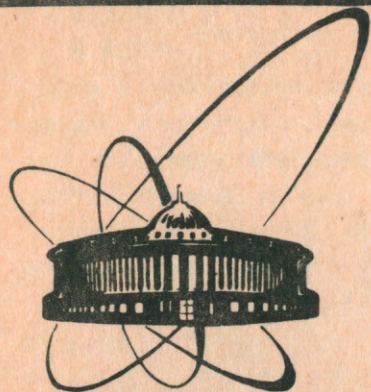


91-246



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P9-91-246

В. М. Жабицкий, И. Л. Корнев*, Л. А. Юдин*

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ПОДАВЛЕНИЯ
КОГЕРЕНТНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПУЧКА
В СИНХРОТРОНЕ

*Московский радиотехнический институт АН СССР

1991

Помехоустойчивость системы подавления когерентных поперечных колебаний пучка в синхротроне

Проведено исследование влияния постоянных и гармонических помех на движение частиц в синхротроне при наличии системы подавления когерентных поперечных колебаний пучка. Получены матричные уравнения, описывающие движение частиц в ускорителе, когда в цепи обратной связи системы подавления включен гребенчатый фильтр. Общее решение этих матричных уравнений найдено с помощью метода Z-преобразования. Проведено исследование полученных решений для систем подавления с одним датчиком положения и одним толкателем, а также для систем с двумя датчиками положения и с двумя толкателями. Показано, что при некоторых расстановках датчиков положения и толкателей цепь обратной связи при наличии помехи приводит к сильному увеличению смещения равновесной орбиты пучка, что делает неприемлемыми подобные расстановки. Выявлены резонансные условия и их зависимость от коэффициента передачи цепи обратной связи. Приводятся численные результаты для систем подавления в УНК-1 и LHC.

Работа выполнена в Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1991

Перевод авторов

Zhabitsky V.M. et al.

P9-91-246

The Stability of the Damper System for the Coherent Transverse Oscillations of the Beam in Synchrotron

The investigation of the direct and alternating kicker current perturbation influence of the particle motion in synchrotron with the beam coherent transverse oscillation damper system is carried out. The matrix equations for the damper system with the comb filter in feedback are obtained. Using Z-transform method the solution of these matrix equations has been found. These solutions are analyzed for damper systems with one pick-up and one damping kicker and with two pick-ups and two kickers. It has been shown that for a some pick-up and kicker placements the feedback action on noise leads to considerable deviation of the closed orbit. Such placements are impossible due to this reason. The resonance conditions and their dependences on the feedback gain-transfer characteristic have been found. The numerical results are given for the damper systems in UNK-1 and LHC.

The investigation has been performed at the Particle Physics Laboratory, JINR.

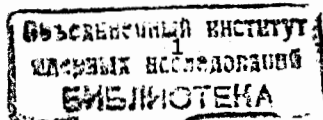
Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 1991

ВВЕДЕНИЕ

В работах^{/1-3/} для систем подавления поперечных колебаний пучка в синхротроне были получены матричные уравнения, описывающие изменения в состоянии центра тяжести пучка за оборот под действием корректирующего дипольного магнита с учетом преобразования сигнала с датчика положения центра тяжести пучка в цепи обратной связи. Решения этих матричных уравнений были найдены с использованием одностороннего Z-преобразования. В работе^{/1/} при исследовании подавления свободных бетатронных колебаний пучка было показано, что при наличии постоянной помехи в цепи обратной связи могут возникнуть такие смещения равновесной орбиты пучка, которые в значительной степени превосходят смещения равновесной орбиты при подаче аналогичной постоянной помехи на корректирующий магнит при отключенной цепи обратной связи. В результате оказываются неприемлемыми некоторые расстановки датчиков положения (ДП) и корректирующих магнитов (Т) несмотря на то, что при отсутствии помехи для такой же расстановки ДП и Т движение частиц устойчиво. В связи с этим в настоящей работе проведен анализ наиболее общего матричного уравнения для системы подавления поперечных колебаний при наличии внешних постоянных и гармонических возмущений в цепи обратной связи.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В качестве базовой конфигурации системы подавления поперечных колебаний пучка в синхротроне далее будет рассматриваться система, в которой в каждом из двух направлений поперечных колебаний пучка она состоит из двух пар ДП и Т, соединенных идентичными цепями обратной связи (см. рис.1). Такая система далее будет называться быстрой системой подавления поперечных колебаний. В работах^{/1,2/} показано, что быстрая система обеспечивает приблизительно в два раза более высокий темп подавления поперечных колебаний, чем классическая система^{/3/}. Последняя в каждом из направлений колебаний имеет один ДП и один Т. Быстрая система подавления разрабатывается для УНК-1 и обеспечивает подавление сильной поперечной



неустойчивости с инкрементом около $0.1\omega_0^{1/2}$ ($\omega_0 = 2\pi/T_0$; T_0 - период обращения частиц в ускорителе).

