

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P9-88-149

Н.И.Тарантин

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ
И РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ
ПУТЕМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ**

Направлено в "Журнал технической физики"

1988

1. ВВЕДЕНИЕ

Для отклонения, фокусировки и анализа движущихся заряженных частиц широко применяются различные электростатические устройства. Рассмотрение таких устройств обычно проводится путем решения уравнения Лапласа в форме задачи Дирихле, в результате чего находится напряженность электрического поля в системе электродов заданной формы и с заданными потенциалами /см., например, /1/, с.4-11, 17-22 и далее/. В настоящей работе описывается и иллюстрируется новыми результатами прием решения электростатических задач, обратный по отношению к задаче Дирихле.

2. СХЕМА ПОСТАНОВКИ И РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ

На основе требований к электрическому полю в каком-либо проектируемом физическом или техническом устройстве задаем в аналитическом виде базовое поле на выделенной симметрией устройства линии или поверхности. Электрическое поле во всей апертуре устройства определяем путем решения уравнений Максвелла

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0, \quad /1/$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0, \quad /2/$$

где \vec{E} - вектор напряженности электрического поля, используя в качестве краевого условия интегрирования заданное базовое поле. Привлечение двух уравнений Максвелла вместо одного уравнения Лапласа, являющегося, заметим, эквивалентом уравнения /1/, ведет к большей обусловленности решения обратной задачи.

Интегрирование уравнений /1/ и /2/ проводим методом последовательных приближений по возрастающим степеням значений одной из координат. Для реально осуществимых полей имеем или конечное число приближений, или конечный предел бесконечного ряда приближений. Задание базового поля, противоречащего системе уравнений /1/ и /2/, делает невозможным решение задачи уже на первых этапах последовательности приближений.

Найденное аналитическое выражение напряженности электрического поля интегрируем и приходим к выражению потенциала поля, из которого получаем форму и значения потенциалов электродов, обеспечивающих формирование заданного поля в апертуре устройства.

3. ПРИМЕРЫ ПОСТАНОВКИ И РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ОПТИКИ И АНАЛИЗА ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

3.1. В системах с прямолинейной осью симметрии z имеем везде в апертуре

$$E_{\phi}(r, \phi, z) = 0 \quad /3/$$

и на оси симметрии z

$$\text{или } E_r(0, \phi, z) = 0, \quad E_z(0, \phi, z) = E_z(z), \quad /4/$$

$$\text{или } E_r(0, \phi, z) = E_r(z), \quad E_z(0, \phi, z) = 0. \quad /5/$$

3.1.1. На первом этапе поиска поля в окрестности оси z , отвечающего базовым условиям /3/ и /4/, проинтегрируем уравнение /1/ по r с учетом требований /3/ и первого из краевых условий /4/

$$E_r(r, \phi, z) = - \frac{dE_z(z)}{dz} \cdot \frac{r}{2}. \quad /6/$$

Далее проинтегрируем уравнение /2/ по r , используя найденное решение /6/ и второе краевое условие из /4/,

$$E_z(r, \phi, z) = E_z(z) - \frac{d^2 E_z(z)}{dz^2} \cdot \frac{r^2}{2^2}. \quad /7/$$

Подставим /7/ в уравнение /1/ и проинтегрируем последнее с учетом первого условия из /4/. В результате получим выражение для $E_r(r, \phi, z)$ как приближение третьего этапа. Продолжив наметившуюся процедуру решения далее, придем в конечном итоге к

$$E_r(r, \phi, z) = - \frac{dE_z(z)}{dz} \cdot \frac{r}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{d^{2i+1} E_z(z)}{dz^{2i+1}} \cdot \frac{r^{2i+1}}{2^2 \cdot 4^2 \dots (2i)^2 \cdot 2(i+1)}$$

$$E_z(r, \phi, z) = E_z(z) + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{d^{2i} E_z(z)}{dz^{2i}} \cdot \frac{r^{2i}}{2^2 \cdot 4^2 \dots (2i)^2}. \quad /8/$$

Потенциал поля /3/ и /8/ найдем, используя формулу

$$V(r, \phi, z) = V(r_0, \phi, z_0) - \int_{z_0}^z E(z) dz - \int_{r_0}^r E_r(r, \phi, z) dr. \quad /9/$$

Зададим в /4/ $E_z(z) = K_n z^n$, где K_n и n - некоторые константы. Тогда из /8/ последуют

$$E_r(r, \phi, z) = K_n z^n \left[- \frac{n}{2} \left(\frac{r}{z} \right) + \frac{n(n-1)(n-2)}{2^2 \cdot 4} \left(\frac{r}{z} \right)^3 - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6} \left(\frac{r}{z} \right)^5 + \dots \right], \quad /10/$$

$$E_z(r, \phi, z) = K_n z^n \left[1 - \frac{n(n-1)}{2^2} \left(\frac{r}{z} \right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2^2 \cdot 4^2} \left(\frac{r}{z} \right)^4 - \dots \right].$$

