

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



Г-443

12/1-76

P9 - 9246

Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков

107/2-76

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЕЦ.

III. Численное моделирование.

Кольцо в резонаторе

1975

P9 - 9246

Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЕЦ.**

III. Численное моделирование.
Кольцо в резонаторе

Направлено в "Particle Accelerators"

Настоящая работа является продолжением предыдущих /2,3/.
Все обозначения совпадают с принятыми ранее. Ссылки на формулы работ /1,2/ имеют трехзначную нумерацию (I.n.m; II n.m).

§ I. Кольцо в резонаторе

В реальных экспериментальных установках релятивистский пучок сначала инжектируется в камеру, называемую резонатором, или адгезатором, или компрессором, в которой он сворачивается в кольцо, затем кольцо сжимается внешними полями до требуемого большого радиуса R_0 перед введением в ускоряющую систему. При достаточно малом начальном разбросе развитие неустойчивости может начаться уже во время инжекции, поэтому в качестве первого шага в изучении поведения кольца в реальных экспериментальных условиях необходимо рассмотреть неустойчивость кольца в резонаторе. Единственно известные авторам эксперименты, в которых измерялись конкретные параметры неустойчивости кольца в резонаторе - мощность излучения, времена развития неустойчивости, конечные разбросы по энергии в зависимости от числа частиц в пучке, начального разброса и номера гармоники, - описаны в /4,5/.

При дальнейшем рассмотрении мы будем ориентироваться на конкретные значения параметров эксперимента /4/ $\gamma_0 = 7.2$; $R_0 = 17$ см; (радиус инжекции); добротность камеры $Q = 10$; $n = 10^{II} - 7 \cdot 10^{I2}$. При этом параметр $\sqrt{\gamma/\gamma_0}$ менялся соответственно в пределах $6.3 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-2}$, т.е. данные результаты эксперимента можно сопоставлять

с расчетами в рамках цанной модели. Принципиально важной здесь является совершенно иная, гораздо более сложная зависимость импеданса Z_n от номера гармоники n , чем в случае свободного пространства (СП). На рис. 1 представлен заимствованный из /4/ качественный график зависимости $|Z_n/n|$ от n вместе с графиками $|Z_n/n|$ для кольца в СП и в пространстве между двумя бесконечными проводящими стенками (в эксперименте /4/ камера имеет форму цилиндра с высотой $h = 5$ см и радиусом $R_c = 22$ см). Видно, что основной эффект камеры состоит в сильном подавлении модуля импеданса при малых n ($n < 10$) по сравнению с СП и резком возрастании $|Z_n/n|$ для $n > 10$ при которых частоты полей возмущения кольца начинают совпадать с частотами собственных мод колебаний камеры, т.е. находиться в резонансе с ними. Для нас весьма важной является зависимость от n не только модуля импеданса, но и действительной и мнимой частей Z_n , которая не приведена в /4/. Импеданс пучка в камерах изучался в /6/ (для случая бесконечно длинной проводящей трубы) и в /7/ (для кольца в резонаторах), где были получены выражения для Z_n в виде сумм бесконечных рядов. Характерной особенностью этих выражений является сильное возрастание модуля действительной части импеданса в резонаторе (грубо говоря, пропорционально добротности камеры) и изменение знака Z_n'' в резонансе. При большой добротности резонансы очень узки и относительно хорошо разделены; при малой Q резонансы перекрываются, и для $|Z_n/n|$ мы наблюдаем картину, подобную приведенной на рис. 1. На рис. 2 приведены построенные графики рассчитанных с помощью ЭВМ ^{x/} функций Z_n'/nZ_0 ; Z_n''/nZ_0 ; $|Z_n/nZ_0|$ при $R_0 = 17$ см, $h = 5$ см, $R_c = 22$ см и значениях несколько формально введенной в программу добротности $Q = 10, 20$. Видно, что

^{x/} Авторы благодарны Н.Ю.Казаринову за представленную в их распоряжение программу для вычисления импеданса в резонаторе.

