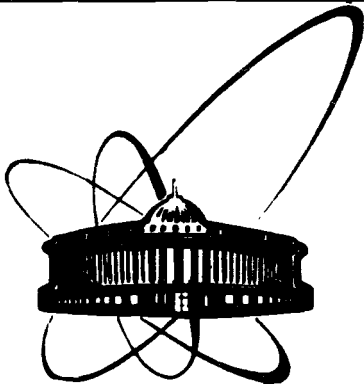


89-717



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р 82

P9-89-717

М. Кузмиак, Я. Яник

РАСЧЕТ ПРОДОЛЬНОГО АКСЕПТАНСА
РАЗРЕЗНОГО МИКРОТРОНА
НА ЭНЕРГИЮ 50 МэВ

Направлено в "Czechoslovak Journal of Physics"

1989

1. ВВЕДЕНИЕ

Для разрезного микротрона /РМ/ с малой энергией инжекции и малым набором энергии на оборот, строго говоря, резонансные условия можно осуществить только на двух оборотах. В этом случае целесообразно найти алгоритм расчета любой фазовой траектории продольного движения электрона в РМ и из множества рассчитанных траекторий определить продольный аксептанс по занимаемой пучком фазовой области в конце ускорения.

Предлагаемый в этой работе алгоритм по сравнению с расчетом траекторий по программе RAYTRACE^{/1/} отличается простотой и наглядностью интерпретации полученных результатов. Эта работа предпринята как часть предварительного математического обеспечения проектных работ над РМ с малой энергией инжекции и малым набором энергии на оборот. Такие микротроны предназначены для прикладных целей^{/2/}: радиационной терапии, производства короткоживущих изотопов, используются и как источник пучков быстрых нейтронов. Для этих микротронов большой продольный аксептанс является преимуществом. В работах^{/3-5/} проведен детальный анализ продольного движения в РМ с большой энергией инжекции и с большим набором энергии на оборот.

2. ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОНОВ В ЛИНЕЙНОМ УСКОРИТЕЛЕ С БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ

Следуя работе^{/6/}, основное уравнение движения электрона в поле эквивалентной бегущей волны с $v_{\phi} = c$ можно представить в виде

$$\frac{dp_z}{dt} = e \xi_m \sin\left(\omega t - \frac{\omega z}{c}\right), \quad /1/$$

где c - скорость света, p_z - импульс электрона, ξ_m - амплитуда продольной компоненты ускоряющего поля, ω - круговая частота ускоряющего поля, z - продольная координата, t - время.

Введем

$$-\frac{\omega z}{c} + \omega t = -\delta, \quad /2/$$

тогда δ есть фаза запаздывания электрона по сравнению с нулевой фазой ускоряющего поля. После подстановки соотношения /2/ в уравнение /1/ получается

$$\frac{dp_z}{dt} = -eE_m \sin \delta. \quad /3/$$

Интегрируя уравнение /3/ в новых переменных /7/ :

$$\xi = \frac{z}{\lambda}, \quad \gamma = \frac{E}{E_0},$$

где $\lambda = cT$, $T = 2\pi/E$, E - полная энергия электрона, E_0 - энергия покоя электрона, находим уравнение для изменения энергии электрона при его движении в линейном ускорителе:

$$\frac{d\gamma}{d\xi} = \alpha \sin \delta, \quad /4/$$

где

$$\alpha = \frac{\lambda e E_m}{m_0 c^2}.$$

Уравнение для фазы запаздывания имеет вид

$$\frac{d\delta}{d\xi} = 2\pi \left(1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right). \quad /5/$$

Совместным интегрированием уравнений /4/ и /5/ определяются фазовые траектории на фазовой плоскости (δ, γ) , хорошо известные для ЛУЭ с $\beta_{\phi} = 1$.

