

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P9-87-55

С.А.Ракитянский

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
КОГЕРЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
В УСКОРИТЕЛЕ ЛИУ-30**

Направлено в "Журнал технической физики"

1987

Введение

Распространение интенсивных электронных пучков в цилиндрических линейных вакуумных каналах неустойчиво относительно любых нарушений аксиальной симметрии [1-4]. Эти нарушения приводят к поперечному смещению центра масс пучка, которое, раз возникнув, начинает далее нарастать или осциллировать с возрастающей амплитудой.

За счет взаимодействия пучка со своими электрическим и магнитным изображениями в проводящих поверхностях, а также за счет взаимодействия с неоднородностями продольных электрического ускоряющего и магнитного фокусирующего полей этот рост будет происходить даже в абсолютно симметричном канале, если только на входе пучок имеет некоторое смещение.

Развивающиеся когерентные колебания приводят, в конце концов, к потерям пучка за счет его высасывания на стенки камеры. Длина, на которой поперечное смещение пучка достигает недопустимо большого значения, т.е. максимальная длина прохождения без потерь, определяется как степень симметрии, так и самой структурой канала [1,5].

В настоящей работе получена верхняя оценка длины полного прохождения пучка в 100-метровой ускорительной структуре, состоящей из 50 инжекторных секций ускорителя ЛИН-30; исследована зависимость этой длины от напряженности фокусирующего магнитного поля; а также оценены сверху допуски на точность установки ускорительных секций и магнитных линз.

Модель

В случае пучков с интенсивностью в сотни ампер и более, кроме поперечных смещений как целого, важнейшим фактором, определяющим прохождение через ускорительный канал, является радиальный размер пучка. Для удержания этого размера в пределах апертуры канала обычно используется продольное соленоидальное магнитное поле, которое одновременно препятствует быстрому нарастанию поперечного смещения, придавая когерентному движению характер вращения.

Внутреннее и когерентное движения пучка связаны и влияют друг на друга. Поперечное смещение вызывает искажение формы сечения пучка. Из круговой она может превратиться в эллиптическую или даже любую неправильную. При этом происходит перераспределение плотности частиц по сечению, что меняет внутреннюю динамику пучка и оказывает обратное воздействие на когерентное движение, перераспределяя заряды

Кроме того, когерентное движение зависит, конечно, и от самой формы сечения пучка и его размеров, т.к. силы, вызывающие поперечное смещение, в разных точках сечения различны, а фокусирующие и ускоряющие поля при наличии неоднородностей меняются по радиусу.

Взаимное влияние внутреннего и когерентного движений может лишь усиливать неблагоприятные для прохождения пучка факторы. Поэтому любая модель, в которой такого влияния нет, может дать лишь верхнюю оценку длины прохождения пучка или нижнюю оценку его потерь.

Цель настоящей работы - оценить ограничения на длину прохождения пучка, обусловленные развитием только когерентных колебаний. Поэтому из рассмотрения полностью исключено внутреннее движение пучка. Он представляется в виде тонкой, несущей ток нити, что на языке метода макрочастиц означает введение только одной макрочастицы.

Отношение заряда к массе для этой макрочастицы такое же, как и для одного электрона. Поэтому уравнение ее движения совпадает с соответствующим уравнением для отдельного электрона. От величины тока пучка будут зависеть лишь заряды и токи, наведенные в проводящих поверхностях. Иными словами, в рассматриваемой модели ток пучка определяет только силы изображения, входящие в уравнение движения одного электрона.

