

СЗУСА

A-465

439/2-76

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



9/II-76

P9 - 9215

В.С.Александров, Ю.И.Алексахин, Н.Ю.Казаринов,
В.Г.Новиков, Э.А.Перельштейн, Б.Г.Щинов

РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ АДГЕЗАТОРА
С ТОНКОСТЕННОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ КАМЕРОЙ

Часть II

1975

Р9 - 9215

В.С.Александров, Ю.И.Алексахин, Н.Ю.Казаринов,
В.Г.Новиков, Э.А.Перельштейн, Б.Г.Шинов

РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ АДГЕЗАТОРА
С ТОНКОСТЕННОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ КАМЕРОЙ

Часть II

При формировании интенсивных электронных колец $/N_e \geq 10^{13}/$ в узкой металлической камере собственные и отраженные камерой электрические и магнитные поля кольца существенно влияют на динамику сжатия.

В этой части рассматриваются эффекты пространственного заряда пучка: изменение магнитного поля и его показателя спада, влияние на пучок токов в стенках камеры, возникающих при инжекции, экранирование электрического поля кольца.

С учетом этих и обсуждаемых в ^{/1/} эффектов дается алгоритм выбора магнитной системы адгезатора УТИ.

Обозначения части II соответствуют введенным в ^{/1/}.

§1. Вычисление собственных полей электронного кольца

Влияние пространственного заряда пучка сводится, в основном, к двум эффектам - расталкиванию по большому радиусу кольца, для компенсации которого необходимо увеличение напряженности внешнего магнитного поля, и сдвигу частот бетатронных колебаний.

Выражения для полей пучка эллиптического сечения в свободном пространстве даны в работе ^{/2/} подстановка их в уравнения ^{/1,9/}^{/1/}, дает

$$V_z^e = - \frac{mc^2}{e} \cdot \frac{\beta\gamma}{r_0} (1 + \xi),$$

$$r_0 \left[\beta\gamma \left(1 + \frac{\nu}{\gamma} (2L_\theta - 3) \right) + \frac{e}{mc^2} A_\theta^e \right] = \frac{M_\theta}{mc}, \quad /1/$$

$$\nu_z^2 = n(1 + \xi) - \frac{4\nu}{\beta^2 \gamma^3} \cdot \frac{r_0^2}{a_z(a_z + a_r)} - \frac{\nu}{\gamma} (L_\theta - 1),$$

$$\nu_r^2 = (1 - n)(1 + \xi) - \frac{4\nu}{\beta^2 \gamma^3} \cdot \frac{r_0^2}{a_r(a_r + a_z)} - \frac{\nu}{\gamma} L_0,$$

$$\text{где } L_0 = \ln \frac{16r_0}{a_r + a_z}, \quad \xi = \frac{\nu}{\gamma} \cdot \frac{1 + \beta^2}{2} (L_0 - \frac{1}{2}).$$

Присутствие экранов заметно искажает поля кольца, и, в особенности, их градиенты. Для пучка, покоящегося между двумя проводящими плоскостями /расстояние между которыми $d \ll \pi r_0$ /, сдвиг бетатронных частот за счет экранировки электрического поля равен $1/3 \Delta \nu_z^2 \approx$

$$\approx -\Delta \nu_r^2 \approx -\frac{\nu}{3\gamma} \left(\frac{\pi r_0}{d} \right)^2 \text{ и для реальных параметров дости-}$$

гает величины порядка единицы. Дефокусирующее влияние стенок камеры уменьшается за счет магнитного поля токов, наведенных при инжекции, и вихревых токов в стенках, возникающих при сжатии кольца.

Градиенты поля этих токов в случае конечной проводимости стенок в $\rho = \frac{\kappa^2}{1 + \kappa^2} \left(\kappa = \frac{2\pi\sigma h}{c} \beta_r \right)$ раз мень-

ше, чем для идеально проводящих экранов $1/3$ *, и при $\kappa \gg 1$ отраженные поля можно не учитывать. Последнее требование, однако, противоречит условию прозрачности камеры для внешних полей $1/17$ $1/1$.

Для нахождения экранированных магнитных полей кольца использовался тот же метод, что и в задаче о проникновении внешних магнитных полей в камеру. Коэффициенты a_i^c на каждом шаге по времени определяются как

$$a_i(t_n) = e^{-\frac{\Delta t_n}{\tau_i}} \left[a_i(t_{n-1}) + \frac{1}{\tau_i} \int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{\frac{t' - t_{n-1}}{\tau_i}} a_i^0(r_0(t')) dt' \right], \quad /2/$$

n - номер шага, $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$. При вычислении ин-

*Для кольца, движущегося с переменной скоростью β_r , будет такое же уменьшение градиентов, если β_r меняется мало за время $\frac{d}{c\beta_r}$.

