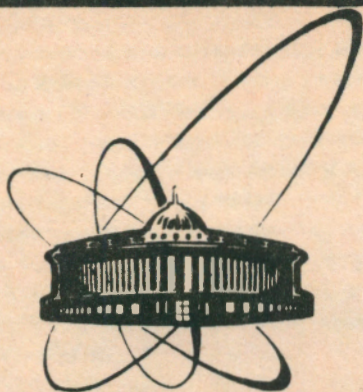


92-310



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P9-92-310

В. М. Жабицкий

ВЛИЯНИЕ ОШИБОК В РАССТАНОВКЕ  
ДАТЧИКОВ И ТОЛКАТЕЛЕЙ НА ПАРАМЕТРЫ  
СИСТЕМЫ ПОДАВЛЕНИЯ РЕЗИСТИВНОЙ  
НЕУСТОЙЧИВОСТИ В I СТУПЕНИ УНК

1992

## Введение

Для подавления когерентных бетатронных колебаний пучка в синхротронах и накопителях используют метод коррекции поперечного импульса частиц в соответствии с их состоянием в предшествующие моменты времени. Для этого измеряется отклонение центра тяжести пучка в местах расположения датчиков положения и с помощью коротких демпфирующих дипольных магнитов изменяют угол наклона траектории пучка на величину, пропорциональную измеренному отклонению. При определенных условиях такое воздействие приводит к затуханию когерентных бетатронных колебаний. Данный метод используется как для демпфирования остаточных колебаний сгустков после их инжекции на орбиту синхротрона, так и для подавления поперечной резистивной неустойчивости пучка. В результате удастся уменьшить поперечные размеры пучка и предотвратить потери частиц, обусловленные неустойчивостью. Все это приводит к увеличению плотности пучка, что существенным образом сказывается на параметрах ускоренного пучка в синхротроне или светимости накопителя. На создаваемых в настоящее время крупных ускорительных комплексах подобная система должна обеспечивать очень высокий темп подавления. Например [1], в первой ступени ускорительно-накопительного комплекса (УНК-1) в ИФВЭ (Протвино) ожидается развитие резистивной неустойчивости с инкрементом около  $0.1\omega_0$  ( $\omega_0$ —циклическая частота обращения частиц в синхротроне). Такой темп развития неустойчивости обусловлен протяженным периметром ускорителя (более 20 км) и большим числом частиц на орбите (около  $6 \cdot 10^{14}$  протонов), причем величина инкремента почти в 10 раз больше, чем на действующих в настоящее время синхротронах и накопителях. Традиционная классическая система подавления (один датчик положения и один толкатель) не обеспечивает подавления такой быстрой неустойчивости [2]. Для предотвращения развития ожидаемой в УНК-1 неустойчивости предложена новая быстрая система подавления [3,4]. Эта система в каждом из направлений поперечных колебаний пучка имеет два датчика положения (ДП) и два толкателя (Т), связанных цепью обратной связи. Система обеспечивает подавление ожидаемой в УНК-1 неустойчивости. С ее помощью достигается в два раза более высокий темп затухания когерентных бетатронных колебаний, чем при использовании традиционной классической системы. В [3-5] проведен теоретический анализ работы быстрой системы подавления при оптимальной расстановке датчиков и толкателей. Однако на сооружаемом в настоящее время комплексе УНК-1 реальная их расстановка несколько отличается от оптимальной. В связи с этим в данной работе проводится анализ влияния ошибок расстановки на параметры системы подавления.

# 1. Основные уравнения и определения

Структурная схема быстрой системы подавления приведена на рис.1а. Будем считать, что датчики положения (ДП) размещены в точках  $s_{Ph}$  на орбите, а толкатели - в точках  $s_{Ki}$ . С целью большей общности последующего анализа примем, что в системе имеется  $N$  цепей обратной связи. Последующий анализ работы системы подавления будет проводиться в соответствии с результатами работ [3-7].

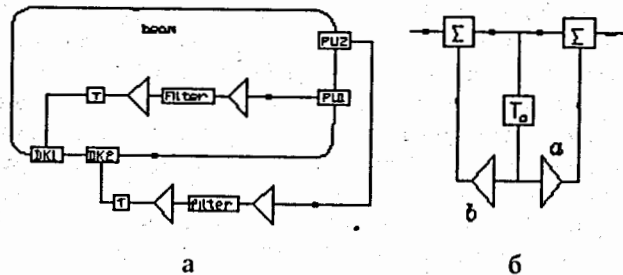


Рис.1. Структурная схема быстрой системы подавления (а) и фильтра (б) в цепи обратной связи.

Как уже отмечалось выше, изменение угла наклона траектории сгустка  $\Delta x'[n, s_{Ki}]$  на  $n$ -м обороте с помощью толкателя пропорционально смещению его центра тяжести  $x[m, s_{Ph}]$  в местах расположения датчиков. Поскольку в цепи обратной связи возможна обработка сигнала с ДП с помощью фильтров, когда смешиваются сигналы разных оборотов, то можем записать:

$$\Delta x'[n, s_{Ki}] = \sum_{h=1}^N \frac{1}{\sqrt{\beta_{Ki}\beta_{Ph}}} u[n-q] \sum_{m=0}^{n-q} K_{ih}[m] x[n-m-q, s_{Ph}], \quad (1)$$

