097	1487	1872	2273	2698	2733	3140

Время t' в табл.1 вычислено для $eV\cos\varphi_S = 2.5 \cdot 10^4 \cdot 0.4 = 4 \cdot 10^4$ эВ,
 t - для $eV\cos\varphi_S = 2.3 \cdot 10^4 \cdot 0.25 = 1.5 \cdot 10^4$ эВ

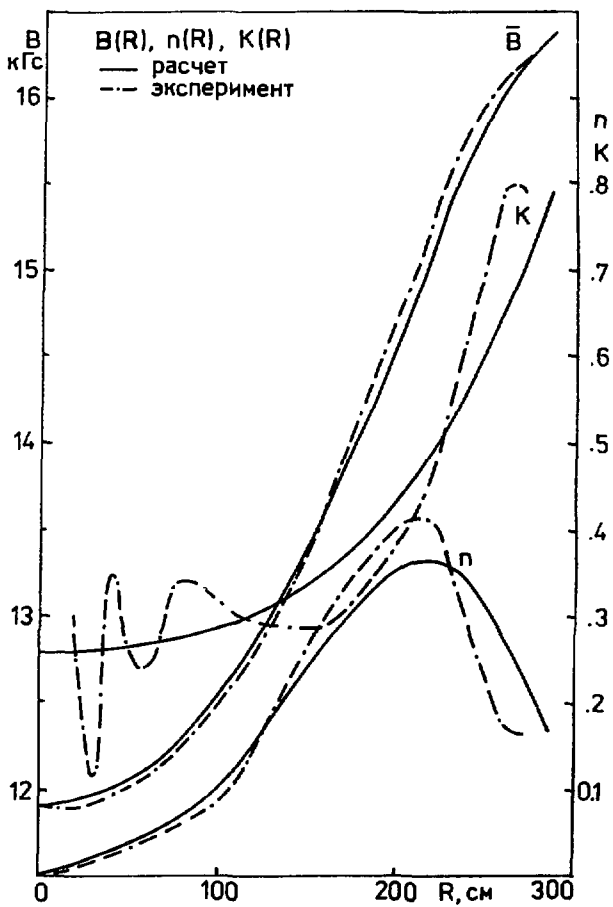


Рис. I

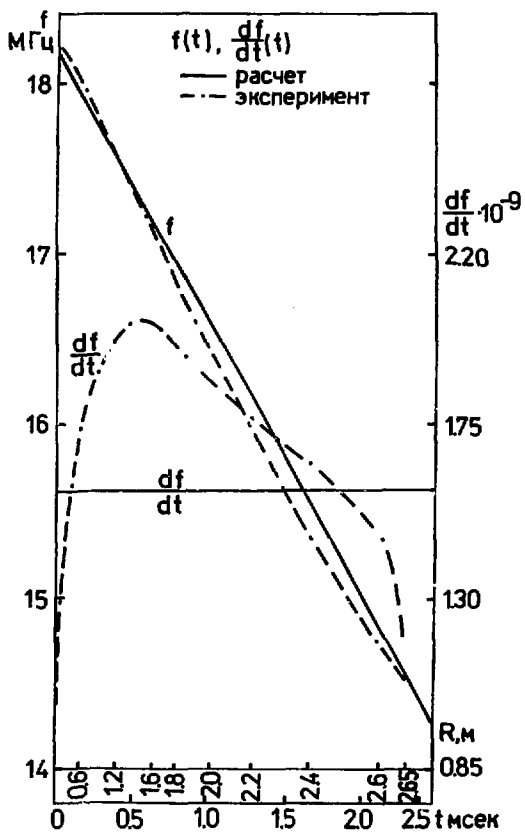


Рис. 2

реально сформированное магнитное поле и соответствующие ему зависимости n и K .

На рис.3 представлены зависимости от времени частоты ускоряющего напряжения и ее производной, сплошными линиями - расчетные, пунктиром - экспериментальные. При этом экспериментальные зависимости пересчитаны на время ускорения 2,3 мекс. Зависимости расчетного $\cos \varphi_g$ (константа = 0.25) и его "экспериментального" значения от радиуса представлены на рис.3. "Экспериментальные" значения $\cos \varphi_g$ определены из (2) для экспериментальных значений $K(R)$, $E_g(R)$, $f(t)$ и $\frac{df}{dt}(t)$. Здесь же (сплошная кривая) показана измеренная зависимость $\cos \varphi_g$ от радиуса R . Отклонение этой кривой от экспериментальной объясняется отличием ускоряющего напряжения от принятого в расчете.

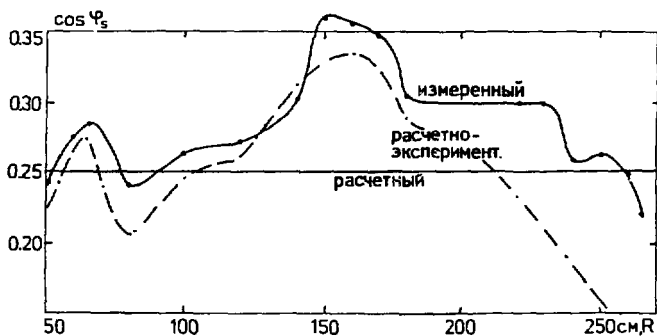


Рис.3

Закключение

Полученные в работе соотношения для определения параметров фазотрона, обеспечивающих постоянство равновесной фазы в процессе ускорения, позволяют легко найти нужные зависимости $B(R)$ и $f(t)$. Сравнение этих зависимостей с соответствующими реальными показывает, что, хотя интегральные характеристики (B и f) не сильно отличаются от расчетных, дифференциальные параметры n , K и $\frac{df}{dt}$ отклоняются от расчетных довольно заметно. Это приводит к сильному изменению равновесной фазы в процессе ускорения и,

возможно, к фазовым потерям в зоне радиусов 120÷200 см. Устранить эти потери можно только ценой уменьшения ускоряющего напряжения в начале ускорения, т.е. ценой снижения интенсивности, т.к. напряжение на частоте ~17 МГц, т.е. в зоне указанных радиусов равно максимально возможному с точки зрения электрической прочности, т.е. 50 кВ.

Автор благодарен профессору В.П.Дмитриевскому за полезные обсуждения и замечания.

Литература.

1. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Теория циклических ускорителей, стр.149 ФМ, Москва, 1962.
2. А.А.Глазов и др. Публ.ОИЯИ 9-3951, Дубна, 1968.
3. Л.М.Онищенко и др. Публ. ОИЯИ Р9-91-226, Дубна,1991.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июля 1993 года.