

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



СЗ45е2

Д-183

1/xii-75

P9 - 9200

В.И.Данилов, П.А.Полубоярова, А.Н.Сафонов,  
Б.В.Феоктистов

4659/2-75

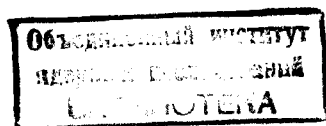
ИЗМЕНЕНИЕ ФАЗОВОГО ДИАПАЗОНА  
В ТЕЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЗАХВАТА  
В СИНХРОЦИКЛОТРОНЕ

**1975**

P9 - 9200

В.И.Данилов, П.А.Полубоярова, А.Н.Сафонов,  
Б.В.Феоктистов

ИЗМЕНЕНИЕ ФАЗОВОГО ДИАПАЗОНА  
В ТЕЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЗАХВАТА  
В СИНХРОЦИКЛОТРОНЕ



## I. Введение

Для изучения процесса захвата в режим автофазировки использовались радиальные и фазовые траектории, рассчитанные путем решения на ЭВМ системы уравнений движения заряженных частиц в электромагнитном поле<sup>/1/</sup>, которую для медианной плоскости синхротрона можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\ddot{z} &= \sqrt{1-\beta^2} [A_z(1-\dot{z}^2) - A_\varphi \dot{z} \dot{\alpha}] + \frac{\alpha^2}{z}, \\ \ddot{\varphi} &= \frac{1}{z} \sqrt{1-\beta^2} [A_\varphi(1-\alpha^2) - A_z \dot{z} \dot{\alpha}] - \frac{2\alpha \dot{z}}{z^2},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $z$  [см] и  $\varphi$  [рад] - радиальная и азимутальная координаты частицы,  $\alpha = z\dot{\varphi}$  (точкой обозначено дифференцирование по  $c_0 t$ ,  $c_0 = 2,99793 \cdot 10^{10}$  см/сек<sup>/2/</sup> - скорость света в пустоте,  $t$  [сек] - время), а  $\beta^2 = \dot{z}^2 + \alpha^2$  - квадрат относительной скорости частицы.

В Гауссовой системе единиц для положительно заряженных частиц имеем:

$$\begin{aligned}A_z &= \frac{0,001}{E_0} (\mathcal{E}_z - 0,3\alpha H_z), \\ A_\varphi &= \frac{0,001}{E_0} (\mathcal{E}_\varphi + 0,3\dot{z} H_z),\end{aligned}\quad (2)$$

где  $E_0 = 938,2592$  МэВ<sup>/3/</sup> - энергия покоя протона,  $\mathcal{E}_z$  и  $\mathcal{E}_\varphi$  [кВ/см] -

радиальная и азимутальная компоненты напряженности электрического поля дуанта, а  $H_z [Э]$  – вертикальная компонента напряженности магнитного поля. Для синхроциклотрона ОИЯИ при  $z \leq 10$  см  $H_z = H_0 (1 - \frac{h}{2} z^2)$ , где  $H_0 = 16729$  Э и  $h = 4 \cdot 10^{-5}$  1/см<sup>2</sup>, а при  $z > 10$  см  $H_z = a + \beta z$ , где  $a = 16745$  Э и  $\beta = -4,85$  Э/см.

Механизм захвата и формирования пучка в центральной области синхроциклотрона рассматривался ранее в работах<sup>/4-6/</sup>, где электрическое поле дуанта описывалось формулой<sup>/7/</sup>, не учитывающей асимметрию распределения электрического поля, вносимую ионным источником. Представляет интерес исследовать изменение фазового диапазона в течение времени захвата и характер радиально-фазового движения в центральной области синхроциклотрона для реального распределения электрического поля<sup>/8,9/</sup>.

## 2. Задание электрического поля

Таблицы компонент ускоряющего поля  $E_x$  и  $E_y$  для  $V_{uc} = 20$  кВ и электрического поля от смещения и дополнительной фокусировки<sup>/10/</sup>  $E_x^*$  и  $E_y^*$  для  $V_{cm} = 1,5$  кВ и  $V_{\phi} = -15$  кВ были получены в декартовой системе координат<sup>/9/</sup> на установке МНТ-ВЗ с моделью центральной части камеры в масштабе 1 : 5.

Картина эквипотенциалей в медианной плоскости синхроциклотрона, показанная на рис.1, получена при помощи электролитической ванны с макетом в масштабе 1 : 2<sup>/11/</sup>. Видна существенная неоднородность электрического поля около источника. В таблице 1 в полярной системе координат приведены значения относительного потенциала  $\psi(z, \varphi) = V(z, \varphi) / V_0$  в долях напряжения на дуанте, полученные из картины эквипотенциалей.