При значении n , равном нулю или положительному целому числу, ряды /10/ содержат конечное число слагаемых. При $n=0$ имеем $E_r=0$, $E_z=K_0$, $V(r, \phi, z) = V(0,0,0) - K_0 z$. Система представляет собой плоскопараллельный диполь /число электродов систем этого типа $m=n+2$ /. При $n=1$ имеем $E_r = -K_1 r/2$, $E_z = K_1 z$, $V = K_1 (r^2/4 - z^2/2)$, если $V(0,0,0) = 0$. Система содержит три электрода гиперболической формы - два торцевых и один кольцевой /см.рис.1/. Эта система известна как трехмерный ква-

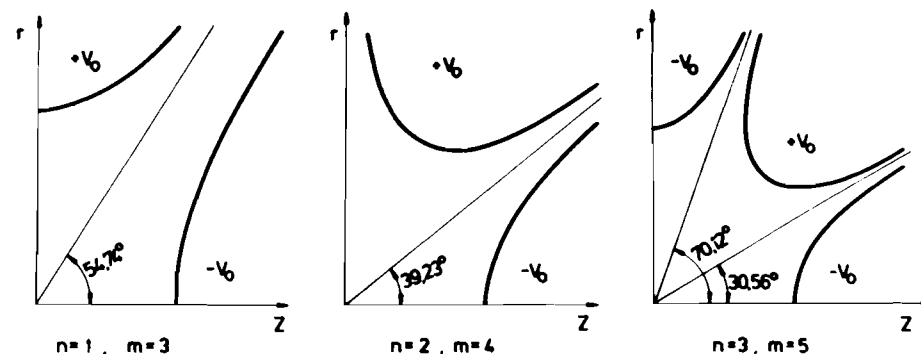


Рис.1. Профили электродов трехмерных мультиполей - квадруполя, секступоля и октуполя. Системы имеют симметрию вращения относительно оси z и симметрию отражения относительно плоскости $z=0$.

друполь; она используется, например, в резонансных масс-спектрометрах типа ионной ловушки /2/. На рис.1 также представлены профили электродов трехмерного секступоля / $n = 2$, $m = 4$, $E_r = -K_2 r z$, $E_z = -K_2 (r^2/2 - z^2)$, $V = K_2 z (z^2/3 - r^2/2)$ / и трехмерного октуполя / $n = 3$, $m = 5$, $E_r = 3K_3 (r^3/8 - r z^2/2)$, $E_z = K_3 (z^3 - 3r^2 z/3)$, $V = -K_3 (3r^4/32 - 3r^2 z^2/4 + z^4/4)$ /, в литературе не описанных.

Наличие в объемных квадруполе и октуполе радиальных компонент поля, пропорциональных r и r^3 , подсказывает возможное использование этих мультиполей в качестве устройств для осесимметричной фокусировки пучка заряженных частиц и исключения aberrаций третьего порядка. При сквозном пролете частиц через отверстия на оси z в торцевых электродах, закрытые сеткой с мелкими ячейками, дифференцирующими и таким образом снижающими действие на частицы краевого поля, относительная оптическая сила линейной фокусировки тонким оптическим элементом и в параксиальном приближении выражается формулой $d/F = a(qV_0/T)$, где d - половина расстояния между торцевыми электродами, F - фокусное расстояние, V_0 - потенциалы торцевых электродов, q и T - заряд и кинетическая энергия частицы, $a = -1$ для объемного квадруполя, $a = -2$ для объемного октуполя. Оптическая сила кубического преобразования октуполем определяется формулой $\Delta\alpha = b(qV_0/T)(r/d)^3$, где $\Delta\alpha$ - изменение угла наклона траектории частицы α к оси z под действием радиальной составляющей поля, пропорциональной r^3 ; r - координата входа частицы в октуполь; $b = -3/2$.

Приближение тонкой линзы требует, чтобы $d/F < 1$ и $\Delta\alpha < 1$ /что, в свою очередь, требует $qV_0/T < 1$ /. Параксиальность рассмотрения справедлива при $\alpha < 1$ и $r/d < 1$.

При сквозном пролете частиц через открытые отверстия в торцевых электродах оптическое действие объемного мультиполя зависит также от обратного действия проникающих через отверстия полей рассеяния. Оптические характеристики, найденные с учетом действия краевых полей методом, аналогичным описанному в /3/, определяются в этом случае уже малой величиной второго порядка $(qV_0/T)^2$ вместо величины первого порядка qV_0/T в приведенных выше формулах и следующими значениями коэффициента $a = 5/8, 2/3, 3/2, 8/7$ и коэффициента $b = 0, 0, -9/128, -9/5$ соответственно для диполя, квадруполя, секступоля и октуполя.

Объемные мультиполи с индексами поля $n = 4$ и $n = 5$ обеспечивают осесимметричную коррекцию aberrаций пучка частиц пятого порядка, с индексами поля $n = 6$ и $n = 7$ - седьмого порядка и т.д.

При $n < 0$ из /10/ следуют системы с полями, уменьшающимися по мере роста z . Такие системы используются в качестве рефлек-

торов заряженных частиц. Поля при $n < 0$ описываются бесконечными рядами /10/, сходящимися к конечному результату по признаку Лейбница, если $r < |z|$. Форма электродов системы в этих случаях находится приближенно, но с любой степенью точности из представленного бесконечным рядом потенциала поля. Для многих практических целей электрод может быть аппроксимирован в области $r < |z|$ сферической поверхностью с радиусом, равным радиусу кривизны электрода в его вершине и выраженным формулой

$$R_n(0, \phi, z_0) = \frac{\partial V(0, \phi, z_0) / \partial z}{\partial^2 V(0, \phi, z_0) / \partial r^2} = -\frac{2z_0}{n}, \quad /11/$$

где z_0 - координата вершины электрода. Положительное значение радиуса кривизны означает, что электрод выпуклостью обращен в сторону $z > z_0$, отрицательное значение - в сторону $z < z_0$.

