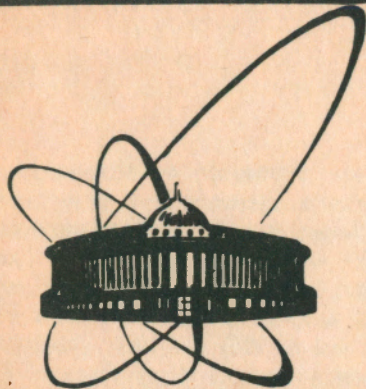


90 - 65



e
+

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P 191

P9-90-65

С. А. Ракитянский

**НЕКОТОРЫЕ ПРИЧИНЫ ПОТЕРЬ
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В КАНАЛЕ
ЛИНЕЙНОГО ИНДУКЦИОННОГО УСКОРИТЕЛЯ**

1990

Несмотря на привлекательность и физическую простоту идеи ускорения интенсивных электронных пучков с помощью вихревого электрического поля в линейном канале, практическая реализация проектов ускорителей такого типа (ЛИУ) сталкивается с рядом серьезных трудностей. И хотя принцип индукционного ускорения известен еще с начала двадцатых годов, действующие к настоящему моменту ЛИУ можно сосчитать на пальцах.

Главное достоинство всех ЛИУ и одновременно первопричина трудностей их создания заключена в величине тока, переносимого пучком ускоряемых частиц. Она, как правило, варьируется в пределах от сотен ампер до десятков килоампер. По сравнению с соответствующими значениями для ускорителей других типов это гигантские величины.

Наличие огромных пространственного заряда и тока не может оставить пучок пассивным объектом воздействия ускоряющих и фокусирующих полей. В ЛИУ пучок сам генерирует дополнительные силовые поля и активно взаимодействует со всеми элементами ускоряющей системы. В результате этого предполагаемая изначально система полей существенно искажается как продольными, так и поперечными силами, которые вызывают потери частиц пучка за счет их высаживания на стенки вакуумного канала.

В настоящей работе на основе численного моделирования движения пучка рассматривается роль и влияние поперечных полей, возникающих вследствие нарушения аксиальной симметричности динамической системы "канал плюс пучок".

Среди источников нарушения симметрии в первую очередь следует назвать несоосности различных элементов электронно-оптической системы. Но даже если бы удалось создать идеально симметричный ускорительный канал, осевое положение пучка в нем все равно осталось бы неустойчивым. Причиной тому служит взаимодействие пучка с индуцированными в стенках камеры зеркальными зарядами (которые его притягивают) и токами (которые отталкивают).

Как показывают оценки [1, 2], время образования зеркального заряда на несколько порядков меньше, а время затухания вихревых токов, формирующих эффективный зеркальный ток, на несколько порядков больше средней длительности импульса в ЛИУ. Поэтому при изучении поперечной динамики пучка их можно считать стационарными. Для оценочных расчетов, каковыми и являются ре-

зультаты настоящей работы, можно, кроме того, пренебречь кривизной когерентной траектории (описывающей движение центра масс) пучка при вычислении сил его взаимодействия с изображениями, а также пренебречь радиальными размерами его поперечного сечения.

Для пучка произвольного кругового сечения, смещенного параллельно оси симметрии на расстояние r , возникающие в окружающих его цилиндрических поверхностях электрическое и магнитное изображения отстоят от оси на R_e^2/r и R_m^2/r соответственно, где R_e и R_m — радиусы этих поверхностей^{/3/}. Вообще говоря, R_e и R_m могут не совпадать, как это имеет место, например, в ПИУ-30, где, в частности, на инжекторном участке $R_e = 3,75$ см, а $R_m = 6$ см. В этом случае силы притяжения к стенкам со стороны наведенных зарядов и отталкивания со стороны токов изображения значительно отличаются друг от друга. Причем, если $R_e \neq R_m$, то конструктивно обязательно $R_e < R_m$ и преобладающими оказываются силы притяжения. Как показано в работе^{/1/}, это ведет к асимптотически неограниченному росту амплитуды поперечных когерентных колебаний. Скорость ее нарастания должна определяться (в условиях идеальной симметрии канала) соотношением между R_e и R_m , темпом ускорения и величиной продольного фокусирующего магнитного поля.