3. РЕЗОНАНСНЫЕ УСЛОВИЯ

На рис.1 приведена схема РМ в горизонтальной плоскости. Работа РМ осуществляется следующим образом. Пучок электронов с начальной энергией $E = \gamma_0 E_0$ подается на ось линейного ускорителя ЛУЭ, обеспечивающего набор энергии на оборот ΔE . С помощью двух заворачивающих 180-градусных магнитов реализуется желаемое число проходов ЛУЭ, после чего пучок выводится из ускорителя. Резонансные значения магнитного поля и целочисленного параметра μ вычисляются из условий резонанса на двух оборотах для выбранной фазовой траектории. Для РМ с малой энергией инжекции и малым набором энергии на оборот, строго говоря, резонансные условия можно осуществить только

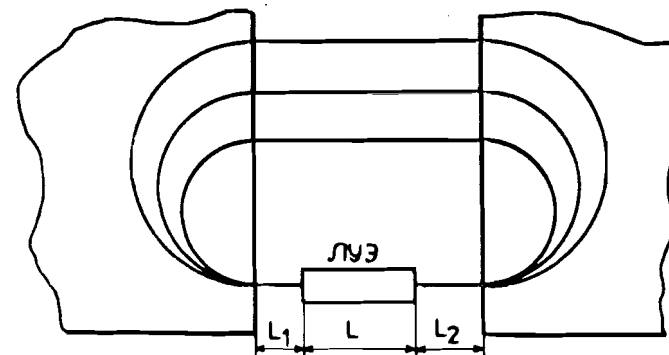


Рис.1

на двух оборотах. Пусть в начале первого прохождения через ЛУЭ фаза запаздывания и энергия электрона для выбранной фазовой траектории имеют значения δ_0, γ_0 . Интегрированием дифференциальных уравнений /4/ и /5/ при указанных начальных условиях определяются фаза запаздывания и энергия электрона на выходе из ЛУЭ. В работе рассматривается только режим, при котором фазы запаздывания отрицательны, $\delta < 0$. Обозначим через $\Delta\delta_1 < 0$ интервал запаздывания фазы в ЛУЭ при первом ускорении, тогда фаза запаздывания δ_1 перед вторым прохождением ускорителя записывается следующим образом:

$$\delta_0 + \Delta\delta_1 - T_1 \omega - \frac{L}{c} \omega + 2\pi\mu_1 = \delta_1,$$

где

$$T_1 = \frac{2L_1 + 2L_2 + L + 2\pi R_1}{v_1}.$$

R_1 - радиус поворота в 180-градусных магнитах на первом обороте, v_1 - скорость электрона на первом обороте, $\frac{L}{c} \omega$ - запаздывание фазы электрона, вызванное движением фазы ускоряющего поля от начала ускорения до его конца. Условие резонанса на первом обороте ($\delta_1 = \delta_0$) означает, что

$$\Delta\delta_1 - T_1 \omega - \frac{L}{c} \omega + 2\pi\mu_1 = 0. \quad /6/$$

Резонансный электрон перед вторым прохождением ускорителя имеет фазу запаздывания такую же, как и перед первым прохождением. Фаза запаздывания электрона перед третьим прохождением ускорителя записывается следующим образом:

$$\delta_1 + \Delta\delta_2 - T_2\omega - \frac{L}{c}\omega + 2\pi\mu_2 = \delta_2,$$

где $\Delta\delta_2 < 0$ - интервал запаздывания фазы в ЛУЭ при втором ускорении. В этой работе рассматривается режим, при котором $\mu_2 = \mu_1 + 1$, $\mu_3 = \mu_1 + 2$ и т.д.

Резонансное условие на втором обороте записывается аналогичным образом и

$$\Delta\delta_2 - T_2\omega - \frac{L}{c}\omega + 2\pi(\mu_1 + 1) = 0. \quad /7/$$

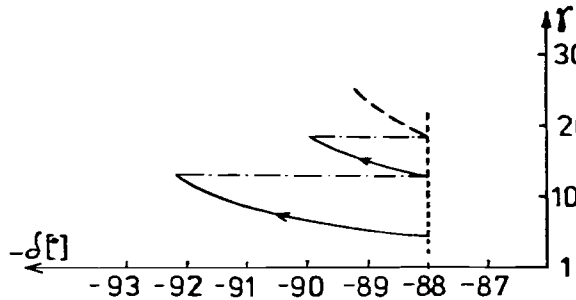


Рис. 2

На рис. 2 изображена фазовая траектория резонансного электрона на первых двух оборотах.