Зависимость ускоряющего поля от времени вводилась через фазу ускоряющего поля, которая для синхроциклотрона в первом при-

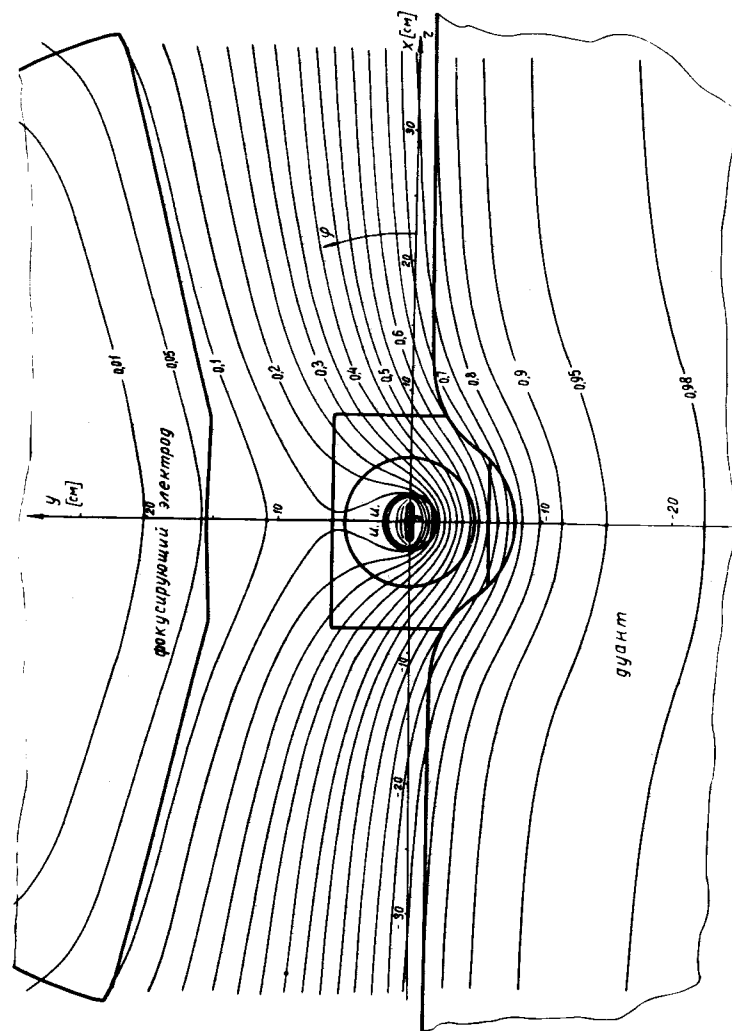


Рис. 1. Распределение эквипотенциалей в средней плоскости синхроциклотрона ОИЯИ (и.и. – ионный источник)

ближении для линейного изменения частоты от времени имеет вид:

$$\theta_{yc}(t) = (1 + \Delta) [1 - \gamma \omega_0 (t - t_{наз})] \omega_0 (t - t_{наз}) - \theta_{yc,наз}, \quad (3)$$

где  $\Delta = (\omega_{наз} - \omega_0) / \omega_0$  характеризует превышение начальной частоты генератора  $\omega_{наз}$  над частотой обращения частиц в центре  $\omega_0$  [рад/сек], а  $\gamma = -\frac{1}{2\omega_0^2} \frac{d\omega}{dt}$  определяется производной (наклоном) частотной программы в ч. системы;  $\theta_{yc,наз}$  - начальная фаза ускоряющего поля, а  $t_{наз}$  при начале ускорения в разные моменты времени должно удовлетворять соотношению

$$(1 + \Delta)(1 - \gamma \omega_0 t_{наз}) \omega_0 t_{наз} = 2\pi k \quad c \quad k = 0, 1, 2 \dots \quad (4)$$

так, чтобы при одном шаге по  $\omega_0 t_{наз} \approx 200$  рад, соответствующем изменению номера траектории на единицу, начальная фаза генератора оставалась равной  $\theta_{yc,наз}$ , отсчитываемой от вершины косинусоиды ускоряющего напряжения.

В данной работе для параметров синхротронного ОИЯИ ( $\Delta = -0,0005$ ,  $\gamma = 0,5 \cdot 10^{-6}$ ) и  $\theta_{yc,наз} = 0$  рассматривается, как изменяется в течение времени захвата диапазон пригодных для дальнейшего ускорения начальных азимутов частиц  $\Delta \varphi_0$ . В дальнейшем для краткости будем называть  $\Delta \varphi_0$  фазовым диапазоном, а кривую, ограничивающую на плоскости  $(\Delta \varphi_0, \omega_0 t)$  пригодные для ускорения фазовые диапазоны, - областью захвата ( $\Delta \varphi$  - фаза частиц по отношению к фазе ускоряющего поля).