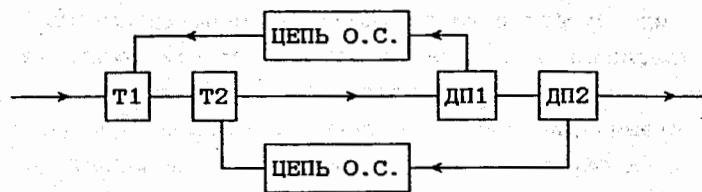


Рис.1. Структурная схема системы подавления

Согласно [1-3] матричное уравнение, связывающее состояния центра тяжести пучка через оборот, для быстрой системы есть

$$\hat{V}[n+1] = \hat{M}_0 \hat{V}[n] + Q\hat{A}(\hat{B}\hat{T}\Delta\hat{V}_1[n] + \hat{T}\Delta\hat{V}_2[n]). \quad (1)$$

Здесь $\hat{V}[n]$ - матрица, описывающая состояние центра тяжести пучка на азимуте φ_{D1} на n -м обороте в пространстве обобщенных координат (v, φ) . Магнитная структура ускорителя характеризуется матрицей оборота \hat{M}_0 и числом колебаний Q за оборот (в общем случае Q есть комплексная величина). Матрицы перехода \hat{B} для промежутков ДП1 - ДП2 и Т1 - Т2 одинаковые. Матрица перехода от Т2 до ДП1 есть \hat{A} , причем фазовая протяженность этого промежутка равна $\alpha\lambda$. В матрице \hat{T} элемент T_{21} равен единице, а все остальные матричные элементы равны нулю. Действие толкателей характеризуется матрицами-столбцами $\Delta\hat{V}_1[n]$ и $\Delta\hat{V}_2[n]$, в которых первый элемент пропорционален поперечной силе, создаваемой толкателем, а второй равен нулю. Для классической системы подавления колебаний уравнение (1) упрощается:

$$\hat{V}[n+1] = \hat{M}_0 \hat{V}[n] + Q\hat{A}_0 \hat{T} \Delta\hat{V}_1[n], \quad (2)$$

где \hat{A}_0 - матрица перехода от толкателя до датчика положения, причем далее фазовая протяженность этого промежутка будет приниматься также равной $\alpha\lambda$. Это уравнение есть частный случай общего матричного уравнения (1), и его решения легко могут быть получены из общего решения для (1).

Элементы матриц $\Delta\hat{V}_1[n]$ и $\Delta\hat{V}_2[n]$, характеризующие действие толкателей на пучок, численно выражаются через коэффициент передачи K цепи обратной связи и показания ДП, зависящие от смещения пучка относительно равновесной орбиты в месте

расположения ДП. Возможна также их функциональная зависимость от других параметров, например от внешних возмущений F_{ext} . В общем виде это можно представить как

$$\Delta\hat{V}_{1,2}[n] = f(\hat{V}[n], K, F_{ext}, \dots). \quad (3)$$

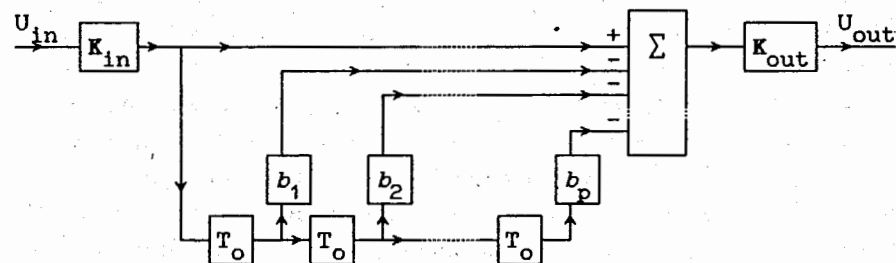


Рис.2. Структурная схема цепи обратной связи

Далее будут рассматриваться цепи обратной связи со структурной схемой, показанной на рис.2. Напряжение U_{in} на входе цепи обратной связи, снимаемое с ДП, поступает на согласующий входной усилитель с коэффициентом усиления K_{in} , выходной сигнал с которого подается на сумматор и фильтр. В фильтре типа гребенчатого включены идеальные задержки T_0 и усилители b_1, b_2, \dots, b_p ; число звеньев в фильтре равно p . Сигналы с усилителей фильтра инвертируются и поступают на сумматор, а затем на мощный выходной усилитель с коэффициентом усиления K_{out} . Общий коэффициент усиления в цепи обратной связи без фильтра равен $K_{in}K_{out}$, а суммарный коэффициент передачи $K = S_{\Pi} K_{in} K_{out}$. Коэффициент S_{Π} учитывает преобразование сигнала о смещении в ДП в напряжение U_{in} и преобразование выходного сигнала U_{out} в импульс силы, воздействующий на частицы. Подчеркнем также, что для приведенной структурной схемы цепи обратной связи воздействие в толкателе передается на те же частицы, которые генерировали сигнал на входе цепи обратной связи при пролете ДП, то есть воздействие в толкателе синхронизовано с показаниями в ДП для одних и тех же частиц.