При $n = -1$ имеем квазицилиндрическое поле и $R_{-1} = 2z_0$, при $n = -2$ - известное сферическое поле и $R_{-2} = z_0$, при $n = -3$ - квазилемнискатическое поле и $R_{-3} = 2z_0/3$ и т.д.

Формула /11/ определяет радиусы кривизны вершин торцевых электродов и при всех других значениях n : при нецелочисленных значениях $n \geq 0$ и при целочисленных положительных значениях n , характеризующих рассмотренные выше объемные мультиполи.

3.1.2. Для базового поля $E_r(z) = K_n z^n$ в /5/ в качестве решений уравнений /1/ и /2/ имеем

$$E_r(r, \phi, z) = K_n z^n \left[1 - \frac{n(n-1)}{3} \left(\frac{r}{z}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{3^2 \cdot 5} \left(\frac{r}{z}\right)^4 - \dots \right].$$

$$E_z(r, \phi, z) = K_n z^n \left[n \left(\frac{r}{z}\right) - \frac{n(n-1)(n-2)}{3^2} \left(\frac{r}{z}\right)^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{3^2 \cdot 5^2} \left(\frac{r}{z}\right)^5 - \dots \right]. \quad /12/$$

При $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ряды /12/ конечны, в остальных случаях - бесконечны, но, однако, сходятся к конечным значениям при $r < |z|$. В случае $n = 0$ имеем тривиальное решение $E_r = 0$ и $E_z = 0$. При $n = 1$ из /12/ следует объемное квадрупольное поле $E_r = K_1 z$, $E_z = K_1 r$, $V = -K_1 r z$ при $V(0, 0, 0) = 0$. Это поле имеет симметрию относительно плоскости $z = 0$ / $E_r(r, \phi, z) = -E_r(r, \phi, -z)$, $E_z(r, \phi, z) = E_z(r, \phi, -z)$ /, отличную от симметрии поля, известного объемного квадруполя, рассмотренного

в п.3.1.1 $E_r(r, \phi, z) = E_r(r, \phi, -z)$, $E_z(r, \phi, z) = -E_z(r, \phi, -z)$. Новое квадрупольное поле создается двумя электродами $m = n+1$ противоположной полярности в форме гипербол вращения относительно оси z $r/z = -V/K_1$ при $V = \pm V_0$. Анализ показывает, что объемный квадруполь из двух электродов, так же, как объемный квадруполь из трех электродов, может быть использован в качестве резонансной ловушки заряженных частиц, но с новыми условиями резонанса колебаний частиц, происходящих вдоль образующих конических поверхностей, направленных под углами 45° и 135° к положительному направлению оси z . При $n = 2, 3, 4, \dots$ имеем объемные мультиполи, соответственно секступоль, октуполь и т.д., отличающиеся от рассмотренных в п.3.1.1 объемных мультиполей числом электродов и симметрией поля.

При $n < 0$ и $r < |z|$ из /12/ следуют системы, образуемые двумя соосными электродами конусообразной формы, возможное применение которых - преобразование трубчатых пучков заряженных частиц.

3.2. Для систем с плоскостью симметрии $z = 0$, перпендикулярной оси симметрии z , общая запись базового поля имеет вид

$$\text{или } E_r(r, \phi, 0) = E_r(r), E_\phi(r, \phi, z) = 0, E_z(r, \phi, 0) = 0. \quad /13/$$

$$\text{или } E_r(r, \phi, 0) = 0, E_\phi(r, \phi, z) = 0, E_z(r, \phi, 0) = E_z(r). \quad /14/$$

3.2.1. Для $E_r(r) = K_n r^n$ в /13/ из уравнений /1/ и /2/ получаем

$$E_r(r, \phi, z) = K_n r^n \left[1 - \frac{(n+1)(n-1)}{2!} \left(\frac{z}{r}\right)^2 + \frac{(n+1)(n-1)^2(n-3)^2}{4!} \left(\frac{z}{r}\right)^4 - \dots \right],$$

$$E_z(r, \phi, z) = K_n r^n \left[-(n+1) \left(\frac{z}{r}\right) + \frac{(n+1)(n-1)^2}{3!} \left(\frac{z}{r}\right)^3 - \dots \right] \quad /15/$$

$$- \frac{(n+1)(n-1)^2(n-3)^2}{5!} \left(\frac{z}{r}\right)^5 + \dots] .$$

При $n = -1, 1, 3, 5, 7$ и т.д. ряды /15/ содержат конечное число слагаемых. При $n = -1$ имеем поле круглого цилиндра $E_r = K_{-1}/r$, $E_z = 0$, при остальных указанных выше значениях индекса поля - объемные мультиполи нечетного порядка, рассмотренные в п.3.1.1. При $n = 0, 2, 4, 6$ и т.д. ряды /15/ содержат бесконечное число слагаемых, сходящихся к конечной сумме при $|z| < r$. В этих случаях в области $|z| < r$ имеем поля объемных

мультиполей четного порядка, рассмотренные в п.3.1.2. При всех остальных значениях индекса поля $n < -1$ и n равняется нецелому числу в интервале $-1 < n < \infty$ / поле /15/ описывается также бесконечным числом слагаемых с конечной суммой в области $|z| < r$. Компоненты напряженности сферического поля $n = -2$, представленные бесконечными рядами /15/ и /10/, плавно сопрягаются на границе $|z| = r$ двух областей определения формул /15/ и /10/.