теграла в /2/ используется параболическая интерполяция $a_i^0(r_0(t'))$ по значениям $a_i^0(r_0(t_{n-1}))$, $\frac{da_i^0}{dt} \Big|_{r_0=r_0(t_{n-1})}$, $a_i^0(r_0(t_n))$. Значение $a_i^0(t_{in}) = 0$, т.к. время инжекции кольца ≈ 10 нс и поля, возникающие при инжекции, не успевают проникать через камеру, т.е. $A_{\theta}^0 \Big|_{t=t_{in}} = 0$.

Электрические отраженные поля и их производные в медианной плоскости выражаются через плотность наведенных на стенках зарядов $\rho(\ell)$:

$$F^{ind}(r) = 2 \int_L G_F(r, \ell) \rho(\ell) d\ell, \quad /3/$$

где

$$G_{E_r}(r, z, r', z') = \frac{k}{r} \sqrt{\frac{r'}{r}} \left[K - \frac{1 - \frac{k^2}{2} \left(1 + \frac{r}{r'}\right)}{1 - k^2} E \right],$$

$$G_{\frac{\partial E_z}{\partial z}} = \frac{k^3}{2r\sqrt{rr'}(1-k^2)} \left\{ E + \frac{k^2(z-z')^2}{4rr'} \left[K - 4 \frac{1 - \frac{k^2}{2}}{1 - k^2} E \right] \right\},$$

$$G_{\frac{\partial E_r}{\partial r}} = - \left(G_{\frac{\partial E_z}{\partial z}} + \frac{1}{r} G_{E_r} \right).$$

Плотность наведенных зарядов определяется из уравнения

$$\phi_0(\ell) = - \int_L G_{\phi}^+(\ell, \ell') \rho(\ell') d\ell', \quad /4/$$

где

$$G_{\phi}^+(\ell, \ell') = G_{\phi}(r, z, r', z') + G_{\phi}(r, z, r', -z')$$

точки $r, z; r', z'$ находятся на L , $G_{\phi} = 2k \sqrt{\frac{r'}{r}} K(k)$

$$\phi_0(r, z) = \frac{mc^2}{e} \nu G_{\phi}(r, z, r_0, 0). \quad \text{Решение уравнения}$$

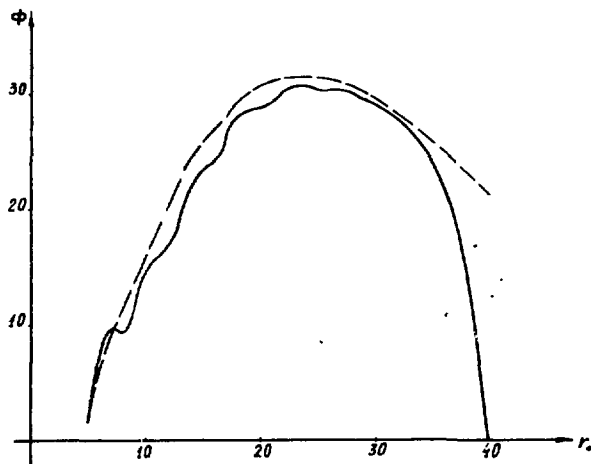


Рис. 1. График функции $\Phi(r_0)$.

/4/ можно найти, используя собственные функции ядра G_{Φ}^* или прямо, численно решая систему линейных уравнений, являющихся дискретным аналогом /4/.

Так как в уравнения /2,9/ входят значения поля и его градиента только на равновесных радиусах r_0 , эти функции могут быть затабулированы и использоваться в расчетах произвольного варианта сжатия. На рис. 1

приведены графики для величины $\Phi(r_0) = r_0^2 \frac{e}{mc^2 \nu} \cdot \frac{\partial E_z^{inu}}{\partial z}$,

полученные для реальной камеры численно и /пунктиром/ по приближенной формуле:

$$\Phi(r_0) = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi r_0}{d} \cdot \frac{2}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^2 \cdot \left[1 - \frac{5}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \right]. \quad /5/$$

Здесь d - апертура камеры и α - угол между касательными к стенкам камеры плоскостями на радиусе r_0 . Поправка к частоте аксиальных бетатронных колебаний