При задании пространственного распределения компонент электрического поля  $E_x(x, y)$  и  $E_y(x, y)$  таблицами в декартовой системе координат<sup>19/</sup>, компоненты  $E_z(z, \varphi, t)$  и  $E_\varphi(z, \varphi, t)$  в полярной системе координат выражаются в виде

$$E_z = (-E_x \cos \varphi + E_y \sin \varphi) \cos \theta_{yc} + K_1 (-E_x^* \cos \varphi + E_y^* \sin \varphi) \quad (5)$$

$\Psi = \Psi(z, \varphi) = V(z, \varphi) / V_z$  Таблица 1

$\varphi$	-90	-75	-60	-45	-30	-15	0	15	30	45	60	75	90
1	0,127	0,125	0,095	0,087	0,050	0,000	0,000	0,000	0,010	0,022	0,033	0,035	0,045
2	0,270	0,265	0,227	0,213	0,200	0,145	0,115	0,097	0,090	0,100	0,100	0,102	0,100
3	0,395	0,395	0,350	0,340	0,315	0,265	0,300	0,206	0,174	0,150	0,140	0,132	0,125
4	0,495	0,490	0,445	0,440	0,415	0,365	0,315	0,270	0,227	0,190	0,158	0,149	0,137
5	0,580	0,580	0,540	0,530	0,490	0,440	0,380	0,318	0,258	0,208	0,169	0,157	0,140
6	0,653	0,650	0,615	0,610	0,565	0,500	0,430	0,354	0,278	0,210	0,173	0,160	0,137
7	0,722	0,715	0,680	0,675	0,630	0,555	0,475	0,380	0,294	0,223	0,173	0,155	0,133
8	0,775	0,770	0,730	0,725	0,680	0,610	0,510	0,400	0,305	0,223	0,170	0,147	0,127
9	0,825	0,820	0,780	0,775	0,730	0,650	0,545	0,420	0,312	0,222	0,166	0,137	0,117
10	0,860	0,855	0,825	0,822	0,770	0,690	0,575	0,350	0,315	0,218	0,160	0,125	0,108
11	0,890	0,885	0,855	0,850	0,805	0,725	0,605	0,490	0,316	0,213	0,152	0,112	0,100
12	0,915	0,908	0,880	0,875	0,840	0,755	0,625	0,455	0,315	0,210	0,143	0,100	0,088
13	0,930	0,925	0,900	0,898	0,865	0,777	0,640	0,460	0,314	0,204	0,133	0,090	0,085
14	0,945	0,940	0,920	0,915	0,885	0,798	0,658	0,465	0,312	0,198	0,122	0,078	0,065
15	0,955	0,950	0,932	0,930	0,900	0,820	0,670	0,467	0,310	0,190	0,111	0,068	0,055
16	0,960	0,960	0,942	0,940	0,915	0,835	0,682	0,468	0,305	0,180	0,101	0,060	0,045
17	0,965	0,965	0,950	0,950	0,925	0,848	0,694	0,470	0,297	0,172	0,090	0,050	0,040
18	0,970	0,970	0,960	0,960	0,935	0,862	0,700	0,469	0,290	0,162	0,080	0,048	0,030
19	0,975	0,975	0,965	0,965	0,942	0,871	0,708	0,468	0,290	0,150	0,070	0,035	0,025
20	0,977	0,977	0,970	0,970	0,950	0,882	0,715	0,465	0,270	0,140	0,060	0,030	0,022
21	0,979	0,979	0,975	0,975	0,957	0,890	0,720	0,461	0,262	0,125	0,055	0,025	0,020
22	0,980	0,980	0,976	0,976	0,964	0,900	0,725	0,460	0,255	0,115	0,050	0,020	0,018
23	0,980	0,980	0,977	0,977	0,968	0,908	0,727	0,455	0,245	0,107	0,045	0,017	0,017
24	0,980	0,980	0,978	0,978	0,970	0,915	0,731	0,452	0,238	0,095	0,041	0,016	0,016
25	0,980	0,980	0,979	0,979	0,972	0,920	0,735	0,450	0,230	0,087	0,037	0,015	0,015
26	0,981	0,981	0,980	0,980	0,975	0,925	0,737	0,445	0,220	0,080	0,033	0,014	0,014
27	0,981	0,981	0,980	0,980	0,976	0,930	0,740	0,440	0,212	0,070	0,030	0,013	0,013
28	0,981	0,981	0,980	0,980	0,977	0,935	0,742	0,438	0,205	0,065	0,027	0,012	0,012
29	0,982	0,982	0,981	0,981	0,978	0,940	0,745	0,435	0,200	0,060	0,024	0,011	0,011
30	0,982	0,982	0,981	0,981	0,979	0,943	0,748	0,430	0,193	0,055	0,021	0,010	0,010
31	0,983	0,983	0,982	0,981	0,980	0,945	0,750	0,425	0,185	0,048	0,019	0,009	0,009
32	0,983	0,983	0,982	0,982	0,981	0,948	0,750	0,420	0,177	0,044	0,018	0,009	0,009
33	0,983	0,983	0,983	0,982	0,982	0,950	0,752	0,415	0,170	0,040	0,017	0,009	0,009
34	0,984	0,983	0,983	0,983	0,982	0,952	0,754	0,410	0,165	0,035	0,016	0,008	0,008
35	0,984	0,984	0,984	0,983	0,983	0,954	0,755	0,405	0,160	0,032	0,015	0,008	0,008
36	0,985	0,984	0,984	0,983	0,983	0,956	0,756	0,400	0,150	0,028	0,014	0,008	0,008
37	0,985	0,984	0,984	0,983	0,983	0,958	0,757	0,398	0,148	0,026	0,013	0,007	0,007
38	0,986	0,985	0,985	0,984	0,984	0,960	0,758	0,395	0,146	0,024	0,013	0,007	0,007
39	0,986	0,985	0,985	0,984	0,984	0,962	0,759	0,392	0,143	0,022	0,013	0,007	0,007
40	0,987	0,986	0,986	0,985	0,985	0,964	0,760	0,390	0,140	0,020	0,012	0,006	0,006
41	0,987	0,986	0,986	0,985	0,985	0,966	0,760	0,382	0,138	0,020	0,012	0,006	0,006
42	0,988	0,987	0,987	0,986	0,986	0,968	0,760	0,380	0,136	0,020	0,012	0,006	0,006
43	0,988	0,988	0,987	0,986	0,986	0,970	0,760	0,378	0,134	0,018	0,011	0,006	0,005
44	0,989	0,988	0,988	0,987	0,987	0,972	0,760	0,376	0,132	0,018	0,011	0,005	0,005
45	0,989	0,988	0,988	0,987	0,987	0,974	0,760	0,374	0,130	0,017	0,010	0,005	0,005
46	0,990	0,989	0,988	0,988	0,987	0,976	0,760	0,372	0,128	0,016	0,009	0,004	0,004
47	0,990	0,990	0,989	0,988	0,987	0,978	0,760	0,370	0,126	0,015	0,009	0,004	0,004
48	0,991	0,990	0,989	0,989	0,988	0,980	0,760	0,368	0,124	0,015	0,008	0,004	0,004