При любом значении n радиус кривизны в плоскости rz гребня кольцевого электрода, лежащего в точке $r_0, \phi, 0$, определяется формулой

$$R_n(r_0, \phi, 0) = \frac{\partial V(r_0, \phi; 0) / \partial r}{\partial^2 V(r_0, \phi, 0) / \partial z^2} = - \frac{r_0}{n+1}. \quad /16/$$

Положительное значение радиуса кривизны означает, что электрод вогнутостью гребня обращен к началу координат, отрицательное значение - от начала координат. Из формулы /16/ получаем, например, следующие значения радиусов кривизны гребней кольцевых электродов: $R = -r_0/2$ для трехэлектродного квадруполя, $R_2 = -r_0/3$ для трехэлектродного секступоля, $R_3 = -r_0/4$ для пятиэлектродного октуполя, $R_{-1} = \infty$ для круглого цилиндрического зеркала, $R_{-2} = r_0$ для сферического зеркала, $R_{-3} = r_0/2$ для квазилемнискатического зеркала.

3.2.2. Для $E_z(r) = K_n r^n$ в базовом поле /14/ решение уравнений /1/ и /2/ приводит к

$$E_r(r, \phi, z) = K_n r^n \left[n \left(\frac{z}{r}\right) - \frac{n^2(n-2)}{3!} \left(\frac{z}{r}\right)^3 + \frac{n^2(n-2)^2(n-4)}{5!} \left(\frac{z}{r}\right)^5 - \dots \right], \quad /17/$$

$$E_z(r, \phi, z) = K_n r^n \left[1 - \frac{n}{2!} \left(\frac{z}{r}\right)^2 + \frac{n^2(n-2)^2}{4!} \left(\frac{z}{r}\right)^4 - \dots \right].$$

Конечные при $n = 0, 2, 4, 6, \dots$ ряды /17/ представляют поля объемных мультиполей четного порядка, рассмотренных в п.3.1.1. Бесконечные при $n = 1, 3, 5, 7, \dots$ ряды /17/ выражают поля объемных мультиполей нечетного порядка, рассмотренных в п.3.1.2. При $n < 0$ и $|z| < r$ имеем двухэлектродные конусообразные системы, дополняющие аналогичные системы, рассмотренные в п.3.1.2.

3.2.3. Базовое поле с $E_r(r)$ в /13/ в виде

$$E_r(r) = E_0 (1 + e_1 \rho + e_2 \rho^2 + e_3 \rho^3 + \dots) \quad /18/$$

используется в электростатических анализаторах заряженных частиц тороидального типа. В формуле /18/ E_0 - радиальная компонента напряженности электрического поля на круговой оси анализатора $r = R_r$, $\rho = (r - R_r)/R_r$, e_i - постоянные коэффициенты, $i = 1, 2, 3, \dots$

Решение уравнений /1/ и /2/ с базовым полем /18/ приводит к следующему выражению для потенциала поля при условии учета в конечном выражении малых величин $\rho < 1$ и $\zeta = z/R_r < 1$ в суммарной шестой степени

$$\begin{aligned}
 V(r, \phi, z) = & V(R_r, \phi, 0) - E_0 R_r \{ \rho + e_1 \rho^2 / 2 + e_2 \rho^3 / 3 + e_3 \rho^4 / 4 + \\
 & + e_4 \rho^5 / 5 + e_5 \rho^6 / 6 - [1 + e_1 - (1 - e_1 - 2e_2) \rho + (1 - e_1 + e_2 + 3e_3) \rho^2 - \\
 & - (1 - e_1 + e_2 - e_3 - 4e_4) \rho^3 + (1 - e_1 + e_2 - e_3 + e_4 + 5e_5) \rho^4] \zeta^2 / 2 + \\
 & + [1 + e_1 + 4e_2 + 6e_3 - 3(1 - e_1 + 2e_2 - 4e_3 - 8e_4) \rho + \\
 & + 3(2 - 2e_1 + 3e_2 - 5e_3 + 8e_4 + 20e_5) \rho^2] \zeta^4 / 4! - \\
 & - 3(3 - 3e_1 + 4e_2 - 6e_3 + 24e_4 + 40e_5) \zeta^6 / 6! \}.
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Рассмотрение поля тороидального дефлектора с той же точностью, но путем решения задачи Дирихле на основе уравнения Лапласа дано в работе /4/. Результат представлен в виде системы рекуррентных соотношений.