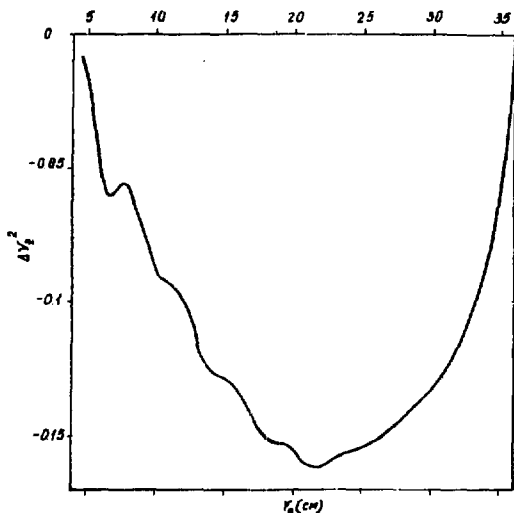


Рис. 2. Поправка к квадрату частоты ν_z^2 , связанная с экранировкой полей кольца / $N_e = 3.10^{13}$, $\gamma_{in} = 5/$.

$$(\Delta \nu_z^2)^{ind} = - \frac{e}{m \gamma \omega_0^2} \left(\frac{\partial E_z^{ind}}{\partial z} - \beta \frac{\partial B_r^{ind}}{\partial z} \right),$$

для реальной траектории сжатия при значениях параметров $N_e = 3.10^{13}$, $\gamma_{in} = 5$, представлена на рис. 2.

§2. Выбор магнитной системы

Мы исходили из требования $0,07 < \nu_z(t) < 0,5$ для всех допустимых наборов параметров кольца. Эти условия будут выполнены, если при фиксированном γ_{in} и вариации числа частиц в кольце величина показателя спада $n(r_0)$ лежит в коридоре $n_{min}(r_0) < n < n_{max}(r_0)$.

Нижняя граница $n_{min}(r_0)$ определяется из равенства $\nu_z = 7.10^{-2}$ для пучка с наибольшим числом частиц, а верхняя $n_{max}(r_0)$ соответствует $\nu_z = \frac{1}{2}$ для пучка

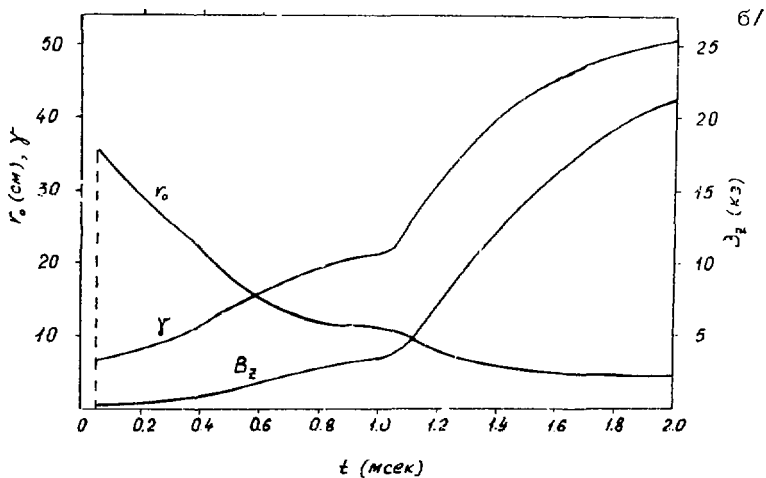
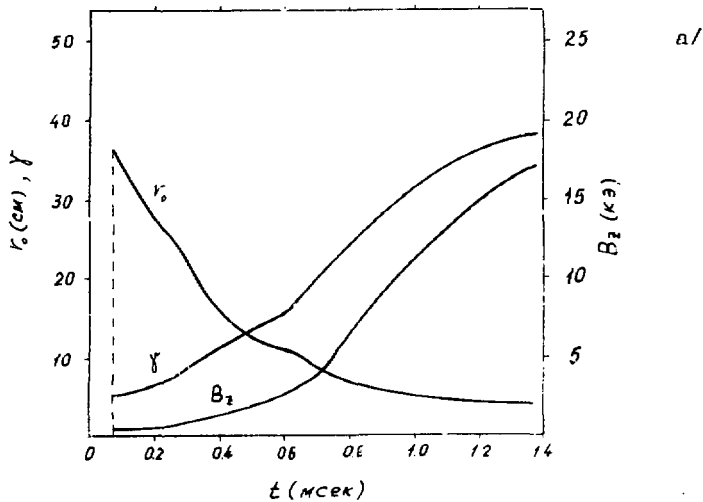


Рис. 3. Графики $r_0(t)$, $\gamma(t)$, $B_z(t)$. а/ $\gamma_{in} = 5$, $N_e = 2.10^{13}$, б/ $\gamma_{in} = 7$, $N_e = 3.10^{13}$.

