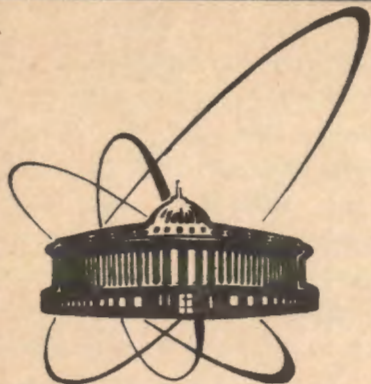


91-494



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P9-91-494

В.М.Жабицкий , И.Л.Корнев\* , Л.А.Юдин\*

СИСТЕМА ПОДАВЛЕНИЯ РЕЗИСТИВНОЙ  
НЕУСТОЙЧИВОСТИ В I СТУПЕНИ УНК  
С БИХ-ФИЛЬТРОМ В ЦЕПИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

\*Московский радиотехнический институт АН СССР

1991

## ВВЕДЕНИЕ

Постановка задачи о подавлении сильной резистивной неустойчивости в I ступени УНК впервые была изложена в<sup>/1/</sup>. Было показано, что подавление такой неустойчивости невозможно с помощью классической системы подавления с одной цепью обратной связи. Поэтому была предложена система подавления с четырьмя цепями обратной связи, по двум из которых сигнал распространяется по хорде вдогонку пучку, а по двум другим, как обычно, - навстречу пучку. В работах<sup>/2,3/</sup> была рассмотрена более простая система с двумя цепями обратной связи, сигнал по которым распространяется навстречу пучку. В<sup>/3/</sup> было показано, что неустойчивость в УНК-1 с помощью такой системы подавляется. В отличие от<sup>/1/</sup> в этих работах были найдены условия устойчивости движения частиц, если в цепи обратной связи имеется КИХ-фильтр первого порядка, (фильтр с импульсной характеристикой конечной длительности, в состав которого входит конечное число нерекурсивных цепей). Такие фильтры в настоящее время широко используются для подавления гармоник частоты обращения в сигнале с датчика положения<sup>/4/</sup>. В<sup>/2,3/</sup> было показано, что с введением подобного фильтра существенно сужается область устойчивости и снижается темп подавления колебаний. В<sup>/5/</sup>, где анализировалась работа классической системы подавления, было предложено использовать БИХ-фильтр (фильтр с импульсной характеристикой бесконечной длительности, в состав которого входят рекурсивные цепи). Применение такого фильтра также позволяет обеспечить подавление гармоник частоты обращения. В этой же работе было показано, что область устойчивости с БИХ-фильтром шире, чем в случае с КИХ-фильтром. В связи с этим в настоящей работе исследуется разрабатываемая для УНК-1 система подавления с двумя цепями обратной связи с БИХ-фильтрами.

## КОНФИГУРАЦИЯ СИСТЕМЫ ПОДАВЛЕНИЯ РЕЗИСТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как уже отмечалось выше, для подавления когерентных поперечных колебаний пучка в УНК-1 разрабатывается система, которая как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях

поперечных колебаний пучка состоит из двух пар датчиков положения (ДП) и дипольных корректирующих магнитов-толкателей (Т), соединенных идентичными цепями обратной связи (см. рис.1). Предусилитель с коэффициентом усиления  $K_{in}$  на входе цепи обратной связи обеспечивает согласование ДП с последующими радиотехническими устройствами. После предусилителя сигнал преобразуется с помощью фильтра с передаточной характеристикой  $K_f$ . Затем сигнал усиливается в  $K_{out}$  раз выходным усилителем мощности и поступает на толкатель, который изменяет угол наклона траектории пучка к равновесной орбите. Поскольку выходной сигнал зависит от входного, пропорционального смещению пучка в месте расположения ДП, то коррекция пучка толкателем происходит в соответствии с его состоянием в предшествующие моменты времени. В результате реализуется необходимая обратная связь в системе управления пучком. Такая система далее будет называться быстрой системой подавления поперечных колебаний (БСППК). С целью упрощения изложения последующего материала перекрестные связи ДП1 - Т2 и ДП2 - Т1 не рассматриваются. Также считается, что цепи обратной связи идентичны и для фурье-компонент напряжений имеем

$$\tilde{V}_{1\text{out}}(\omega) = K_V(\omega) \exp(-j\omega\tau) \tilde{V}_{1\text{in}}(\omega), \quad (1)$$