LONGITUDINAL COUPLING IMPEDANCE

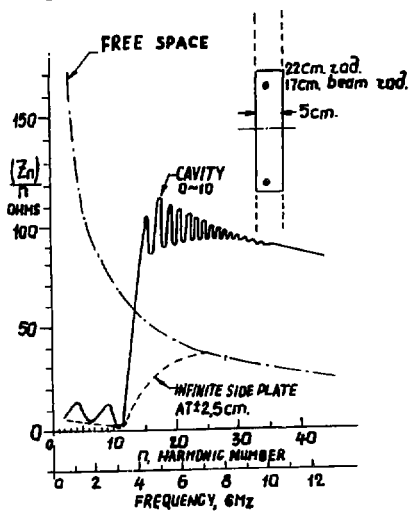


Рис 2

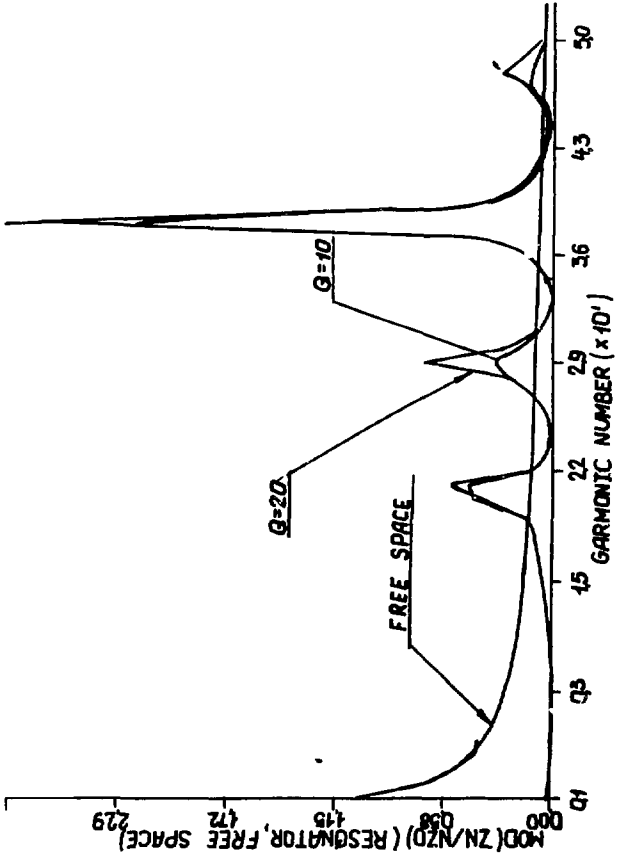


FIG. 2

при $n > 10$ имеются значительные расхождения $|z_n/n|$ с соответствующим графиком рис.1: резонансов мало и они сильно разделены. Расхождения, возможно, обусловлены тем, что камера в эксперименте^{/4/} имеет более сложную геометрию: в нее введены специальные "дыры" с целью искусственного снижения добротности. Тем не менее из рис.2 можно извлечь важную для нас информацию о поведении z_n' и z_n'' в окрестности резонансов и, в частности, о характерном изменении знака z_n'' .

Важными - и необъяснимыми теоретически с точки зрения авторов работы^{/4/} - результатами являются: 1) факт малого отклонения конечных энергетических разбросов ΔE от начальных ΔE_0 при варьировании числа частиц в пучке N в широких пределах ($10^{11} - 7 \cdot 10^{12}$) при $(\Delta E/E)_0 = 1\%, 2\%$; 2) полное прекращение излучения энергии кольцом после всплеска излучения в условиях, когда разброс еще меньше критического. При этом для больших N величины ΔE_0^{-1} существенно превышали ΔE^{-1}_{crit} , для вычисления которой авторы^{/4/} использовали формулу (14.1) с фактором h , где очевидно, N было равно номеру гармоники с максимальным значением $|z_n/n|$. Фактор h - "хроматизм" - учитывает относительное изменение частоты обращения с изменением ω ; его влияние сравнимо с эффектом, получающимся от замены формулы (14.1) на (14.7).