где  $\beta_{Ph}$  и  $\beta_{Ki}$  — величины  $\beta$ -функций в местах расположения ДП и Т, связанных цепью обратной связи с коэффициентом передачи  $K_{ih}$ ;  $u[n]$  — функция единичного скачка дискретного времени ( $u[n] = 1$  при  $n \geq 1$ ,  $u[n] = 0$  при  $n < 0$ ). С целью упрощения в (1) считаются нулевыми ошибки установки датчиков относительно равновесной орбиты (влияние таких ошибок рассмотрено в [8]). Кроме того, в (1) принято, что воздействие в толкателе передается на те же частицы, которые генерировали сигнал на входе цепи обратной связи при пролете ДП, то есть воздействие в толкателе синхронизовано с показаниями в ДП для одних и тех же частиц. Такая синхронизация обеспечивается, например, задержкой

$$\tau_{ih} = qT_0 + \frac{s_{Ki} - s_{Ph}}{v_0},$$

где  $q$  — целое положительное число;  $v_0$  — продольная скорость частиц, циркулирующих по орбите с периодом  $T_0$ . Обычно  $q = 0$  на ускорителях с большой длиной дорожки, однако в электронных синхротронах для выполнения условий синхронизации с целью компенсации задержки в цепи обратной связи приходится выбирать отличные от нуля значения  $q$ . Смешивание сигналов с помощью фильтра отражено введением суммы по  $m$ . Возможно также смешивание сигналов от разных сгустков, однако в этой работе такой эффект не рассматривается. Необходимо еще раз подчеркнуть, что уравнение (1) является наиболее общим для линейных инвариантных во времени систем (ЛИВ-систем) дискретного времени [9,10]. Практически все радиотехнические устройства, входящие в цепь обратной связи на ускорителях заряженных частиц, относятся к таким ЛИВ-системам. Вместе с тем следует помнить, что соотношение (1) является строгим, если дискретизация сигнала осуществляется с помощью идеальных устройств выборки и хранения, а толкатель имеет идеальную импульсную характеристику. Однако для определения основных свойств устойчивости движения частиц с системой обратной связи такое предположение является вполне приемлемым.

Пусть состояние центра тяжести сгустка на  $n$ -м обороте в точке  $s$  орбиты описывается с помощью матрицы-столбца  $\hat{X}[n, s]$ . Ее первый элемент есть отклонение  $x[n, s]$ , а второй — угол наклона траектории  $x'[n, s]$  сгустка. Тогда прохождение короткого толкателя, сопровождающееся изменением угла наклона траектории без изменения смещения, принимая во внимание (1), можно представить следующим матричным соотношением:

$$\hat{X}[n, s_{Ki}^+] = \hat{X}[n, s_{Ki}^-] + \hat{T} \sum_{h=1}^N \frac{1}{\sqrt{\beta_{Ki}\beta_{Ph}}} u[n-q] \sum_{m=0}^{n-q} K_{ih}[m] \hat{X}[n-m-q, s_{Ph}],$$

где в квадратной матрице  $\hat{T}$  размера  $2 \times 2$  элемент  $T_{21} = 1$ , а все остальные элементы равны нулю. Если пренебречь эффектами связи между сгустками, то нетрудно записать соотношение для матриц двух последовательных состояний рассматриваемого сгустка на  $(n+1)$ -м и  $n$ -м оборотах в месте расположения, например, первого датчика положения. Примем, что последний датчик положения размещен перед первым толкателем:

$$s_{KN} > \dots > s_{K1} > s_{PN} > \dots > s_{P1}. \quad (2)$$

Тогда имеем

$$\begin{aligned} \hat{X}[n+1, s_{P1}] &= \hat{M}_0 \hat{X}[n, s_{P1}] + \\ &+ u[n-q] \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \hat{M}(s_{P1} + C_0, s_{Ki}) \hat{T} \hat{M}(s_{Ph}, s_{P1}) \times \\ &\times \sum_{m=0}^{n-q} \frac{K_{ih}[m]}{\sqrt{\beta_{Ki}\beta_{Ph}}} \hat{X}[n-m-q, s_{P1}], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\widehat{M}(s_2, s_1)$  — обычная матрица перехода из точки  $s_1$  в точку  $s_2$  на орбите;  $\widehat{M}_0$  — матрица оборота при выключенной системе подавления. При  $K_{ih} = 0$  имеем традиционное матричное уравнение, связывающее матрицы состояний сгустка через оборот. Предметом дальнейшего изложения будет исследование (3) с целью выявления допустимых значений  $K_{ih}$ , при которых колебания сгустка будут затухающими.

## 2. Общее решение

Как показано в [5], линейное разностное матричное уравнение (3) можно эффективно решить, применяя одностороннее Z-преобразование к матричной последовательности  $\widehat{X}[n, s]$ :

$$\widehat{X}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \widehat{X}[n, s] z^{-n}, \quad \widehat{X}[n, s] = \frac{1}{2\pi i} \int_C \widehat{X}(z) z^{n-1} dz. \quad (4)$$