где  $K_V(\omega) = K_{in} K_f K_{out}$ ;  $\tau$  - задержка сигнала в цепи обратной связи. БСППК разрабатывается для УНК-1 и должна обеспечить подавление сильной резистивной неустойчивости с инкрементом около  $0.1\omega_0^{1/2}$  ( $\omega_0 = 2\pi/T_0$ ;  $T_0$  - период обращения частиц в ускорителе).

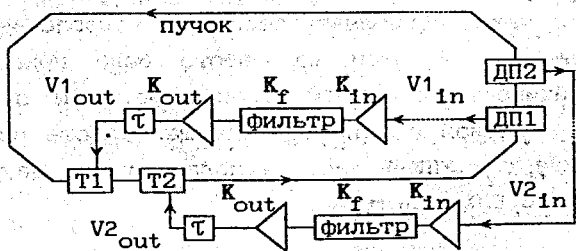


Рис.1

Перейдем теперь к анализу работы системы подавления резистивной неустойчивости, учитывая собственное поле пучка и его взаимодействие с вакуумной камерой. При описании когерентного

поперечного движения пучка будем следовать работе [1]. Пусть  $x_c(t,s)$  есть смещение центра тяжести сплошного пучка от равновесной орбиты в момент времени  $t$  в точке  $s$  на ней. Поскольку периодичность расстановки частиц по  $s$  равна длине орбиты  $C_0$ , то получаем условие

$$x_c(t, s+C_0) = x_c(t, s); \quad x'_c(t, s+C_0) = x'_c(t, s). \quad (2)$$

В соответствии с [1] для  $x_c(t,s)$  имеем

$$\left[ \left[ \frac{1}{v_0} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \right]^2 + K(s) \right] x_c(t,s) = \int_0^t \Delta K_B(t-t') x_c(t', s) dt' + F(s) + \sum_{k=1}^2 F_{K1}(t) \delta(s-s_{K1}), \quad (3)$$

где  $K(s) = K(s+C_0)$  - коэффициент жесткости;  $v_0$  - продольная скорость движения частицы по орбите. Собственное поле пучка и его взаимодействие с вакуумной камерой описывается интегральным оператором с ядром  $\Delta K_B(t-t')$ . Такая запись вклада собственного поля соответствует квазистационарному приближению. Она принята при описании резистивной неустойчивости сплошного пучка. Функция  $F(s)$  описывает влияние возмущений ведущего магнитного поля на орбите. Функции  $F_{K1}(t)$  характеризуют действие цепи обратной связи на движение частиц в точках  $s_{K1}$  в момент времени  $t$ . В соответствии с выбранной схемой системы подавления имеем

$$F_{K1}(t) = \int_0^t K(t-t') x_c(t', s_{P1}) dt', \quad (4)$$

где  $s_{P1}$  - точка расположения датчика на орбите. Передаточные функции  $K(t-t')$ , как уже отмечалось выше, одинаковы для цепей ДП1 - Т1 и ДП2 - Т2.

Сделаем в (3) для явно зависящих от времени функций одностороннее преобразование Фурье. После несложных вычислений, принимая во внимание (4) и (1), получим

$$\left[ \frac{d^2}{ds^2} + \tilde{K}_B(s, \omega) \right] \tilde{y}(\omega, s) = \left[ v_0^{-2} \{ j\omega x_c(0, s) + x'_c(0, s) \} + \frac{F(s)}{j\omega} \right] \exp \left[ \frac{j\omega s}{v_0} \right] + S_{PK} K_V(\omega) \exp \{ j\omega(\tau_{PK} - \tau) \} \sum_{k=1}^2 \tilde{y}_c(\omega, s_{P1}) \delta(s-s_{K1}), \quad (5)$$