В рамках нашей модели и нашего понимания процесса развития неустойчивости можно попытаться объяснить вышеописанные результаты сильным подавлением неустойчивости за счет нелинейной перекачки энергии возбужденных гармоник ($n > 15$) в низшие (которые в случае $(\Delta E/E)_0 = 1\%, 2\%$ находятся под порогом неустойчивости), имея в виду найденное выше преимущественное направление перекачки в сторону меньших n

(в случае $(\Delta E / E)_0 = 0.1\%$ пучок в эксперименте ^{14/} эволюционировал до разброса $\sim 6\%$ при $N = 7 \cdot 10^{12}$ в соответствии с теоретическими предсказаниями). С этой целью мы рассмотрели модель, в которой учитывается по-прежнему 10 гармоник, а зависимость $\lambda(n)$ показана на рис. 3. Этот модельный импеданс сконструирован путем комбинации результатов описанных выше численных расчетов для λ_n и общего представления о поведении $|\lambda_n / n|$ в эксперименте. Рассматривался режим с превышением начального разброса над критическим для 8-й гармоники в 2 раза. При этом использовались формулы (1.4.6-7) для инкрементов и порогов. Тогда, например, 9-я гармоника должна нарастать с инкрементом, значительно меньшим, чем 7-я (за счет $\lambda_n'' > 0$), хотя у них весьма близкие значения $|\lambda_n|$, что подтвердил численный эксперимент. Первые гармоники являются затухающими в линейном приближении.

Отметим, что эту модель можно реализовать на эксперименте, если так подобрать параметры, что первый резонанс будет находиться при $n = 8$, а остальные — значительно дальше, но при этом гармоники с $n > 10$ будут некогерентны.

Результаты соответствующего численного эксперимента представлены на рис. 4.

Рис. 4а показывает изменение $|\lambda_n|$ со временем для $n = 1, 2, 7, 8, 9, 10$. Картина близка к описанной в части II данной работы с точностью до замены низших гармоник высшими и наоборот. По достижении определенного уровня энергии наиболее неустойчивые гармоники начинают закрываться, но при этом за счет нелинейных процессов происходит интенсивная перекачка энергии в устойчивые гармоники, сопровождающаяся их резким ростом. Отметим, что опять наиболее интенсивная перекачка идет в 1-ю гармонику; начало резкого роста младших