с наименьшим числом частиц. В зависимости от энергии инжектируемых электронов рассматривались следующие диапазоны параметров:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{in} &= 7, & N_e &= 3 \div 5 \cdot 10^{13} \\ \gamma_{in} &= 5,6, & N_e &= (2 \div 3) \cdot 10^{13} \\ \gamma_{in} &= 4, & N_e &= (1 \div 2) \cdot 10^{13} \end{aligned} \right\} \frac{\Delta \gamma}{\gamma} = 3 \div 5 \%$$

$$I_z = 7 \cdot 10^{-2}.$$

Первоначальный выбор геометрии ступеней сжатия производился по упрощенной схеме без учета искажения ведущего магнитного поля камерой и индуктивной связи между катушками. Сдвиг бетатронных частот вводился согласно приближенной формуле

$$(\Delta \nu_z^2)^{ind} \approx -(\Delta \nu_r^2)^{ind} = -\frac{\nu}{\gamma} \Phi(r_0) (1 - \beta^2 p).$$

Поскольку ступени сжатия включаются последовательно, удобно выбирать параметры последующей ступени при фиксированных предыдущих так, чтобы $n(r_0)$ попадали в коридор в максимально широком интервале радиусов.

Считая величину тока в i -ой ступени заданной и меняя R_i и Z_i , находим вариант, при котором $n(r_0)$ лежит в коридоре до наименьшего значения - радиуса перехвата $i+1$ -ой ступени. Область изменения R_i и Z_i выбирается с учетом дополнительного условия равенства фаз поля и его производной в металлической камере вблизи радиусов перехвата, что гарантирует малость отклонения показателя слона $n(r_0)$ от показателя слона в свободном пространстве $n^{CB}(r_0)$.

Поскольку при выбранной нами рабочей частоте магнитное поле кольца экранируется слабо ($p \ll 1$), выбранная таким образом система будет пригодна и для керамической камеры с тонким металлическим покрытием, практически не искажающей внешние и собственные магнитные поля, но экранирующей электрические.

Для того чтобы в реальной системе n -траектория мало отличалась от приближенной, времена включения

ступеней берутся равными $t_i = t_{i0} - \frac{\phi_B}{\Omega_i}$, где t_{i0} - время, соответствующее радиусу перехвата i -ой ступени в свободном пространстве, а ϕ_B - значение фазы поля i -ой ступени на радиусе перехвата.

При выбранных нами параметрах изменение амплитуды поля за счет экранирования составляет $1 \div 3\%$ и на сжатие кольца не влияет.

При таком грубом выборе параметров n -траектория оказывается близкой к искомой, но часть ее может лежать вне коридора. Для коррекции n -траектории используются вариации токов в ступенях сжатия, время их включения и перемещение катушек в z -направлении. При изменении величины тока в ступени меняется скорость сжатия кольца и, как следствие, значения $n_{\min}(r_0)$, $n_{\max}(r_0)$ и сама n -траектория. Например, при увеличении тока в ступени, из-за увеличения скорости сжатия кулоновский сдвиг частоты уменьшается и граничные значения n опускаются. Изменение самой n -траектории зависит от соотношения фаз ϕ_B и $\phi_{B'}$.

Там, где $\phi_B > \phi_{B'}$ /область перехвата/, увеличение скорости сжатия кольца приводит к подъему n -траектории, соответственно при $\phi_B < \phi_{B'}$, траектория опускается. Изменение n -траектории больше изменения коридорных значений n , т.к. в нашем случае параметр $\rho \ll 1$.

Изменение времени включения ступени меняет скорость сжатия и относительный вклад в величину n от различных ступеней. Изменение коридора при этом незначительно, тогда как n может сильно меняться в течение переходных процессов при включении ступени.

Перемещение катушек в z -направлении меняет значения в свободном пространстве, как видно из рис. 3/1/, и таким же образом после прохождения переходных процессов n стремится к n^{CB} /меняет n -траекторию. Небольшие передвижения катушек по z с другой стороны слабо меняют величину B_z и скорость сжатия кольца, т.е. почти не меняют коридора.

Параметры выбранной магнитной системы указаны в табл. 1.