где  $\tilde{K}_B(s, \omega) = K(s) - \Delta \tilde{K}_B(\omega)$ . При выводе (5) была выполнена замена фурье-компоненты для  $x_c(t,s)$  на новую функцию  $\tilde{y}(\omega, s)$ :

$$\tilde{x}_c(\omega, s) = \int_0^\infty x_c(t, s) \exp(-j\omega t) dt = \tilde{y}(\omega, s) \exp(-j\omega s/v_0). \quad (6)$$

функции  $x_c(0, s)$  и  $\dot{x}_c(0, s) = \partial x_c(0, s) / \partial t$  в (5) характеризуют распределение частиц в начальный момент времени  $t=0$ . Коэффициент  $S_{PK}$  учитывает чувствительность ДП и передаточные характеристики толкателя. Время пролета частицы от датчика до толкателя есть

$$\tau_{PK} = (s_{K1} - s_{P1}) / v_0 \quad (7)$$

и принято одинаковым для промежутков ДП1 - Т1 и ДП2 - Т2. В силу условия (2) из периодичности  $\tilde{x}_c(\omega, s)$  по  $s$  получается, в свою очередь, для  $\tilde{y}(\omega, s)$ :

$$\tilde{y}(\omega, s+C_0) = \tilde{y}(\omega, s) \exp(j\omega T_0). \quad (8)$$

Из левой части (5) видно, что для  $\tilde{y}(\omega, s)$  имеем уравнение, совпадающее по виду с бетатронным уравнением для отдельной частицы. Подчеркнем, однако, что  $\tilde{K}_B(s, \omega)$  - комплексная величина, которая отличается от  $K(s)$  на  $\Delta \tilde{K}_B(\omega)$  из-за электромагнитного взаимодействия частиц пучка между собой и со стенками вакуумной камеры. Частное решение уравнения (5) есть сумма решения  $\tilde{y}_{f0}(\omega, s)$ , которое учитывает начальные функции распределения при  $t=0$  и возмущение  $F(s)$ , и решения  $\tilde{y}_K(\omega, s)$ , обусловленного действием толкателей. Первое решение есть

$$\tilde{y}_{f0}(\omega, s) = \int_{s_0}^s \left[ v_0^{-2} (j\omega x_c(0, s') + \dot{x}_c(0, s')) + \frac{F(s')}{j\omega} \right] \exp\left[\frac{j\omega s'}{v_0}\right] \cdot \sqrt{\beta(s)\beta(s')} \sin[\psi(s) - \psi(s')] ds',$$

где набег фазы бетатронных колебаний  $\psi(s) - \psi(s')$  между точками  $s$  и  $s'$ , в которых значения  $\beta$ -функций есть  $\beta(s)$  и  $\beta(s')$ , равен

$$\psi(s) - \psi(s') = \int_{s'}^s \frac{ds}{\beta(s)}. \quad (9)$$

Подчеркнем, что  $\tilde{y}_{f0}(\omega, s_0) = \tilde{y}'_{f0}(\omega, s_0) = 0$ , где  $s_0$  - произвольная точка. Для  $\tilde{y}_K(\omega, s)$ , соответственно, имеем при  $s > s_{K1}$

$$\tilde{y}_K(\omega, s) = S_{PK} K_V(\omega) \exp[j\omega(\tau_{PK} - \tau)] \cdot \sum_{i=1}^N \tilde{y}_c(\omega, s_{P1}) \sqrt{\beta(s)\beta(s_{K1})} \sin[\psi(s) - \psi(s_{K1})],$$

где  $\beta_{K1} = \beta(s_{K1})$ .

Полное решение уравнения (5) можно представить в матричной форме в виде суммы решения однородного уравнения с начальным состоянием  $\hat{y}_0(\omega, s_0)$  и частных решений неоднородного уравнения  $\hat{y}_{f0}(\omega, s)$  и  $\hat{y}_K(\omega, s)$ :

$$\hat{y}(\omega, s) = \hat{M}(\omega; s, s_0) \hat{y}_0(\omega, s_0) + \hat{y}_{f0}(\omega, s) + \hat{y}_K(\omega, s),$$