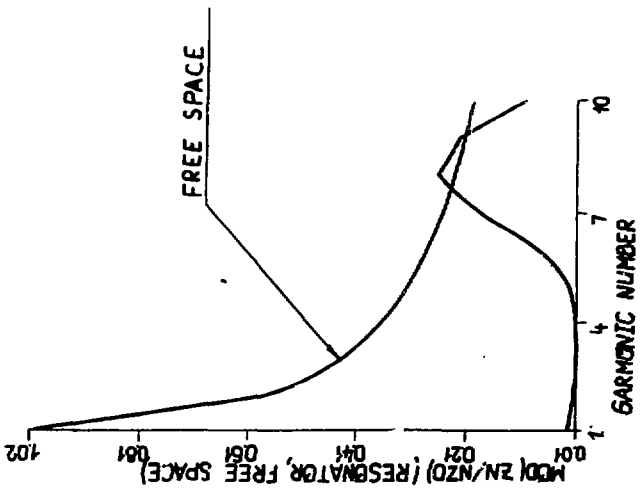


FIG. 3a

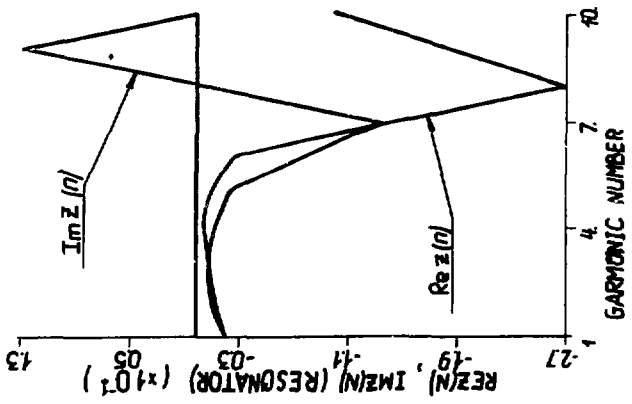


FIG. 3b

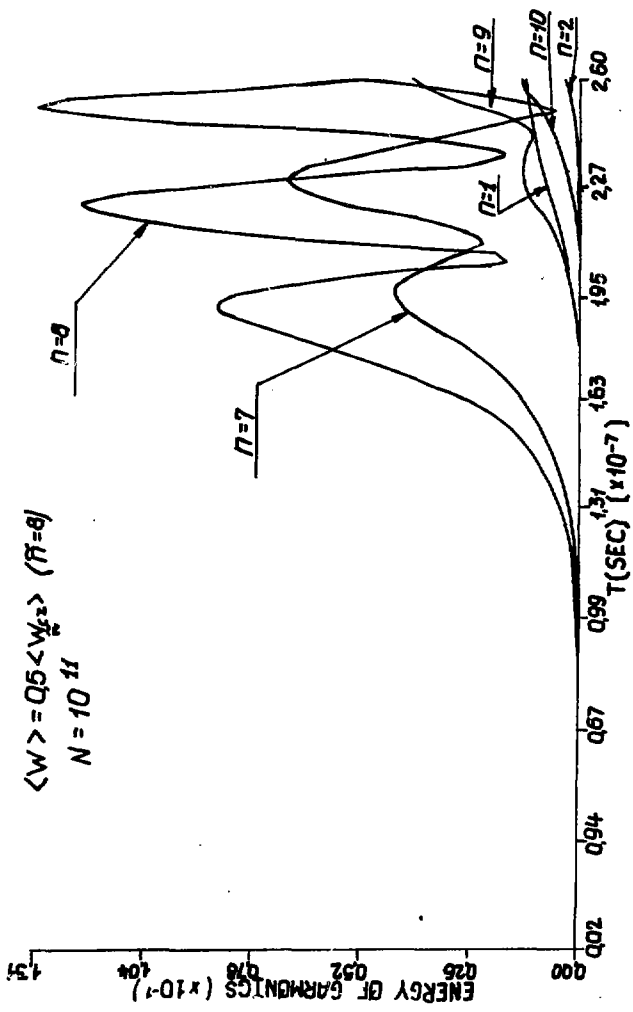


FIG. 4B.

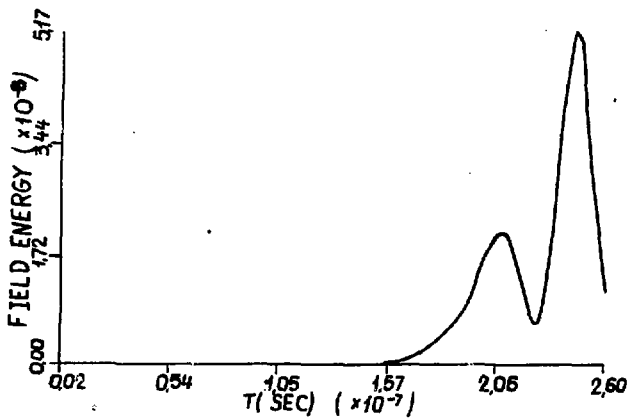
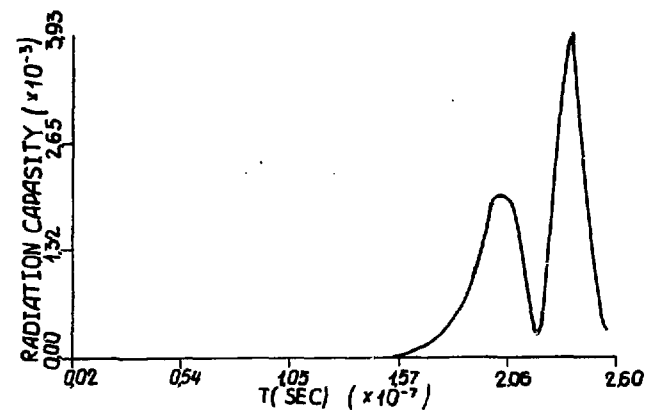