С учетом вышесказанного для (3) можем записать:

$$\Delta\hat{V}_1[n] = \Delta\hat{V}[n] + D_1[n]u[n]\hat{E}, \quad \Delta\hat{V}_2[n] = \hat{B}\Delta\hat{V}[n] + D_2[n]u[n]\hat{E}.$$

$$D_1[n] = A_{10} a_{10}^n + \sum_{m=1}^q A_{1m} a_{1m}^n \sin(2\pi n f_{1m} T_0 + \varphi_{1m}),$$

$$\Delta \hat{V}[n] = \mathbf{K}[\hat{V}[n] - \sum_{m=1}^p b_m u[n-m] \hat{V}[n-m]]. \quad (4)$$

Здесь $u[n]$ - функция единичного скачка дискретного времени ($u[n]=1$ при $n \geq 1$, $u[n]=0$ при $n < 0$)^{/4/}; в матрице-столбце $\hat{\mathbf{E}}$ первый элемент равен единице, а второй равен нулю. На n -м обороте внешняя помеха $D_1[n]$, поступающая на толкатель, имеет частоту f_{1m} , амплитуду A_{1m} и фазу φ_{1m} . Помеха является нарастающей во времени при $a_{1m} > 1$ или затухающей при $a_{1m} < 1$.

Доопределив элементы матриц $\Delta \hat{V}_{1,2}[n]$ и подставив их в (1), получаем уравнение, связывающее состояния центра тяжести пучка через оборот после прохождения магнитной структуры и двух толкателей:

$$\hat{V}[n+1] = \hat{M}_0 \hat{V}[n] + \mathbf{Q} \hat{\mathbf{K}} (\hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{B}}) [\hat{V}[n] - \sum_{m=1}^p b_m u[n-m] \hat{V}[n-m]] + \mathbf{Q} \hat{\mathbf{A}} [D_1[n] \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{T}} + D_2[n] \hat{\mathbf{T}}] u[n] \hat{\mathbf{E}}. \quad (5)$$

Это результирующее уравнение есть уравнение динамики центра тяжести пучка для автоматической системы с замкнутым контуром регулирования. Среди множества решений этого уравнения необходимо найти те, при которых движение частиц будет устойчиво, причем введение цепи регулирования предотвращает самораскачку частиц пучка в поперечном направлении.

Полученное линейное разностное матричное уравнение (5) можно эффективно решить, используя одностороннее Z-преобразование последовательности $\hat{V}[n]$:

$$\hat{V}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{V}[n] z^{-n}, \quad \hat{V}[n] = \frac{1}{2\pi i} \int_C \hat{V}(z) z^{n-1} dz. \quad (6)$$

Здесь C - любой замкнутый контур, окружающий все особые точки $\hat{V}(z)$ на комплексной z -плоскости, в частности любая окружность $|z| > R_V$, где R_V - радиус круга, вне которого сходится (абсолютно и равномерно) задающий $\hat{V}(z)$ ряд. Такой способ решения выбран также по соображениям удобства последующего анализа движения частиц пучка при наличии цепи обратной связи с цифровой обработкой сигнала, поскольку Z-преобразование широко используется при анализе систем дискретного времени^{/4/}.

Используя теорему о вычетах для вычисления контурного интеграла в (6), можем записать:

$$\hat{V}[n] = \sum_k \text{Rez} [\hat{V}(z_k) z_k^{n-1}].$$

Отсюда ясно, что устойчивое движение частиц возможно, если все полюсы z_k на комплексной z -плоскости лежат внутри окружности с радиусом $R_V = 1$, то есть

$$|z_k| < 1. \quad (7)$$

Декремент затухания колебаний частиц D будет определяться полюсом с максимальной величиной модуля:

$$D = -\ln(\max |z_k|).$$

Таким образом, определив положение полюсов z_k на комплексной z -плоскости, можно выявить величины параметров, при которых движение частиц устойчиво, а также постоянную затухания поперечных колебаний частиц.