где

$$\hat{y}_0(\omega, s_0) = \begin{bmatrix} y_0(\omega, s_0) \\ y'_0(\omega, s_0) \end{bmatrix}; \quad \hat{y}_{f0}(\omega, s) = \begin{bmatrix} y_{f0}(\omega, s) \\ y'_{f0}(\omega, s) \end{bmatrix}; \quad \hat{y}_K(\omega, s) = \begin{bmatrix} y_K(\omega, s) \\ y'_K(\omega, s) \end{bmatrix}.$$

Матрица  $\hat{M}(\omega; s, s_0)$  есть обычная матрица перехода из точки  $s_0$  на орбите в точку  $s$ . Нетрудно видеть, что

$$\hat{y}_K(\omega, s_0 + C_0) = S_{PK} K_V(\omega) \exp[j\omega(\tau_{PK} - \tau)] \hat{D}^{-1} \hat{A} (\hat{B}_K \hat{T} + \hat{T} \hat{B}_P) \hat{D} y_0(\omega, s_0),$$

где  $\hat{A}$  - матрица перехода из точки  $s_{K2}$  в точку  $s_{P1}$  (от Т2 до ДП1);  $\hat{B}_P$  - матрица перехода из точки  $s_{P1}$  в точку  $s_{P2}$  (от ДП1 до ДП2);  $\hat{B}_K$  - матрица перехода из точки  $s_{K1}$  в точку  $s_{K2}$  (от Т1 до Т2);  $\hat{D}$  - матрица перехода из точки  $s_0$  в точку  $s_{P1}$ . В квадратной матрице  $\hat{T}$  размера  $2 \times 2$  элемент  $T_{21} = 1$ , а все остальные элементы равны нулю.

В соответствии с (8) имеем

$$\hat{y}(\omega, s_0 + C_0) = \exp(j\omega T_0) \hat{y}(\omega, s_0) = \exp(j\omega T_0) \hat{y}_0(\omega, s_0) = \hat{M}_S(\omega) \hat{y}_0(\omega, s_0) + \hat{y}_{f0}(\omega, s_0 + C_0),$$

где  $\hat{M}_S(\omega)$  - матрица оборота из точки  $s_0$  в точку  $s_0 + C_0$  с учетом действия толкателей:

$$\hat{M}_S(\omega) = \hat{D}^{-1} \hat{M}(\omega) \hat{D};$$

$$\hat{M}(\omega) = \hat{M}_0 + S_{PK} K_V(\omega) \exp[j\omega(\tau_{PK} - \tau)] \hat{A} (\hat{B}_K \hat{T} + \hat{T} \hat{B}_P). \quad (10)$$

Здесь  $\hat{M}_0$  - матрица оборота из точки  $s_{P1}$  на орбите ( $s_{P1}$  - место расположения ДП1). Таким образом, решение для  $\hat{y}_0(\omega, s_0)$  есть

$$\hat{y}_0(\omega, s_0) = [\exp(j\omega T_0) \hat{I} - \hat{M}_S(\omega)]^{-1} \hat{y}_{f0}(\omega, s_0 + C_0).$$

Напомним, что  $s_0$  - произвольная точка. Поэтому из последнего решения для  $\hat{y}_0(\omega, s_0)$  после очевидных преобразований для обратной матрицы находим удовлетворяющее (8) общее решение уравнения (5) для любой точки  $s$ :

$$\hat{y}(\omega, s) = \frac{\exp(j\omega T_0) \hat{I} - \hat{M}_S^{-1}(\omega) \det \hat{M}_S(\omega)}{\det [\exp(j\omega T_0) \hat{I} - \hat{M}_S(\omega)]} \hat{y}_f(\omega, s), \quad (11)$$

где

$$\hat{y}_f(\omega, s) = \int_{s_0}^{s+C_0} \left[ v_0^{-2} (j\omega x_c(0, s') + \dot{x}_c(0, s')) + \frac{F(s')}{j\omega} \right] \exp\left[\frac{j\omega s'}{v_0}\right] \cdot \sqrt{\beta(s)\beta(s')} \sin[2\pi Q(\omega) + \psi(s) - \psi(s')] ds',$$

а  $2\pi Q(\omega)$  - комплексная величина, характеризующая набег фазы бетатронных колебаний за оборот на частоте  $\omega/2\pi$ . Из (11)