Используя условия /6/ и /7/, можно выбрать целочисленный параметр μ_1 и значение магнитного поля. Для схемы РМ, изображенного на рис. 1 ($L_1 = 0,0741$ м, $L_2 = 0,12$ м,

$L = 0,26$ м, $a = 2,03$, $\lambda = 0,1$), были определены $\mu_1 = 11$ и $B = 0,542$ Тл. Область начальных фаз запаздывания ориентировочно можно выбрать, используя график зависимости энергии электрона в конце процесса ускорения от начальной фазы запаздывания.

При расчете этого графика предполагалось, что электроны избранных начальных фаз движутся без скольжения по фазе ускоряющей волны. Из графика, представленного на рис. 3, вытекает, что

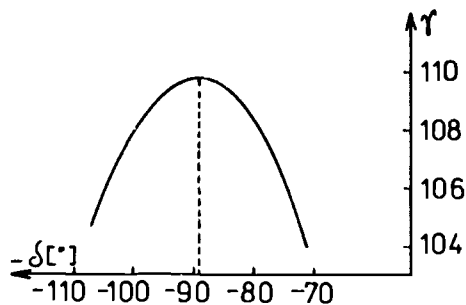


Рис. 3

максимальная выходная энергия соответствует фазе $\delta_0 = -88^\circ$. С точки зрения полного использования РМ начальные фазы инжекции нужно избрать вблизи этой точки, однако окончательно область начальных фаз запаздывания находится из расчета многих траекторий.

4. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ И ЕЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ В ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ (δ, γ)

Последовательность фаз запаздывания электрона в начале каждого ускорения сведена в следующую таблицу.

Таблица 1

Номер оборота	Фазы запаздывания	Энергия
0	δ_0	γ_0
1	$\delta_0 + \Delta\delta_1 - T_1\omega - \frac{L}{c}\omega + 2\pi\mu_1 = \delta_1$	γ_1
2	$\delta_1 + \Delta\delta_2 - T_2\omega - \frac{L}{c}\omega + 2\pi(\mu_1 + 1) = \delta_2$	γ_2
3	$\delta_2 + \Delta\delta_3 - T_3\omega - \frac{L}{c}\omega + 2\pi(\mu_1 + 2) = \delta_3$	γ_3
...
n	$\delta_{n-1} + \Delta\delta_n - T_n\omega - \frac{L}{c}\omega + 2\pi(\mu_1 + n - 1) = \delta_n$	γ_n

При помощи алгоритма, представленного в табл. 1, можно рассчитать любую фазовую траекторию продольного движения в РМ. Зная значения $\Delta\delta_i$, δ_i и γ_i , можно изобразить эту траекторию

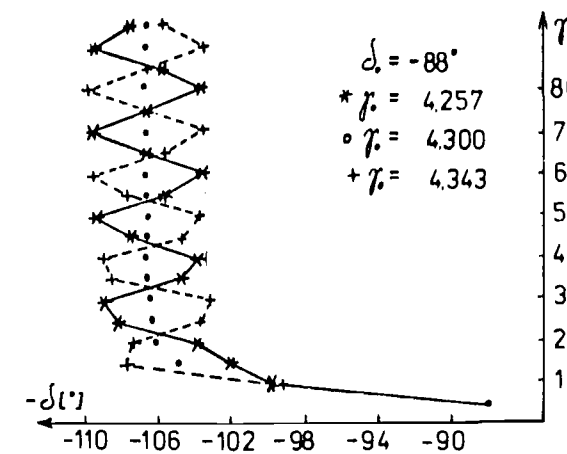


Рис. 4

на фазовой плоскости (δ, γ). На рис. 4 приведены три траектории, которые имеют одинаковую начальную фазу $\delta_0 = -88^\circ$ и разные значения начальной энергии. Фазовая траектория с начальной энергией $\gamma_0 = 4,3$ в процессе ускорения выходит на постоянную фазу $\delta_0 \approx -106,5^\circ$. Эту траекторию будем называть резонансной. Остальные две траектории выполняют колебания около резонансной.