Используя теорему опережающего сдвига и известные свойства Z-преобразования^{/4/}, получим

$$z(\hat{V}(z) - \hat{V}[0]) = \hat{\mathbf{M}}(z) \hat{V}(z) + \mathbf{Q} \hat{\mathbf{A}} [D_1(z) \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{T}} + D_2(z) \hat{\mathbf{T}}] \hat{\mathbf{E}}, \quad (8)$$

где

$$\hat{\mathbf{M}}(z) = \hat{\mathbf{M}}_0 + \mathbf{Q} \mathbf{K} [1 - \sum_{m=1}^p b_m z^{-m}] \hat{\mathbf{A}} (\hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{B}}), \quad (9)$$

$$D_1(z) = A_{10} \frac{z}{z - a_{10}} + \sum_{m=1}^q A_{1m} \frac{z^2 \sin(\varphi_{1m}) + z a_{1m} \sin(2\pi f_{1m} T_0 - \varphi_{1m})}{z^2 - 2z a_{1m} \cos(2\pi f_{1m} T_0) + a_{1m}^2}. \quad (10)$$

Здесь $\hat{V}[0]$ - матрица, описывающая начальное состояние пучка.

Решение уравнения (8) для $\hat{V}(z)$ есть

$$\hat{V}(z) = \frac{[z \hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{M}}^{-1}(z) \det \hat{\mathbf{M}}(z)] [z \hat{V}[0] + \mathbf{Q} \hat{\mathbf{A}} [D_1(z) \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{T}} + D_2(z) \hat{\mathbf{T}}] \hat{\mathbf{E}}}{\det [z \hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{M}}(z)]}. \quad (11)$$

Решение (11) является Z-преобразованием общего решения рассматриваемой задачи и полностью определяет динамику движения частиц в ускорителе при наличии цепи обратной связи. При $\mathbf{K} = 0$ (цепь обратной связи выключена) получаем обычное решение, описывающее движение частицы в синхротроне^{/1/}. Из (11) получаем, что обратное Z-преобразование полностью определяется полюсами z_k , которые находятся из уравнения

$$\det [z \hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{M}}(z)] = z^2 - z \text{Tr} \hat{\mathbf{M}}(z) + \det \hat{\mathbf{M}}(z) = 0, \quad (12)$$

где $\text{Tr} \hat{\mathbf{M}}$ - след (шпур) матрицы $\hat{\mathbf{M}}$, и полюсам $D_1(z)$, которые

есть

$$z_k^{\text{ext}} = a_{10}; \quad z_k^{\text{ext}} = a_{1m} \exp(\pm i 2\pi f_{1m} T_0). \quad (13)$$

Уравнение (12) определяет дисперсионные свойства системы, а решения (13) характеризуют внешние возмущения, в том числе резонансные эффекты при совпадении решений (12) и (13). Необходимо также помнить, что в (12) матрица \hat{M} в соответствии с (9) зависит от z и от коэффициента передачи K цепи обратной связи.

Решения (11) для гребенчатого фильтра первого порядка в отсутствие помех D_1 проанализированы для быстрой системы подавления поперечных колебаний в работах^{1,2/}, а для классической системы - в работе^{3/}. Проведенные исследования дисперсионного уравнения (12) показали, что при определенных расстановках датчиков положения и толкателей условия (7) выполняются и движение частиц устойчиво. Будем и далее рассматривать только такие расстановки ДП и Т.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Из (11) ясно, что результат воздействия внешних возмущений на движение частицы зависит от коэффициента передачи цепи обратной связи. В соответствии с теоремой о конечном значении^{4/} можем найти асимптотическое решение:

$$\hat{V}[\omega] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \hat{V}(z), \quad (14)$$

которое имеет смысл, если данный предел существует (то есть все полюсы z_k лежат внутри окружности с радиусом $R_V=1$). Данное асимптотическое решение не зависит от номера оборота и в соответствии с общепринятыми определениями характеризует смещение равновесной орбиты. Очевидно, что при выключенной цепи обратной связи, но при наличии внешних возмущений смещение равновесной орбиты также будет иметь место. Для оценки действия системы обратной связи введем величину

$$G(K) = \hat{V}^*[\omega] \hat{G} \hat{V}[\omega], \quad (15)$$

где $\hat{V}^*[\omega]$ - эрмитово сопряженная с $\hat{V}[\omega]$ матрица, а матрица \hat{G} имеет вид

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (QQ^*)^{-1} \end{bmatrix}.$$

Если матрица-столбец \hat{V} есть решение для обычного бетатронного уравнения, то величина $G(K)$ пропорциональна квадрату амплитуды отклонения пучка. В связи с этим определим формфактор $F(K)$ следующим образом:

$$F(K) = \sqrt{G(K)/G(K=0)}. \quad (16)$$

Введенный формфактор имеет простой физический смысл. Его отличие от единицы характеризует степень воздействия цепи обратной связи на смещение равновесной орбиты. Необходимо отметить, что данное определение (16) справедливо и имеет тот же смысл для комплексных значений Q .

