

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P9-87-24

Н.Ю.Казаринов, В.И.Казача

**О ДОПУСКАХ
НА СЛУЧАЙНЫЙ РАЗБРОС ОСЕЙ КАТУШЕК
ФОКУСИРУЮЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ
В ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ УСКОРИТЕЛЯХ**

1987

Фокусирующее магнитное поле в линейных индукционных ускорителях (ЛИУ) создается с помощью встроенных в индукторы отдельных катушек, запитываемых импульсным током^{1,2/}. На рис. 1 показаны основные параметры структуры магнитной системы ЛИУ: период λ , аксиальный размер катушек L , средний радиус R . Поскольку в реальной магнитной системе всегда существует случайный разброс осей отдельных катушек относительно оси ускорителя, то это приводит к прецессии центра масс ускоряемого пучка и появлению у частиц когерентного угла на выходе ускорителя. В данной работе определяются корреляционные функции, связанные со случайным разбросом координат центров катушек относительно оси ЛИУ, и оценивается величина когерентного угла частиц на выходе ускорителя. Аналогичные численные расчеты для ускорителя АТА были проведены в^{3/}.

1. В отсутствие разброса продольных скоростей частиц, для симметричной относительно скорости центра масс функции распределения частиц по скоростям (например, $f(\dot{x} - \dot{\bar{x}}) = f(\dot{\bar{x}} - \dot{x})$), движение центра масс электронного пучка в ЛИУ определяется уравнениями

$$\frac{d}{dt} m\gamma \dot{\bar{x}} = \frac{e}{c} \dot{\bar{y}} \cdot \bar{B}_z - \frac{e}{c} v_z \cdot \bar{B}_y,$$

$$\frac{d}{dt} m\gamma \dot{\bar{y}} = -\frac{e}{c} \dot{\bar{x}} \cdot \bar{B}_z + \frac{e}{c} v_z \cdot \bar{B}_x, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} m\gamma \dot{z} = e E_z.$$

Черта над данной величиной означает усреднение по функции распределения частиц в пучке, \bar{x} и \bar{y} — координаты центра масс пучка, \bar{B} — компоненты индукции магнитного поля, $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z}$.

Так, например, $\bar{x} = \frac{1}{N} \int x \times$

$\times f(x, \dot{x}, y, \dot{y}) dx d\dot{x} dy d\dot{y}$; где N — число частиц на единицу длины пучка, f — функция распределения.

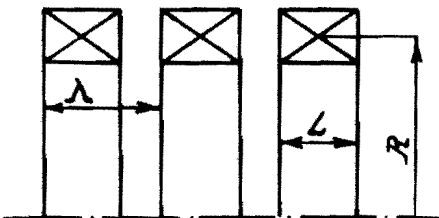


Рис. 1. Геометрия магнитной системы ЛИУ.

Ограничиваясь в дальнейшем рассмотрением стационарных состояний ($\partial/\partial t = 0$) преобразуем систему (1) к следующему виду:

$$\frac{d}{dz} p_z \frac{d\xi}{dz} + i \frac{e}{c} \cdot \bar{B}_z \frac{d\xi}{dz} = \frac{ie}{c} \cdot \bar{B}_\perp. \quad (2)$$

Здесь $\xi = \bar{x} + i\bar{y}$; $\bar{B}_\perp = \bar{B}_x + i\bar{B}_y$; $p_z = m\gamma\dot{z}$. Представляя решение (2) как $\xi = a_1(z) \cdot e^{-i\Psi(z)} + a_2(z)$, где $\Psi(z) = \int_0^z k(z') dz'$ и $k(z) = \frac{e\bar{B}_z}{c \cdot p_z(z)}$, получим уравнения для комплексных амплитуд $a_1(z)$ и $a_2(z)$:

$$\frac{da_1(z)}{dz} = -\frac{\bar{B}_\perp}{\bar{B}_z} \cdot e^{i\Psi(z)}, \quad \frac{da_2(z)}{dz} = \frac{\bar{B}_\perp}{\bar{B}_z}. \quad (3)$$

Скорость изменения среднего обобщенного момента частиц

$$M = \frac{1}{2i} [m\gamma(\xi^* \cdot \dot{\xi} - \xi \cdot \dot{\xi}^*)] + \frac{1}{2} \frac{e}{c} \bar{B}_z \cdot |\xi|^2, \quad (4)$$