FIG. 4B-C

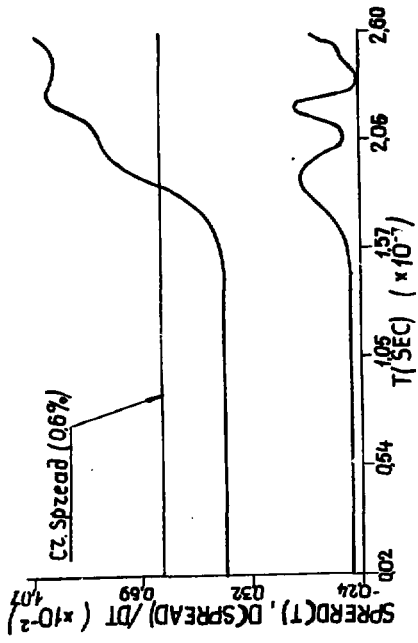
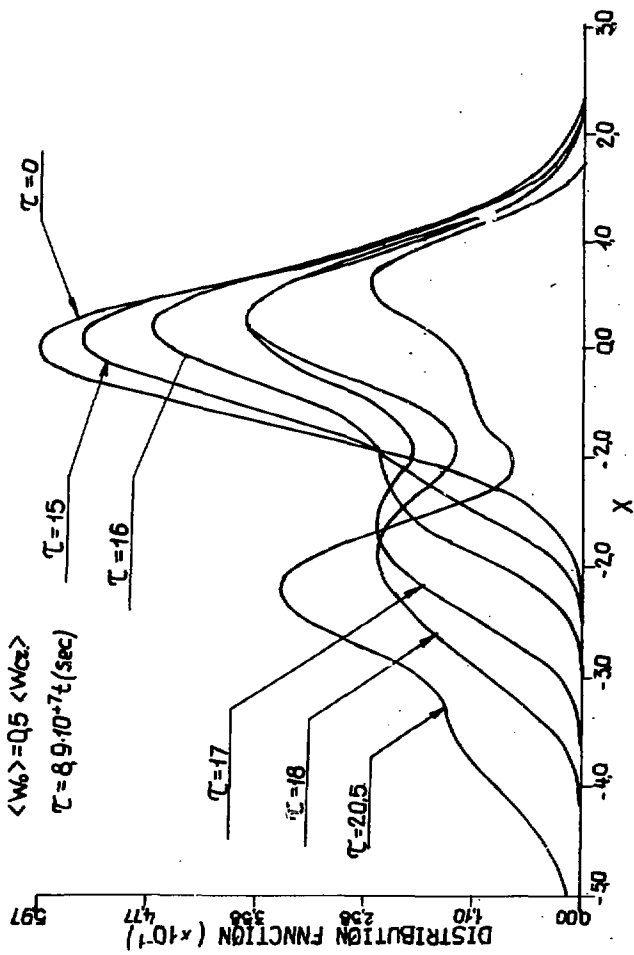


FIG. 4D



PMС. 4е

гармоник сдвигается по времени с ростом n . Быстрый рост амплитуды поля E , мощности излучения и соответственно уширение кольца начинается при $\tau = 14$ ($\tilde{n} = 8$). После нескольких колебаний поле E (с максимумом амплитуды, в 20 раз меньшим, чем дает (14.10)) уменьшается на порядок при $\tau = 21$; соответственно снижается мощность излучения, т.е. кольцо, "сбросив" часть энергии, излучает гораздо меньше. Конечный разброс в два с лишним раза превышает начальный и в 1.22 раза - критический. Полученные результаты уже имеет смысл сравнивать с данными эксперимента. Мощность излучения ведет себя во времени весьма сходным образом: почти полное прекращение излучения после сильного всплеска. Наибольшее согласие получается для $N = 10^{11}$: время протекания процесса $t = 2.4 \cdot 10^{-7}$ с достаточно близко к максимальному времени $t_{max} < 10^{-6}$ с, измеряемому в эксперименте, конечный разброс 1,1% при начальном 0,5% согласуется несколько хуже с измеренным экспериментально, равным 0,75%. Тем не менее, если иметь в виду грубость сделанных приближений (модельный вид импеданса, пренебрежение влиянием некогерентных гармоник), то согласие может представляться вполне удовлетворительным.