Из аналитического выражения потенциала поля /19/ следуют выражения радиуса меридиональной кривизны электрода в месте его пересечения с медианной плоскостью дефлектора $z = 0$: при $e_1 \neq -1$

$$\begin{aligned}
 R_z(R_r + d, \phi, 0) = & - \frac{R_r}{1 + e_1} \left\{ 1 + \frac{1 - 2e_2 + e_1^2}{1 + e_1} \cdot \frac{d}{R_r} + \right. \\
 & + \left[e_2 - \frac{1 - 2e_1 + e_2 + 3e_3 + e_1^2 + 2e_1 e_2}{1 + e_1} + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{(1 - e_1 - 2e_2)^2}{(1 + e_1)^2} \right] \left(\frac{d}{R_r} \right)^2 \right\}.
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

при $e_1 = -1$

$$\begin{aligned}
 R_z(R_r + d, \phi, 0) = & \frac{R_r^2}{2(1 - e_2)d} \left\{ 1 + \frac{3(e_2 + e_3)}{2(1 - e_2)} \cdot \frac{d}{R_r} + \right. \\
 & \left. + \left[e_2 - \frac{2 + e_2 + 3e_3}{2(1 - e_2)} + \frac{(2 + e_2 + 3e_3)^2}{4(1 - e_2)^2} \right] \left(\frac{d}{R_r} \right)^2 \right\}.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

В формулах /20/ и /21/ d - расстояние от оптической оси до электрода, взятое со знаком плюс или минус в зависимости от направления отрезка d по или против вектора r . При $d = 0$ формулы /20/ и /21/ определяют радиус кривизны медианной поверхности дефлектора. Радиус кривизны представлен с учетом малой величины $d/R_r < 1$ вплоть до ее второго порядка, то есть с точностью адекватной аппроксимации в области $\zeta < 1$ профиля шестого порядка окружности.

Некоторые результаты применения формул /20/ и /21/ для улучшения анализаторов заряженных частиц приведены в таблице.

Таблица. Параметры безабберационных во втором порядке $Y_{\alpha\alpha} = 0$ электростатических анализаторов заряженных частиц

e_1	ϕ	Y_δ/R_r	e_2	$R_z(-d)/R_r$	$R_z(d)/R_r$	$V(-d)/V_0$	$V(d)/V_0$
-1	127,28°	1	-3	-0,76	0,38	0,2124	-0,1704
-2	180°	2	3/2	1,16	0,36	0,2454	-0,1624
-13/5	284,60°	5	21/5	0,38	0,48	0,2632	-0,1592

В таблице представлены модифицированные варианты известных цилиндрического $/e_1 = -1/$ и сферического $/e_2 = -2/$ анализаторов, а также возможный тороидальный дефлектор с $e_1 = -13/5$. В последнем анализаторе обеспечиваются при отклонении пучка частиц на угол $\phi = 284,60^\circ$ радиальное преобразование по типу "точка в точку" /Т-Т/ и аксиальное преобразование того же типа, но с дополнительным промежуточным фокусом. Дисперсия анализатора Y_δ в пять раз больше дисперсии цилиндрического анализатора и в два с половиной раза больше дисперсии сферического.

Известные цилиндрический и сферический анализаторы имеют угловые квадратичные aberrации, характеризуемые коэффициентом

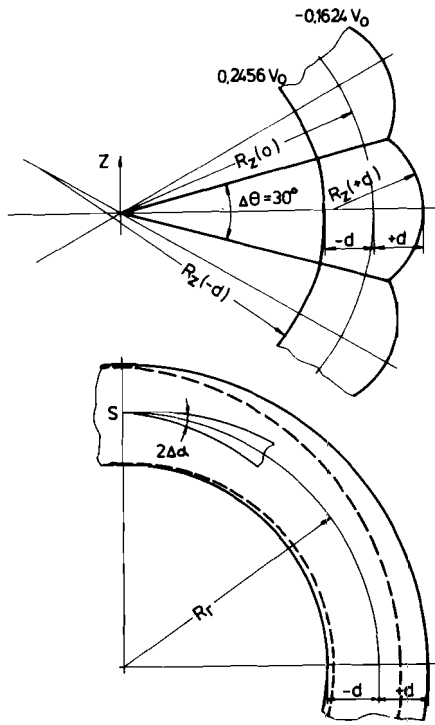


Рис.2. Профили электродов квазисферического безабберационного во втором порядке электростатического анализатора типа "апельсин".

Y_{aa} , равным соответственно $-4R_1/3$ и $-2R_1$. Из теории фокусировки заряженных частиц электрическим полем /см., например, /5/ следует, что $Y_{aa} = 0$ при значениях коэффициента секступольной составляющей электрического поля e_2 , приведенных в таблице. Создание такой составляющей требует указанных в таблице значений радиусов меридиональной кривизны и потенциалов электродов, найденных по формулам /19/, /20/ и /21/. В таблице $V_0 = E_0 R_1$ - потенциал сферы радиуса R_1 , создающий на ее поверхности поле E_0 , $d = 0,2R_1$.

На рис.2 показан возможный анализатор типа "апельсин", составленный с целью обеспечения аксиального углового аксептанса 2π радиан из 12 представленных в таблице квазисферических элементов.