Для количественной оценки того, как различие между R_e и R_m влияет на развитие когерентных колебаний, рассмотрим модельную задачу о движении пучка на небольшом отрезке ускорительного канала. На рис.1 представлены результаты численного решения этой задачи. В качестве исследуемого канала здесь были взяты две полупораметровые инжекторные секции ускорителя

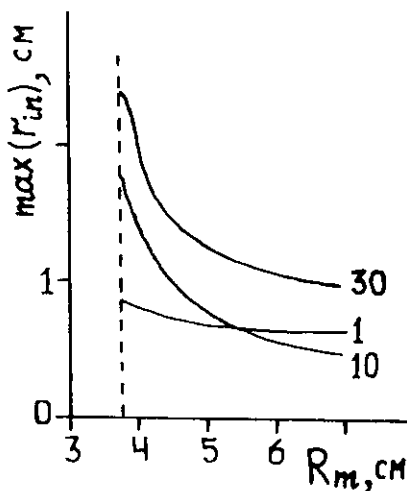


Рис. 1

ПИУ-30, разделенные дрейфовым промежутком длиной 50 см. Каждая из них обеспечивает равномерный прирост энергии 1,67 кэВ/см и устроена таким образом, что $R_e = 3,75$ см, $R_m = 6$ см, а в дрейфовом промежутке $R_e = R_m = 3,5$ см. Фокусировка осуществляется продольным магнитным полем, величина которого внутри секций колеблется с периодом 12,5 см и отклонением от среднего (~300 Гс) значения ~5%, а между секциями провал поля достигает ~60%.

Задача о когерентном движении пучка, несущего ток 250 А, решалась в предположении о его стационарности и нулевом радиальном размере, то есть пучок считался нитеобразным. При малых $r \ll 1$ см расстояние между пучком и его изображениями довольно велико (так, при $r = 0,5$ см, $R_e = 3,75$ см $R_e^2/r \approx 28$ см), что оправдывает пренебрежение его радиальными размерами.

В таком приближении исключение времени из уравнения движения в декартовых координатах сводит задачу к системе дифференциальных уравнений второго порядка для функций $x(z)$ и $y(z)$, описывающих когерентную траекторию^{4'}:

$$\begin{cases} x'' = \frac{\sigma}{\gamma\beta_z^2} \{-x'[E_z + \beta_z(x'H_y - y'H_x)] + E_x + \beta_z(y'H_z - H_y)\}, \\ y'' = \frac{\sigma}{\gamma\beta_z^2} \{-y'[E_z + \beta_z(x'H_y - y'H_x)] + E_y + \beta_z(H_x - x'H_z)\}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\sigma = e/mc^2$, $\gamma(x, y, z)$ - релятивистский фактор, $\beta_z = \gamma^{-1} \sqrt{(\gamma^2 - 1) / (1 + x'^2 + y'^2)}$, (E_x, E_y, E_z) и (H_x, H_y, H_z) - компоненты электрического и магнитного полей, которые складываются, соответственно, из ускоряющего, фокусирующего и полей зарядов и токов изображения.

Для получения представления о роли различия между R_e и R_m величина R_e в расчете оставалась фиксированной, а R_m на внутрисекционных участках варьировалась. На рис. 1 значение R_m отложено по оси абсцисс. В качестве характеристики канала, зависящей от соотношения между R_e и R_m , было выбрано максимально допустимое поперечное смещение пучка на входе, при котором он еще проходит две рассматриваемые секции. Эту величину, отложенную по оси ординат, можно было бы назвать границей когерентного акцептанса. Кривые соответствуют разным входным энергиям, величина которых в МэВ указана непосредственно на рисунке. Видно, что при уменьшении R_m граница акцептанса $\max(r_{in})$ возрастает, причем существенный рост наблюдается для достаточно больших энергий. Этот факт легко объяснить, если рассмотреть соотношение между силой F_e электрического притяжения пучка к стенке камеры и силой магнитного отталкивания F_m .

