

**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

К 143

P9-87-730

**Н.Ю.Казаринов, А.Ю.Молодоженцев, Э.А.Перельштейн**

**РАСЧЕТ ФОКУСИРУЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ  
РАЗРЕЗНОГО МИКРОТРОНА**

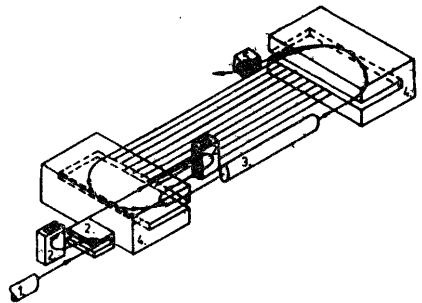
**1987**

1 (950)  
(800)

В Отделе новых методов ускорения ОИЯИ по просьбе Академии наук ЧССР проектируется разрезной микротрон со следующими параметрами — энергия ускоренных электронов 160 МэВ, ток в импульсе  $30 \div 50$  мА, длительность импульса 2 мкс, эмиттанс  $\sim 0,1$  мм мрад, энергетический разброс  $\sim 0,1\%$ .

Такой микротрон может быть использован в качестве инжектора синхротрона для последующего ускорения и накопления частиц.

Рис. 1. 1 — инжектор; 2 — инжекционные дипольные магниты; 3 — линейный ускоритель электронов (ЛУЭ); 4 — поворотные  $180^\circ$ -градусные магниты; 5 — выводной магнит.



Работа разрезного микротрона — РМ, схематически изображенного на рис. 1, осуществляется следующим образом<sup>1/</sup>. Пучок электронов с энергией 10 МэВ вводится на ось линейного ускорителя электронов (ЛУЭ) длиной 1 м и набором энергии 10 МэВ. С помощью двух заворачивающих  $180^\circ$  магнитов осуществляется 15 проходов ЛУЭ, после чего пучок выводится из ускорителя.

В данной работе рассматриваются проблемы фокусировки пучка в РМ и приводится вариант расчета с фокусировкой на общей орбите РМ.

## 1. ПОВОРОТНЫЙ МАГНИТ

Анализ устойчивости поперечного движения в магните начнем с нахождения параметров замкнутой орбиты. В однородном магнитном поле орбита является дугой окружности. Наличие краевого магнитного поля приводит к ее искажению, тем большему, чем меньше энергия частицы.

Введем декартову систему координат  $(X, Y, Z)$ , в которой плоскость  $Z = 0$  совпадает с медианной плоскостью магнита (рис. 2).

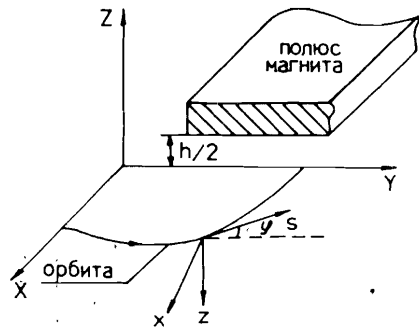


Рис. 2

Параметры плоской орбиты полностью определяются распределением компонента индукции  $B_z(X, Y)$  в плоскости  $Z = 0$ <sup>/2/</sup>. Если расстояние вдоль оси  $X$  от орбиты до края полюса магнита гораздо больше величины зазора  $h$ , в распределении  $B_z(X, Y)$  можно пренебречь зависимостью от поперечной координаты  $X$  и считать

$$B_z(X, Y) = B_0 b(Y). \quad (1)$$

В этом случае зависимости координаты  $X$  и длины дуги орбиты  $\ell$  от продольной координаты  $Y$  имеют вид

$$X(Y) = X_0 - \int_0^Y \frac{U(y) dy}{\sqrt{\rho^2 - U^2(y)}}, \quad (2.1)$$

$$\ell(Y) = \rho \int_0^Y \frac{dy}{\sqrt{\rho^2 - U^2(y)}}, \quad Y \leq Y_{\max}(\rho), \quad (2.2)$$

$$u(y) = \int_0^y b(y') dy'. \quad (2.3)$$

Здесь  $\rho = \frac{cp}{eB_0}$  — радиус поворота частицы с импульсом  $p$  в однородном магнитном поле с индукцией, равной  $B_0$ ;  $Y_{\max}(\rho)$  — точка поворота траектории, определяемая из условия