ясно, что решение полностью определяется частотами  $\omega_k$ , которые равны нулям определителя:

$$\det[\exp(j\omega T_0)\hat{I}-\hat{M}_s(\omega)] = \det[\exp(j\omega T_0)\hat{I}-\hat{M}(\omega)] = \exp(j2\omega T_0) - \exp(j\omega T_0)\text{Tr}\hat{M}(\omega) + \det\hat{M}(\omega) = 0, \quad (12)$$

где  $\text{Tr}\hat{M}(\omega)$  - след (шпур) матрицы  $\hat{M}(\omega)$ . Движение частиц будет устойчивым, если

$$\text{Im}\omega_k > 0. \quad (13)$$

Обратим внимание на то, что уравнение (12) и условие устойчивости (13) полностью эквивалентны аналогичным уравнениям в<sup>2/</sup> при  $\text{Im}Q=0$ . Однако необходимо отметить, что уравнение (12) носит более общий характер и справедливо при  $|\text{Im}Q|>0$ . Принимая во внимание формальное совпадение (12) с аналогичными уравнениями в<sup>2,3/</sup>, можно утверждать, что приведенные в<sup>3/</sup> результаты справедливы и при  $|\text{Im}Q|>0$ .

При  $K_V(\omega)=0$  имеем для  $\omega_k$  из (12)

$$\omega_k = (k \pm Q(\omega_k))\omega_0,$$

где  $k$  - целое (положительное или отрицательное) число. Это решение совпадает с хорошо известным условием для частот, на которых может развиваться резистивная неустойчивость.

Примем следующие упрощения для матрицы  $\hat{M}(\omega)$  в (10), аналогичные использовавшимся в<sup>2,3/</sup>. Пусть в промежутках от ДП1 до ДП2 и от Т1 до Т2 набег фазы бетатронных колебаний равен  $\pi/2$ :

$$\text{Re}[\psi(s_{P2}) - \psi(s_{P1})] = \text{Re}[\psi(s_{K2}) - \psi(s_{K1})] = \pi/2.$$

Будем считать также, что эти промежутки имеют достаточно малую длину, так что можно пренебречь соответствующими вкладами  $\text{Im}\psi$  в них. В этом же смысле будем считать коротким промежуток от Т2 до ДП1, так что

$$|\text{Im}[\psi(s_{C0} + s_{P1}) - \psi(s_{K2})]| \ll 1.$$

Пусть также  $\beta'_{P1} = \beta'_{K2} = 0$  и  $\beta_{K1} = \beta_{K2} = \beta_{P1} = \beta_{P2} = \beta_K$ . Будем считать выполненным условие синхронизации  $\tau_{PK} = \tau$ . Тогда

$$\hat{M}(\omega) = \hat{M}_0 + K_T(\omega)\hat{A}; \quad K_T(\omega) = S_{PK}K_V(\omega)/\beta_K. \quad (14)$$

В этом случае (12) упрощается и распадается на два уравнения:

$$\exp(j\omega T_0) = \exp(\pm j2\pi Q(\omega)) [1 \mp jK_T(\omega)\exp(\mp j\psi_{PK})], \quad (15)$$

где  $\psi_{PK}$  - комплексная величина, характеризующая набег фазы бетатронных колебаний от ДП1 до Т1. Если  $K_T(\omega)$  слабо зависит

от частоты:

$$\left| \frac{\omega}{K_T} \frac{dK_T}{d\omega} \right| \ll 1, \quad (16)$$

то в (15) зависимость от  $K_T$  можно рассматривать как параметрическую. Условие (16) обычно выполняется при использовании широкополосного усилителя в цепи обратной связи. Будем считать, что для  $Q(\omega)$  также соблюдается условие слабой зависимости от частоты, что обычно выполняется. В этом случае в линейном приближении по  $K_T$  на низких частотах, когда  $|\cos(\varphi)| \approx 1$ , где  $\varphi = \arg(K_T)$ , получаем для декремента затухания колебаний

$$D = -\text{Im}(\omega_k T_0) = |K_T| |\sin(\text{Re}\psi_{PK}) \cos(\varphi) - 2\pi |\text{Im}Q(\omega_k)|.$$