Для расстановок датчиков положения и толкателей, когда условия (7) выполняются и движение частиц устойчиво, и при отсутствии помех ($D_1=0$) из (14) в соответствии с (11) получаем, что асимптотическое решение $\hat{V}[\omega]$ равно нулю. Таким образом, дополнительные эффекты от системы обратной связи на величину смещения равновесной орбиты могут возникнуть только при наличии помех. Из (13) ясно, что $z_k^{\text{ext}}=1$ только при $a_{10}=1$ или при $a_{1m}=1$ и $f_{1m}=n/T_0$, где n - целое число. Таким образом, смещение равновесной орбиты возможно только при наличии постоянной помехи на толкателях или гармонической помехи с постоянной амплитудой и частотой, кратной частоте обращения частиц в синхротроне. Поскольку случай такой гармонической помехи в соответствии с (4) эквивалентен постоянной помехе с амплитудой $A_{1m} \sin(\varphi_{1m})$, то далее асимптотические решения будут приводиться для постоянной помехи. С учетом этого асимптотическое решение есть

$$\hat{V}[\omega] = Q[\hat{I} - \hat{M}_a^{-1} \det \hat{M}_a] \hat{A} [A_{10} \hat{B} \hat{T} + A_{20} \hat{T}] \hat{E} / \det(\hat{I} - \hat{M}_a),$$

где

$$\hat{M}_a = \hat{M}_0 + QK(b) \hat{A} (\hat{B} \hat{T} + \hat{T} \hat{B}), \quad K(b) = K \left[1 - \sum_{m=1}^p b_m \right]. \quad (17)$$

Полученное асимптотическое решение для подобной помехи на толкателях соответствует наиболее вероятной ситуации на ускорителе. Действительно, такая помеха может, например, возникнуть из-за разбалансировки выходных каскадов усилителя мощности в цепи обратной связи. Ее источником может также стать составляющая сигнала с ДП, обусловленная смещением

электрической оси ДП относительно текущего положения равновесной орбиты.

Как и в работе^{/2/}, будем считать, что $|ImQ| \ll |Q|$, а угловое расстояние от Т2 до ДП1, равное $\alpha\lambda$, есть малая по сравнению с единицей величина, так что $\alpha\lambda ImQ$ является величиной второго порядка малости. В этом же смысле будем считать малыми угловые расстояния от ДП1 до ДП2 и от Т1 до Т2, причем примем протяженность этих промежутков равными $\lambda/2ReQ$. Тогда в линейном приближении для быстрой системы подавления поперечных колебаний получим следующее выражение для формфактора:

$$F(K) = \frac{\left[1 - K(b) \frac{2[\cos(\alpha\lambda ReQ) - \cos((2-\alpha)\lambda ReQ) \operatorname{ch}(2\lambda ImQ)] - K(b)}{4|\sin(\lambda Q)|^2 \operatorname{ch}(2\lambda ImQ)} \right]^{1/2}}{\left| \frac{1 - K(b) \frac{4\sin(\lambda Q)\sin((1-\alpha)\lambda Q) - K(b)}{4\sin^2(\lambda Q)}}{1 - K(b) \frac{4\sin(\lambda Q)\sin((1-\alpha)\lambda Q) - K(b)}{4\sin^2(\lambda Q)}} \right|} \quad (18)$$

Еще раз подчеркнем, что выражение (18) имеет смысл, если имеется стационарное решение, то есть предел (14) существует. Данное выражение для формфактора является общим для цепи обратной связи с фильтром типа гребенчатого с различным числом звеньев. В отличие от работы^{/1/} оно справедливо для комплексных величин Q . Однако необходимо иметь в виду, что в случае полного заполнения пучком орбиты в синхротроне (замкнутый непрерывный пучок) в (18) следует положить $ImQ=0$. В случае сгруппированного пучка конкретное значение для ImQ в (18) не столь однозначно и требует дополнительных исследований. Для оценок можно использовать значение ImQ , соответствующее наиболее сильной неустойчивости в рассматриваемом синхротроне. На рис.3 приведены зависимости величин формфактора $F(K)$ от коэффициента передачи K для цепи обратной связи без фильтра ($b_m=0$) для различных расстановок ДП и Т. Зависимости приведены для системы подавления неустойчивости в УНК-1^{/2/} при $|ImQ|=0.1$, что соответствует инкременту неустойчивости в наиболее опасном случае на низких частотах. Наибольшая область устойчивости, когда корни z_k уравнения (12) удовлетворяют условию (7), соответствует расстановке ДП и Т, когда $\alpha\lambda ReQ=0.42\lambda$ (кривая 1). В этом случае максимальный темп подавления поперечных колебаний получается при $K=1.2^{1/2}$.

