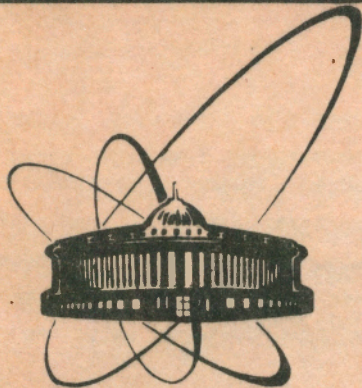


91-124



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P9-91-124

Ю. И. Алексахин, Н. Ю. Казаринов

НИЗКОЭМИТТАНСКАЯ МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА
ДЛЯ НАКОПИТЕЛЬНЫХ
ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ КОЛЕЦ

1991

ВВЕДЕНИЕ

Магнитные структуры электрон-позитронных кольцевых коллайдеров (В-, Ст - фабрик), использующих принцип монохроматизации,^{1/} а также охладительных колец, должны удовлетворять противоречивым требованиям: естественный эмиттанс пучков должен быть как можно меньшим, в то время как энергетический разброс и декременты радиационного затухания - достаточно большими.

Известные решения для магнитных структур специализированных источников СИ^{2/} ориентированы на организацию максимального числа бездисперсных промежутков и не являются оптимальными для энергий ≥ 3 ГэВ.

В настоящей работе анализируется триплетная структура, позволяющая достичь теоретически минимальных значений эмиттанса.^{3/}

ЭМИТТАНС СТРУКТУРЫ

Схема элемента периодичности и характерное поведение бетатронных $\beta_{x,y}$ и дисперсионной ψ_x функций показаны на рис. 1.

В случае постоянного и одинакового во всех магнитах радиуса кривизны орбиты ρ_0 , равновесный горизонтальный эмиттанс дается формулой^{2/}

$$\epsilon_x = C_q \gamma_0^2 \frac{\langle H \rangle}{J_x \rho_0} \quad (1)$$

где $C_q = 3.84 \cdot 10^{-13}$ м, γ_0 - лоренц-фактор частиц, J_x - относительный декремент затухания горизонтальных колебаний ($J_x \approx 2$ для магнитов с разделенными функциями), $\langle H \rangle$ - усредненное по длине поворотных магнитов значение величины

$$H = \beta \psi'^2 + 2\alpha \psi \psi' + \gamma \psi^2 \quad (2)$$

В формуле (2) введены параметры Твисса

$$\alpha = -\frac{1}{2} \beta', \quad \gamma = \frac{1 + \alpha^2}{\beta}, \quad \beta \equiv \beta_x \quad (3)$$

штрих означает дифференцирование по продольной координате s , отсчитываемой от центра поворотного магнита.

Рассмотрим общий случай магнитного поля с ненулевым градиентом и найдем условия, при которых величина $\langle H \rangle$ минимальна. Очевидно, что искомое решение симметрично относительно центра магнита ($\theta \equiv \kappa \cdot s = 0$):

$$\beta = \beta_0 \cos^2 \theta + \frac{1}{\kappa^2 \beta_0} \sin^2 \theta, \quad (4)$$

$$\alpha = \left(\kappa \beta_0 - \frac{1}{\kappa \beta_0} \right) \sin \theta \cos \theta,$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta_0} \cos^2 \theta + \kappa^2 \beta_0 \sin^2 \theta,$$

$$\psi = \psi_0 \cos \theta + \frac{1}{\kappa^2 \rho} (1 - \cos \theta), \quad (5)$$

$$\psi' = \left(\frac{1}{\kappa \rho} - \psi_0 \right) \sin \theta,$$

где κ - постоянная распространения бетатронных колебаний. Величина (2) представляется в виде

$$H = \frac{1}{\kappa^4 \rho^2 \beta_0} \left\{ (1 - \kappa^2 \rho \psi_0 - \cos \theta)^2 + \kappa^2 \beta_0^2 \sin^2 \theta \right\}, \quad (6)$$

Физический институт
Ядерных исследований
Библиотека

и ее среднее по длине магнита значение равно

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\theta_M} \int_0^{\theta_M} H(\theta) d\theta = \frac{1}{\kappa^4 \rho^2 \beta_0} \left\{ (\kappa^2 \rho \psi_0 - 1)^2 - 2 \frac{\sin \theta_M}{\theta_M} (1 - \kappa^2 \rho \psi_0) + \frac{1}{2} \left[1 + \kappa^2 \beta_0^2 + (1 - \kappa^2 \beta_0^2) \frac{\sin 2\theta_M}{2\theta_M} \right] \right\}, \quad (7)$$