$$E_{\varphi} = (E_x \sin \varphi + E_y \cos \varphi) \cos \theta_{yc} + K_1 (E_x^* \sin \varphi + E_y^* \cos \varphi),$$

где  $E_x^*$  и  $E_y^*$  [кВ/см] - декартовы компоненты постоянного электрического поля на дуанте и фокусирующих электродах,  $K_1$  - коэффициент, которым можно менять знак и величину постоянного поля по отношению к ускоряющему полю, а для координат имеем:  $x = z \cos \varphi$ ,  $y = z \sin \varphi$ . Расчет траекторий с таблицами в декартовой системе координат производился на БЭСМ-4 по программе № 10-90 с использованием квадратичной интерполяции по трем точкам.

При задании электрического поля в полярной системе координат в виде таблицы I, где  $V_g$  - ускоряющее напряжение  $V_{yc}$  или смещение  $V_{cm}$ , компоненты имеют вид:

$$\begin{aligned} E_z(z, \varphi, t) &= -V_{yc} \cos \theta_{yc} \cdot d\psi_{yc}/dz - V_{cm} \cdot d\psi_{cm}/dz, \\ E_{\varphi}(z, \varphi, t) &= -(V_{yc} \cos \theta_{yc} \cdot d\psi_{yc}/d\varphi + V_{cm} \cdot d\psi_{cm}/d\varphi)/z, \end{aligned} \quad (6)$$

а  $\psi_{yc}$  и  $\psi_{cm}$  - соответствующие относительные потенциалы.