Задачу о движении электрона в полях, не обладающих осевой симметрией, по-видимому, удобнее всего решать в декартовых координатах. Направим ось Z по геометрической оси канала в сторону движения пучка. Рассматривая стационарный пучок, исключим из уравнения движения время. Тогда независимой переменной становится координата Z . Поперечные координаты пучка как функции от Z удовлетворяют уравнениям

$$\begin{cases} X'' = \frac{\sigma}{\gamma \beta_z^2} \left\{ -X' [E_z + \beta_z (X' H_y - Y' H_x)] + E_x + \beta_z (Y' H_z - H_y) \right\}, \\ Y'' = \frac{\sigma}{\gamma \beta_z^2} \left\{ -Y' [E_z + \beta_z (X' H_y - Y' H_x)] + E_y + \beta_z (H_x - X' H_z) \right\}, \end{cases}$$

где штрих обозначает производную по Z , $\sigma = e/mc^2$, γ - релятивистский фактор, $\beta_z = \gamma^{-1} \sqrt{(y^2 - 1)/(1 + x^2 + y^2)}$, (E_x, E_y, E_z) и (H_x, H_y, H_z) - компоненты электрического и магнитного полей, которые складываются соответственно из ускоряющего и фокуси-

рущего полей и полей зарядов и токов изображения. Последние находятся элементарно из граничных условий на проводящих поверхностях /6/ следующим образом.

Электрическое поле заряда, наведенного на проводящих стенках цилиндрической камеры радиуса R линейным зарядом, смещенным параллельно оси на расстояние r , совпадает с полем линейного заряда противоположного знака, отстоящего от оси камеры на расстояние R^2/r . Магнитное изображение пучка возникает в тех поверхностях, через которые его собственное магнитное поле не успевает проникнуть за время импульса. На такой поверхности радиальная компонента поля равна нулю. Отсюда нетрудно получить, что изображением линейного тока будет противоположно направленный линейный ток, отстоящий от оси на R^2/r .

Следует подчеркнуть, что поверхности, создающие электрическое и магнитное изображения, вообще говоря, могут не совпадать /1/.

Отметим, что рассматриваемая простая модель может быть легко обобщена на случай представления пучка N макрочастицами, каждая из которых создает собственные поля и генерирует свое изображение в стенках. При этом можно решить задачу последовательно, одновременно учитывая и когерентное движение и внутреннее и их взаимное влияние. Однако, имея общую картину, было бы трудно выделить роль отдельных факторов. Поэтому, задавшись целью оценить, сколь существенны когерентные колебания и как они зависят от характеристик канала, ограничимся простой моделью с одной макрочастицей.

Структура канала

Будем рассматривать линейную индукционную ускорительную систему общей длиной 100 м, состоящую из 50 секций, отделенных друг от друга дрейфовыми промежутками длиной 50 см. Электронному пучку с начальной энергией 300 кэВ каждая секция протяженностью 150 см обеспечивает прирост энергии 250 кэВ.

Между секциями пучок движется внутри проводящей трубы радиусом 3,5 см, которая и создает его электрическое и магнитное изображения. В секциях пучок попадает в керамическую трубу радиусом 3,75 см со сплошным резистивным покрытием, благодаря которому ускоряющее поле однородно. Учитывая высокую резистивность покрытия, отражающими поверхностями здесь будем считать алюминиевые экраны магнитных линз с радиусом 6 см.

Магнитную фокусирующую систему канала рассмотрим в двух вариантах.

Вариантом А назовем систему фокусировки, принятую в настоящее время на инжекторном участке ускорителя ЛИУ-30. Она состоит из встроенных внутрь каждой секции 12 соленоидов с радиальными размерами 6,3 и 8,2 см и протяженностью 9 см. Расстояние между двумя соседними соленоидами составляет 3,5 см. Кроме того, с обоих концов каждой секции имеется по два одинаковых соленоида длиной 2,9 см и радиусами 9,25 и 22,25 см. Ближний к секции соленоид отстоит от нее на 2,5 см, а расстояние между соленоидами, составляющими одну пару, равно 1 см.

Такая система не позволяет создавать достаточно однородное магнитное поле на всей длине. Приходится выбирать между 60-процентным провалом поля в дрейфовом промежутке или таким же по величине его подъемом у концов секций. В любом случае между секциями магнитное поле очень быстро меняется вдоль Z .