Здесь  $C$  — любой замкнутый контур, окружающий все особые точки  $\widehat{X}(z)$  на комплексной  $z$ -плоскости, в частности любая окружность  $|z| > R_z$ , где  $R_z$  — радиус круга, вне которого сходится (абсолютно и равномерно) задающий  $\widehat{X}(z)$  ряд. Такой способ решения выбран также по соображениям удобства последующего анализа движения частиц пучка при наличии цепи обратной связи с цифровой обработкой сигнала, поскольку Z-преобразование широко используется при анализе радиотехнических систем дискретного времени [9,10]. Используя теорему о вычетах для вычисления контурного интеграла в (4), можем записать:

$$\widehat{X}[n, s] = \sum_k \operatorname{Res}[\widehat{X}(z_k) z_k^{n-1}].$$

Отсюда ясно, что устойчивое движение частиц возможно, если все полюсы  $z_k$  на комплексной  $z$ -плоскости лежат внутри окружности с радиусом  $R_z = 1$ , то есть

$$|z_k| \leq 1. \quad (5)$$

Из выражения для  $\widehat{X}[n, s_{P1}]$  видно, что смещение центра тяжести пучка в месте расположения ДПП на  $n$ -м обороте есть сумма дискретных экспонент  $\exp((n-1) \ln z_k)$ . Поэтому в качестве характеристики темпа затухания амплитуды  $k$ -й моды когерентных поперечных колебаний центра тяжести пучка за оборот будем использовать модуль  $z_k$ :

$$D_k = |z_k| = \exp(-T_0/\tau_D), \quad (6)$$

где  $\tau_D^{-1}$  есть постоянная времени затухания данной моды колебаний. Использование далее для характеристики темпа подавления величин  $D_k$  связано с удобством представления на рисунках областей устойчивости и характеристик системы подавления для  $\tau_D$ , меньших или близких к  $T_0$ , то

есть когда  $D_k$  стремится к нулю. Таким образом, области изменения  $D_k$  для затухающих колебаний лежат в пределах от нуля до единицы, что легко отобразить на рисунках (для  $\tau_D$  такой же области изменения соответствуют значения от нуля до бесконечности). Другим важным параметром является аргумент  $z_k$ , который пропорционален числу колебаний за оборот. Далее будем обозначать дробную часть числа колебаний за оборот как  $\{ReQ_k\}$ . Ясно, что

$$\{ReQ_k\} = \frac{1}{2\pi} \arg(z_k), \quad (7)$$

причем будем определять  $\arg(z_k)$  для значений  $|\arg(z_k)| \leq \pi$ . Данное определение является традиционным и общепринятым в теории ускорителей.

Таким образом, определив положение полюсов  $z_k$  на комплексной  $z$ -плоскости, можно выявить величинные параметров, при которых движение частиц устойчиво, а также постоянные затухания поперечных колебаний частиц и их собственные частоты.

Умножая (3) на  $z^{-n}$  и суммируя по  $n$ , после несложных преобразований получаем

$$\widehat{X}(z) = \frac{z\widehat{I} - \widehat{M}^{-1}(z) \det \widehat{M}(z)}{\det(z\widehat{I} - \widehat{M}(z))} z \widehat{X}[0, s_{P1}], \quad (8)$$

где  $\widehat{I}$  — единичная матрица, а квадратная матрица  $\widehat{M}(z)$  имеет вид

$$\widehat{M}(z) = \widehat{M}_0 + z^{-q} \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \frac{\widetilde{K}_{ih}(z)}{\sqrt{\beta_{Ki} \beta_{Ph}}} \widehat{M}(s_{P1} + C_0, s_{Ki}) \widehat{T} \widehat{M}(s_{Ph}, s_{P1}), \quad (9)$$

причем  $\widetilde{K}_{ih}(z)$  есть одностороннее Z-преобразование коэффициентов передачи  $K_{ih}[n]$  цепи обратной связи. Решение (8) является Z-преобразованием общего решения рассматриваемой задачи и полностью определяет динамику движения центра тяжести одиночного сгустка в ускорителе при наличии цепей обратной связи системы подавления остаточных колебаний.

Перейдем к исследованию аналитических свойств решения (8). Известно, что в радиотехническом смысле цепь устойчива по входу-выходу, если все особенности функции  $\widetilde{K}_{ih}(z)$  находятся внутри круга  $|z| \leq 1$ . Пусть это условие выполняется. Тогда полюса  $z_k$  находятся из уравнения

$$\det(z\widehat{I} - \widehat{M}(z)) = z^2 - z \operatorname{Tr} \widehat{M}(z) + \det \widehat{M}(z) = 0. \quad (10)$$

Решив уравнение (10), находим величины  $z_k$ ,  $D_k$  и  $\{ReQ_k\}$ , которые полностью определяют все основные свойства системы подавления. Необходимо также помнить, что в (10) матрица  $\widehat{M}$  в соответствии с (9) зависит от функции  $z^{-q} \widetilde{K}_{ih}(z)$ , обусловленной наличием в цепи обратной связи задержки  $\tau_{ih}$ , усилителей  $K_{in}$  и  $K_{out}$ , а также фильтра с передаточной функцией  $K_f$  (см. рис.1а).

Сделаем еще одно важное замечание. Выше считалось, что отсутствует взаимодействие между различными сгустками. Это эквивалентно отсутствию резистивной неустойчивости. Однако решение задачи о демпфировании когерентных бетатронных колебаний при наличии неустойчивости приводит к тому же результату: решение полностью определяется полясами  $z_k$ , которые находятся из уравнения (10). Для сгруппированного пучка справедливость этого утверждения продемонстрирована в [7]. Для сплошного пучка такой же результат получен в гидродинамическом приближении с использованием одностороннего преобразования Фурье для решения исходного дифференциального уравнения [4,6], причем

$$z_k = \exp(-i\omega_k T_0),$$

где  $\omega_k$  есть собственная частота волны поперечного смещения в сплошном пучке. Приведенный выше вывод основного уравнения (3) и метод его решения обусловлены исключительно стремлением избежать громоздких математических выкладок. Учет же эффектов связи сгустков приводит к тому, что набег фаз бетатронных колебаний становятся комплексными величинами, зависящими от  $z$ . Это легко учесть, заменив значение  $Q$  на  $Q(z)$ . Возникающие при этом особенности решений трансцендентных уравнений подробно рассмотрены в [7] для оптимальной расстановки датчиков и толкателей.