$$U(Y_{\max}) = \rho. \quad (3)$$

Для анализа движения неравновесной частицы введем натуральную систему координат  $(x, z, s)$ , изображенную на рис. 2. Оси  $s$  и  $x$  совпадают с направлениями касательной и внешней нормали к орбите соответственно. Уравнения движения частицы в линейном по отклонениям от замкнутой орбиты приближении в данной системе координат имеют вид

$$x'' + \frac{B_0}{B\rho} \left( \frac{B_0}{B\rho} b^2(y) + \frac{db}{dy} \sin \phi \right) x = \frac{B_0}{B\rho} b(y) \frac{\Delta p}{p},$$

$$z'' - \left( \frac{B_0}{B\rho} \frac{db}{dy} \sin \phi \right) z = 0, \quad (4)$$

где  $B\rho = \frac{cp}{e}$  — магнитная жесткость частицы,  $\frac{\Delta p}{p}$  — импульсный разброс,  $\phi$  — угол между положительным направлением оси  $Y$  и осью  $s$ , штрих означает производную по  $s$ . Система (4) вместе с уравнениями для определения координаты  $y$  и угла  $\phi$ :

$$y' = \cos \phi, \quad \phi' = \frac{B_0}{B\rho} b(y) \quad (5)$$

полностью определяет движение неравновесной частицы в поле (1). В отличие от<sup>/3/</sup> система (4) не содержит расходящихся коэффициентов при любых углах поворота в магните.

Кроме искажения замкнутой орбиты краевое поле изменяет фокусирующие свойства магнита. Проинтегрировав (4) по области краевого поля длиной  $\ell_k$ , получим, пренебрегая изменением координат  $x, z$ , выражения для фокусных расстояний эквивалентных тонких линз<sup>/7/</sup>

$$f_x^{-1} = 0 (\ell_k^2 / \rho^2),$$

$$f_z^{-1} = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{1}{\rho} (b(\ell_k) u(\ell_k) - \int_0^{\ell_k} b^2(y) dy) + 0 (\ell_k^2 / \rho^2) \right]. \quad (6)$$

Для компенсации вертикальной дефокусировки, возникающей в рассеянных полях магнита\*, обычно формируется знакопеременное распределение индукции краевого поля<sup>/6/</sup>. Это позволяет устранить дефокусировку отрицательным полем, имеющим умеренное амплитудное значение (~ 20% от максимального).

Распределение  $b(y)$ , для которого выполнено условие

$$f_z^{-1} = 0, \quad (7)$$

показано на рис. 3. На рис. 4 приведены первая и вторая орбиты в поворотном магните для данного распределения магнитного поля и величины  $B_0 = 0,698$  Тл. Свободный зазор для первой орбиты равен 18 см, что вполне достаточно для размещения ЛУЭ и прочего оборудования.

На рис. 5 представлены последние орбиты в РМ. Как видно из рисунка, размер рабочей области должен быть не менее 150 x 90 см<sup>2</sup>.

\* Для монотонно растущего краевого поля  $\frac{1}{f_z} > 0$ .