С ростом $\alpha\lambda$ область устойчивости сужается, и для расстановок, соответствующих кривым 4-9, режим подавления поперечных колебаний не обеспечивается для $|ImQ|=0.1$. При дальнейшем увеличении $\alpha\lambda$ вновь появляется область устойчивости при $K < 0$. С уменьшением $|ImQ|$ для расстановок 4-9 режим подавления

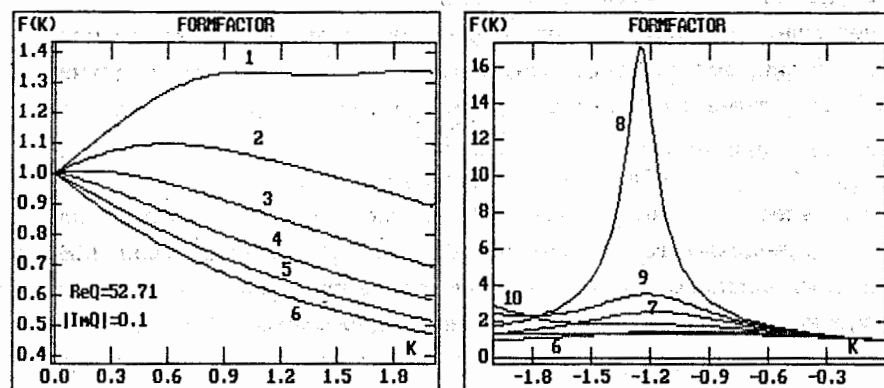


Рис.3. Формфактор $F(K)$ для быстрой системы подавления поперечных колебаний при $|ImQ|=0.1$. Угловое расстояние $\alpha\lambda$ от Т2 до ДП1 есть $\alpha\lambda ReQ=0.42+0.1(n-1)$. Цифры у кривых - значения n .

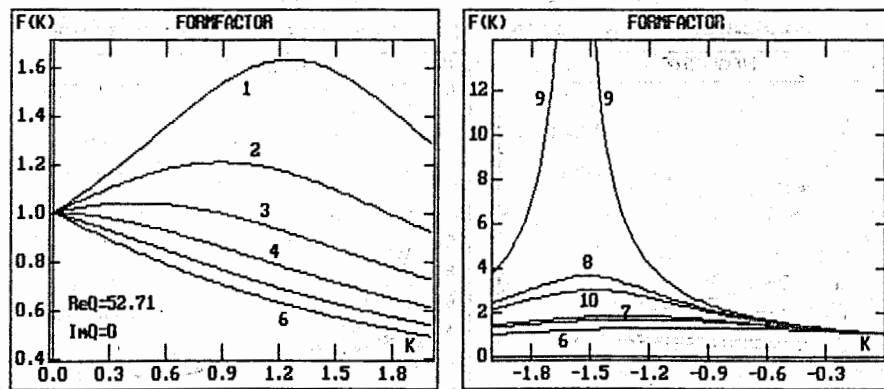


Рис.4. Формфактор $F(K)$ для быстрой системы подавления поперечных колебаний при $ImQ=0$. Угловое расстояние $\alpha\lambda$ от Т2 до ДП1 есть $\alpha\lambda ReQ=0.42+0.1(n-1)$. Цифры у кривых - значения n .

поперечных когерентных колебаний достигается. На рис.4 приведены зависимости формфактора $F(K)$ при $ImQ=0$. Из рисунков 3 и 4 видно, что для расстановок ДП и Т; соответствующих кривым 8 и 9, величина формфактора значительно больше еди-

ницы. Так, при $|ImQ|=0.1$ и угловом расстоянии от Т2 до ДП1, равном $\alpha\mathcal{L}=1.12\pi/ReQ$ (кривая 8 на рис.3), имеем $F(K)\approx 17$ при $K=-1.26$. Такое сильное влияние цепи обратной связи на смещение равновесной орбиты делает неприемлемыми подобные расстановки ДП и Т, что отмечалось и в^{1/}.

Нетрудно повторить вышеприведенные выкладки для классической системы подавления поперечных колебаний. В этом случае имеем следующее значение для формфактора:

$$F(K) = \frac{|2\sin(\pi Q)|}{|2\sin(\pi Q) - K(b)\cos((1-\alpha)\pi Q)|}, \quad (19)$$

причем здесь выражение для $K(b)$ такое же, как в (17). Для (19) справедливо то же замечание, что было сделано для (18) (для непрерывного пучка следует положить $ImQ=0$). На рис.5 приведены зависимости величин формфактора $F(K)$ от коэффициента передачи K для цепи обратной связи без фильтра ($b_m=0$) для таких расстановок ДП и Т, когда движение частиц устойчиво, так что корни z_k уравнения (12) удовлетворяют условию (7). Зависимости приведены для значений Q в ЛНС для системы подавления поперечных когерентных колебаний при $ImQ=0$. Наибольший темп подавления колебаний получается при