Единица длины пучка с током J и зарядом $\lambda = J / (\beta_z c)$, смещенного параллельно оси на расстояние r , испытывает воздействие сил $F_e = \lambda E$ и $F_m = J B / c$, где $E = 2\lambda r / (R_e^2 - r^2)$ - электрическое поле, создаваемое зеркальным зарядом, находящимся на расстоянии R_e^2/r от оси системы; $B = 2Jr / [c(R_m^2 - r^2)]$ - магнитное поле тока изображения, отстоящего от оси на R_m^2/r . В этих формулах все величины можно считать положительными,

помним лишь о том, что F_e направлена к стенке камеры, а F_m - в противоположную сторону.

Легко видеть, что электрическая сила $F_e = 2J^2 r / [\beta_z^2 c^2 (R_e^2 - r^2)]$ всегда превосходит магнитную $F_m = 2J^2 r / [c^2 (R_m^2 - r^2)]$ при условии $R_e \leq R_m$, которое выполняется во всех практических конструкциях. Их отношение $F_m / F_e = \beta_z^2 (R_e^2 - r^2) / (R_m^2 - r^2)$ приближается к единице только тогда, когда $R_m \rightarrow R_e$ и $\beta_z \rightarrow 1$. Это обстоятельство как раз и иллюстрирует наглядно рис.1.

При $R_m \geq 6$ см все кривые на этом рисунке становятся почти горизонтальными. Это означает, что при таком радиусе поверхности, создающей магнитное изображение, сила магнитного отталкивания уже не оказывает практически никакого влияния.

С тем, чтобы наглядно представить себе неустойчивость осевого положения пучка, введем потенциальную энергию взаимодействия его отрезка единичной длины с электромагнитными изображениями согласно

$$U(r) = - \int_0^r d\tilde{r} [F_e(\tilde{r}) - F_m(\tilde{r})] =$$

$$= - \frac{2J^2}{\beta_z^2 c^2} \int_0^r d\tilde{r} \frac{\tilde{r} [R_m^2 - \beta_z^2 R_e^2 - \tilde{r}^2 (1 - \beta_z^2)]}{(R_e^2 - \tilde{r}^2)(R_m^2 - \tilde{r}^2)}.$$

Этот интеграл берется аналитически:

$$U(r) = - \frac{J^2}{\beta_z^2 c^2} \frac{1}{(R_e^2 - R_m^2)} \left[(R_m^2 - \beta_z^2 R_e^2) \ln \frac{R_m^2 (R_e^2 - r^2)}{R_e^2 (R_m^2 - r^2)} + \right.$$

$$\left. + (1 - \beta_z^2) \left(R_m^2 \ln \frac{R_m^2 - r^2}{R_m^2} - R_e^2 \ln \frac{R_e^2 - r^2}{R_e^2} \right) \right].$$

Переход к пределу $R_e = R_m = R$ дает очень простое выражение:

$$U(r) = \frac{J^2 (1 - \beta_z^2)}{c^2 \beta_z^2} \ln \frac{R^2 - r^2}{R^2}.$$

Построенные по этим формулам кривые потенциальной энергии показаны на рис.2. Пунктирные линии соответствуют случаю $R_e = 3,75$ см, $R_m = 6$ см, а сплошные - $R_e = R_m = 3,75$ см. Цифры у кривых указывают энергию электронов в МэВ. Сплошная линия для энергии 10 МэВ на этом рисунке практически сливается с осью абсцисс и лишь у самой стенки круто поворачивает вниз.

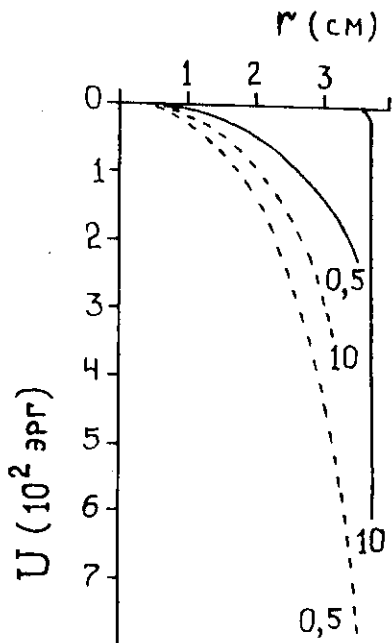


Рис.2

$r = 0,5$ см начинается быстрый рост крутизны наклона потенциальных кривых, то есть для пучка в 250 А смещение в 0,5 см является критическим.