Вычисление производных от относительных потенциалов производилось по специальной программе ZAIN путем численного дифференцирования с последующей записью производных на магнитную ленту. В процессе расчета траекторий при интегрировании уравнений (I) методом Рунге-Кутты на каждом шаге было обращение к магнитной ленте и квадратичное интерполирование компонент электрического поля для текущих координат  $z$  и  $\varphi$ .

### 3. Радиально-фазовые траектории

На рис. 2 показаны огибающие радиальных траекторий при задании ускоряющего электрического поля таблицей в декартовой системе координат<sup>9/</sup> - 2 и I - приближенной формулой<sup>4, 7/</sup>:

$$E_y = -\frac{V_{yc}}{D_{\varphi\varphi}} \frac{1}{1 + (\pi y/D_{\varphi\varphi})^2}, \quad E_x = 0, \quad (7)$$

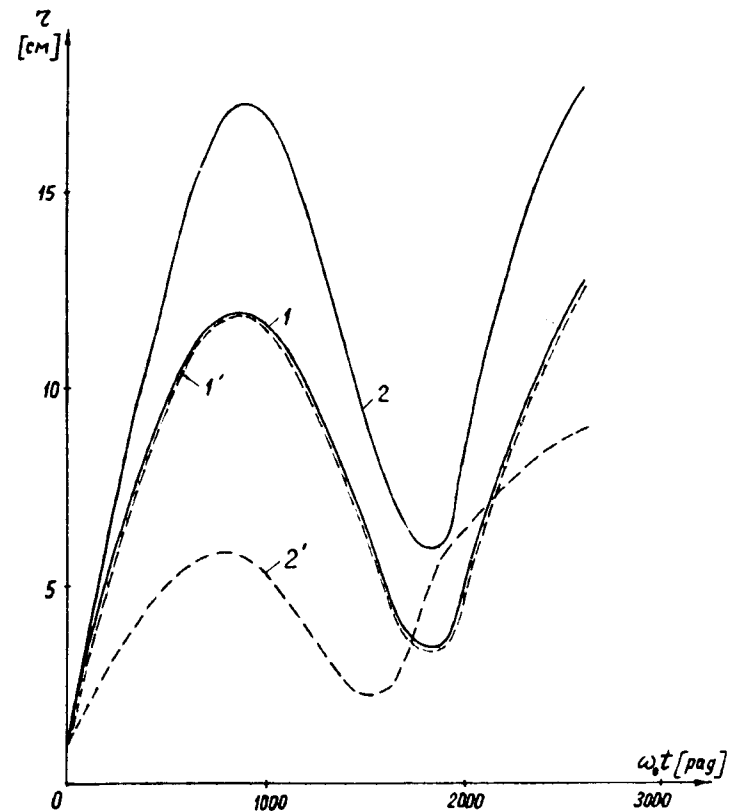


Рис. 2. Огибающие радиальных траекторий  $z_{max}(1; 2)$  и  $z_{min}(1'; 2')$  без смещения. 1 - с приближенной формулой для электрического поля; 2 - при табличном задании  $E_x$  и  $E_y$  (измерения на МНТ-ВЗ).

где  $D_{эф}$  [см] – эффективная апертура дуанта; примерно на 20% бо́льшая реальной. Из анализа траекторий видно, что при симметричном относительно оси  $X$  распределении (формула (7)) имеются только радиально-фазовые колебания, а радиальные бетатронные колебания практически отсутствуют (кривые  $z_{max}$  и  $z_{min}$  – максимальная и минимальная радиальные координаты на одном обороте – почти совпадают), тогда как при табличном задании  $\mathcal{E}_x$  и  $\mathcal{E}_y$  на радиально-фазовые колебания накладываются большие бетатронные колебания, амплитуда которых меняется с частотой прецессии, достигая в максимуме 5 – 6 см.

На рис.3 показаны графики радиального и фазового движения, полученные из расчетов по программе POISA на БЭСМ-6 при задании электрического поля таблицами относительных потенциалов (см. таблицу I). Предполагалось, что эквипотенциалы ускоряющего поля и поля постоянного смещения на дуанте имеют одинаковую форму (см. рис.1), а для приведенных в таблице I значений  $\psi(z, \varphi)$  бралось  $V_{ус} = 18$  кВ и  $V_{см} = -2$  кВ. Из рис.3 видно (для  $\omega_0 t = 1000$  рад), что фазировка частиц, вышедших в один и тот же момент времени из разных точек источника, к нулевой фазе в данном случае, т.е. при сильно неоднородном электрическом поле вблизи заземленного ионного источника, выражена значительно слабее, чем при однородном<sup>/12/</sup> или симметричном<sup>/6/</sup> распределении поля. На рис.3 для сравнения показаны огибающие радиальных траекторий при симметричном распределении электрического поля (формула (7)) при наличии смещения на дуанте. Видно, что при неоднородном электрическом поле радиальные бетатронные колебания больше в 3 – 4 раза и имеют максимальное значение 9 – 10 см.