Таким образом, БСПК приблизительно в два раза эффективнее классической системы подавления поперечных колебаний с одной цепью ДП - Т<sup>4,5/</sup>. При выполнении (16) также нетрудно показать, что неустойчивость подавляется, если

$$|\sin(\text{Re}\psi_{PK}) \cos(\varphi)| > |\text{sh}(2\pi \text{Im}Q)|.$$

Отсюда ясно, что максимальная область устойчивости соответствует такой оптимальной расстановке ДП и Т, когда набег фазы бетатронных колебаний  $\text{Re}\psi_{PK}$  равен нечетному числу  $\pi/2$  радиан, а усилитель в цепи обратной связи близок к идеальному ( $|\cos(\varphi)| \approx 1$ ). В этом случае максимальный декремент затухания

$$D_{\max} = -\ln |\text{sh}(2\pi \text{Im}Q)|$$

получается при коэффициенте усиления

$$|K_T| = \text{ch}(2\pi \text{Im}Q).$$

Эти результаты полностью совпадают с приведенными в<sup>3/</sup>.

Асимптотическое решение при  $t \rightarrow \infty$  легко получается по известной формуле<sup>6/</sup>:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_c(t, s) = \lim_{\omega \rightarrow 0} j\omega \tilde{x}_c(\omega, s). \quad (17)$$

Данное соотношение, разумеется, справедливо, если такой предел существует. Так, при  $K_V=0$  имеем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_c(t, s) = \frac{1}{2\sin(\pi Q)} \int_s^{s+C_0} F(s') \sqrt{\beta(s)\beta(s')} \cos[\pi Q + \psi(s) - \psi(s')] ds', \quad (18)$$

что совпадает с хорошо известным решением для замкнутой орбиты<sup>7/</sup>.



СИСТЕМА ПОДАВЛЕНИЯ С БИХ-ФИЛЬТРОМ В ЦЕПИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Фильтры в цепи обратной связи в настоящее время используются для подавления гармоник частоты обращения, присутствующих в сигнале с датчика положения. Как правило, применяются КИХ-фильтры<sup>4/</sup>. Проведенный в<sup>2,3/</sup> анализ системы подавления с КИХ-фильтром первого порядка в цепи обратной связи показал значительное сужение области устойчивости для рассматриваемой БСППК. Перейдем теперь к анализу уравнения (12) при наличии БИХ-фильтра в цепи обратной связи. Одна из возможных структурных схем такого фильтра с бесконечной импульсной характеристикой приведена на рис.2. Фильтр состоит

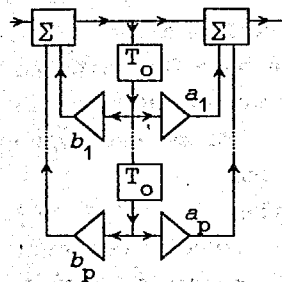


Рис.2

из  $p$ -звеньев, включающих усилители  $a_m(\omega)$ ,  $b_m(\omega)$  и идеальные задержки  $T_0$ . В этом случае для  $K_T(\omega)$  имеем

$$K_T(\omega) = K(\omega) \frac{1 + \sum_{m=1}^p a_m(\omega) \exp(-jm\omega T_0)}{1 - \sum_{m=1}^p b_m(\omega) \exp(-jm\omega T_0)} \quad (19)$$

Напомним, что КИХ-фильтр состоит только из нерекурсивных звеньев, когда  $b_m = 0$ .

Будем считать, что для  $K(\omega)$ ,  $a_m(\omega)$ ,  $b_m(\omega)$  выполнено условие (16). Подставляя  $K_T(\omega)$  в (15), получаем относительно  $\exp(j\omega T_0)$  уравнение  $(p+1)$ -степени. Таким образом, введение фильтра приводит к появлению дополнительных собственных частот колебаний пучка в поперечном направлении.