Перейдем теперь к рассмотрению того, как на развитие поперечных когерентных колебаний влияют несоосности элементов ускорительного канала. В работе /4/ было показано, что наиболее важную роль здесь играют точность юстировки фокусирующих соленоидов и наличие неоднородностей в продольном магнитном поле. В связи с этим проанализируем не затронутый в работе /4/ вопрос о допусках на точность установки соленоидов при так называемой дискретной фокусировке, то есть в случае, когда поля соседних линз практически не перекрываются или перекрываются слабо. Как и в работе /4/, воспользуемся для этого методом статистического моделирования. Суть его в следующем.

Задавшись определенной величиной допусков, делаем при помощи генератора случайных чисел разброс положений соленоидов и решаем уравнения (1) в полученном несоосном канале от $z = 0$ до координаты z_{\max} , на которой поперечное смещение пучка достигает заданного значения r_{\max} . После этого генерируем новую комбинацию положений соленоидов и повторяем расчет, находя но-

Как и следовало ожидать, кривые всюду имеют отрицательный наклон, крутизна которого нарастает при приближении к стенке. Таким образом, движение по оси столь же неустойчиво, как качение шарика вдоль гребня выпуклой поверхности, с той лишь разницей, что продольное фокусирующее магнитное поле не позволяет пучку попадать на стенку сразу, а придает его движению винтообразный характер.

Бросается в глаза огромное различие между потенциальными кривыми, соответствующими продольной энергии 10 МэВ ($\beta_z = 0,99882$), в случаях $R_e \neq R_m$ и $R_e = R_m$. Этот факт еще раз подтверждает сделанный в работе /1/ вывод о необходимости совмещения отражающих поверхностей и указывает на особую важность совпадения R_e и R_m при $\beta_z \rightarrow 1$. Из рис.2 видно также, что при

вое z_{\max} . Повторив процедуру N раз, находим математическое ожидание $\langle z_{\max} \rangle = \frac{1}{N} \sum_i z_{\max}^{(i)}$, а также дисперсию $Dz_{\max} = \frac{1}{N} \sum_i (z_{\max}^{(i)})^2 - \frac{1}{N^2} (\sum_i z_{\max}^{(i)})^2$ и стандартное отклонение $\sigma = \sqrt{\frac{N}{N-1} Dz_{\max}}$, которые позволяют судить о возможном отличии z_{\max} от $\langle z_{\max} \rangle$ для конкретной комбинации положений линз. Интервал $\langle z_{\max} \rangle \pm \sigma$ содержит z_{\max} с вероятностью ~68%.

Вычисленные таким способом $\langle z_{\max} \rangle$ как функции различных параметров представлены на рис.3-5. Ломаные линии на них соединяют средние значения, а вертикальные - указывают интервал $\pm \sigma$.

Для рандомизации положений соленоидов здесь использовался генератор случайных чисел с нормальным распределением, обрезанным на задаваемой величине $\Delta \ell = \ell \delta \ell / 100$, где ℓ - длина соленоида, $\delta \ell$ - точность юстировки в процентах. Среднеквадратичное отклонение для этого распределения бралось равным $\Delta \ell / 2$.

В качестве исследуемой структуры был для определенности выбран модельный канал, близкий по характеристикам к ускорительным участкам ЛИУ-30.