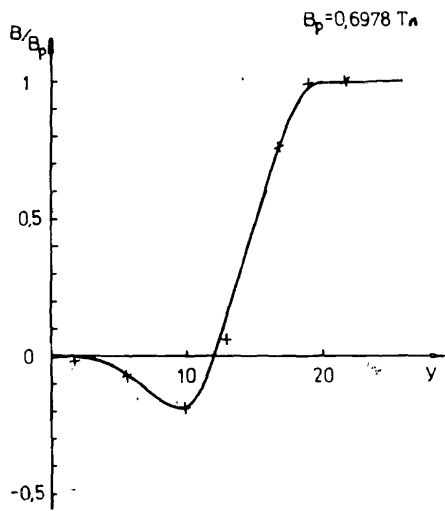


Рис. 3

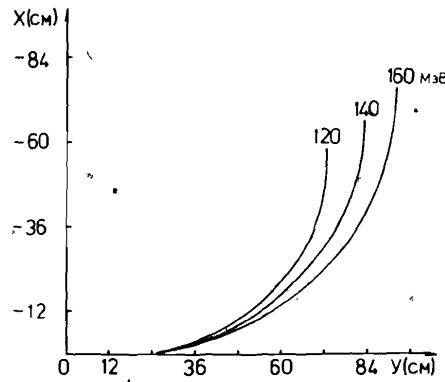


Рис. 5

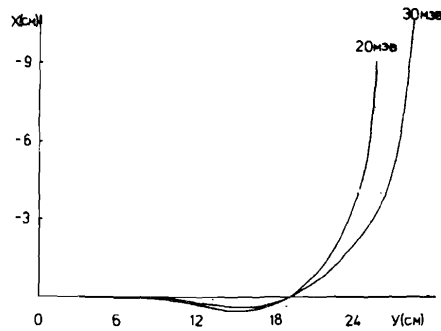


Рис. 4

## 2. МЕТОД РАСЧЕТА ФОКУСИРУЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ

В РМ набор энергии на единицу длины ускорителя, особенно на первых орбитах, сравним с энергией частицы. Кроме того, фокусирующая структура РМ в общем случае не является периодической в результате изменения длины орбиты. Поэтому стандартный матричный формализм расчета поперечного движения<sup>/4/</sup> необходимо модифицировать с учетом этих двух факторов.

В линейном приближении и в пренебрежении связью продольного и поперечного движения отклонение частицы от равновесной орбиты может быть представлено в виде<sup>/1-3/</sup>

$$x = \sqrt{\epsilon\beta} f(\mu) + \Psi \frac{\Delta p}{p}, \quad (8)$$

с функцией  $f(\mu)$ , удовлетворяющей уравнению

$$\frac{d^2 f}{d\mu^2} + f = 0. \quad (9)$$

В (8) использованы следующие обозначения:  $\beta, \Psi$  — бетатронная и дисперсионная функции соответственно;  $\mu$  — набег фазы бетатронных колебаний, связанный с  $\beta$ -функцией соотношением

$$\mu' = 1/\beta, \quad (10)$$

$\epsilon$  — "эмиттанс" частицы, т.е. площадь области фазового пространства  $(x, x')$ , охватываемая траекторией частицы, деленная на  $\pi$ . Величина  $\epsilon$  меняется в процессе ускорения, причем

$$\epsilon p = \text{const}. \quad (11)$$

Для определения вертикального (ось  $z$ ) отклонения достаточно положить в (8)  $\Psi = 0$ .

Значения отклонений и углов частицы на входе  $(x_0, x'_0)$  и на выходе  $(x, x')$  фокусирующего элемента связаны между собой линейным преобразованием<sup>/1-4/</sup>:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = R(s, s_0) \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Зная компоненты матриц перехода  $R(s, s_0)$ , можно найти закон преобразования элементов матрицы Твисса  $T^{3/}$ :

$$T = \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{pmatrix}, \quad \beta\gamma - \alpha^2 = 1. \quad (13)$$

Для этого отметим, что формула (12) однозначно определяет преобразование матрицы моментов второго порядка функции распределения частиц в пучке  $M^{5/}$ :

$$M = R(s, s_0) M_0 R^*(s, s_0), \quad M = \begin{pmatrix} \overline{x^2} & \overline{xx'} \\ \overline{xx'} & \overline{x'^2} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

Здесь черта над данной величиной означает усреднение с функцией распределения частиц, знак "\*" — транспонирование матрицы.

Можно показать, что элементы матрицы Твисса (13) удовлетворяют, согласно (8-11), тем же уравнениям, что и элементы матрицы  $\tilde{M}$ , равной

$$\tilde{M} = \frac{1}{\epsilon} \kappa(s) M \kappa^*(s), \quad (15)$$

где  $\kappa(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ p'/2p & 1 \end{pmatrix}$ .

Из этого следует закон преобразования параметров Твисса, учитывающий изменение энергии частицы:

$$T(s) = \frac{p}{p_0} \tilde{R}(s, s_0) T(s_0) \tilde{R}^*(s, s_0), \quad (16)$$

с матрицей  $\tilde{R}(s, s_0)$ , определенной как

$$\tilde{R}(s, s_0) = \kappa(s) R(s, s_0) \kappa^{-1}(s_0). \quad (17)$$

Рассмотрим случай, когда ускоряющее электрическое поле в начале и конце фокусирующего промежутка (орбиты) отсутствует. Тогда элементы матрицы перехода выражаются через параметры Твисса и набег фазы бетатронных колебаний  $\mu$  следующим образом:

$$\tilde{R}(s, s_0) = R(s, s_0) = \sqrt{\frac{p_0}{p}} [G \cos \mu + H \sin \mu], \quad (18)$$

где

$$G = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}} & 0 \\ -\frac{\alpha_0 - \alpha}{\sqrt{\beta\beta_0}} & \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$H = \begin{pmatrix} \alpha_0 \sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}} & \sqrt{\beta\beta_0} \\ -\frac{1 + \alpha_0 \alpha}{\sqrt{\beta\beta_0}} & -\alpha \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} \end{pmatrix},$$

Формулы (18, 19) в отсутствие ускорения ( $p = p_0$ ) совпадают с<sup>/3/</sup>, а в случае периодической структуры ( $\alpha = \alpha_0$ ,  $\beta = \beta_0$ ) переходят в приведенные в<sup>/1/</sup>.