#### 4. Определение областей захвата

Области захвата определялись путем расчета серий радиальных

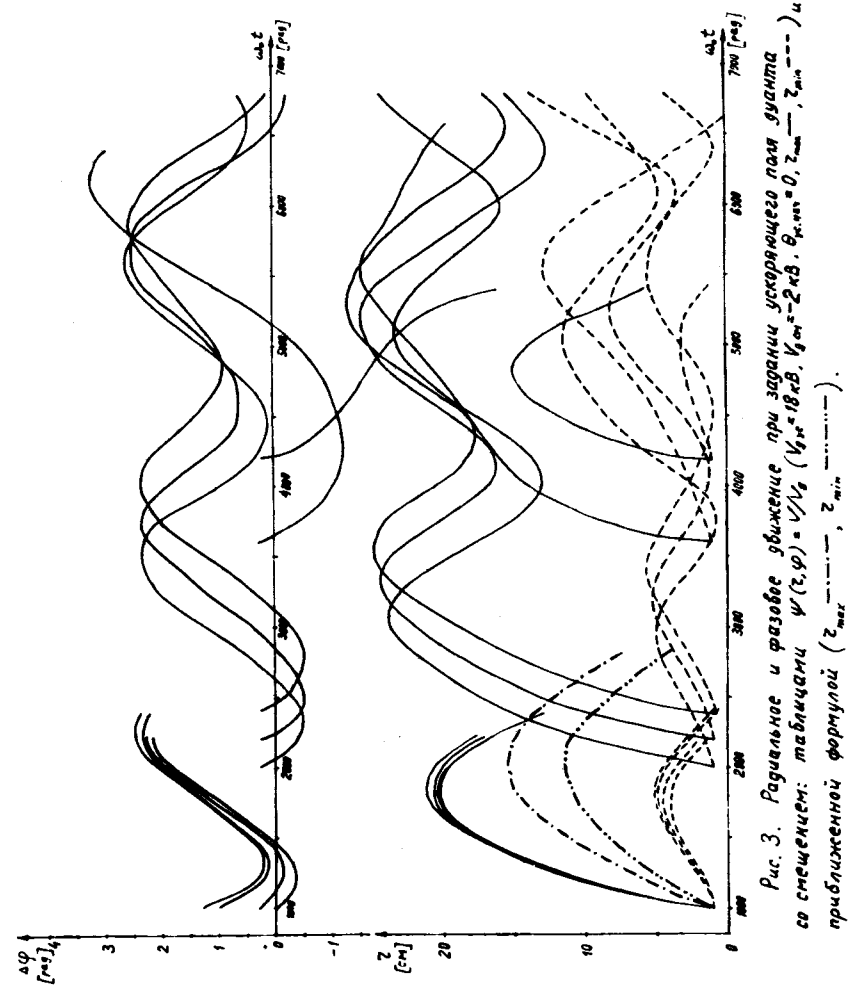


Рис.3. Радиальное и фазовое движение при задании ускоряющего поля дуанта со смещением: таблицами  $\psi(z, \varphi) = V_{ус} \cdot V_{см}$  ( $V_{ус} = 18$  кВ,  $V_{см} = -2$  кВ,  $\varphi_{нач} = 0$ ,  $z_{max}$  — —,  $z_{min}$  — —) и приближенной формулой ( $z_{max}$  — —,  $z_{min}$  — —).

и фазовых траекторий, аналогичных изображенным на рис.3, для  $z_0 = 0,5$  см и 1 см,  $\theta_{ус.наг} = 0$  и при изменении  $\omega_0 t$  с минимальным шагом 200 рад для заданных значений  $\varphi_0$  (номер кривых  $N = \omega_0 t_{наг} / 200$ ). В связи с существенным отличием изображенного на рис.1 распределения электрического поля на верхней и нижней полуплоскостях следует различать область захвата "в дуант" при изменении  $\varphi_0$  в диапазоне от  $\pi/2$  до  $3\pi/2$  и область захвата "из дуанта" для  $\varphi_0$  от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$ . (При симметричном распределении эти области одинаковы). Частица считается захваченной в режим автофазировки, если минимальный радиус в процессе радиально-фазовых и бетатронных колебаний не становится меньше 1 мм, а  $\Delta\varphi_0$  не уменьшается ниже  $-\pi/2$ . На рис.4 изображены: область захвата для  $z_0 = 1$  см "из дуанта" ( $\Delta\omega_0 t_{наг} = 1800 + 3200$  рад) и область захвата "в дуант", состоящая из двух частей ( $\Delta_1\omega_0 t_{наг} = 2900 + 3700$  рад и  $\Delta_2\omega_0 t_{наг} = 4000 + 5400$  рад), причем координата  $\Delta\varphi = 0$  соответствует для захвата "в дуант"  $\varphi_0 = \pi$ . На том же рисунке для сравнения показана область захвата при описании электрического поля симметричным распределением<sup>16/</sup> ( $\Delta\omega_0 t_{наг} = 0 + 5000$  рад). Видно, что в этом случае область захвата в несколько раз больше областей захвата при реальном (неоднородном) поле.