с учетом (3) дается выражением

$$\frac{dM}{dz} = \frac{e}{2c} (\bar{B}_\perp \cdot \xi^* + B_\perp^* \cdot \xi) = -\frac{e}{2c} \bar{B}_z \cdot \frac{d}{dz} (|a_1|^2 - |a_2|^2). \quad (5)$$

Используя (3) и условие (10п) (см. Приложение), получаем уравнение для усредненных по реализациям квадратов модулей комплексных амплитуд:

$$\frac{d\langle |a_1|^2 \rangle}{dz} = 2 \cdot \int_0^z \frac{\langle \bar{B}_x(z') \cdot \bar{B}_x(z) + \bar{B}_y(z') \cdot \bar{B}_y(z) \rangle}{\bar{B}_z^2} \cdot \cos[\Psi(z') - \Psi(z)] dz', \quad (6)$$

$$\frac{d\langle |a_2|^2 \rangle}{dz} = 2 \cdot \int_0^z \frac{\langle \bar{B}_x(z') \cdot \bar{B}_x(z) + \bar{B}_y(z') \cdot \bar{B}_y(z) \rangle}{\bar{B}_z^2} dz'.$$

Подставляя в (6) соотношения (9п) и (10п) и проводя интегрирование, имеем

$$\langle |a_1|^2 \rangle = \lambda \cdot R \cdot \left(\frac{\Lambda}{R}\right)^2 \cdot \frac{\bar{B}_z}{E_z} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} F^2(x) dx, \quad \frac{d\langle |a_2|^2 \rangle}{dz} = 0, \quad (7)$$

где k_{\min} и k_{\max} — конечная и начальная величина модуля волнового вектора $k_{\min} = \frac{e\bar{B}_z}{mc^2(\gamma_{\text{кон}}^2 - 1)^{1/2}}$ и $k_{\max} = \frac{e\bar{B}_z}{mc^2(\gamma_{\text{нач}}^2 - 1)^{1/2}}$; $\gamma_{\text{нач}}$ соответствует энергии пучка в начале ускорения; $\gamma_{\text{кон}}$ — в конце ускорения. Функция $F(x)$ имеет вид

$$F(x) = 8x^2 \cdot K_1(x) \cdot \frac{I_1(x \frac{\Lambda}{R})}{x(\Lambda/R)} \cdot \frac{I_1(x \frac{a}{R})}{x(a/R)} \cdot \frac{\sin x \frac{L}{2R}}{x(L/R)} \cdot [1 + (\frac{c}{R\omega_0})^2 x^2]^{-1/4}. \quad (8)$$

Здесь $x = k \cdot R$ и $\omega_0 = \frac{e \cdot \bar{B}}{c \cdot m}$. Из (5) получим следующую оценку величины когерентного угла, который приобретут электроны в ЛИУ при выходе из магнитного поля:

$$\alpha = \frac{v_\theta}{v_z} \approx \frac{1}{2} k_{\min} \cdot |a_1|, \quad (9)$$

2. Оценим величину этого угла для ускорителя СИЛУНД-20 с параметрами $\lambda = 6,4$ см; $L = 5$ см; $R = 7$ см; $E_z = 5$ кВ/см; $\bar{B}_z = 1$ кГс; $a = 1$ см, считая, что начальное отклонение пучка от оси $\Delta_0 = 0$. Полагая величину среднеквадратичного разброса осей фокусирующих катушек относительно оси ускорителя $\Delta = \pm 0,5$ мм, $\gamma_{\text{нач}} = 2$ и $\gamma_{\text{кон}} = 5$, из (7 ÷ 9) получаем $\alpha \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$.

Для ускорителя ЛУЭК-20, имеющего следующие параметры $\lambda = 2,5$ см; $L = 1,9$ см; $R = 9,1$ см; $E_z = 10$ кВ/см; $\bar{B}_z = 14$ кГс; $a = 1$ см; $\Delta = \pm 0,5$ мм; $\gamma_{\text{нач}} = 2$ и $\gamma_{\text{кон}} = 40$, получаем из (7 ÷ 9) $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-2}$.

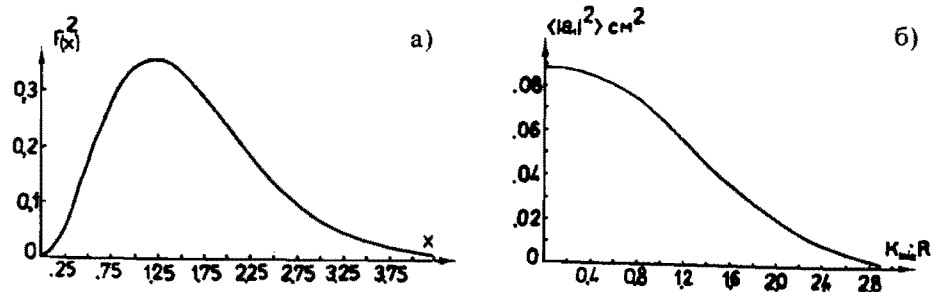


Рис. 2. а) график функции $F^2(x)$; б) график функции $\langle |a_1|^2 \rangle = f(k_{\min} \cdot R)$.