Приведем некоторые результаты для БИХ-фильтра первого порядка. В линейном приближении по  $K(\omega)$  при  $|\text{Im}Q| \ll 1$  имеем два вида решений:

$$\exp(j\omega_k T_0) \cong \exp[\pm j2\pi Q(\omega_k)] \{1 \mp jK(\omega_k) \exp(\mp j\Phi_{PK})\} - \alpha K(\omega_k);$$

$$\exp(j\omega_k T_0) \cong b_1 + \alpha K(\omega_k);$$

где  $\alpha$  - некоторый коэффициент, зависящий от  $a_1, b_1, Q, \Phi_{PK}$ . Первое решение почти совпадает с полученным выше в отсутствие фильтра. Второе же решение обусловлено влиянием фильтра. Поскольку  $\cos(\arg(b_1)) \cong 1$ , то этому решению отвечает низко-частотное колебание, которое будет затухающим при  $|b_1| < 1$ .

На рис.3 для  $\omega_k$  приведены численные решения уравнения (12) в случае использования БИХ-фильтра при слабой неустойчивости

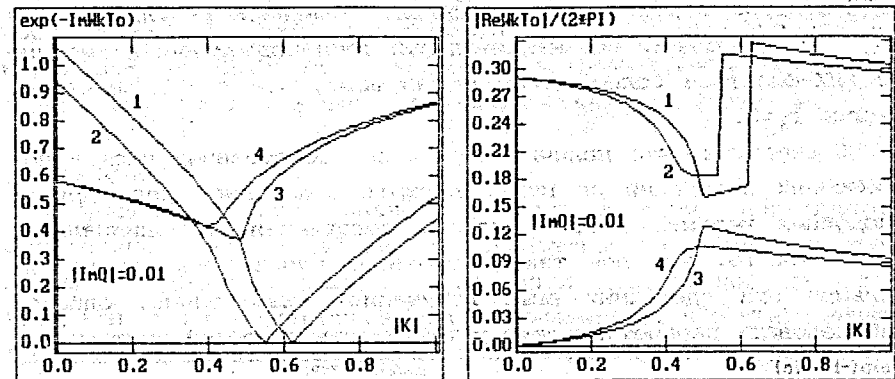


Рис.3

( $\text{Re}Q=36.71$ ;  $|\text{Im}Q|=0.01$ ). Выбрана расстановка ДП и Т таким образом, что набег фазы бетатронных колебаний  $\text{Re}\Phi_{PK}$  равен нечетному числу  $\pi/2$  радиан. Напомним, что при такой расстановке и в отсутствие фильтра в цепи обратной связи обеспечивается максимальный темп подавления поперечных колебаний. Кривые 1 и 2 на рис.3 соответствуют собственным колебаниям пучка с частотой, дробная часть которой близка к дробной части  $\text{Re}Q$ . Кривые 3 и 4 отвечают двум другим модам колебаний, которые обусловлены цепью обратной связи с БИХ-фильтром. Таким образом, представленные на рис.3 зависимости подтверждают сказанное выше об основных свойствах решений. Максимальный декремент подавления  $D_{max} = 0.777$  получается при  $|K|=0.440$  и  $b_1=0.583$ . Второй параметр фильтра  $a_1$  выбран равным  $-1$  с целью максимального подавления гармоник частоты обращения и минимального воздействия на равновесную орбиту. Действительно, решение (18) для замкнутой орбиты будет иметь место, если  $K_T(\omega=0)=0$ , то есть

$$\sum_{m=1}^p a_m = -1. \quad (20)$$

Для фильтра первого порядка это эквивалентно  $a_1 = -1$ . Подчеркнем, что данный результат совпадает с результатами, полученными в<sup>8/</sup>, где исследовалась помехоустойчивость системы подавления. Отметим также, что для перечисленных выше параметров вклад пропорциональной  $\alpha$  добавки таков, что темп подавления при малых  $K$  несколько выше, чем в отсутствие

БИХ-фильтра в цепи обратной связи. Сравнивая результаты для  $D_{\max} c^{2/}$ , видим, что максимальный темп подавления в системе с БИХ-фильтром более чем в 6 раз выше, чем с КИХ-фильтром, когда  $b_1=0$ .

Подчеркнем, что наличие нескольких собственных частот поперечных колебаний не может служить основанием для запрета подобных режимов работы системы подавления. Принципиальным является то, что все такие колебания пучка являются устойчивыми при сделанных выше допущениях. Необходимо, однако, исследовать параметрическую устойчивость подобной системы.