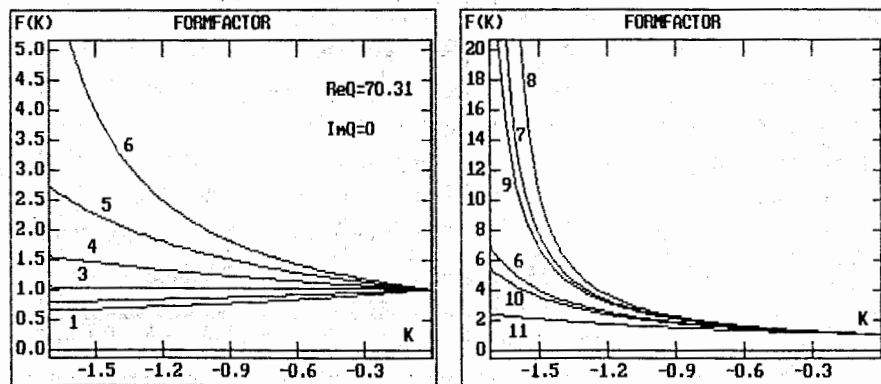


Рис.5. Формфактор $F(K)$ для классической системы подавления поперечных колебаний. Угловое расстояние $\alpha\mathcal{L}$ от Т до ДП есть $\alpha ReQ=0.62+0.1(n-1)$. Цифры у кривых - значения n .

расстановках ДП и Т, соответствующих кривым 5-8 на рис. 5 при $-1.2 < K < -0.9^{1/3}$. Из рисунка видно, что для расстановок ДП и Т, соответствующих кривым 6-10, величина формфактора значительно

больше единицы при $K < -1.5$. Такое сильное влияние цепи обратной связи на смещение равновесной орбиты делает неприемлемыми подобные расстановки ДП и Т. Таким образом, для классической системы получаем такой же вывод, как и для быстрой системы подавления неустойчивости. Из сравнения рисунков 3, 4 и 5 также видно, что значения формфактора для одних и тех же K в классической системе несколько больше, чем в быстрой системе подавления неустойчивости.

При наличии фильтра в цепи обратной связи, как это ясно из (18) и (19), получатся такие же зависимости формфактора, однако теперь аргументом будет являться величина $K(b)$, которая зависит от b_m в соответствии с (17). Следует отметить, что если сумма коэффициентов усиления b_m во всех p звеньях фильтра равна единице, то $F(K)=1$ для любых K , поскольку в этом случае $K(b)=0$. Таким образом, устранить влияние системы подавления поперечных колебаний на величину смещения равновесной орбиты можно при обеспечении равенства единице суммы коэффициентов усиления усилителей в звеньях гребенчатого фильтра. Этот вывод находится в согласии с^{1,5,6/}, где использовался фильтр-пробка первого порядка ($p=1$) с усилителем с коэффициентом усиления $b=1$.

ВЛИЯНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ПОМЕХ

Рассмотрим теперь влияние гармонических помех, частота которых не кратна частоте обращения частиц в синхротроне. Следует различать два случая, когда имеется помеха с нарастающей или постоянной амплитудой ($a_{1m} \geq 1$) или с затухающей со временем амплитудой ($a_{1m} < 1$). Как уже было отмечено выше, при наличии общего затухания колебаний в отсутствие помех решения уравнения (12) дают $|z_k| < 1$. Поэтому при $a_{1m} \geq 1$ полюсы z_k , являющиеся решениями дисперсионного уравнения (12), и полюсы z_k^{ext} , определяемые помехами согласно (13), не совпадают. В результате в решении для $\hat{V}[n]$ возникают составляющие, обуславливающие биения колебаний с собственной частотой, определяемой $arg(z_k)$ - аргументом решений z_k из (12), и колебаний, связанных с внешней помехой с частотой f_{1m} . Отметим, что величина $arg(z_k)$ зависит от Q и $\alpha\mathcal{L}$.

Резонанса не возникает, если даже $\arg(z_k) = 2\pi f_{1m} T_0$. Здесь существенно то, что в решении при $a_{1m} = 1$ не появляются компоненты, постоянно растущие от оборота к обороту, хотя в процессе биений происходят периодические увеличения амплитуды колебаний, которые могут представлять определенную опасность. Амплитуда колебаний при $a_{1m} = 1$ и $\arg(z_k) = 2\pi f_{1m} T_0$ пропорциональна $1/(1 - \max|z_k|)$, где $\max|z_k|$ - решение z_k из (12) с максимальной величиной модуля в этом случае. Поэтому для предотвращения дополнительного влияния цепи обратной связи на подобную помеху необходимо обеспечивать наибольший темп подавления поперечных колебаний, то есть работать в режимах с минимальными значениями $\max|z_k|$.