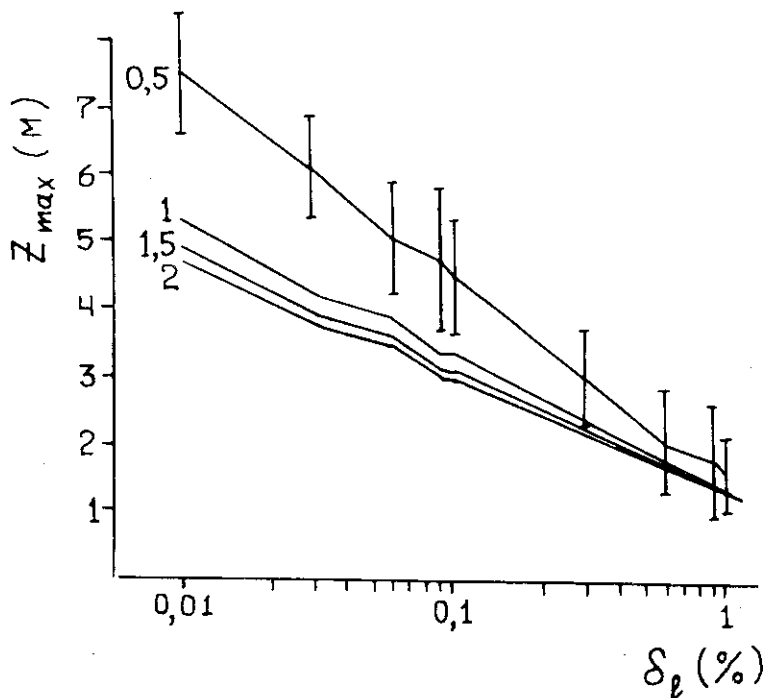


Рис.3

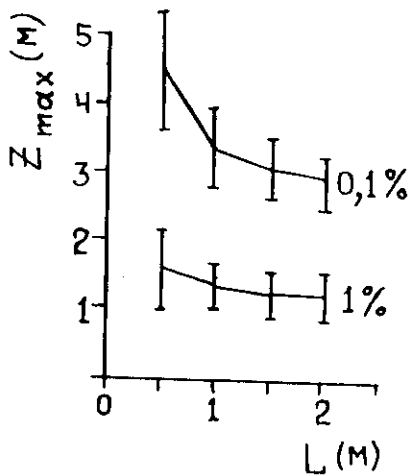


Рис. 4

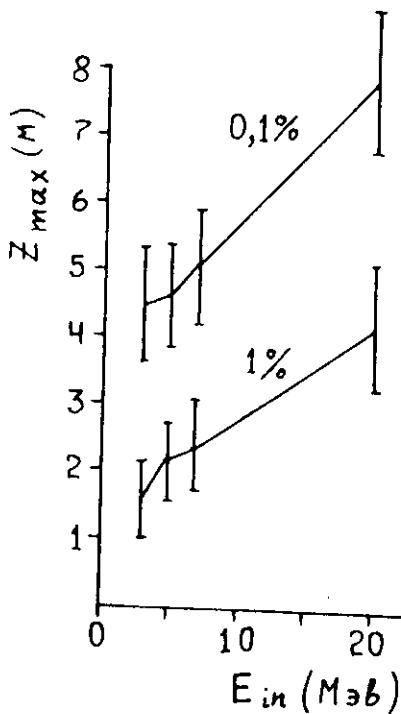


Рис. 5

Для того чтобы иметь возможность изучать поведение пучка в зависимости от расстояния L между фокусирующими элементами и не связывать их расположение по z с чередованием ускорительных секций, предполагалось, что ускорение происходит равномерно по всей длине канала с темпом $1,5$ кэВ/см и для пучка всюду $R_e = 3,75$ см, $R_m = 7,5$ см.

В качестве предельно допустимого смещения использовалось значение $r_{\max} = 0,5$ см. Магнитные линзы длиной $\ell = 6,5$ см считались расположенными с периодом L и имеющими распределение

поля на оси $H(z) = H_0 / \text{sech}(\frac{z - Z_0}{a})$, где $H_0 = 1000$ Гс, $a = 3$ см.

На рис. 3 показана зависимость z_{\max} от δ_r при энергии инжекции $E_{in} = 3$ МэВ и четырех различных значениях L , которые указаны цифрами (в метрах) непосредственно на рисунке. Для упрощения рисунка статистические неопределенности отмечены лишь для одной из кривых. Другие имеют дисперсию примерно такой же величины.

Рис. 4 содержит зависимость z_{\max} от L при $E_{in} = 3$ МэВ для двух значений δ_r (1 и 0,1%). А на рис. 5 для тех же δ_r и фиксированного $L = 0,5$ м показана зависимость z_{\max} от E_{in} .

Внимательное рассмотрение этих трех рисунков позволяет заключить, что быстрота нарастания поперечного смещения пучка в основном определяется не энергией частиц или расстоянием между линзами, а их юстировкой.

Как и в случае квазинепрерывной фокусировки¹⁴, обращает

на себя внимание большая величина дисперсии Dz_{\max} . Она указывает, во-первых, на непредсказуемость поведения ускорителя после любых работ, связанных с механической переборкой канала, и, во-вторых, на возможную неустойчивость когерентного движения к вариациям фокусирующих полей.