### 3. РАСЧЕТ СТРУКТУРЫ РМ С ФОКУСИРОВКОЙ НА ОБЩЕЙ ОРБИТЕ

Рассматривался вариант фокусировки в РМ двумя дублетами квадрупольных линз, расположенных на общей орбите по обе стороны от линейного ускорителя электронов (см. рис. 6).

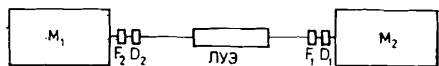


Рис. 6

В расчете использовались выражения для матриц перехода фоку-

сирующих элементов — квадрупольных линз и линейного ускорителя на бегущей волне — приведенные в<sup>/4/</sup>.

Матрицы перехода в поворотных магнитах рассчитывались, согласно уравнениям (4,5), с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка, для каждой из 15 орбит РМ. В расчете использовалось распределение индукции магнитного поля, показанное на рис. 3. Отметим, что для фиксированного распределения индукции магнитного поля матрицы перехода поворотных магнитов рассчитываются только один раз и не изменяются при выборе оптимальных параметров других фокусирующих элементов.

Как следует из формул (18, 19), набег фаз бетатронных колебаний на обороте для фиксированных значений элементов матрицы перехода и совпадающих значений  $\alpha$ -функции в начале и конце периода однозначно определяются заданием отношения  $\beta$ -функций в начале и конце периода:

$$\cos \mu = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p}{p_0}} (R_{11} \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} + R_{22} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}}), \quad (20)$$

поскольку знак  $\sin \mu$  совпадает со знаком элемента  $R_{12}$ .

При нахождении величин градиентов квадрупольных линз считалось, что  $\beta$ -функции в начале и конце первой орбиты связаны соотношением

$$p_0 \beta = p \beta_0, \quad (21)$$

что эквивалентно равенству размеров пучка.

Градиенты фокусирующих дублетов подбирались так, чтобы выполнялись соотношения

$$\begin{aligned} \mu_x &\approx 2\pi + \frac{3\pi}{4}, \\ \mu_z &\approx \frac{3\pi}{4}. \end{aligned} \quad (22)$$

Это обеспечивало примерное равенство горизонтального и вертикального размеров и умеренную расходимость инжектируемого пучка. Для найденных значений градиентов по формулам (18-19) находились начальные значения параметров Твисса и просчитывалось движение по всем орбитам.

На рис. 7 приведены характеристические функции фокусирующей структуры РМ на первых и последних орбитах\*.

\* Поскольку дисперсионная функция равна нулю в месте расположения ЛУЭ, то формулы ее преобразования такие же, как в случае движения с постоянным импульсом<sup>/7/</sup>.

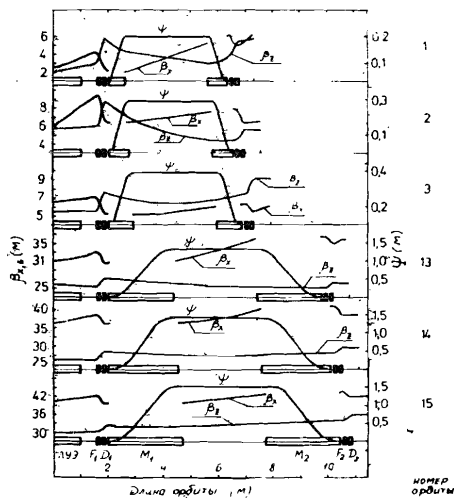


Рис. 7

$$\epsilon_{inj} \leq 1,5 \pi \quad (23)$$

На рис. 8 показаны огибающие пучка на входе в линейный ускоритель в зависимости от номера орбиты для эмиттанса инжектируемого пучка  $\epsilon_{inj} = 1,5 \pi$  мм·мрад. В этом случае конечное значение эмиттанса будет равно

$$\epsilon_f \approx 0,1 \pi \quad (24)$$

Следует отметить, что при фокусировке на общей орбите значения  $\beta$ -функции горизонтального движения на входе в поворотный магнит  $\beta_0$  гораздо больше согласованного значения  $\beta_m = \rho$ . Это приводит к значительному уменьшению величины  $\beta$ -функции при угле поворота порядка  $90^\circ$ :

$$\beta_{min} \approx \rho^2 / \beta_0 \quad (25)$$

Поэтому на рис. 7 изменение  $\beta_x$  внутри магнита не показано.