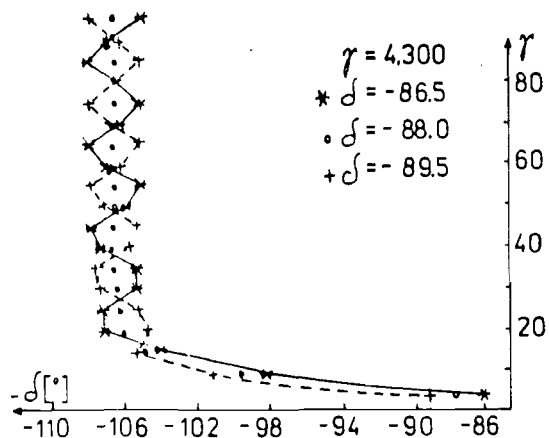


Рис.5

Аналогичным образом были рассчитаны фазовые траектории с одинаковой начальной энергией $\gamma_0 = 4,300$ и разными начальными фазами $\delta_0 = -86,5^\circ; -88^\circ; -89,5^\circ$. Эти траектории изображены на рис.5.

5. РАСЧЕТ ПРОДОЛЬНОГО АКСЕПТАНСА

Координаты фазовой плоскости РМ определены следующим образом: координата δ представляет собой фазу запаздывания электрона по отношению к нулевой фазе ускоряющего поля, координата $\Delta\gamma$ определена соотношением

$$\Delta\gamma = \gamma - \gamma_p,$$

где γ - энергия любого электрона, γ_p - энергия резонансного электрона. В рассматриваемом примере резонансный электрон имеет начальные условия $\delta_0 = -88^\circ, \gamma_0 = 4,300$. Возьмем начальный эмиттанс в форме прямоугольника со сторонами $D\gamma = 2 \times 0,043$ и $D\delta = 3^\circ$. Центр этого прямоугольника определяется значениями δ_0 и γ_0 резонансного электрона. Фазовые траектории любого электрона с начальными условиями, находящимися внутри начального прямоугольника, находятся в конце ускорения в РМ внутри фазовой плоскости, обозначенной через e_1 на рис.6.

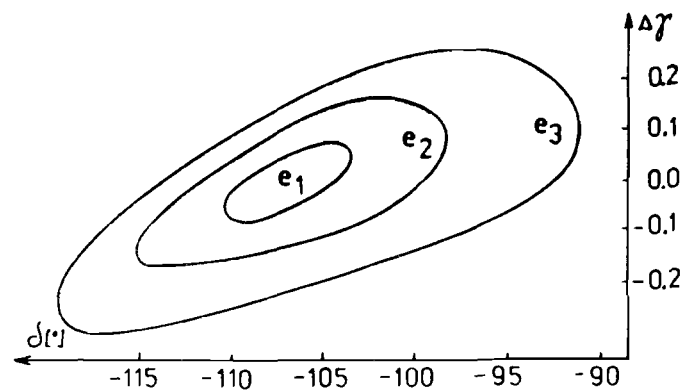


Рис.6

Рассматривая площадь этого квазиэллипса, видим, что энергетический разброс пучка на выходе $\Delta\gamma_{\text{вых}} \approx \pm 0,08$. Фазовая протяженность пучка $\Delta\delta_{\text{вых}} \approx 9^\circ$.

На рис.7 приведена одна фазовая траектория с начальными условиями $\delta_0 = -89,5^\circ, \gamma_0 = 4,275$. Из этого рисунка вытекает, что электрон колеблется в продольном направлении около резонансного электрона вплоть до конца ускорения /20 оборотов/.

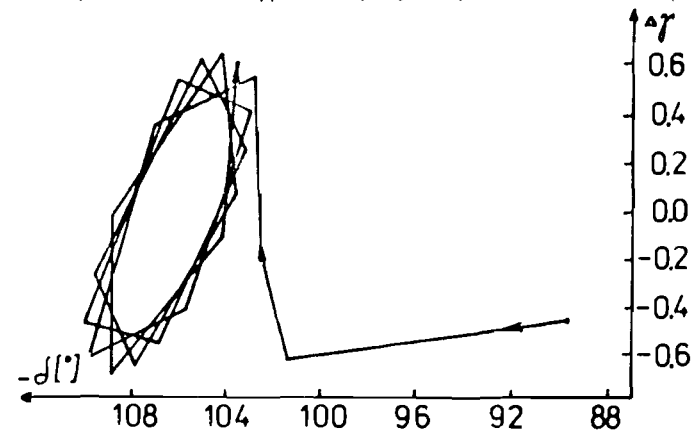


Рис.7

Целью работы было найти продольный аксептанс РМ, то есть максимальную площадь прямоугольника начальных значений электронных траекторий, которые будут находиться внутри ограниченной квазиэллиптической фазовой области на всех 20 оборотах. С этой целью нужно увеличивать начальный прямоугольник до тех