Вариантом В назовем гипотетическую фокусирующую систему, состоящую из соленоидов длиной 9 см и радиусами 6,3 и 8,2 см, которые с интервалами в 3,5 см покрывают всю 100-метровую длину, включая и дрейфовые промежутки. В такой системе колебания поля не превышают 10%. Рассмотрение этого варианта позволит сделать качественный вывод о роли неоднородностей магнитного поля в развитии когерентных колебаний.

Результаты численного эксперимента

Ни один из элементов канала ускорителя не может быть установлен с соблюдением абсолютной аксиальной симметрии. Зная точность установки, мы можем сказать, что концы секции, например, смещены относительно своего идеального положения не более чем на известную величину Δ_s , однако, о том, в какую сторону и на сколько, можем судить лишь вероятностно. Поэтому и анализ движения пучка, учитывающий неаксиальность канала, должен быть статистическим.

В данной работе система уравнений для когерентной траектории пучка с током в 200 А численно решалась от начала канала до некоторой точки Z_{max} , где поперечное смещение достигало $r_{max} = 2,75$ см. Хотя при этом до стенки камеры оставался еще 1 см, предполагалось, что пучок теряется, т.к. в действительности его собственный радиальный размер не нулевой.

Перед началом вычисления траектории случайным образом задавались наклоны и поперечные смещения секций и соленоидов. Соленоиды, находящиеся внутри секции, смещались и наклонялись относительно собственной оси этой секции. Смещения и наклоны вводились через сдвиги по осям X и Y правых и левых концов секций и соленоидов с помощью генератора случайных чисел с нормальным распределением, обрезанным на заданных величинах Δ_s и Δ_ρ , которые равны точностям вставки. Среднеквадратичное отклонение для этих распределений бралось равным $\Delta_s/2$ и $\Delta_\rho/2$ соответственно.

Алгоритм вычисления траектории включал в себя преобразование координат и наклона пучка в собственную систему повернутой и смещенной секции при вхождении в нее и обратное преобразование при выходе с помощью матрицы перехода между системами координат, выраженной через углы Эйлера.

Магнитное поле суммировалось от всех соленоидов, отстоящих от рассматриваемой точки не более чем на 1 м. При этом для каждого соленоида делалось преобразование координат точки, в которой ищется поле, в его собственную систему, относительно которой он аксиально симметричен; затем полученные компоненты поля обратным преобразованием переводились в исходную систему.

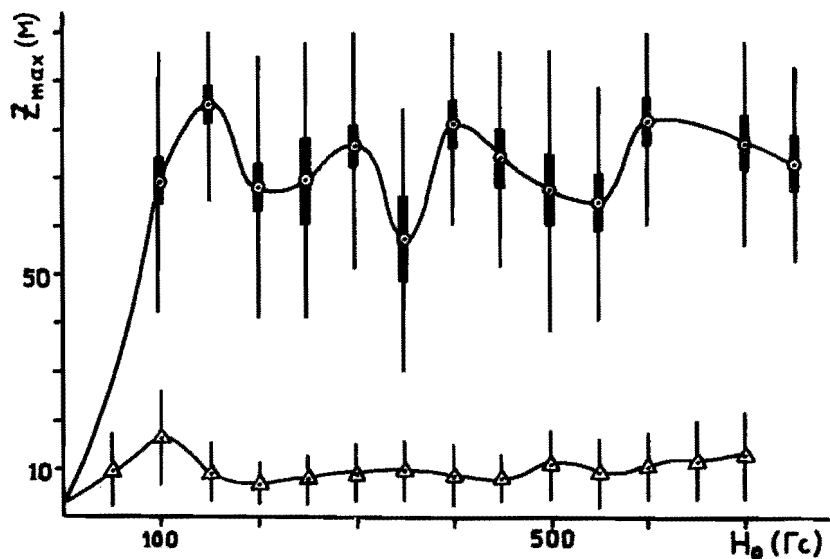


Рис. 1

Получив таким образом Z_{max} для одной комбинации наклонов и смещений элементов канала, процедура многократно повторялась для других, случайным образом размыгранных комбинаций. Усредняя затем полученный набор $\{Z_{max}\}$, можно оценить математическое ожидание и дисперсию этой величины.