Учитывая важность уравнения (10), приведем некоторые общие для него соотношения. Для матрицы перехода  $\widehat{M}(s_2, s_1)$  между точками  $s_1$  и  $s_2$  на орбите имеем

$$\begin{aligned} \widehat{M}(s_2, s_1) &= \widehat{R}(s_2) \left( \widehat{I} \cos(\psi_{12}) + \widehat{J}_0 \sin(\psi_{12}) \right) \widehat{R}^{-1}(s_1) = \\ &= \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\beta_2} & \frac{\beta_1}{\beta_2} \end{pmatrix} \cos(\psi_{12}) + \\ &+ \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ -\frac{1 + \alpha_1 \alpha_2}{\beta_2} & -\alpha_2 \frac{\beta_1}{\beta_2} \end{pmatrix} \sin(\psi_{12}), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\alpha = -\frac{1}{2}\beta'$ , а набег фазы бетатронных колебаний между точками  $s_1$  и  $s_2$  равен

$$\psi_{12} = \psi(s_2) - \psi(s_1) = \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{\beta(s)}.$$

В формуле (11) используются также следующие обозначения:

$$\widehat{J}_0 = \begin{pmatrix} 0 & Q^{-1} \\ -Q & 0 \end{pmatrix}; \quad \widehat{R}(s_i) = \sqrt{\beta_i} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\alpha_i}{\beta_i} & \frac{1}{Q\beta_i} \end{pmatrix},$$

причем

$$\widehat{R}(s_i) \widehat{R}^{-1}(s_i) = \widehat{I}.$$

Учитывая это, для следа матрицы  $\widehat{M}(z)$  после несложных преобразований получаем

$$\text{Tr} \widehat{M}(z) = 2 \cos(2\pi Q) + z^{-q} \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \widetilde{K}_{ih}(z) \sin(2\pi Q - \psi(s_{Ki}) + \psi(s_{Ph})), \quad (12)$$

где  $\psi(s_{Ki}) - \psi(s_{Ph})$  — набег фазы бетатронных колебаний от  $h$ -го датчика положения до  $i$ -го толкателя. При подсчете набег фазы было использовано

$$\int_{s_{Ki}}^{s_{Ph}+C_0} \frac{ds}{\beta(s)} = \int_{s_{Ph}}^{s_{Ph}+C_0} \frac{ds}{\beta(s)} + \int_{s_{Ki}}^{s_{Ph}} \frac{ds}{\beta(s)} = 2\pi Q + \psi(s_{Ph}) - \psi(s_{Ki}).$$

Таким образом, след матрицы  $\widehat{M}(z)$  отличается от следа матрицы оборота в отсутствие системы подавления на сумму из слагаемых, каждое из которых пропорционально коэффициенту передачи цепи обратной связи и синусу набег фазы бетатронных колебаний за оборот за вычетом набег фазы от датчика положения до толкателя, связываемых этой цепью обратной связи. Подчеркнем, что след матрицы  $\widehat{M}(z)$  не зависит от параметров матрицы Твисса  $\beta_i$  и  $\alpha_i$ .

Для определителя матрицы  $\widehat{M}(z)$  можем сделать следующие упрощения. Воспользуемся тем, что

$$\frac{1}{\sqrt{\beta_{Ki}\beta_{Ph}}} \widehat{R}^{-1}(s_{Ki}) \widehat{T} \widehat{R}(s_{Ph}) = Q \widehat{T}.$$

Тогда, после некоторых преобразований получаем

$$\det \widehat{M}(z) = 1 - z^{-q} \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \widetilde{K}_{ih}(z) \sin(\psi(s_{Ki}) - \psi(s_{Ph})) + \det \widehat{M}_T(z), \quad (13)$$

где квадратная матрица  $\widehat{M}_T(z)$  имеет вид

$$\widehat{M}_T(z) = z^{-q} \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \widetilde{K}_{ih}(z) \begin{pmatrix} m_{11} & Q^{-1} m_{12} \\ Q m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

причем

$$\begin{aligned} m_{11} &= \sin(2\pi Q + \psi(s_{P1}) - \psi(s_{Ki})) \cos(\psi(s_{Ph}) - \psi(s_{P1})); \\ m_{21} &= \cos(2\pi Q + \psi(s_{P1}) - \psi(s_{Ki})) \cos(\psi(s_{Ph}) - \psi(s_{P1})); \\ m_{12} &= \sin(2\pi Q + \psi(s_{P1}) - \psi(s_{Ki})) \sin(\psi(s_{Ph}) - \psi(s_{P1})); \\ m_{22} &= \cos(2\pi Q + \psi(s_{P1}) - \psi(s_{Ki})) \sin(\psi(s_{Ph}) - \psi(s_{P1})). \end{aligned}$$

В итоге уравнение (10) принимает вид

$$\begin{aligned} \det(z\hat{I} - \hat{M}(z)) &= z^2 - z \operatorname{Tr} \hat{M}(z) + \det \hat{M}(z) = \\ &= z^2 - z \left( 2 \cos(2\pi Q) + z^{-q} \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \tilde{K}_{ih}(z) \sin(2\pi Q - \psi(s_{Ki}) + \psi(s_{Ph})) \right) + \\ &+ 1 - z^{-q} \sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \tilde{K}_{ih}(z) \sin(\psi(s_{Ki}) - \psi(s_{Ph})) + \det \hat{M}_T(z) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Из полученного выражения видно, что при различных расстановках датчиков положения и толкателей, а также связях между ними, включая перекрестные, решения  $z_k$  уравнения (10) зависят от набегов фаз бетатронных колебаний между датчиками и толкателями, но не зависят от параметров матрицы Твисса  $\beta_i$  и  $\alpha_i$  в местах их расположения.