Область захвата "в дуант" с  $z_0 = 0,5$  см показана на рис.4 для сравнения с областью захвата с  $z_0 = 1$  см. Она состоит также из двух частей, не связанных между собой. Область захвата "из дуанта" с  $z_0 = 0,5$  см отсутствует - у всех частиц в течение первого или второго фазового колебания  $z_{min}$  становится меньше 1 мм.

Очевидно, что при отличных от нуля фазах ускоряющего поля, области захвата, изображенные на рис.4, будут деформироваться, стягиваясь в точку при приближении  $\theta_{ус.наг}$  к границам уско-

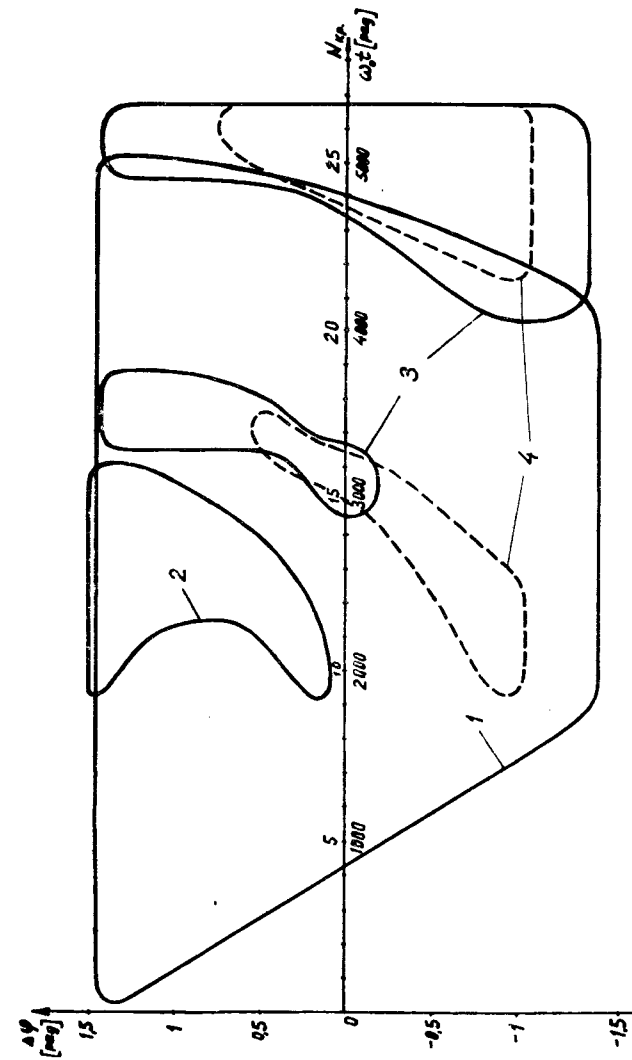


Рис.4. Области захвата для  $\gamma = 0.5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\Delta = 0.5 \cdot 10^{-3}$ ;  $V_{ac} = 18$  кВ;  $V_{cm} = 2$  кВ;  $\theta_{р.маг} = 0$ ;  $z_0 = 1$  см; 1 - симметричная формула; 2 - захват "из дуанта"; 3 - захват "в дуант"; 4 - захват "в дуант" с  $z_0 = 0,5$  см.



ряющей полуволны напряжения на пуанте. Так как для каждого  $\theta_{у.наз}$  будут свои области захвата, то имеет смысл ввести понятие "объем захвата", откладывая, например, в 3-х мерном декартовом пространстве по оси X - текущее время в единицах  $\omega_0 t$  [рад] (внутри которого окажется  $\Delta \omega_0 t$  - время захвата в режим автофазировки), по оси Y - азимуты выхода из источника  $\varphi_0$  (пригодный диапазон азимутов  $\Delta \varphi_0$ ) и по оси Z - начальные фазы ускоряющего поля  $\theta_{у.наз}$  (пригодный диапазон фаз  $\Delta \theta_{у.наз}$ ). При рассмотрении процесса захвата не только в медианной плоскости, а с учетом и вертикального движения ионов, т.е. при решении совместно 3-х дифференциальных уравнений движения<sup>/1/</sup>, объемы захвата будут многомерными, т.е. для каждой  $Z_0$  и  $Z'_0$  (начальных вертикальных координат и углов выхода из источника) объемы захвата будут различными. Однако вычисление таких многомерных объемов захвата выходит за рамки настоящей работы и может явиться предметом специального исследования.