На рис. 1-5 представлены результаты расчетов. Треугольниками отмечены средние значения Z_{max} для варианта А фокусирующей системы, кружками - для варианта В. Длина вертикальных линий равна

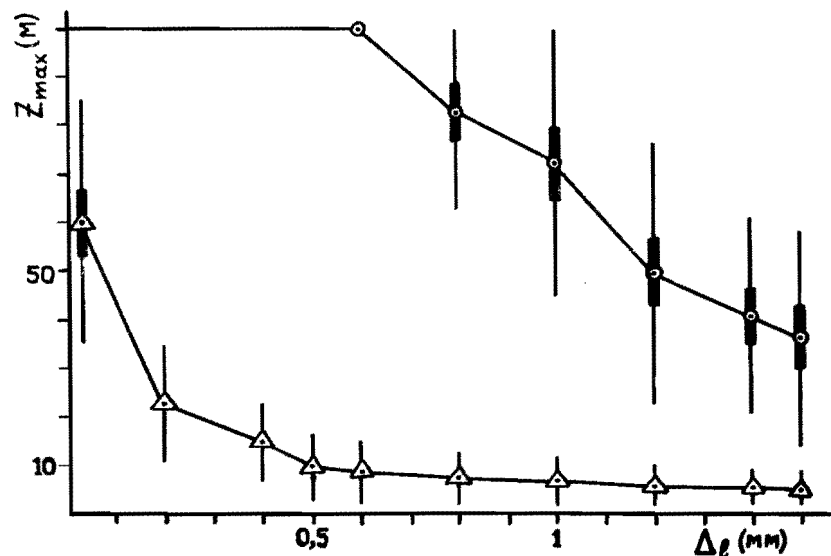


Рис. 2

одному стандартному отклонению σ . Утолщенными вертикальными линиями показана статистическая ошибка σ/\sqrt{N} в определении среднего значения. Здесь N - объем выборки, который для разных точек неодинаков. В основном он составлял ~ 30 испытаний. Там, где ошибка не указана, ее величина сравнима с размером треугольника, окружающего точку.

Исключение из рассмотрения радиальных размеров пучка избавило от необходимости согласования фокусирующего поля с его внутренним движением. Поэтому вдоль всего тракта оно бралось одинаковым, т.е. парциальное поле H_0 , создаваемое каждым соленоидом в своем центре, задавалось одним и тем же для всех соленоидов.