Заметим, что рассмотрение методом обратной задачи возможности формирования безабберационного квазисферического поля с $e_1 = -2$ и $e_2 = 3/2$ путем изменения междуэлектродного промежутка вдоль полярной координаты θ сферической системы - координаты вдоль направления перемещения частиц, показало ее неосуществимость. Требование $e_2 \neq 3$ ведет уже в первом приближении решения к недопустимой дополнительной составляющей поля на оптической оси $\Delta E_0(R_1, \phi, \theta) = -2E_0(e_2 - 3) \ln(\sin \theta / \sin 90^\circ)$, зависящей от координаты θ .

3.3. Для широкого класса систем с выделенной плоскостью симметрии $\phi = 0$, проходящей через ось симметрии z , базовое поле можно записать в виде

$$\text{или } E_r(r, 0, z) = E_r(r), E_\phi(r, 0, z) = 0, E_z(r, 0, z) = E_{z0}, \quad /22/$$

$$\text{или } E_r(r, 0, z) = 0, E_\phi(r, 0, z) = E_\phi(r), E_z(r, 0, z) = E_{z0}, \quad /23/$$

3.3.1. Для $E_r(r) = K_n r^n$ и $E_{z0} = 0$ в /22/ из решений /1/ и /2/ следуют конечные выражения потенциала поля

$$V(r, \phi, z) = -\frac{K_n r^{n+1}}{n+1} \cos(n+1)\phi \text{ при } n \neq -1 \text{ и } V(0, \phi, z) = 0, \quad /24/$$

$$V(r, \phi, z) = V(r_0, 0, z) - K_{-1} \ln r / r_0 \text{ при } n = -1. \quad /25/$$

Требование однозначности скалярного потенциала /24/ $V(r, \phi, z) = V(r, \phi + 2\pi, z)$ ведет к $n=0, 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. При $n=0$ имеем плоскопараллельный диполь $/m = 2(n+1)/$, при $n=1$ - цилиндрический квадруполь $/m = 4/$, при $n=2$ - цилиндрический секступоль $/m = 6/$, при $n=3$ - цилиндрический октуполь $/m = 8/$ и т.д. Эти системы известны из решений задачи Дирихле на основе уравнения Лапласа. Уравнение /25/ представляет известное цилиндрическое зеркало кругового сечения $/n = -1/$. Из /24/ следуют цилиндрические зеркала квазисферического типа при $n = -2$, лемнискатического типа при $n = -3$ /уравнение лемнискаты Бернулли есть $r = a \sqrt{\cos 2\phi}$ / и других типов при $n = -4, -5$ и т.д. Эти зеркала, частично представленные на рис.3, являются логическим следствием постановки и решения обратной задачи и представляют интерес как анализаторы заряженных частиц с более высокой, чем у известных плоского и кругового цилиндрического зеркал, диспергирующей способностью.

Логика обратной задачи ведет также к простому способу построения, например, устройства с секступольным полем в апертуре сильно вытянутого прямоугольного сечения, необходимого для аксептирования плоского пучка, требующегося для оптимального исключения aberrаций второго порядка в плоскости диспергирования.

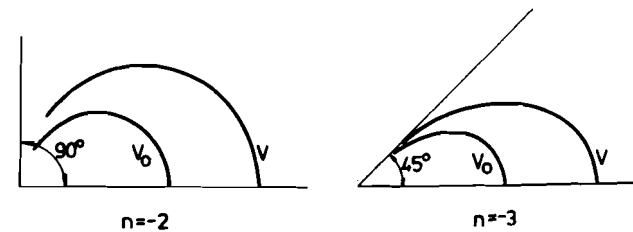


Рис.3. Профили электродов электростатических зеркал. Системы имеют симметрию отражения относительно оси абсцисс.

Метод обратной задачи дает также простой способ построения устройств с суперпозицией цилиндрических полей различной мультипольности, необходимых для одновременной фокусировки и исключения aberrаций пучка заряженных частиц. При этом в отличие от прямого метода приближенного расчета таких устройств ^{/8/} решение обратной задачи обеспечивает любую точность вычислений формы и потенциалов электродов системы с суперпозицией полей.

3.3.2. Для базового поля $E_r(r) = K_1 r$ и $E_{z0} \neq 0$ в /22/ из решений уравнений /1/ и /2/ получаем следующее выражение профилей электродов устройства, обеспечивающего одновременно ускорение заряженных частиц вдоль оси z и их фокусировку относительно этой оси

$$r(\phi, z) = \{-2[V_0 + E_{z0}(z - z_0) - V(0, \phi, z)] / K_1 \cos 2\phi\}^{1/2}.$$

На рис. 4 показан квартет квазиквадруполей, фокусирующий частицы в двух плоскостях по принципу ФДФД и ДДФД и одновременно ускоряющий частицы средним в приосевой области полем $E_{z0} = K_1 R_a$, где R_a - радиус наименьшего кругового просвета апертуры, до энергии $10 V_0 q$.

Найденная система является модификацией применительно к постоянному полю описанной в работе ^{/7/} ускоряюще-фокусирующей четырехпроводной линии переменного поля, полученной путем решения уравнения Лапласа.