Последнее подтверждается следующим численным экспериментом. Рассматривался канал с фиксированными несоосными положениями линз, заданными описанным выше способом при помощи генератора случайных чисел. В этом канале многократно решалось уравнение для когерентной траектории и находилось значение z_{\max} при случайных вариациях величин полей отдельных линз в пределах $\pm 10\%$ от основной величины 1000 Гс. Хотя при этом наклоны и смещения

линз все время были одними и теми же, z_{\max} раз от разу существенно изменялось. После опробования примерно 100 комбинаций полей была обнаружена такая, которая давала увеличение z_{\max} втрое по сравнению с исходным значением.

Таким образом, при эмпирическом подборе фокусирующих полей оператор одновременно воздействует как на колебания огибающей пучка, так и на его когерентное движение. Это обстоятельство существенно усложняет картину и не позволяет интерпретировать эмпирические результаты однозначно.

Иллюстрацией к тому, какой выигрыш дает при достаточно больших энергиях совмещение отражающих поверхностей $R_e = R_m$, служит рис. 6. На нем показана зависимость z_{\max} от δ_l при $E_{in} = 3$ МэВ, $L = 50$ см для случаев $R_e = R_m = 3,75$ см (верхняя кривая) и $R_e = 3,75$ см, $R_m = 7,5$ см (нижняя кривая). Разительный контраст между двумя кривыми еще раз подтверждает вывод о необходимости конструирования канала таким образом, чтобы $R_e = R_m$ на как можно большей его части.

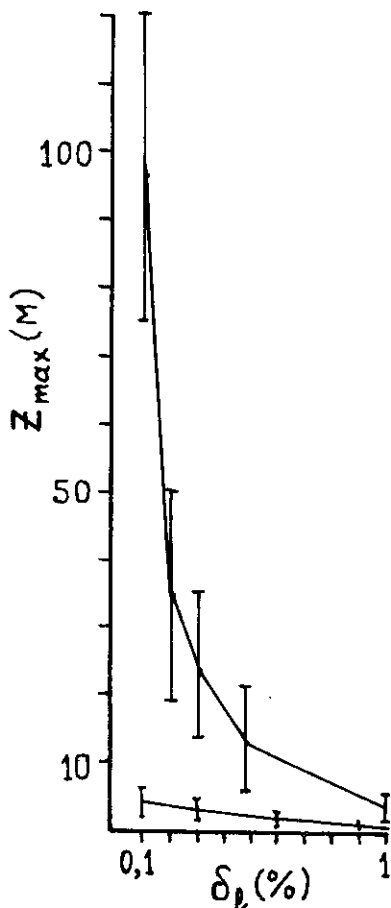


Рис. 6

Таким образом, суммируя результаты, изложенные в этой работе и в работах /4,5/, а также не вошедшие в них результаты, можно сформулировать следующие необходимые требования, предъявляемые к ускорительному каналу обсуждаемого типа.

Не следует допускать, чтобы центр масс пучка где-либо смещался более, чем на 5 мм. Для этого необходимо обеспечивать периодическую по тракту коррекцию его положения с точностью не хуже 1 мм.

Максимально допустимое расстояние между соседними корректорами определяется точностью юстировки элементов канала. Так, приемлемые величины этого расстояния в 10 м на инжекторном участке (квазинепрерывное магнитное поле) и 5 м на ускорительном участке (дискретное поле с $L = 50$ см) требуют, чтобы ускорительные секции были соосны в пределах 0,1%, соленоиды инжекторного участка - 0,4%, магнитные линзы ускорительного участка - 0,06% при $R_e \neq R_m$ и 1% при $R_e = R_m$.

Кроме того, первые несколько дрейфовых промежутков инжекторного участка должны быть экранированы от проникновения в них геомагнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саввин В.А. - Препринт ОИЯИ Р9-87-148, Дубна, 1987.
2. Woods С.Н. - Rev. Sci. Instr., 1970, v.41(7), p.959.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. - Теоретические основы электротехники. П.: Энергоиздат (Ленинградское отд.), 1981, т.2.
4. Ракитянский С.А. - Препринт ОИЯИ Р9-87-55, Дубна, 1987.
5. Ракитянский С.А. - Сообщение ОИЯИ Р9-87-299, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 февраля 1990 года.