На рис. 9 даны зависимости частот бетатронных колебаний

$$Q_{x,z} = \nu_{x,z} / 2\pi \quad (26)$$

от номера орбиты. Значительное уменьшение величин  $Q_x - 1$  и  $Q_z$  в процессе ускорения связано с сильной зависимостью фокусного расстояния дублета линз от импульса частицы (фокусное расстояние увеличи-

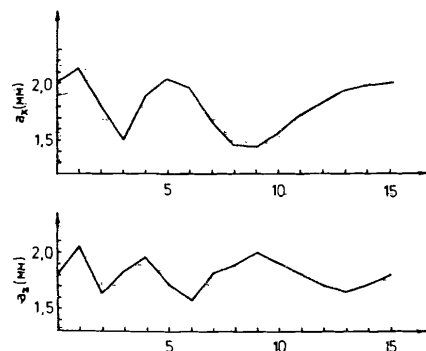


Рис. 8.

Как видно из графиков, для того, чтобы размеры ускоряемого пучка не превышали 2 мм, эмиттанс инжектируемого пучка  $\epsilon_{inj}$  должен быть не более

вается пропорционально квадрату импульса). Это является недостатком рассмотренного способа фокусировки.

Как показывают расчеты, уход градиентов линз от оптимальных значений не должен превышать 0,1%.

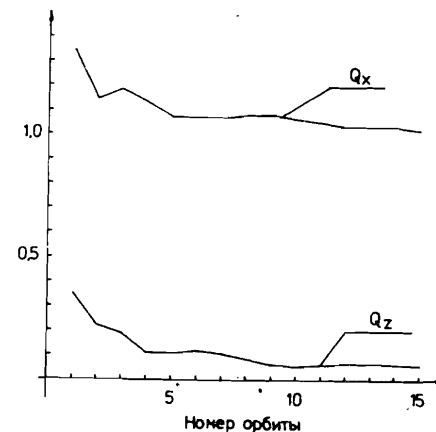


Рис. 9

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Rand R.E. *Recirculating electron accelerators. (Accelerators and storage rings, ISSN 0272-5088, v.3), London, 1984.*
2. Коломенский А.А. *Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962.*
3. Autin B. *Introduction to beam optics, CERN 84-15, Geneva, 1984.*
4. Brown K.L. — *Advances Particle Phys., 1967, 1, p.71-134.*
5. Kazarinov N.Yu., Perelstein E.A., Shevtsov V.F. — *Particle Accelerators, 1980, v.10, p.33.*
6. Babić H., Sedlaček M. — *Nucl. Instr. and Meth., 1967, v.56, No.1, p.170.*
7. Herminghaus H. et al. — *Nucl. Instr. and Meth., 1976, v.138, No.1, p.1.*

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 октября 1987 года.

Казаринов Н.Ю., Молодоженцев А.Ю.,  
Перельштейн Э.А.

P9-87-730

Расчет фокусирующей структуры  
разрезного микротрона

Рассмотрены проблемы фокусировки пучка в разрезном микротроне (РМ). Найдено распределение магнитного поля в поворотных магнитах, устраняющее вертикальную дефокусировку ускоряемого пучка. Предложен метод расчета фокусирующей структуры РМ, учитывающий особенности Ускорителей этого типа. Рассмотрена конкретная фокусирующая структура, состоящая из поворотных магнитов, линейного ускорителя электронов (ЛУЭ), свободных промежутков и двух дуплетов квадрупольных линз, расположенных на общей орбите по обе стороны от ЛУЭ. Определены допуски на величины градиентов квадрупольных линз.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Kazarinov N.Yu., Molodjencev A.Yu.,  
Perelstein A.A.

P9-87-730

Calculation of a Focusing Structure  
of a Race-Track Microtron

The problems of electron transverse motion in a race track microtron are considered. The method of calculation of the RTM focusing structure is proposed. The focusing structure of the 160 MeV RTM consist of bending magnets, an electron linear accelerator (LINAC), drift spaces and two quadrupole doublets aligned with the axis of LINAC. Tolerances on the values of the gradients of the quadrupole lenses are determined.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987