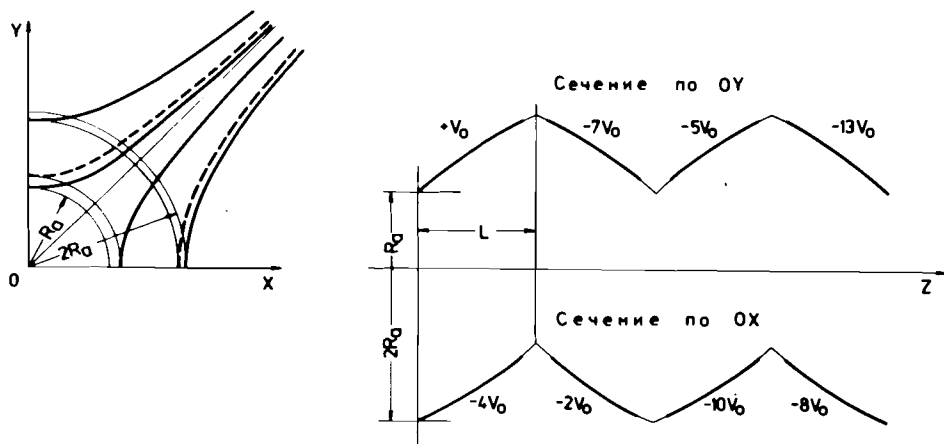


Рис. 4. Профили электродов квартета ускоряюще-фокусирующих квазиквадруполей.

3.3.3. Базовое поле $E_\phi(r) = K_n r^n$, $E_{z0} = 0$ или $E_{z0} \neq 0$ в /23/ ведет к уже рассмотренным в п.п. 3.3.1 и 3.3.2 полям за исключением лишь поля с $n = -1$.

3.4. Для поля конической структуры имеем в случае радиальной однородности поля в сферической системе координат $E_r(r, \phi, \theta) = 0$ во всей апертуре и $E_\phi(r, \theta, \phi) = 0$, $E_\theta(r, \theta, \phi) = E_0 r_0 \theta^n / r$ в плоскости симметрии поля $\phi = 0$. Приближенное при $\theta < 1$ решение уравнений /1/ и /2/ приводит к следующему выражению профилей электродов конических мультиполей и рефлекторов при $n = 0, +1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ и т.д.

$$\theta(\phi) = [-V_0(n+1) / E_0 r_0 \cos(n+1)\phi]^{1/(n+1)}, \quad /26/$$

аналогичному выражению профилей электродов цилиндрических систем, рассмотренных в п. 3.3.1.

Некоторые частные варианты представленных формулой /26/ конических устройств предложены в работе ^{/8/} как устройства, обеспечивающие в ряде случаев лучшее по сравнению с аналогичными цилиндрическими системами акцептирование пучка заряженных частиц.

3.5. Другим примером систем конусообразной формы, найденным путем решения обратной задачи, является устройство с двумя осесимметричными и соосными конусообразными электродами, обеспечивающее фокусировку заряженных частиц к конической поверхности $\theta = \theta_0$ полем $E_\theta(r, \phi, \theta) = E_0 r_0 (\cos \theta - \cos \theta_0) r \sin \theta$ или при $(\theta - \theta_0) < 1$ $E_\theta(r, \phi, \theta) = -F_0 r_0 (\theta - \theta_0) / r$, $E_\phi(r, \phi, \theta) = 0$. Такое устройство может найти применение в осесимметричном анализаторе для преобразования пучка частиц из кольцевого источника.

3.6. Задачи формирования краевого поля электростатических устройств решаются также обратным методом.

3.6.1. Аналитическое выражение базового поля на краю, например, плоскопараллельного дефлектора зададим в виде

$$E_x(x, 0, z) = 0, E_y(x, 0, z) = E_0(128\chi^5 - 420\chi^6 + 540\chi^7 - 315\chi^8 + 70\chi^9), E_z(x, 0, z) = 0, \quad /27/$$

где $\chi = (x - x_1) / \Delta x$, $\Delta x = x_2 - x_1$ - глубина протяженности области краевого поля. Компонента E_y поля /27/ получена из условия гладкого сопряжения краевого поля, предварительно представленного в виде ряда разложения по степенным функциям, с основ-

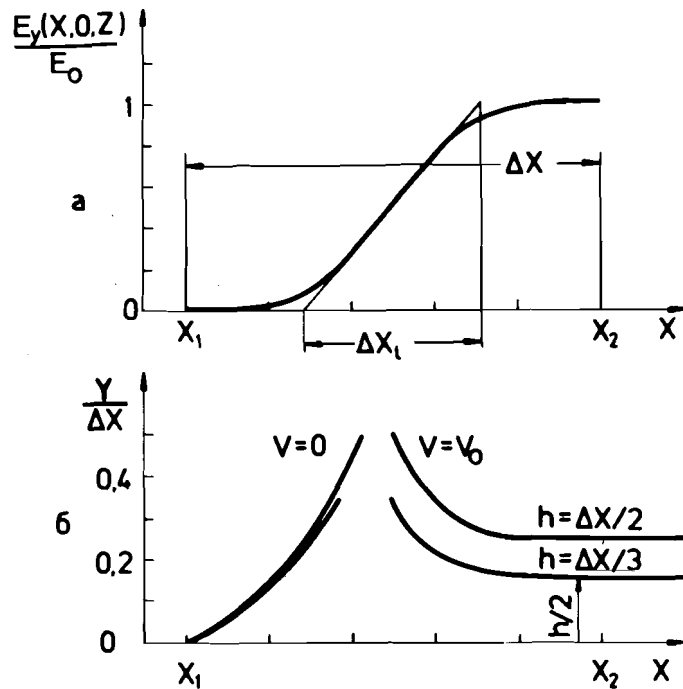


Рис.5. К формированию краевого поля плоскопараллельного дефлектора. а. Распределение базового краевого поля. б. Профили края электрода дефлектора и заземленного экрана для двух значений междуэлектродного зазора. Система имеет симметрию отражения относительно оси x .

