

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

Б 435

P9-88-332

П.Ф.Белошицкий, Э.А.Перельштейн, Б.Г.Щинов

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОДОЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЬЦАХ**

Направлено в Оргкомитет Международной
конференции по численным методам и приложениям,
София, 1988 г.

1988

Среди неустойчивостей кольцевых пучков заряженных частиц одна из наиболее опасных - когерентная азимутальная^{/1,2/}. Возникающая при ее развитии продольная группировка пучка приводит к росту разброса по частоте обращения частиц и к увеличению сечения кольца. Неустойчивость носит пороговый характер по числу частиц в пучке и, следовательно, принципиально ограничивает интенсивность ускоряемых частиц.

Для оценки степени опасности неустойчивости важное значение имеют исследования ее нелинейной стадии. Такие исследования должны ответить на вопрос о конечных /т.е. после закрытия неустойчивости/ параметрах кольца. Они представляют особенный интерес, так как экспериментальные исследования неустойчивости показали, что до тех пор, пока ток в пучке не очень сильно превышает пороговый, ухудшение качества кольца /увеличение разброса по частотам обращения/ оказывается умеренным^{/3/}.

Характерной особенностью продольной неустойчивости является одновременное возбуждение большого числа /несколько десятков/ гармоник. Поэтому для ее исследования оказывается удобным метод "крупных частиц"^{/4/}, моделирующий кольцевой пучок. Уравнения движения частицы с номером "к" имеют вид^{/5/}

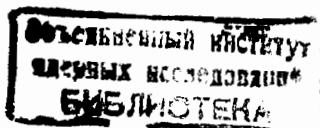
$$\begin{cases} \frac{d\phi_k}{dt} = \omega_k, \\ \frac{dW_k}{dt} = e r_0 E(\phi_k, t), \end{cases} \quad /1/$$

где ϕ и W - азимутальная координата и момент импульса, r_0 - средний радиус кольца, E - азимутальная компонента напряженности собственного электрического поля пучка. Гармоники напряженности поля E_n с помощью соотношения

$$E_n(t) = - \frac{e N_0}{(2\pi)^2} \frac{\omega_0}{r_0} \lambda_n(t) Z_{n, n\omega_0} \quad /2/$$

N_0 - число частиц в кольце, ω_0 - их средняя частота обращения/ выражаются через гармоники плотности λ_n и так называемый импеданс пучка с камерой $Z_{n, n\omega_0}$.

Сила, действующая на частицы, вычислялась с помощью сетки, покрывавшей азимут $[0, 2\pi]$. Заряд каждой частицы распределялся



между соседними узлами обратно пропорционально расстоянию до них /метод "clouds in cells"⁴/ . Затем производилось прямое быстрое преобразование Фурье, и найденные гармоники плотности умножались на импеданс пучка $Z_{п, п\omega_0}$. Применение обратно-

го преобразования Фурье давало значения электрического поля в узлах с последующей интерполяцией в точку нахождения макро-частицы. В типичном варианте число одновременно учитываемых гармоник $n_{max} = 50$, число узлов на сетке $L = 2048$, число "крупных частиц" $N = 15000$. Время на один шаг в расчете на одну частицу составляло $2,8 \cdot 10^{-4}$ с на ЭВМ CDC-6500 и $8,5 \cdot 10^{-4}$ с - на ЭВМ БЭСМ-6. В качестве контроля использовались уравнения, выражающие сохранение импульса и энергии системы.

Развитие неустойчивости рассмотрим на примере ее возбуждения в первоначально азимутально однородном кольцевом пучке, расположенном между бесконечными идеально проводящими плоскостями. Параметры кольцевого пучка и расстояние между плоскостями с целью приближения к экспериментальным условиям были взяты из работы⁸.