### 3. Решения для быстрой системы подавления

Исследование решений уравнения (10) проведем для быстрой системы подавления когерентных поперечных колебаний (см. рис. 1а) при произвольной расстановке датчиков и толкателей. Обозначим набег фазы бетатронных колебаний от ДП1 до Т1 как  $\psi_{PK}$ :

$$\psi_{PK} = \psi(s_{K1}) - \psi(s_{P1}).$$

Тогда для набег фазы бетатронных колебаний от ДП2 до Т2 имеем

$$\psi(s_{K2}) - \psi(s_{P2}) = \psi_{PK} + \psi_K - \psi_P,$$

где  $\psi_P$  — набег фазы от ДП1 до ДП2;  $\psi_K$  — набег фазы от Т1 до Т2. Напомним, что в быстрой системе воздействие на пучок передается по цепи обратной связи без дополнительной задержки, так что  $q = 0$ , и отсутствуют перекрестные связи ДП1-Т2 и ДП2-Т1. Это пока единственное упрощение. С целью облегчения анализа общего уравнения для быстрой системы примем, что передаточные функции цепей обратной связи ДП1-Т1 и ДП2-Т2 совпадают:

$$\tilde{K}_{11}(z) = \tilde{K}_{22}(z) = K(z).$$

Это условие легко обеспечить при идентичных цепях обратной связи, подстраивая у применяемых усилителей коэффициенты усиления. Тогда с учетом (14) и введенных обозначений для набегов фаз уравнение (15) принимает вид

$$\begin{aligned} z^2 - 2z \left[ \cos(2\pi Q) + K(z) \sin \left( 2\pi Q - \psi_{PK} - \frac{\psi_K - \psi_P}{2} \right) \cos \left( \frac{\psi_K - \psi_P}{2} \right) \right] + \\ + 1 - 2K(z) \sin \left( \psi_{PK} + \frac{\psi_K - \psi_P}{2} \right) \cos \left( \frac{\psi_K - \psi_P}{2} \right) + \\ + K^2(z) \sin(\psi_P) \sin(\psi_K) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнение (16) является итоговым для нахождения  $z_k$ . Когда  $\psi_P = \psi_K = \pi/2$ , оно переходит в аналогичное уравнение, приведенное в [3-5, 7, 8], для оптимальной расстановки. При  $\psi_P = \psi_K = 0$  получаем уравнение для определения областей устойчивости классической системы подавления [6] с удвоенным коэффициентом усиления цепи обратной связи. При наличии неустойчивости, напомним,  $Q$  есть функция от  $z$ , так что (16) есть трансцендентное уравнение, имеющее бесчисленное множество решений, особенности которых обсуждаются, например, в [7]. Далее будут рассмотрены лишь некоторые основные решения (16), лежащие вне особенностей  $Q(z)$  и определяющие область устойчивости для когерентных бетатронных колебаний ступков. В этом случае можно использовать метод последовательных приближений [7] для решения (16), подставляя вместо  $Q(z)$  комплексные числа, мнимая часть  $\operatorname{Im} Q$  которых определяется инкрементом неустойчивости, а действительная часть  $\operatorname{Re} Q$  совпадает с числом бетатронных колебаний за оборот при выключенной системе подавления с поправкой на когерентный кулоновский сдвиг. Подставляя в (16) значения  $\operatorname{Im} Q$  и  $\operatorname{Re} Q$  на различных частотах развития неустойчивости (для УНК-1 их можно найти в [1]), получаем параметры системы подавления как функции частоты.

Как уже отмечалось, конкретный вид  $K(z)$  зависит от системной функции фильтра. В цепи обратной связи системы подавления для УНК-1 предполагается использовать цифровой фильтр с рекурсивными звеньями [4]. Для фильтра первого порядка (см. рис. 1б) с общей задержкой  $T_0$  и с усилителями с коэффициентом усиления  $a$  в нерекурсивном звене и  $b$  в рекурсивном звене имеем

$$K(z) = \frac{z+a}{z-b} K, \quad (17)$$

где  $K$  — коэффициент передачи цепи обратной связи без учета фильтра. Принимая во внимание сделанные замечания о  $Q(z)$ , после подстановки  $K(z)$  в (16) получаем алгебраическое уравнение четвертой степени. В [3-5] показано, что новые решения, обусловленные наличием фильтра в цепи обратной связи, особенно существенно сказываются при значениях  $K$  около единицы, в области максимального темпа подавления. В [4, 8] показано, что влияние фильтра на положение равновесной орбиты отсутствует при  $a = -1$ . Однако при  $b = 0$  область устойчивости сильно сужается. Восстановлению приемлемой области устойчивости способствует введение рекурсивного звена [4], когда значения  $b$  лежат в диапазоне от 0.30 до 0.65.

Как показано в [3], максимальный темп затухания для быстрой системы подавления получается при оптимальной расстановке и широкополосной цепи обратной связи без фильтра, причем

$$D_k = |z_k| = |\operatorname{sh}(2\pi \operatorname{Im} Q)| \quad \text{при} \quad |K| = \operatorname{ch}(2\pi \operatorname{Im} Q). \quad (18)$$

В УНК-1 имеем  $|\operatorname{Im} Q| \cong 0.1$ . В результате запас по устойчивости очень невелик. В связи с этим датчики и толкатели системы подавления размещались на кольце УНК-1 таким образом, чтобы по возможности быть вблизи

своих оптимальных позиций. Удалось разместить все устройства систем подавления так, что отличия набегов фаз  $\psi_P$  и  $\psi_K$  когерентных бетатронных колебаний на участках, соответственно, между датчиками и кикерами не превосходят  $0.09\pi$  радиан для системы подавления горизонтальных колебаний и  $0.04\pi$  радиан для вертикальных колебаний.