Поведение основных величин, характеризующих сжатие кольца: r_0 - радиуса кольца, γ - энергии электронов, ν_r , ν_z - частот бетатронных колебаний, a_r , a_z - малых размеров кольца, B_z - магнитного поля, n - показателя спада поля - видно из рис. 3-6.

ТАБЛИЦА № I

	средний радиус (см)	расстояние от медианной плоскости (см)	кол-во витков	Амплитуда тока (кА)		L (мГн)	Ω (сек ⁻¹)	радиус перехвата (см)
				$j_{in} = 5$	$j_{in} = 7$			
медленное поле	64	32	6	2,75	4,19	0,23	200-300	36
I ступень	38	48	28	5	5	1,8	$2,5 \cdot 10^3$	36
II ступень	26	24 + 29	48	4,3	5	3,3	$1,8 \cdot 10^3$	27 + 29
III ступень	14,5	8 + 10	70	4	5	3	$1,6 \cdot 10^3$	10 + 11

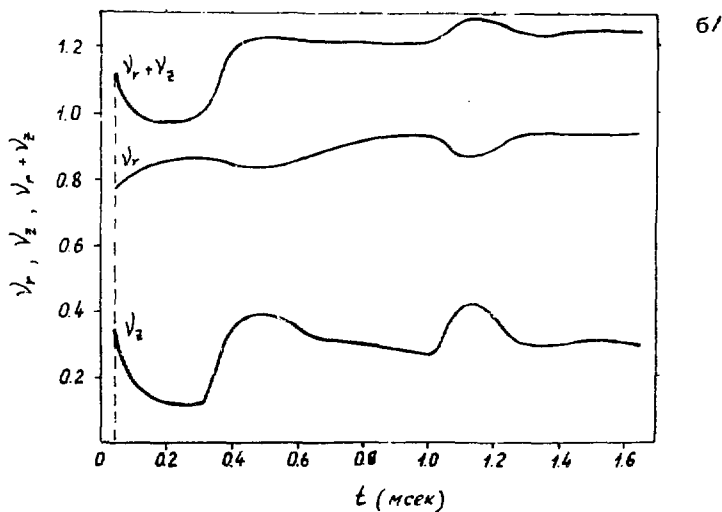
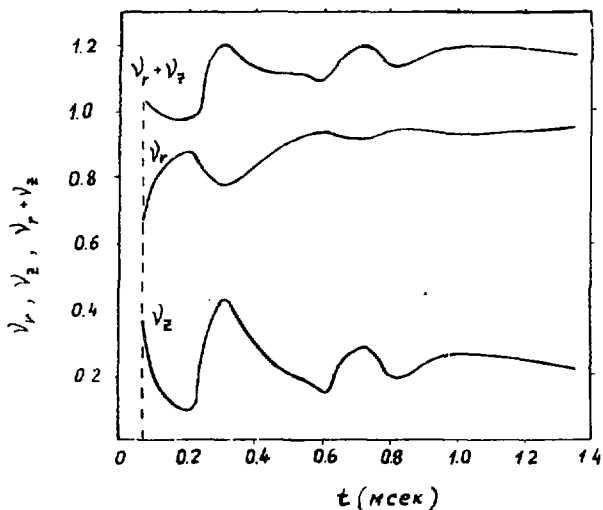
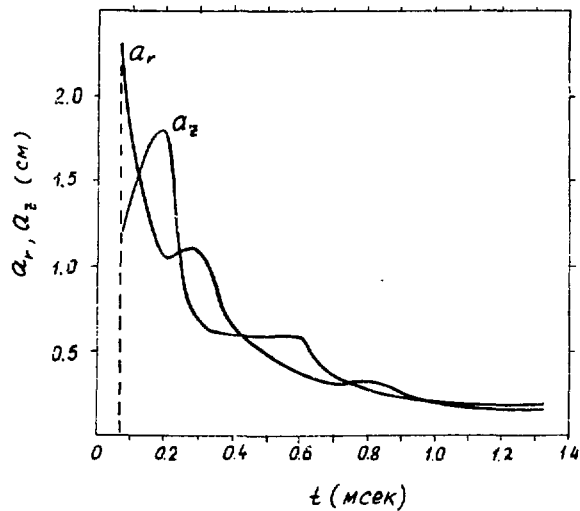


Рис. 4. Зависимости v_r , v_z , $v_r + v_z$ от времени. а/ $\gamma_{in} = 5$, $N_e = 2.10^{13}$, б/ $\gamma_{in} = 7$, $N_e = 3.10^{13}$.