Другая ситуация возникает при затухающей помехе ($a_{1m} < 1$). Здесь возможны случаи, когда z_k из (12) совпадает с $a_{1m} \exp(\pm i 2\pi f_{1m} T_0)$ из (13), то есть $\arg(z_k) = 2\pi f_{1m} T_0$ и $|z_k| = a_{1m}$. Такая ситуация может встречаться в процессе ускорения, поскольку, например, при коррекции положения равновесной орбиты с помощью корректирующих диполей неизбежно возникают переходные процессы в цепях питания дипольных магнитов, что эквивалентно появлению помехи с $a_{1m} < 1$. Пусть совпадают два решения из (12) и (13), то есть в (11) имеем полюс второго порядка. В этом случае в решении для $\hat{V}[n]$ возникнут компоненты, пропорциональные $n|z_k|^n$. И хотя в целом эта компонента является затухающей, поскольку $|z_k| < 1$ в соответствии с (7), в результате все-таки может возникнуть временное значительное увеличение амплитуды колебаний до величин, пропорциональных $-1/(e \cdot \ln|z_k|)$. Опасность подобного эффекта возрастает при $|z_k|$, близких к единице, то есть при малом темпе подавления колебаний. Это означает, что необходимо избегать режимов работы системы подавления, при которых z_k из дисперсионного уравнения (12) совпадают с z_k^{ext} из (13):

$$z_k = a_{10} \quad \text{или} \quad z_k = a_{1m} \exp(\pm i 2\pi f_{1m} T_0). \quad (20)$$

Сделаем еще одно существенное замечание. Из (12) ясно, что положение полюса z_k зависит при заданной расстановке ДП и Т и зафиксированном Q от коэффициента передачи цепи обратной связи K. В результате по мере увеличения |K| может возникнуть

ситуация, когда выполняется одно из условий в (20). Однако дальнейшее увеличение |K| приведет к нарушению этого условия. Поэтому скачкообразное увеличение |K| вблизи таких особых точек будет приводить к общей стабильности системы подавления поперечных колебаний. Подобное нелинейное регулирование нетрудно обеспечить в цепи обратной связи с цифровой обработкой сигнала, однако рассмотрение особенностей работы подобных нелинейных систем регулирования выходит за рамки настоящей работы.

Необходимо также отметить, что при известном спектральном составе наиболее опасных помех возможно построение фильтров таким образом, чтобы исключить выполнение условий (20) в заданной области регулирования по K для усилителей в цепи обратной связи. При построении сложных фильтров, однако, нужно постоянно обеспечивать выполнение условий (7) для решений дисперсионного уравнения (12).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в настоящей работе исследование влияния помех на работу системы подавления поперечных колебаний при наличии в цепи обратной связи гребенчатого фильтра показывает эффективность применения метода Z-преобразования для решения такой задачи. Показано, что наибольшее влияние на выбор параметров системы подавления оказывает анализ значений формфактора, отличие которого от единицы характеризует степень воздействия цепи обратной связи на смещение равновесной орбиты при наличии постоянной помехи на толкателях или гармонической помехи с постоянной амплитудой и с частотой, кратной частоте обращения частиц в синхротроне. Получено, что при некоторых расстановках ДП и Т цепь обратной связи приводит к сильному увеличению смещения равновесной орбиты пучка, что делает неприемлемыми подобные расстановки несмотря на то, что при отсутствии подобной помехи для такой же расстановки ДП и Т движение частиц устойчиво. В результате исследования влияния гармонических помех показано, что запрещены режимы работы системы подавления, когда выполняются резонансные условия при совпадении полюсов дисперсионного

уравнения с полюсами в Z-образах компонент помехи. Выявлена зависимость этих резонансных условий от коэффициента передачи цепи обратной связи.

Полученные общие матричные уравнения для системы подавления поперечных колебаний при наличии в цепи обратной связи гребенчатого фильтра с произвольным числом звеньев позволяют провести оптимизацию параметров системы подавления при построении фильтров второго и более высокого порядков с учетом спектрального состава наиболее опасных помех и условий оптимального затухания поперечных колебаний пучка в области заданных значений коэффициента передачи цепи обратной связи.

В заключение авторы выражают свою признательность И.Н.Иванову за полезные обсуждения и постоянный интерес к работе.

Литература

1. Жабицкий В.М. - Сообщение ОИЯИ P9-91-91, Дубна, 1991.
2. Жабицкий В.М. и др. - Сообщение ОИЯИ P9-91-99, Дубна, 1991.
3. Zhabitsky V.M. - JINR, E9-91-156, Dubna, 1991.
4. Сиберт У.М. - Цепи, сигналы, системы. М.: Мир, 1988.
5. Bossart R., Louwerse R., Mourier J. - SPS/ABM/Note/85-10.
6. Petter J. et al. - In: IEEE Particle Accelerator Conference. Washington, March 16-19, 1987, Vol.2 of 3, p.791.

Рукопись поступила в издательский отдел

31 мая 1991 года