#### 4. Некоторые результаты

Проанализируем теперь влияние отличий реального расположения датчиков и толкателей от оптимальной расстановки на параметры системы подавления.

Поскольку практический интерес представляют небольшие отклонения набегов фаз бетатронных колебаний от оптимальных значений, то введем следующие малые параметры:

$$\eta = \text{Re}\psi_{PK} - \frac{\pi}{2} - \pi m + \frac{\zeta - \xi}{2}; \quad \xi = \text{Re}\psi_P - \frac{\pi}{2}; \quad \zeta = \text{Re}\psi_K - \frac{\pi}{2}. \quad (19)$$

Напомним, что в быстрой системе подавления промежутки ДП1-ДП2, Т1-Т2 и Т2-ДП1 считаются короткими. Поэтому можно считать

$$\text{Im}\psi_P \cong \text{Im}\psi_K \cong 0 \quad \text{и} \quad \text{Im}\psi_{PK} \cong 2\pi \text{Im}Q.$$

С учетом всех этих замечаний уравнение (16) можно преобразовать к следующему виду:

$$\left(z - \frac{z_+ - z_-}{2}\right)^2 - \left(\frac{z_+ - z_-}{2}\right)^2 - K^2(z) \sin^2\left(\frac{\zeta + \xi}{2}\right) = 0, \quad (20)$$

где

$$z_{+,-} = \exp(\pm i2\pi Q) - \kappa K(z) \cos\left(\frac{\zeta - \xi}{2}\right) \exp(\pm i(2\pi \text{Re}Q - \eta)),$$

причем  $\kappa = \exp(\mp i\pi m)$ . Таким образом, при малых  $|K|$  имеем эквивалентные уравнения:

$$z = z_+; \quad z = z_-,$$

которые совпадают с приведенным в [3] при  $\xi = \zeta$  и  $\eta = 0$ . Это означает, что при равных величинах ошибок на промежутках ДП1-ДП2 и Т1-Т2 и оптимальном набеге фазы между ДП1-Т1 параметры  $D_k$  и  $\{\text{Re}Q_k\}$  останутся практически неизменными для малых величин коэффициента передачи  $K$  цепи обратной связи. Более того, небольшая регулировка  $K$ , компенсирующая  $\cos((\zeta - \xi)/2)$ , и подстройка  $\text{Re}\psi_{PK}$ , обеспечивающая  $\eta = 0$ , позволяют восстановить для неравных ошибок  $\xi$  и  $\zeta$  такие же параметры системы подавления, как и в оптимальном случае.

Перейдем теперь к анализу решений уравнения (16) или эквивалентного уравнения (20) для цепи обратной связи без фильтра ( $a = b = 0$ ) в области таких значений  $|K|$ , когда темп подавления колебаний максимален. Для

этого найдем значения  $|K|_{opt}$ , при которых модули решений квадратного уравнения (20) совпадают. Приближенное решение (20) при малых  $\zeta$  и  $\xi$  есть

$$z_{1,2} \cong z_{+,-} \pm \frac{K^2}{z_+ - z_-} \sin^2\left(\frac{\zeta + \xi}{2}\right).$$

В этом же приближении имеем

$$|z_{1,2}|^2 \cong |z_{+,-}|^2 \pm K^2 \sin^2\left(\frac{\zeta + \xi}{2}\right) \mu_{1,2}, \quad (21)$$

где

$$\mu_{1,2} = \frac{2\text{Re}\{(z_+ - z_-)z_{+,-}\}}{|z_+|^2 + |z_-|^2 - 2\text{Re}\{z_+ z_-^*\}}.$$

Вблизи  $|K|_{opt}$  имеем  $|z_1| \cong |z_2|$ . Поскольку поправка в (21) пропорциональна  $(\zeta + \xi)^2$ , то для  $\mu_{1,2}$  можно использовать значения  $|z_{+,-}|$ , получающиеся при  $\zeta = \xi = 0$ , то есть  $|z_+| \cong |z_-|$ . В этой области имеем

$$\exp(-2\pi|\text{Im}Q|) < |K| < \exp(2\pi|\text{Im}Q|).$$

Здесь для параметров УНК-1 ( $\{\text{Re}Q\} = 0.3$ ,  $|\text{Im}Q| = 0.1$ ) отличие аргументов

$$\arg(z_+) \cong 2\pi(0.5 - \{\text{Re}Q\} - \epsilon_1) \quad \text{и} \quad \arg(z_-) \cong 2\pi(\{\text{Re}Q\} - \epsilon_2)$$

при малых  $\eta$  также невелико:  $|\epsilon_1| \cong |\epsilon_2| \ll 0.5$ . Поэтому в знаменателе для  $\mu_i$  имеем конечную величину около  $4|z|^2 \cos^2(2\pi\{\text{Re}Q\})$ , а в числителе получается величина около  $\pm 2|z|^2 \cos^2(2\pi\{\text{Re}Q\})$ . В результате  $\mu_{1,2} \cong \pm 0.5$ . Таким образом, в окрестности  $|K|_{opt}$  в (21) имеем

$$|z_{1,2}|^2 \cong |z_{+,-}|^2 + \frac{1}{2}K^2 \sin^2\left(\frac{\zeta + \xi}{2}\right).$$