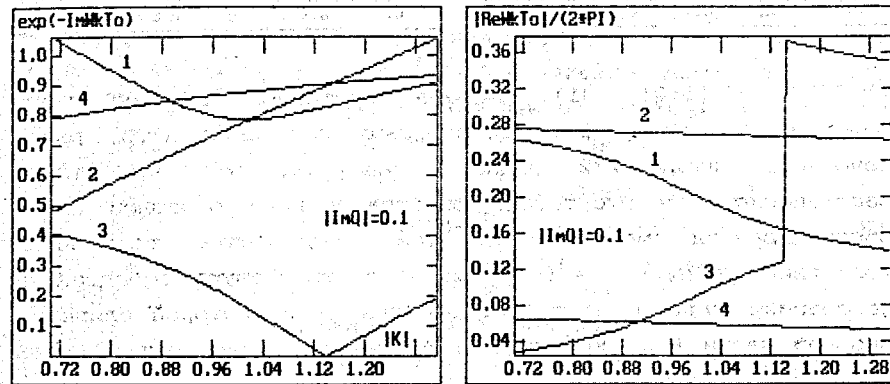


Рис. 4.

На рис. 4 приведены аналогичные зависимости для неустойчивости с  $|\text{Im}Q|=0.1$ . Неустойчивость с таким инкрементом ожидается в УНК-1. Максимальный декремент подавления  $D_{\max} = 0.166$  получается при  $|K|=0.895$  и  $b_1=0.611$ . Из тех же соображений, что и выше, принято  $a_1=-1$ . Напомним, что в  $\sqrt{3}$  устойчивые решения для системы подавления с КИХ-фильтром в цепи обратной связи получались для  $\text{Re}\Phi_{\text{PK}}$ , не равных нечетному числу  $\pi/2$  радиан, что сразу же вызывает проблемы с расстановкой ДП и Т. В системе же подавления с БИХ-фильтром возможно подавление неустойчивости с  $|\text{Im}Q|=0.1$  при той же расстановке ДП и Т, что и в отсутствие неустойчивости. Поскольку оптимальное значение параметра  $b_1$  зависит от  $\text{Im}Q$ , то это позволяет настраивать рекурсивное звено фильтра таким образом, чтобы обеспечить максимальный темп подавления неустойчивости в конкретных условиях, что является несомненным

достоинством системы подавления с БИХ-фильтром. Поэтому необходимо предусматривать возможность варьирования параметра  $b_1$  при проектировании цепи обратной связи с БИХ-фильтром.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный выше анализ работы системы подавления резистивной неустойчивости с использованием общепринятого исходного дифференциального уравнения и традиционных методов его решения с помощью фурье-метода показывает, что получаются собственные частоты, определяющие характеристики решений, такие же, как и при анализе системы подавления с цифровой обработкой сигнала, где использовался метод Z-преобразования  $^{2,3/}$ . Показано также существенное преимущество построения цепи обратной связи с БИХ-фильтром по сравнению с традиционно используемыми схемами с КИХ-фильтрами.

В заключение авторы выражают свою признательность И.Н.Иванову (ОИЯИ) за полезные обсуждения.

#### Литература

1. Балбеков В.И., Герцев К.Ф. - Препринт ИФВЭ 87-120, Серпухов, 1987.
2. Жабицкий В.М. - Сообщение ОИЯИ Р9-91-91, Дубна, 1991.
3. Жабицкий В.М. и др. - Сообщение ОИЯИ Р9-91-99, Дубна, 1991.
4. Ebert E. et al. - Transverse and Longitudinal Multi-Bunch Feedback Systems for PETRA. DESY 91-036 (1991).
5. Zhabitsky V.M. - Report at the CERN Accelerator School, September, 1991.
6. Корн Г., Корн Т. - Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978.
7. Брук Г. - Циклические ускорители заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1970.
8. Жабицкий В.М. и др. - Сообщение ОИЯИ Р9-91-246, Дубна, 1991.

Рукопись поступила в издательский отдел

13 ноября 1991 года