## 6. Выводы

1. При неоднородном электрическом поле вблизи источника фазировка частиц к нулевой фазе ("стягивание" диапазона захваченных фаз) выражена слабее, чем при однородном или симметричном поле.

2. Неоднородность электрического поля вызывает раскачку больших радиальных колебаний. (На значение тщательной отработки геометрии центральной области для улучшения качества пучка указывается также в работе С.Комити ( S.Comiti ) и Р.Джаминни ( R.Giannini )/13/).

3. Из-за больших радиальных бетатронных колебаний много частиц теряется в течение первого фазового колебания при возврате к источнику, вследствие чего область захвата (время захвата) в 2 -

3 раза меньше аналогичной области при симметричном относительно оси X электрическом поле.

4. Области захвата состоят из двух частей: первая, длительность от 5 до 10 мксек, заполненная частицами, невозвращающимися к центру, и вторая, длительностью 7 - 8 мксек, ограниченная в конце времени захвата нарушением фазовой устойчивости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С.П.Ломнев и Г.А.Тягунов. Сб. "Ускорители", вып.2 под редакцией Г.А.Тягунова. М., Атомиздат (1960) 19.
2. Н.И.Кошкин и М.Г.Ширкевич. Справочник по элементарной физике. Изд-во "Наука" (1964) 234.
3. Reviews of Modern Physics, v.45, N 2, part II, supplement, April 1973.
4. В.И.Данилов и др. Расчет начальной области устойчивых фазовых колебаний в синхроциклотроне. Труды Международной конференции по ускорителям в Дубне, 1963. М., Атомиздат (1964) 595.
5. В.И.Данилов и др. Ограничение тока пучка пространственным зарядом в синхроциклотроне ОИЯИ. Препринт ОИЯИ Р-2912, Дубна, 1966.
6. В.И.Данилов и др. Зависимость формы пучка в центральной области синхроциклотрона от ускоряющего напряжения и спада магнитного поля. Сообщение ОИЯИ Р9-5945, Дубна, 1971.
7. И.Б.Енчевич и др. Расчет ускоряющего электрического поля синхроциклотрона. Препринт ОИЯИ 1954, Дубна, 1964. Опубликовано в "Известиях на Физический институт с АНБ" (Болгария), т. XIII, кн. I (1965) III.

8. А.Н.Сафонов и А.В.Шестов. Исследование электрического поля в центральной области синхроциклотрона ОИЯИ при помощи электролитической ванны. Депонированное сообщение ОИЯИ БИ-1543, Дубна, 1963.
9. В.П.Пронин и А.Н.Сафонов.
- а). Об исследовании электрического поля в синхроциклотроне методом наведенного тока. Сб. "Вопросы электрического моделирования полей". Вып.2 под редакцией Г.М.Герштейна. Изд-во Саратовского университета (1967) 204.
  - б). Измерение электрического поля в центральной области синхроциклотрона ОИЯИ методом наведенного тока. Сообщение ОИЯИ Р9-4851, Дубна, 1969.
10. В.И.Данилов и др. Увеличение тока внутреннего пучка синхроциклотрона ОИЯИ введением дополнительной электростатической фокусировки. Препринт ОИЯИ Р-1853, Дубна, 1964. Опубликовано в "Известиях на Физический институт с АНББ", т.ХІУ (1966) 5.
11. В.И.Винокуров и А.Н.Сафонов. К вопросу об оптимальной геометрии центральной области синхроциклотрона. Сообщение ОИЯИ Р9-4852, Дубна, 1969.
12. D.Bohm and L.L.Foldy. Phys. Rev., 72(1947)649.  
Перевод в сборнике статей "Резонансные циклические ускорители элементарных частиц", М., ИИЛ (1950) 67.
13. S.Comiti and R.Giannini. The RF Confined Central Geometry (Mark III) for the Improved CERN SC: Radial Quality and Mean Accelerated Current.  
CERN, MSC 72-3, 30 October 1972.
- Имеется перевод на русский язык в отделе синхроциклотрона ЛЯП ОИЯИ.

Рукопись поступила в издательский отдел  
25 сентября 1975 г.