где обозначено $\theta_M = \kappa L_B / 2$. Выражение (7), как функция ψ_0 , минимально при

$$\kappa^2 \rho \psi_0 = 1 - \frac{\sin \theta_M}{\theta_M} \approx \frac{\theta_M^2}{6} \left(1 - \frac{\theta_M^2}{20} \right), \quad (8)$$

причем

$$\langle H \rangle = \frac{1}{2\kappa^4 \rho^2 \beta_0} \left[1 + \kappa^2 \beta_0^2 + (1 - \kappa^2 \beta_0^2) \frac{\sin 2\theta_M}{2\theta_M} - 2 \left(\frac{\sin \theta_M}{\theta_M} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

Как функция β_0 , $\langle H \rangle$ имеет минимум при

$$\beta_0 = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{1 - 2 \left(\frac{\sin \theta_M}{\theta_M} \right)^2 + \frac{\sin 2\theta_M}{2\theta_M}}{1 - \frac{\sin 2\theta_M}{2\theta_M}}} \approx \frac{L_B}{2\sqrt{15}} \left(1 + \frac{\theta_M^2}{35} \right), \quad (10)$$

равный

$$\langle H \rangle_{\min} = \frac{1}{\kappa^3 \rho^2} \left[\frac{\sin 2\theta_M}{2\theta_M} \left(1 - 2 \left(\frac{\sin \theta_M}{\theta_M} \right)^2 + \frac{\sin 2\theta_M}{2\theta_M} \right) \right] \approx \frac{L_B^3}{12\sqrt{15} \rho^2} \left(1 - \frac{6}{35} \theta_M^2 \right), \quad (11)$$

что, при одинаковых значениях L_B и ρ , втрое меньше, чем дает структура DFA.^{3/}

Из (11) следует, что значения $\langle H \rangle_{\min}$ оказываются меньшими при $\theta_M^2 = \kappa^2 L_B^2 / 4 > 0$, то есть в случае, если магнитное поле имеет

фокусирующий градиент. Однако этот эффект слабый, и в дальнейшем мы будем считать $\kappa = 0$.

ТРИПЛЕТНАЯ ФОКУСИРОВКА

В рассматриваемом случае ($\kappa = 0$) на выходе поворотного магнита имеем

$$\beta_1 = \frac{8L_B}{\sqrt{15}}, \quad \alpha_1 = -\sqrt{15}, \quad (12)$$

$$\psi_1 = \frac{L_B^2}{6\rho}, \quad \psi'_1 = \frac{L_B}{2\rho}.$$

Набег бетатронной фазы на половине магнита равен

$$\mu_{xB} = \int_0^{L_B/2} \frac{ds}{\beta} = \text{arctg} \sqrt{15} \approx 75,5^\circ. \quad (13)$$

Набег бетатронной фазы между магнитом и центром D-линзы μ_{xD} найдем из условий в центре D-линзы:

$$\alpha = 0, \quad \psi' = M_{21} \psi_1 + M_{22} \psi'_1 = 0, \quad (14)$$

где M_{ik} - элементы соответствующей транспортной матрицы

$$M = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_1}} (\cos \mu + \alpha_1 \sin \mu) & \sqrt{\beta \beta_1} \cdot \sin \mu \\ -\frac{1}{\sqrt{\beta \beta_1}} [(1 + \alpha_1) \sin \mu + (\alpha_1 - 1) \cos \mu] & \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta}} \cdot (\cos \mu - \alpha_1 \sin \mu) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

Простые вычисления дают

$$\mu_{\text{хД}} = \text{arctg} \sqrt{\frac{27}{5}} \approx 66,7^\circ \quad (16)$$

Определим теперь, пользуясь приближением тонких линз, параметры триплета, необходимые для реализации найденного решения. Для этого построим транспортную матрицу в явном виде

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{l}{f_1} & d_1 \left(1 - \frac{l}{f_2}\right) + l \\ -\frac{1}{f^*} & 1 - \frac{l}{f_2} - \frac{d_1}{f^*} \end{pmatrix} \quad (17)$$

где f_1 и $(-f_2/2)$ - фокусные расстояния линз, промежутки d_1 и l показаны на рис. 1,

$$\frac{1}{f^*} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{l}{f_1 f_2} \quad (18)$$

