90-39

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р9-90-39

К.А.Решетникова

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СТРУКТУРОЙ

Направлено в журнал "Письма в ЖТФ"

1990

Известно, что величина напряженности электрического поля E_m, соответствующая моменту захвата частиц полем волны излучения, определяет максимальный КПД системы η, и ее нахождению посвящены многочисленные работы /см. например,/1-3//. При изучении черенковского взаимодействия пучка с волноводами величины E_m и η определяются обычно при условии $\beta_0' \ll 1$, где β_0' - невозмущенная скорость пучка в системе покоя волны. В настоящей работе рассматривается также случай $\beta_0' \sim 1$ и анализируется возможность захвата частиц медленной пучковой волной.

Самосогласованная система уравнений гидродинамики для замагниченного электронного пучка сводится к следующему нелинейному уравнению /4/:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + \frac{1}{k_{\perp 0}^2} \Delta_\perp \phi = -q \left[\frac{(\gamma_0' - \phi)}{\sqrt{(\gamma_0' - \phi)^2 - 1}} - \frac{1}{\beta_0'} \right] , \qquad /1/$$

где введены следующие обозначения:

$$q = \frac{\omega_e^2}{c^2 k_{\perp 0}^2} \frac{\beta_0' \gamma_0'}{\gamma_0}, \quad \beta_0' = \frac{\beta_0 - \beta}{1 - \beta_0 \beta}, \quad \gamma_0' = \gamma_0 \gamma (1 - \beta_0 \beta),$$

$$\omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_0}, \qquad k_{\perp 0}^2 = k_{||}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \qquad \Delta_\perp = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right).$$

Здесь ω, $k_{||}$ - частота и волновой вектор одной из собственных волн структуры с пучком, $\beta = \omega / k_{||} c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, n_0, v_0 - невозмущенные значения плотности и скорости пучка, $\beta_0 = v_0 / c$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0)^{-1/2}$, $\psi = \omega t - k_{||} z$. Величина ϕ связана с напряженностью поля E_z следующим соотношением:

$$E_z = \frac{m_0 c^2 \omega}{e v \gamma} \frac{\partial \phi}{\partial \psi}.$$

Предположим, что $\phi \sim \zeta I_0 (k_\perp r)$, где $I_0 (k_\perp r)$ - модифицированная функция Бесселя, $\zeta = \zeta (r)$ - коэффициент, уточняющийся для уравнения /1/ в ходе численных расчетов для конкретной структуры. Умножим /1/ на $\frac{\partial \phi}{\partial \psi}$ и проинтегрируем при условии

$r=0$, $\dot\phi = 0$ при $\phi=\phi_s=\gamma_0'-1$, ϕ_s - потенциал захвата. Тогда из /1/ получим

$$\dot\phi^2 = \zeta^2 \frac{k_\perp^2}{k_{\perp 0}^2}(\phi_s^2-\phi^2) + 2q\left[\sqrt{(\gamma_0'-\phi)^2-1} + \frac{(\phi-\phi_s)}{\beta_0'}\right], \qquad /2/$$

Поскольку $\dot\phi=\dot\phi_{max}$, при $\phi=0$ из /2/ имеем

$$eE_m = \frac{m_0 c\omega}{\beta\gamma}\left[\zeta^2 \frac{k_\perp^2}{k_{\perp 0}^2}(\gamma_0'-1)^2 + 2\frac{\omega_e^2}{\omega^2}\frac{\beta^2\gamma^2}{\gamma_0}(\gamma_0'-1)\right]^{1/2}. \qquad /3/$$

Для КПД системы найдем

$$\eta = \frac{E_m^2}{8\pi m_0 c^2 n_0(\gamma_0-1)} = \frac{1}{2(\gamma_0-1)}\left[\zeta^2 \frac{k_\perp^2}{k_{\perp 0}^2}\frac{\omega^2}{\omega_e^2\beta^2\gamma^2}(\gamma_0'-1)^2 + \frac{2(\gamma_0'-1)}{\gamma_0}\right]. \qquad /4/$$