а/



б/

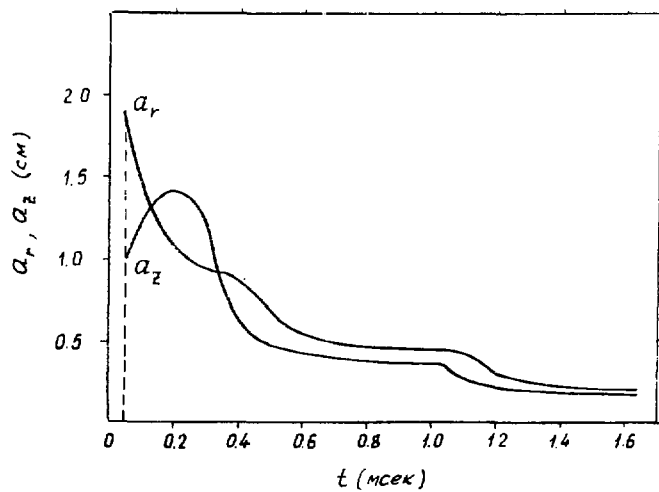
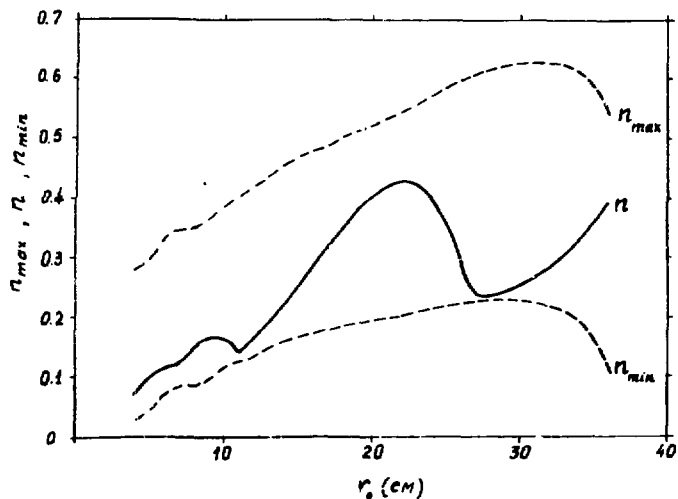
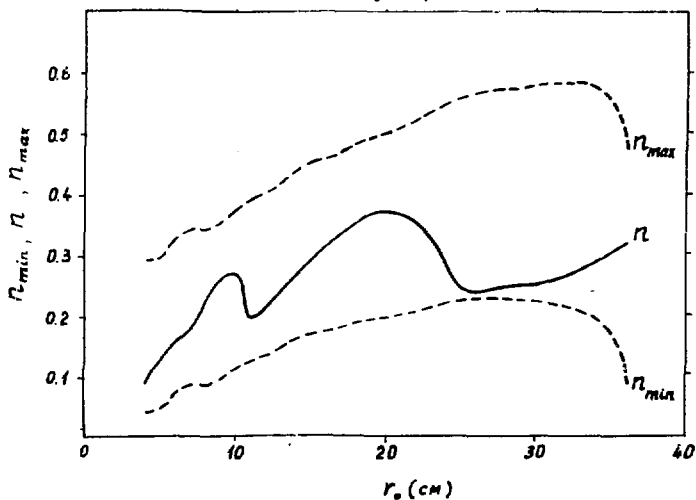


Рис. 5. Графики $a_r(t)$, $a_z(t)$. а/ $\gamma_{in} = 5$, $N_e = 2.10^{13}$,
 б/ $\gamma_{in} = 7$, $N_e = 3.10^{13}$.



a/



б/

Рис. 6. Графики n -траекторий. n_{max} соответствует $v_z = 0,5$, $n_{min} - v_z = 0,07$. а/ $\gamma_{in} = 5$, $N_e = 2.10^{13}$, б/ $\gamma_{in} = 7$, $N_e = 3.10^{13}$.

Литература

1. В.С.Александров и др. *ОИЯИ*, Р9-9091, Дубна, 1975.
2. Э.А.Перельштейн, О.И.Ярковой. *ОИЯИ*, 2351, Дубна, 1965.
3. А.Г.Бонч-Осмоловский, Ю.И.Алексахин. *ОИЯИ*, Р9-6787, Дубна, 1962. *ЖТФ*, XLIII, 6, 1147, 1973.

*Рукопись поступила в издательский отдел
7 октября 1975 года.*