Из четырех параметров (f_1, f_2, l, d_1) условия (10) оставляют свободными два, в качестве которых выберем l и

$$F \equiv \frac{l}{f_1} \quad (19)$$

Приравнявая элементы матриц (15) и (17), найдем

$$D \equiv -\frac{l}{f_2} = \frac{1}{F-1} \left(\frac{15l}{4L_B} \frac{1}{F-1} - F \right),$$

$$d_1 = \frac{1}{F-1} l - \frac{3}{5} L_B, \quad (20)$$

$$\beta_{\text{хД}} \equiv \beta_x \Big|_{s=L_B/2} = \frac{4L_B}{5\sqrt{15}} (F-1)^2.$$

Выбор параметров l и F должен обеспечивать положительность d_1 , а

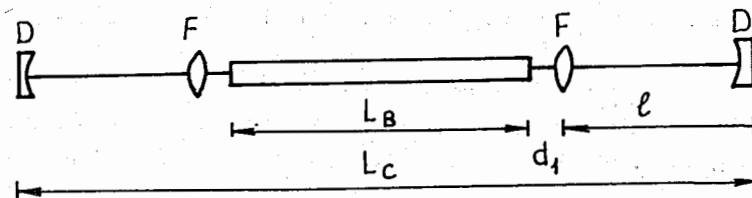
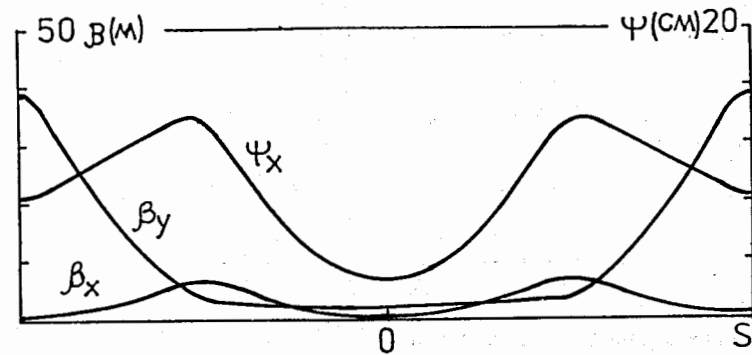


Рис.1

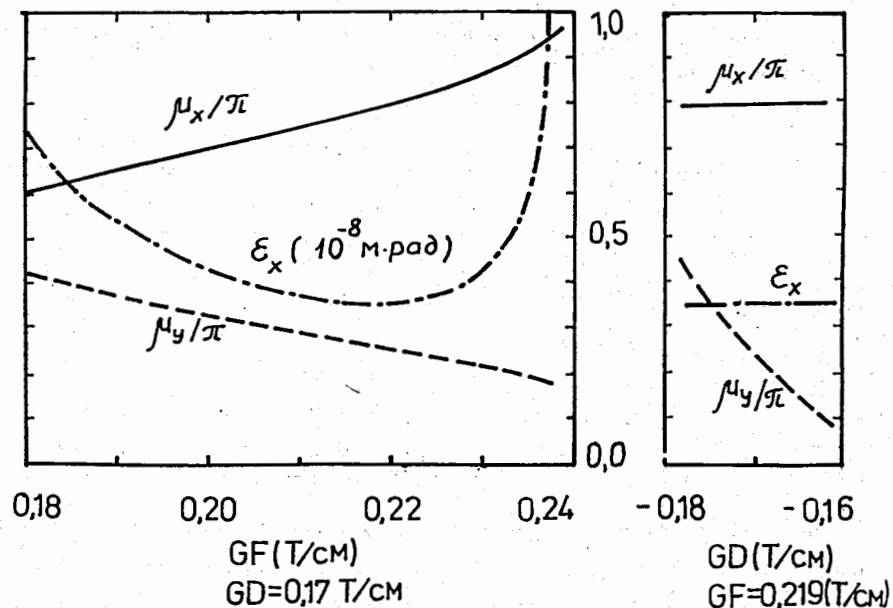


Рис.2

также устойчивость вертикального движения, для чего требуется выполнение условия

$$0 < (D-F+F \cdot D) [1+d(F+1)] < 1, \quad (21)$$

где $d = d_1 + L_B/2$.

При выбранном F допустимые значения l лежат в диапазоне

$$\max \left\{ 3(F-1), \frac{8}{3} F^2 \frac{F-1}{F+1} \right\} < \frac{5l}{L_B} < \frac{1}{\xi_1}, \quad (22)$$

где ξ_1 - минимальный корень уравнения

$$F^2(F^2-1)\xi^2 - \left[\frac{3}{8}(F+1)^2 + 4F^3 + (F-1)^2 \right] \xi + \frac{3}{2} F \frac{F+1}{F-1} = 0.$$

При $F < F_{\min} = 1,726$ неравенства (22) несовместны. Значению $F = F_{\min}$ отвечают минимальные l и $d_1 = 0$ и, соответственно максимальное для рассматриваемой структуры значение коэффициента заполнения структуры

$$k_{\max} = \frac{L_B}{L_c} = \frac{L_B}{L_B + 2(1+d_1)} = 0,534.$$

Значения l_{\min} , l_{\max} , полученные из (22), а также β_{xD} для $F > F_{\min}$ приведены в таблице 1.