Ясно, однако, что если теперь перейти к "неинвариантной" нормировке (см. ч. II), зафиксировать начальный разброс (например, 1%) и увеличить число частиц в кольце, то при этом будет соответственно увеличиваться $\langle x_{ct} \rangle$, отношение $\langle x \rangle / \langle x_{ct} \rangle$ и процесс будет идти аналогично описанному выше, т.е. разброс будет эволюционировать, как минимум, до критического, что уже не соответствует факту слабой зависимости конечного разброса от критического при $(\Delta E/E)_0 > 0.5\%$ в эксперименте /4/. Мы предлагаем следующее качественное объяснение этого явления. Вспомним, что при переходе через резонанс мнимая часть импеданса меняет знак. В области $Z_{\omega} > 0$ в соответствии с формулами (14.7-8) сильно уменьшается инкремент и соответственно порог неустойчивости.

При излучении кольцо теряет энергию, и соответственно уменьшается его средний радиус. А форма кривой — зависимости $\zeta(n)$ и расположение резонансов очень чувствительны к величине среднего радиуса кольца. На рис. 5 приведены построенные с помощью описанной выше программы графики зависимости $\left| \frac{z_n}{n^2} \right|$, $\frac{z_n'}{n^2}$ и $\frac{z_n''}{n^2}$ при $R_0 = 17$ см и $R = 16,6$ см. Радиус 16,6 см соответствует потере энергии кольцом всего на 2,5% (при $R_0 = 17$ см). Из рис.5 видно, что резонансы сместились в сторону меньших n , а на 38-й гармонике инкремент уменьшился в соответствии с (1.4.6) в 40 раз!

То есть 38-я гармоника заведомо оказалась в устойчивой области при не слишком сильном превышении разброса над критическим. Зато соответственно увеличились инкременты для $n > 38$. Резонанс на $n = 38$ "сдвинулся" сильнее, чем на $n = 21$. При таком "движении" резонансов происходит срыв неустойчивости возбужденных гармоник и может возникнуть эффективная стабилизация неустойчивости, приводящая к значительному увеличению времени ее развития. Описанный эффект несколько напоминает явление квазилинейной релаксации.

Таким образом, возникает самосогласованная задача поведения неустойчивого пучка в камере и импеданса, которая еще ждет своего решения.

Основные выводы проведенного рассмотрения таковы: численное исследование неустойчивости РЭК в резонаторе в модели тонкого кольца приводит в ряде случаев к результатам, разумным образом согласующимся с экспериментом; более полное согласие можно получить, если учесть большее число гармоник (в частности, некогерентных) и эффект "движения резонансов".