пор, пока вышесказанные условия не будут выполняться. Стороны второго рассмотренного прямоугольника $D\gamma = 2 \times 0,1$ и $D\delta = 6^\circ$. Фазовые траектории из этого прямоугольника начальных условий находятся до конца ускорения внутри фазовой плоскости, обозначенной через e_2 на рис.6. Для иллюстрации в табл.2 проведены данные для одной фазовой траектории с начальными значениями $\delta_0 = -91^\circ$ и $\gamma_0 = 4,4$.

Таблица 2

Число оборотов	γ	δ	γ_p	δ_p	$\Delta\gamma$
0	4,4000	-91,0000	4,300	-88,000	0,1000
1	9,6176	-102,2683	9,547	-99,640	0,0706
2	14,5482	-112,3297	14,680	-104,839	-0,1310
3	19,6804	-104,2284	19,772	-106,001	-0,0916
4	24,9123	-98,0104	24,850	-106,239	0,0623
5	30,0709	-102,5025	29,923	-106,321	0,1479
6	34,9304	-113,1834	34,989	-106,494	-0,0586
7	39,9227	-109,0981	40,052	-106,598	-0,1293
8	45,1249	-99,8428	45,115	-106,507	0,0099
9	50,3172	-100,4400	50,181	-106,419	0,1362
10	55,2718	-110,2422	55,243	-106,510	0,0288
11	60,1544	-112,3871	60,303	-106,616	-0,1486
12	65,3224	-101,7774	65,364	-106,542	-0,0416
13	70,5400	-98,7277	70,428	-106,424	0,1120
14	75,5944	-106,7802	75,490	-106,479	0,1044
15	80,4047	-114,3389	80,549	-106,603	-0,1443
16	85,5255	-104,0512	85,609	-106,563	-0,0835
17	90,7524	-98,0072	90,672	-106,431	0,0804
18	95,8796	-103,7588	95,734	-106,450	0,1456
19	100,6942	-114,2114	100,794	-106,583	-0,0998
20	105,7384	-107,1397	105,853	-106,580	-0,1146

Стороны третьего прямоугольника начальных условий имеют значения $D\gamma = 2 \times 0,15$ и $D\delta = 8^\circ$. Фазовые траектории из третьего прямоугольника начальных условий находятся до конца ускорения внутри фазовой плоскости, обозначенной через e_3 на рис.6. На рис.8 изображена одна фазовая траектория с начальными условиями $\delta_0 = 84^\circ$ и $\gamma_0 = 4,45$.

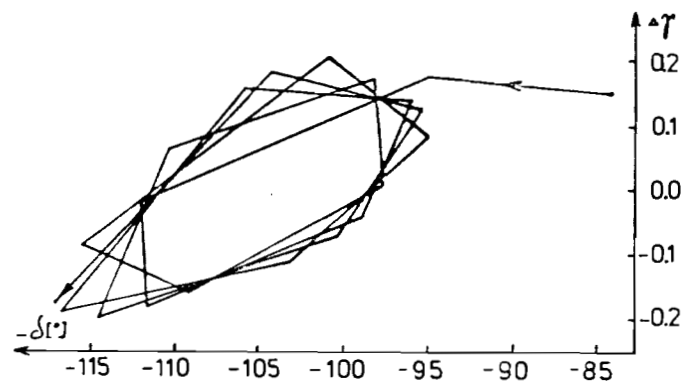


Рис.8

Аналогичный расчет фазовых траекторий из четвертого прямоугольника начальных значений $D\gamma = 2 \times 0,2$ и $D\delta = 10^\circ$ показал, что фазовые траектории уже не находятся в ограниченной квазиэллиптической фазовой области до конца ускорения. Этот прямоугольник можно считать уже больше акцептанса. Стороны акцептанса определяются неравенствами $2 \times 0,15 < [D\gamma]_{аксеп.} < 2 \times 0,2$, $8^\circ < [D\delta]_{аксеп.} < 10^\circ$. Точность определения акцептанса зависит от шага, с которым увеличивается прямоугольник начальных значений. На рис.9 представлена одна фазовая траектория с начальными условиями, представляющими точку на границе четвертого прямоугольника начальных условий. Эта траектория иллюстрирует выход электрона из устойчивого процесса.