На начальной стадии неустойчивости в соответствии с предсказанием линейной теории происходит экспоненциальный рост возмущенных величин - гармоник плотности, электрического поля и т.д. Наиболее быстро нарастают гармоники с большими номерами n , инкременты которых больше. На нелинейной стадии неустойчивость стабилизируется, амплитуды гармоник по достижении максимального значения /рис.1, безразмерное время $\tau = 2 \cdot 2,5$ / уменьшаются в несколько раз и в дальнейшем остаются примерно по-

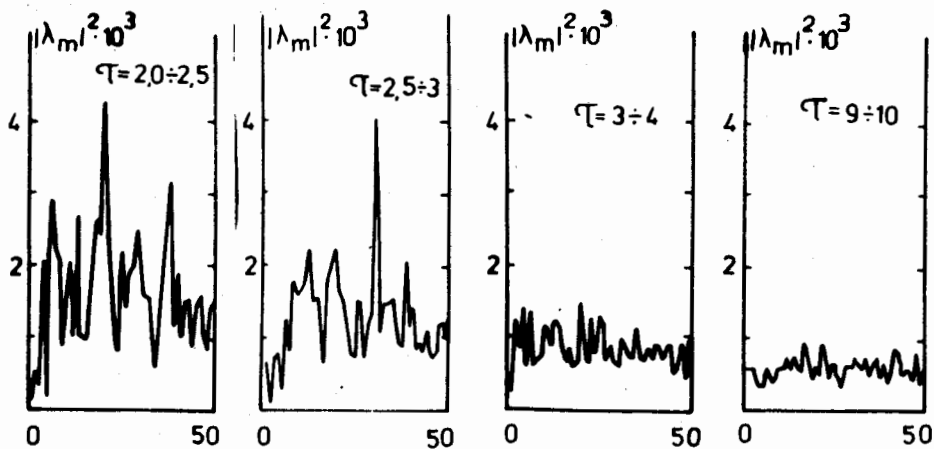


Рис.1. Зависимость усредненной амплитуды гармоники плотности от ее номера при развитии продольной неустойчивости в моноэнергетическом кольцевом пучке. Промежуток времени, по которому производится усреднение, указан на рисунке.

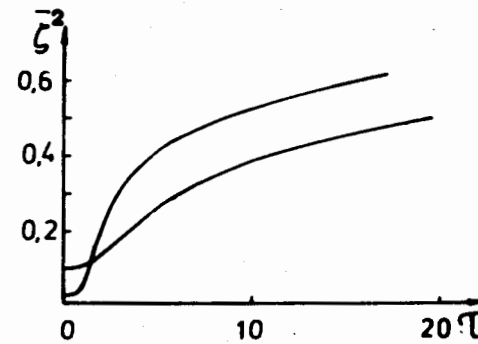


Рис.2.

стоянными и равными между собой, $|\lambda| \approx \text{const}$ /рис.1/. Величины амплитуд гармоник плотности уменьшаются с увеличением начального разброса по частотам обращения /уменьшением числа частиц/ в кольце. Экспоненциальный рост разброса по частоте обращения (показан на рис.2 в безразмерных единицах ζ) сменяется линейным. Функция распределения частиц приобретает несимметричный вид /вытянута в сторону частот, больших средней частоты обращения/ и с ее "хвоста" происходит потеря небольшого числа частиц, которая в значительной степени и определяет увеличение разброса в кольце на нелинейной стадии неустойчивости /рис.3/.

Тем же методом исследовано развитие продольной неустойчивости при однооборотной инжекции релятивистского электронного пучка на круговую орбиту в слабофокусирующее магнитное поле⁸.