Это означает, что  $|K|_{opt}$  можно найти из условия  $|z_+| = |z_-|$ . Отсюда

$$|K|_{opt} \cong \frac{\text{ch}(2\pi \text{Im}Q)}{|\cos(\eta) \cos\left(\frac{\zeta - \xi}{2}\right)|}. \quad (22)$$

Следовательно, при равных  $\xi$  и  $\zeta$  максимальный темп подавления достигается при тех же значениях коэффициента передачи, что и при нулевых  $\xi$  и  $\zeta$ . Однако при этом темп подавления колебаний будет несколько медленнее, поскольку из (21) в соответствии с (22) имеем

$$|z_{1,2}|^2 \cong \frac{\text{sh}^2(2\pi|\text{Im}Q|)}{\cos^2(\eta)} + \text{tg}^2(\eta) + \frac{\text{ch}^2(2\pi \text{Im}Q)}{2 \cos^2(\eta) \cos^2\left(\frac{\zeta - \xi}{2}\right)} \sin^2\left(\frac{\zeta + \xi}{2}\right).$$

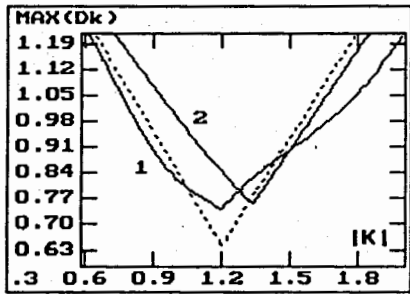


Рис.2

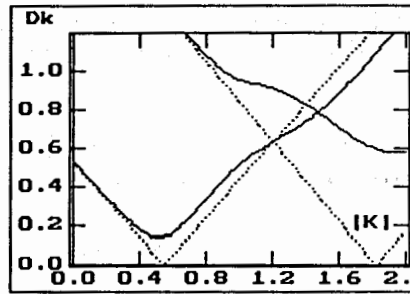


Рис.3

Из последнего выражения также видно, что наибольшее влияние на темп подавления, как и при малых  $K$ , оказывает параметр  $\eta$ .

Для быстрой системы подавления с широкополосными усилителями в цепи обратной связи без фильтра на рис.2 приведены зависимости  $\text{MAX}(D_k)$  от  $|K|$  при значениях  $\xi$  и  $\zeta$  одного знака (кривые 1), для равных по величине, но разного знака (кривые 2) и при  $\xi = \zeta = 0$  (пунктирные линии). Для всех зависимостей величина  $\text{Re}\psi_{PK} = 108.5\pi$  радиан, что соответствует оптимальному значению  $\pi t + \pi/2$  радиан. Здесь и далее используются ожидаемые в УНК-1 значения  $\text{Re}Q = 56.7$  и  $|\text{Im}Q| = 0.1$ . Из приведенных на этом рисунке зависимостей видно, что они хорошо согласуются с приведенными выше результатами как при малых  $|K|$ , так и вблизи максимальных величин для темпа подавления.

На рис.3 приведены зависимости  $D_k$  от  $|K|$  (сплошные линии) при реальной расстановке датчиков и кикеров для системы подавления горизонтальных колебаний, когда в цепи обратной связи отсутствует фильтр и максимальны отличия  $\text{Re}\psi_P$  и  $\text{Re}\psi_K$  от  $\pi/2$  радиан ( $\text{Re}\psi_P = 0.582\pi$ ,  $\text{Re}\psi_K = 0.588\pi$ ), причем  $\text{Re}\psi_{PK} = 108.406\pi$  радиан. Здесь же приведены те же зависимости в области максимальных значений темпа подавления (пунктирные линии) для оптимальной расстановки. Смещение максимальных величин  $D_k$  в область  $|K| \cong 1.4$  (по сравнению с  $|K| \cong 1.2$  для оптимальной расстановки) связано с отличием  $\text{Re}\psi_{PK}$  от оптимального значения.

Таким образом, наиболее существенным параметром, влияющим на размеры областей устойчивости, является набег фазы бетатронных колебаний между ДП1 и Т1. Отметим, что при изменении числа частиц на орбите изменяется когерентный сдвиг частоты бетатронных колебаний. В УНК-1 его величина может достигать 0.09 для горизонтальных и 0.41 для вертикальных колебаний [2]. Поскольку сигнал от датчика до кикера по цепи обратной связи передается навстречу пучку, то возникают соответствующие значительные изменения  $\text{Re}\psi_{PK}$ . Из приведенных выше выражений ясно, что

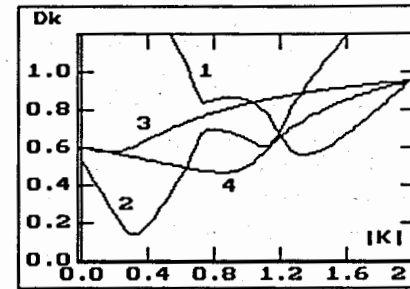


Рис.4

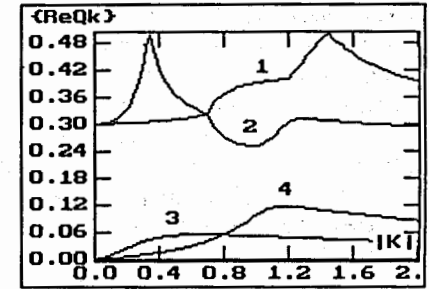


Рис.5

устойчивость движения частиц сохраняется, если

$$|\cos(\eta)| = \left| \sin\left(\text{Re}(\psi_{PK} + \frac{\psi_K - \psi_P}{2})\right) \right| > |\text{sh}(2\pi\text{Im}Q)|.$$

В УНК-1 поэтому приемлемы отклонения  $\text{Re}\psi_{PK}$  около  $0.2\pi$  радиан, что меньше ожидаемого изменения  $\text{Re}\psi_{PK}$  из-за когерентного сдвига  $\text{Re}Q$  для вертикальных колебаний. Поэтому при инъекции очередной порции частиц должна быть предусмотрена коррекция  $\text{Re}\psi_{PK}$  на участке между ДП2 и Т1.