Таблица 1

F	l_{\min}/L_B	l_{\max}/L_B	β_{xD}/L_B
1.75	0.4500	0.4588	0.1162
2.00	0.7112	0.7358	0.2066
2.25	1.0384	1.0774	0.3228
2.50	1.4286	1.4840	0.4648
2.75	1.8822	1.9560	0.6326
3.00	2.4000	2.4940	0.8262

Приравнивая элементы транспортной матрицы вертикального движения, записанной в двух видах: (15) и (17), найдем соотношения для вертикальных бетатронных функций в центре магнита (β_{y0}) и D-линзы (β_{yD}),

а также набег фазы на половине элемента периодичности

$$\frac{\beta_{y0}}{\beta_{yD}} = \frac{1}{F+1} \left(1 - D - \frac{d}{f_y^*} \right),$$

$$\beta_{y0} \beta_{yD} = [1 + (F+1)d] f_y^*, \quad (23)$$

$$\mu_y = \arctg \frac{\beta_{yD}}{(F+1)f_y^*},$$

где $f_y^* = 1/(D - F + FD)$.

Соотношения (20, 22, 23) полностью определяют параметры структуры в приближении тонких линз.

ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР

Приведем пример расчета с протяженными линзами.

Энергия частиц	2,5 ГэВ
Магнитный радиус ρ_0	10 м
Число поворотных магнитов	24
Длина магнита L_B	2,62 м
Длина квадрупольей	0,5 м
Градиент поля в F-линзе	0,219 Тл/см
в D-линзе	-0,170 Тл/см
Расстояние между центрами линз l	1,57 м
Длина элемента периодичности L_c	6,26 м
Эмиттанс ϵ_x	3,56 нм·рад
Энергетический разброс	$0,676 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент расширения орбит	$0,236 \cdot 10^{-2}$
Хроматичность элемента периодичности ξ_x/ξ_y	-1,23/-2,16

Поведение оптических функций для данного варианта показано на рис. 1. На рис. 2 показана зависимость набегов фаз $\mu_{x,y}/\pi$ и эмиттанса ϵ_x

от градиента поля в линзах. Как видно из графиков, набег фаз могут изменяться в заметных пределах без существенного увеличения эмиттанса.

Авторы благодарны А.Н.Дубровину и А.А.Жоленцу за обсуждения и помощь в использовании программы OPTI.^{4/}

ЛИТЕРАТУРА

1. Dubrovin A. N., Skrinisky A. N., Tumaikin G. M., Zholents A. A. European Particle Acc. Conf., v. I, 467(1988).
2. Maier R. Proc. 2nd Advanced Acc. Physics School. CERN 89-01, 96(1989).
3. Teng L. C., Fermilab Internal Note LS-17(1985).
4. Жоленц А.А., Протопопов И.Я. Препринт ИЯФ 80-212, Новосибирск, (1980).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 марта 1991 года.

Алексахин Ю.И., Казаринов Н.Ю.

P9-91-124

Низкоэммитансная магнитная структура
для накопительных электрон-позитронных колец

Магнитные структуры электрон-позитронных кольцевых коллайдеров (В-, С- γ -фабрик), использующих принцип монохроматизации, а также охладительных колец, должны удовлетворять противоречивым требованиям: естественный эмиттанс пучков должен быть как можно меньшим, в то время как энергетический разброс и декременты радиационного затухания — достаточно большими. В работе анализируется триплетная структура, позволяющая достичь теоретически минимальных значений эмиттанса (при фиксированных параметрах поворотных магнитов).

Работа выполнена в Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1991

Перевод авторов

Alexahin Yu. I., Kazarinov N. Yu.

P9-91-124

Low Emittance Magnetic Structure
for Electron-Positron Storage Rings

Magnetic structures of electron-positron circular colliders (B-, C- γ -factories) which utilize the monochromatization principle, as well as of damping rings, should satisfy contradictory requirements: natural beam emittances should be as small as possible, and at the same time the energy spread and radiation damping rates should be sufficiently large. A triplet structure is analyzed, which permits to achieve the theoretical minimum values of emittance (with bending magnet parameters fixed).

The investigation has been performed at the Laboratory of Superhigh Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1991