ным полем дефлектора E_0 на границе $x = x_2$ и с нулевым полем вне дефлектора на границе $x = x_1$ с учетом непрерывности вплоть до производных четвертого порядка. Эта компонента показана на рис.5а, где $\Delta x_2 = 128 \Delta x / 315$ - глубина краевого поля в линейной аппроксимации. Профили электрода дефлектора $/V = V_0 /$ и дополнительного заземленного экрана $/V = 0 /$, потребность в котором с необходимостью последовала в процессе решения обратной задачи, показаны на рис.5б.

Найденный профиль электрода аналогичен профилю, предложенному Роговским для снижения неравномерностей напряженности электрического поля на краях электрода, но отличается от последнего тем, что совместно с экраном обеспечивает заданное аналитическое распределение краевого поля $/27 /$, удобное для учета его действия на частицу.

3.6.2. Задача формирования наклонной границы области краевого поля электростатического дефлектора, безуспешная попытка

решения которой предпринималась в работе $/9 /$, решена обратным методом в $/10 /$ /см. с.99-100/. Применение наклонных границ в цилиндрическом дефлекторе с углами наклона $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 45^\circ$ обеспечивает при $\Phi = 77,41^\circ$ и расстояниях от границ дефлектора до источника и приемника $L_1 = L_2 = R_r$ наряду с радиальной фокусировкой типа Т-Т дополнительную аксиальную фокусировку того же типа, повышающую угловой аксептанс дефлектора и коэффициент трансмиссии частиц; обеспечивает увеличение дисперсии дефлектора с $Y_\delta / R_r = 1,00$ до $Y_\delta / R_r = 1,13$.

3.7. Приведенными выше примерами не ограничиваются возможности приложения метода обратной задачи для рассмотрения электростатических устройств. Например, использование периодически изменяющегося базового поля на базовой длине дает возможность создания диффузных рассеивателей частиц, необходимых для гомогенизации флюенса при радиационной обработке материалов ускоренными заряженными частицами.

Автор выражает благодарность рецензентам работы С.Б.Ворожцову, С.И.Козлову и А.Б.Кузнецову за полезные замечания и рекомендацию проиллюстрировать возможности метода обратной задачи новыми результатами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Современные методы расчета электронно-оптических систем. Материалы VIII Всесоюзного семинара по методам расчета электронно-оптических систем. Л.: Изд-во ЛПИ, 1986.
2. Paul W., Steinwedel H. - Z. Naturforsch., 1953, v.8A, n.7, p.448-450.
3. Tarantin N.I. - Intern.J.Mass Spectrom.Ion Phys., 1980, v.36, n.1, p.167-183.
4. Wollnik H., Matsuo T., Matsuda H. - Nucl.Instr.Meth., 1972, v.102, n.1, p.13-17.
5. Дмитрук М.И. и др. Физическая электроника, М.: Атомиздат, 1965, с.47-70.
6. Matsuo T. et al. - Intern.J. Mass.Spectrom. Ion Phys., 1982, v.42, n.4, p.217-241.
7. Тепляков В.А. - В сб.: Труды II Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М.: Наука, 1972, т.11, с.7-11.
8. Явор С.Я. - Письма в ЖТФ, 1984, т.10, вып.3, с.183-186.

9. Трубочеев Г.М., Масленников Б.К. - ЖТФ, 1976, т.46, вып.9, с.2001-2003.
10. Тарантин Н.И. Магнитные статические анализаторы заряженных частиц. Поля и линейная оптика. М.: Энергоатомиздат, 1986.

Тарантин Н.И.

P9-88-149

Аналитическое рассмотрение и расчет электростатических устройств путем решения обратной задачи

Описывается и иллюстрируется новыми результатами прием аналитического рассмотрения и последующего расчета электростатических устройств оптики и анализа заряженных частиц путем решения обратной задачи. Вместо традиционного определения напряженности электрического поля в заданной системе электродов - решения задачи Дирихле на основе уравнения Лапласа, определяются профили и потенциалы электродов по заданному аналитическому выражению базового поля на основе уравнений Максвелла.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Tarantin N.I.

P9-88-149

Analytical Consideration and Calculation of Electrostatical System by Reverse Method

Analytical consideration and following calculation of electrostatical systems for the optics and the analysis of charge particles by the reverse method are described and illustrated by new results. The profiles and electrical potentials of electrodes are determined from Maxwell equations and from analytical expression of the base field instead of the traditional determination of the electrical field from the given system of the electrodes from the solution of Laplas equation as Dirichlet problem.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988

Рукопись поступила в издательский отдел
29 февраля 1988 года.