Как уже отмечалось выше, введение фильтра в цепь обратной связи приводит не только к изменению области устойчивости, но и к возникновению новых мод затухающих поперечных колебаний. На рис.4 приведены зависимости  $D_k$  от  $|K|$  при реальной расстановке датчиков и кикеров для системы подавления горизонтальных колебаний. Параметры фильтра оптимизированы так, чтобы темп подавления был максимальным. Этому отвечают значения  $b = 0.61$ . Необходимо подчеркнуть, что оптимальные значения  $b$  зависят от  $Q$ . В связи с этим должна быть предусмотрена возможность подстройки коэффициента усиления  $b$  усилителя в рекурсивном звене фильтра в соответствии с изменениями  $Q$ . На рис.5 приведены зависимости абсолютной величины дробной части числа колебаний  $|\{\text{Re}Q_k\}|$  от  $|K|$  для всех поперечных мод. Кривые 1 и 2 соответствуют обычным модам колебаний, а кривые 3 и 4 — модам колебаний, связанным с наличием цифрового фильтра в цепи обратной связи. Из сравнения рисунков 3 и 4 видно, что при наличии фильтра в цепи обратной связи темп подавления несколько медленнее. Однако область допустимых значений  $|K|$  существенно шире, что должно благоприятно сказаться при настройке усилителей мощности в цепи обратной связи.



## Заключение

Проведенное исследование влияния ошибок в расстановке датчиков и толкателей быстрой системы подавления показывает, что отличия набегов фаз бетатронных колебаний от  $\pi/2$  радиан на коротких промежутках между датчиками и толкателями одного знака приводят к меньшему темпу подавления когерентных бетатронных колебаний, чем при погрешностях разного знака. Наибольшее влияние на темп подавления оказывают ошибки в набеге фазы между первым датчиком положения и первым толкателем. В УНК-1 они не должны превышать 0.23 $\pi$  радиан. В связи с возможными большими вариациями числа протонов на орбите в УНК-1 необходимо предусмотреть коррекцию этого набеге фазы с тем, чтобы сохранить устойчивость работы системы подавления.

В заключение автор выражает свою признательность И.Н.Иванову за инициативу по постановке задачи, коллегам из ОИЯИ, ИФВЭ и МРТИ, совместно с которыми ведутся работы по созданию системы подавления, за полезные обсуждения, а также П.А.Чернову за проведение некоторых расчетов.

## Литература

1. Балбеков В.И.— Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. ОИЯИ, Дубна, 1985, т.2, с.360.
2. Балбеков В.И. и др.— Препринт ИФВЭ 87-120, Серпухов, 1987.
3. Жабицкий В.М. и др.— Сообщение ОИЯИ Р9-91-99, Дубна, 1991.
4. Жабицкий В.М. и др.— Сообщение ОИЯИ Р9-91-494, Дубна, 1991.
5. Жабицкий В.М.— Сообщение ОИЯИ Р9-91-91, Дубна, 1991.
6. Zhabitsky V.M. — CERN-SL/RFS 91-14. December, 1991.
7. Жабицкий В.М. и др. — Сообщение ОИЯИ Р9-92-309, Дубна, 1992.
8. Жабицкий В.М. и др. — Сообщение ОИЯИ Р9-91-246, Дубна, 1991.
9. Гопоровский И.С. — Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио, 1977.
10. Сиберт У.М. — Цепи, сигналы, системы. М.: Мир, 1988.

Рукопись поступила в издательский отдел  
17 июля 1992 года

Жабицкий В.М.

P9-92-310

Влияние ошибок в расстановке датчиков и толкателей на параметры системы подавления резистивной неустойчивости в I ступени УНК

Анализируется влияние ошибок в расстановке датчиков положения центра тяжести пучка и дипольных магнитов-толкателей на параметры системы подавления когерентных поперечных колебаний в синхротроне при произвольном числе цепей обратной связи и соединений в них. Показано, что на параметры области устойчивости движения пучка оказывают влияние только ошибки в набегах фаз бетатронных колебаний между датчиками и толкателями. Приводятся результаты численных расчетов величины допустимых ошибок расстановки датчиков и толкателей для системы подавления резистивной неустойчивости в I ступени УНК, которая в каждом из направлений поперечных колебаний пучка имеет по два датчика положения и толкателя.

Работа выполнена в Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Zhabitsky V.M.

P9-92-310

Influence of Monitor and Kicker Location Errors on the Damper System Parameters (I Stage UNK)

The influence of beam position monitors and damper kickers location errors on the transverse damper system parameters is analyzed for arbitrary feedback circuits. It is obtained that stable region configuration depends only on the betatron phase advances between pick-ups and kickers. The numerical simulation is made for the possible monitor and kicker location errors in the fast damper system for UNK-1 accelerator. This system includes two monitors and two kickers in each plane of the beam transverse oscillations.

The investigation has been performed at the Particle Physics Laboratory, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992