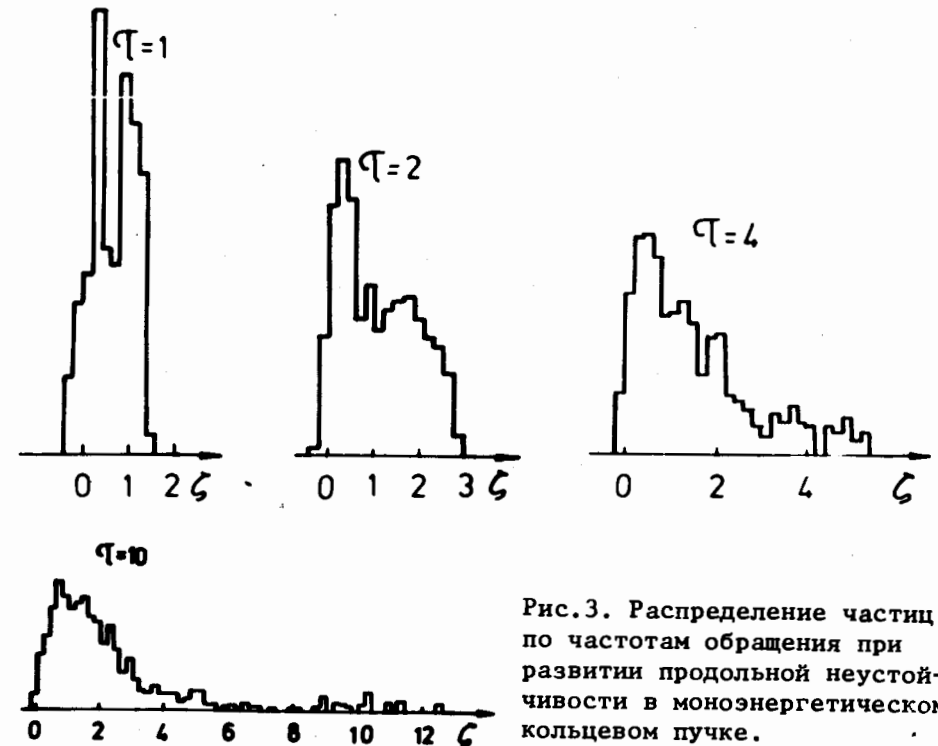


Рис.3. Распределение частиц по частотам обращения при развитии продольной неустойчивости в моноэнергетическом кольцевом пучке.

Использование метода численного моделирования позволило совместно учесть влияние на продольное /азимутальное/ движение когерентного синхротронного излучения, кулоновского расталкивания в азимутально незамкнутом пучке с учетом экранирования полей проводящими поверхностями и развивающейся продольной неустойчивости. Как показали результаты численного моделирования, при большом токе и малом разбросе по частотам обращения развивающаяся неустойчивость приводит за один оборот к заметно-му уменьшению среднего радиуса, увеличению размера сечения и однооборотному самозахвату пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. АЭ, 1959, 7, с.549.
2. Nielsen C.E., Sessler A.M., Symon K.R. In: Proc.Int.Conf. on High Energy Accel. and Instr., Geneva, 1959, p.239.
3. Faltens A. et al. In: Proc. IX Int.Conf. on High Energy Accel. California, Stanford, 1974, p.226.
4. Рошаль А.С. Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979.
5. Белошицкий П.Ф., Перельштейн Э.А., Щинов Б.Г. - ЖТФ, 1983, 53, с.877.
6. Белошицкий П.Ф., Перельштейн Э.А. ОИЯИ, Р9-87-258, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 мая 1988 года.

Белошицкий П.Ф., Перельштейн Э.А., Щинов Б.Г. Р9-88-332
Численное моделирование продольной
неустойчивости в релятивистских электронных
кольцах

Методом численного моделирования исследуется коллективная продольная неустойчивость в релятивистских электронных кольцевых пучках. Показано, что на нелинейной стадии неустойчивости происходит ее стабилизация с одновременным уменьшением амплитуд возмущенных величин. Прослежена динамика функции распределения на стадии развитой нелинейности. Экспоненциальный рост разброса по частотам обращения в кольце сменяется линейным, обусловленным потерей небольшой части частиц из пучка.

Работа выполнена в Общественном научно-методическом отделении ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Beloshitskij P.F., Perelshtein E.A., P9-88-332
Shchinov B.G.
Numerical Simulation of Longitudinal Instability
in Relativistic Electron Rings

The collective longitudinal instability in intense relativistic electron rings is studied by numerical simulation. It is shown that on the nonlinear stage of instability its stabilization occurs with a simultaneous decreasing in amplitudes of harmonics of electric fields. The evolution of distribution function during the development of instability is investigated. The exponential increase in energy spread in the beam is changed by the linear one which is due to the losses of a small fraction of beam particles.

The investigation has been performed at the Scientific-Methodical Division, JINR.
Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988