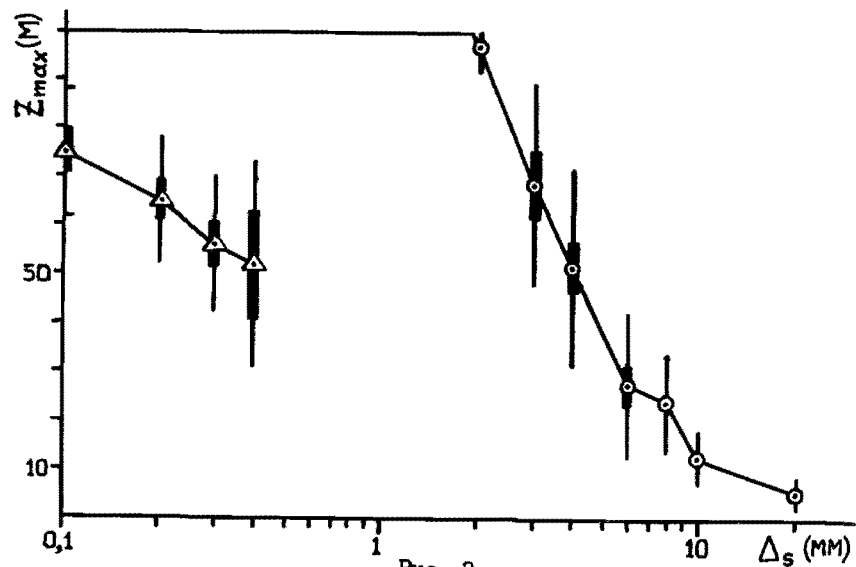


Рис. 3

На рис.1 показана зависимость Z_{max} от H_0 при фиксированных $\Delta_s = 0,5$ мм и $\Delta_l = 1$ мм, которые соответствуют измеренным γ_0 наклонам магнитной оси на инжекторном участке ЛИУ-30. Немонотонность этой зависимости, по-видимому, объясняется наличием периодичности в структуре канала.

Рис.2 и 3 соответствуют фиксированному $H_0 = 200$ Э. Они характеризуют чувствительность системы к точностям встройки Δ_l и Δ_s . Причем только одна из двух этих величин бралась отличной от нуля.

Как видно из рис.2, проходимость канала резко падает с ростом Δ_l . Высокие требования к встройке соленоидов отмечались также в работах [2,4,7,8].

Если первые три рисунка показывают Z_{max} для пучка, входящего идеально по оси в неаксиальный канал, то кривые на рис.4 и 5 соответствуют обратной ситуации: когда пучок входит в абсолютно симметричный канал, имея начальное, параллельное оси смещение r_0 . Благодаря предположению о симметрии канала, здесь не требуется статистического анализа.

Расчеты, представленные на рис.4 и 5, выполнены для варианта А фокусирующей системы. В случае же варианта В оказалось, что практически для любых r_0 имеем $Z_{max} = 100$ м, т.к. прирост сме-

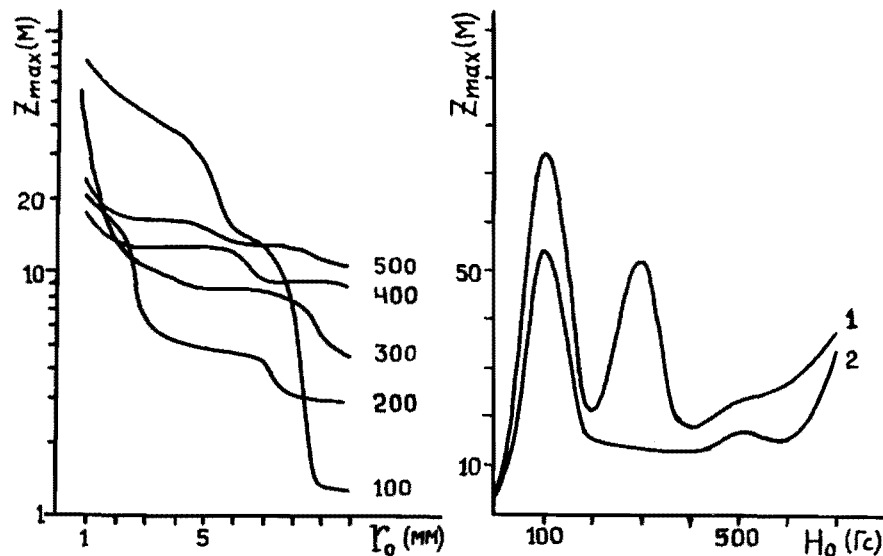


Рис.4

Рис.5

щения на всей длине не превышает 15%.

Цифры у кривых на рис.4 обозначают величину H_0 в гауссах, а на рис.5 - начальное смещение r_0 в миллиметрах. Следует обратить внимание на то, что по оси абсцисс рис.3 и по оси ординат рис.4 взят логарифмический масштаб.