В линейном приближении $(\phi/\phi_s \ll 1)$ из /1/ имеем обычное соотношение $/\zeta=1/$:

$$1-\frac{k_\perp^2}{k_{\perp 0}^2} - \frac{\omega_e^2}{\gamma_0^3(\omega-k_\parallel v_0)^2} = 0. \qquad /5/$$

Проиллюстрируем справедливость формулы /4/ на некоторых известных примерах. Для определенности рассмотрим спиральный волновод с пучком, между спиралью и металлическим кожухом которого имеется слой магнитодиэлектрика с $\epsilon,\mu > 1$ [/5/]. Такая структура обеспечивает при значительных ϵ,μ и малых углах намотки спирали большое замедление волны $/\beta \ll 1/$, с другой стороны, при отсутствии спирали и небольших ϵ,μ она дает возможность рассмотреть случай релятивистских фазовых скоростей $/\beta \sim 1/$.

Для одночастичного эффекта Черенкова имеем $\omega=k_\parallel v_0-\delta\omega$, при этом

$$\frac{\delta\omega}{\omega}\ll 1, \quad \beta_0' = \beta_0\gamma_0^2\frac{\delta\omega}{\omega}, \quad \xi=1, \quad \omega\sim\omega_0.$$

Для $\epsilon=\mu=1$ - спиральный волновод радиуса a, при $k_\perp a \gg 1$, $k_{\perp 0}a \gg 1$, получим: $\frac{k_\perp}{k_{\perp 0}} = 1+\frac{\delta\omega}{\omega_0\beta_0'^2}$, где $\omega_0 = \frac{k_\parallel v_0}{4}$. Из /4/ найдем, что при $\beta_0' \ll 1$, $\gamma_0'-1=\frac{\beta_0'^2}{2}$ определяющим является первый член в квадратной скобке, т.е. захват электронов производится томсоновской волной. Для КПД получаем известную зависимость от линейного инкремента [/1/]:

$$\eta \simeq \frac{\beta_0^2\gamma_0^3}{(\gamma_0-1)}\left|\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right|. \qquad /6/$$

Рассмотрим случай, когда доминирующим механизмом насыщения оказывается захват электронов вынужденной плазменной волной /эффект Рамана/. При $k_\perp/k_{\perp 0}\to 0$ или $\zeta\to 0$ спектр пучковых медленных волн определяется выражением: $\omega = k_\parallel v_0 - \frac{\omega_e}{\gamma_0^{3/2}}$. Поэтому $\beta_0=\beta+\frac{\omega_e\beta}{\omega\gamma_0^{3/2}}$. В релятивистском случае

$$\left(\beta_0=1-\frac{1}{2\gamma_0^2}\right), \quad \gamma_0=\gamma+\frac{\omega_e}{\omega}\beta\gamma_0^{3/2}, \quad \gamma\sim\gamma_0.$$

Тогда $\gamma_0'-1\simeq\frac{\gamma_0-\gamma}{\gamma}$ и для КПД имеем

$$\eta = \frac{\omega_e}{\omega}\frac{\beta}{\gamma_0^{3/2}}, \qquad /7/$$

что совпадает с [/3/]. Случай $k_\perp/k_{\perp 0}\to 0$ может быть осуществлен в магнитодиэлектрическом канале /без спирали/ выбором толщины покрытия.

Таким образом, рассматривая различные излучательные механизмы, можно с помощью /3/, /4/ наметить пути повышения эффективности взаимодействия электронного пучка с замедляющей структурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. - УФН, 1987, т.52, в.2, с.285.
2. Нейшн Дж. - Атомная техника за рубежом, 1976, № 3, с.29.
3. Sprangle P., Drobot A. - J. Appl. Phys., 1979, 50, p.2652.
4. Бонч-Осмоловский А.Г., Доля С.Н., Решетникова К.А. - Письма в ЖТФ, 1982, т.8, в.10, с.627.
5. Гришин В.К., Решетникова К.А. - ЖТФ, 1987, т.57, в.12, с.2378.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 января 1990 года.