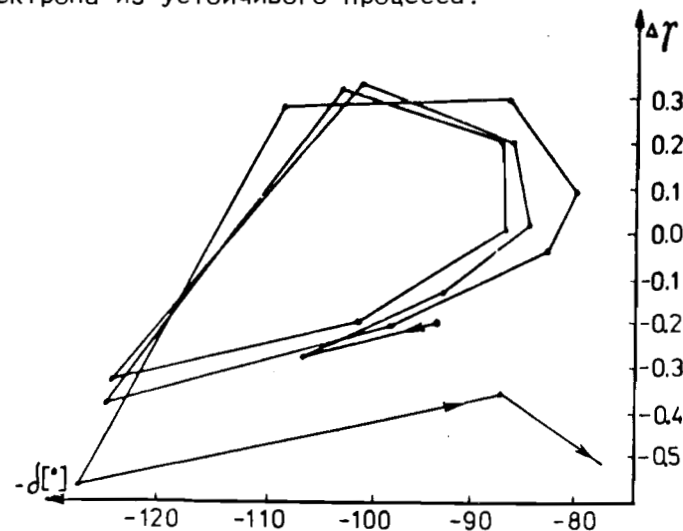


Рис.9

Таким образом, с помощью данного алгоритма удается рассчитать продольный акцептанс в РМ и найти условия инжекции, обеспечивающие прохождение n оборотов в РМ в самом начале ускорения. Как показал численный расчет, в РМ с малой энергией инжекции и малым набором энергии после трех оборотов фаза запаздывания одного из электронов пучка /резонансного/ становится постоянной. Из рис.4 и 5 следует, что в начальной стадии ускорения выполняется условие $|\delta_p| > |\delta_0|$.

Авторы глубоко благодарны Э.А.Перельштейну, Н.Ю.Казаринову и А.Ю.Молодоженцеву за стимулирующие обсуждения, М.Слодичке выражают благодарность за помощь при создании программы расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Herminohaus H. et al. - Nucl. Instr. & Meth., 1976, 138, p.1.
2. Rosander S. et al. - Nucl. Instr. & Meth., 1982, 204, p.1.
3. Wiik B.H., Wilson P.B. - Nucl. Instr. & Meth., 1967, 56, p.197.
4. Казаринов Н.Ю., Молодоженцев А.Ю., Перельштейн Э.А. - ОИЯИ, P9-87-647, Дубна, 1987.
5. Green M.A. et al. - IEEE Trans. on Nucl. Science, 1981, vol. NS-28, No.3, p.2074.
6. Slater J.C. - Rev.Mod.Phys., 1948, 20, p.473.
7. Farel S.R. - IEEE Trans. on Nucl. Science, 1981, vol.NS-28, No.3, p.2590.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 октября 1989 года.

Кузмиак М., Яник Я.

P9-89-717

Расчет продольного акцептанса разрезного микротрона на энергию 50 МэВ

Описывается алгоритм, позволяющий анализировать продольное движение, рассчитывать фазовые траектории в разрезном микротроне с малой энергией инжекции и малым набором энергии при однократном прохождении ускоряющего элемента разрезного микротрона. Рассчитывается продольный акцептанс.

Работа выполнена в Общественном научно-методическом отделении ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1989

Kuzmiak M., Janik J.

P9-89-717

Calculation of the Longitudinal Acceptance of the Race Track Microtron on the Energy 50 MeV

The algorithm for analysing a longitudinal motion and calculation phase trajectory in race track microtron (RTM) with small injection energy and small energy gain per turn is described. A longitudinal acceptance is calculated.

The investigation has been performed at the Scientific-Methodical Division, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1989