Резонансopodobное поведение проходимости канала, аналогичное показанному на рис.5, наблюдалось экспериментально на действующем I2-секционном инжекторном участке ЛИУ-30.

Полученные в настоящей работе оценочные результаты позволяют заключить, что когерентные колебания пучка накладывают существенные ограничения на длину канала, а сглаживание неоднородностей продольного магнитного поля улучшает прохождение на порядок и снижает требования к встройке оптических элементов.

В заключение автор считает приятным долгом поблагодарить Р.В.Харьязова за весьма полезные и стимулирующие дискуссии.

Литература

1. Woods C.H. The Image Instability in High Current Linear Accelerators.- Rev.Sci. Instrum., 1970, v.41(7), p.959-962.

2. Close E.R. Numerical simulation of survey misalignment effects in the ATA structure. - IEEE Trans.Nucl.Sci., 1981, v. NS-28(3), p.2777-2779.
3. Adler R.J. et al. The Image-Displacement Effect in Intense Electron Beams.- Part.Accel., 1983, v. 13 (1/2), p.25-44.
4. Харьзов Р.В., Ярадайкин С.П. Электромагнитные помехи в линейных индукционных ускорителях. - ОИЯИ БИ-9-86-627, Дубна, 1986.
5. Алексахин Ю.И., Перельштейн Э.А. Влияние диафрагм на устойчивость электронного пучка в ЛИУ. - Препринт ОИЯИ Р9-82-640, Дубна, 1982.
6. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отд., 1981, т.2, 415 с.
7. Плотников В.К. Допустимые погрешности параметров фокусирующего канала линейного индукционного ускорителя с интенсивным электронным пучком. II. Колебания оси пучка. - Препринт ИГЭФ, 86-63, 15 с., Москва, 1986.
8. Плотников В.К. Допустимые погрешности параметров фокусирующего канала линейного индукционного ускорителя с интенсивным электронным пучком. III. Оценка допусков на примере ускорителя ЛИУ-5/5000. - Препринт ИГЭФ, 86-64, 20 с., Москва, 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 февраля 1987 года.

Ракитянский С.А.

Р9-87-55

Статистическое моделирование когерентных колебаний электронного пучка в ускорителе ЛИУ-30

В рамках простой модели с нитеобразным пучком численно исследованы его поперечные когерентные колебания. Получены вероятностные оценки ограничений на длину ускорительного канала, обусловленных развитием этих колебаний. Обнаружена сильная чувствительность скорости нарастания поперечного смещения пучка к неоднородностям продольного фокусирующего магнитного поля. Зависимость этой скорости от напряженности поля оказалась немонотонной. Расчеты, выполненные для ускорительной структуры ЛИУ-30, показали наличие у нее ярко выраженных резонансных пиков. Оценены допуски на точность установки ускорительных секций и магнитных линз. Юстировка последних, как оказалось, имеет определяющее влияние на развитие когерентных колебаний. Сглаживание неоднородностей продольного магнитного поля улучшает на порядок прохождение пучком ускорительного канала и снижает требования к юстировке оптических элементов.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С. Виноградовой

Rakityansky S.A.

Р9-87-55

Statistical Modelling of the Electron Beam
Coherent Oscillations in the LIU-30 Accelerator

In the framework of a simple model with a thread-like beam its lateral coherent oscillations are numerically explored. The statistical estimates for accelerating channel length limits due to that oscillation growth are obtained. The strong sensitivity of rapidity of that growth to nonuniformities of the longitudinal focusing magnetic field is found. The dependence of this rapidity on the field strength turns out to be nonmonotonous. The calculations performed for the LIU-30 accelerating structure show that it has the clear resonances. An accuracy tolerance of the accelerating module and magnetic lens assembly is estimated. The adjustment of the last, as it is found, has a determinative influence upon the coherent oscillation growth. The smoothing away of the longitudinal magnetic field nonuniformities improves the beam passage through an accelerating channel and reduces the requirements on the optical element adjustment.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987