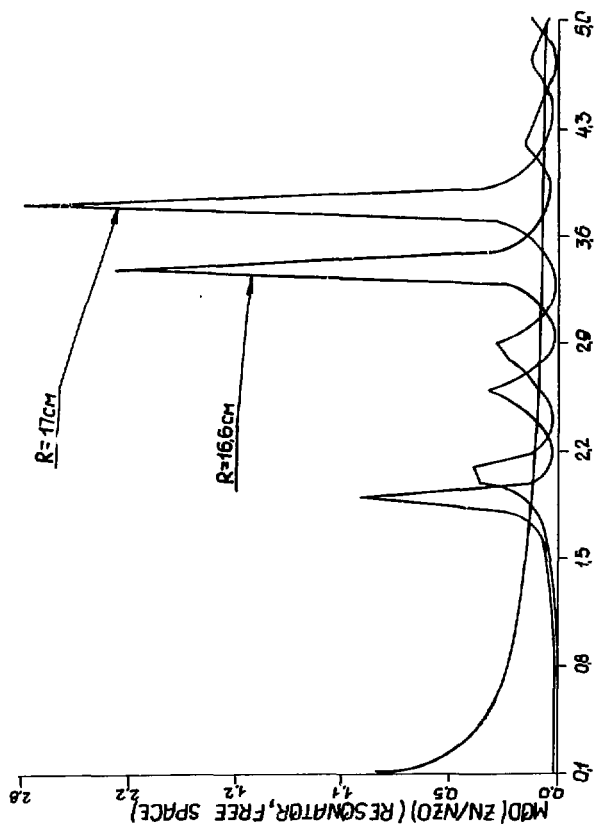


Рис. 5а

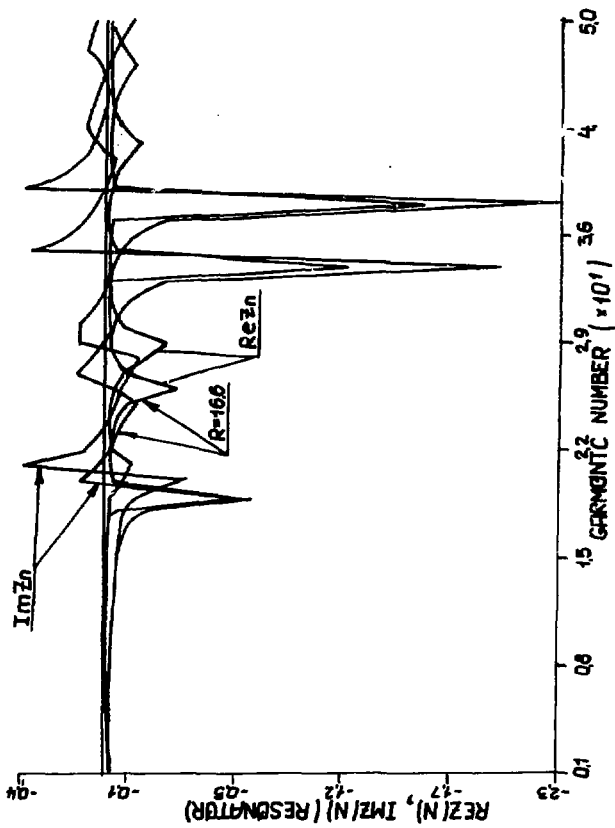


Рис. 5B

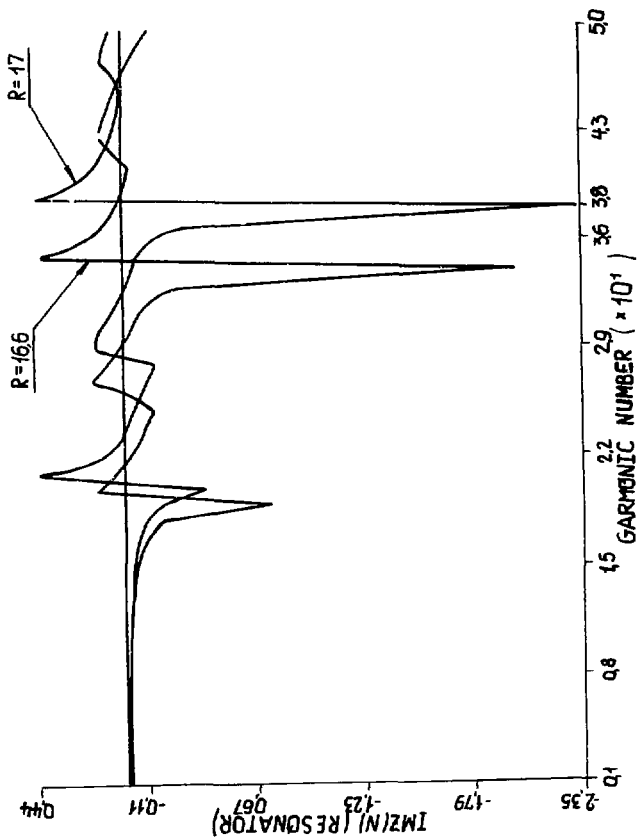


FIG. 5c

Авторы искренне признательны Ю.А.Алексахику, Н.Ю.Казаринову и Э.А.Перельштейну за ценные обсуждения, Е.П.Щидкову и М.Г.Мещерякову за поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, Р9-9244, Дубна, 1975.
2. Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, Р9-9245, Дубна, 1975.
3. P.G.Schinov et al. Plasma Phys., 15, 211, 1973.
4. A.Faltens et al. Int. Conf. on Acceler. of charged part. Stanford, 1973.
5. U.Schumacher et al. Report on IV All Union National Conference on particle accelerators, Moscow, 1974.
6. А.Г.Бонч-Осмоловский, Э.А.Перельштейн. Изв. ВУЗов, радиофизика, XIII, 1081, 1089, 1970.
7. Ю.И.Алексахин, И.Д.Коренев, П.А.Юдин. ОИЯИ, Р9-7065, Дубна, 1973.
Ю.И.Алексахин, В.П.Саранцев. ОИЯИ, Р9-7357, Дубна, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 октября 1975 года.