На рис. 2а показан график функции $F(x)$, рассчитанный для указанных выше параметров СИЛУНДа-20. На рис. 2б показана зависимость $\langle |a_1|^2 \rangle$ от $k_{\min} \cdot R$ при условии, что $k_{\max} \cdot R = \infty$, рассчитанная для тех же параметров.

Оценки показывают, что для параметров ускорителей СИЛУНД-20 и ЛУЭК-20 дефокусирующее влияние стенок канала на поведение пучка оказывается несущественным.

Авторы благодарят С.А.Ракитянского за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Найдем усредненные компоненты индукции \vec{B} . Для этого вычислим компоненты векторного потенциала для витка с током, центр которого смещен относительно оси z координат (совпадающей с осью ускорителя) в плоскости $\{x, y\}$ на некоторые Δx и Δy (рис.3). В системе

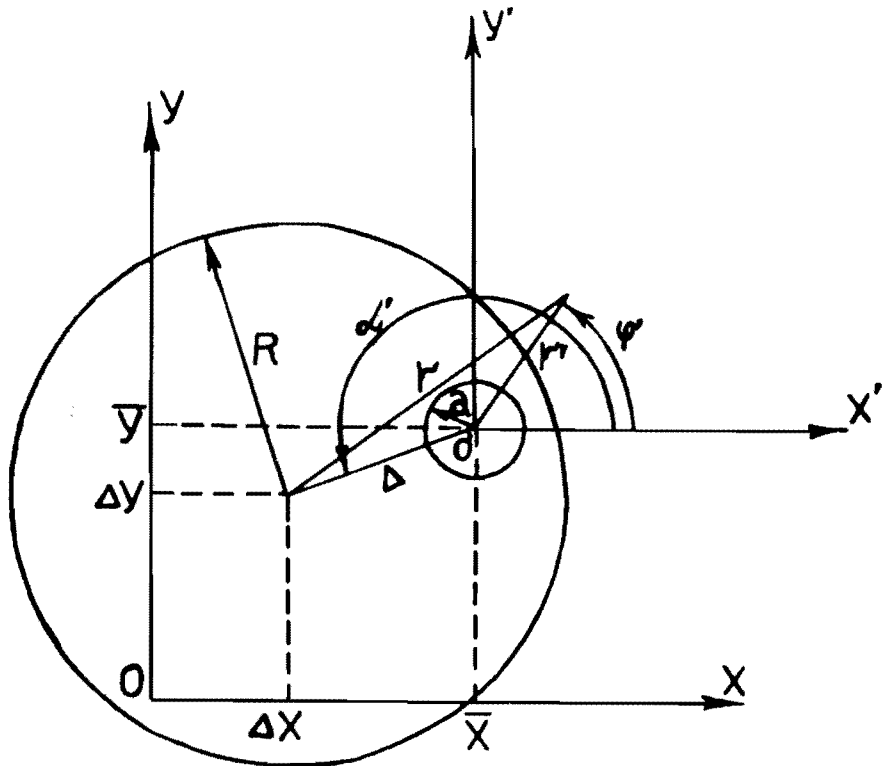


Рис. 3. Смещение геометрической оси витка с током относительно оси ускорителя и центра пучка.

координат, связанной с центром витка, векторный потенциал имеет только один компонент $A_\phi \neq 0$. В штрихованной же системе координат векторный потенциал имеет два компонента $A_{\phi'}$ и $A_{r'} \neq 0$. Начало штрихованной системы координат совпадает с центром масс пучка; Δ — расстояние от центра витка до центра масс пучка. Тогда координаты центра витка в системе $\{x', y'\}$: $x'_0 = \Delta x - \bar{x}$ и $y'_0 = \Delta y - \bar{y}$.

Известно, что в системе координат, связанной с центром витка, векторный потенциал имеет вид

$$A_\phi(r, z) = \frac{2}{c} \iint_{-\infty}^{+\infty} \int_0^r r'' \cdot e^{ik(z-z')} \cdot I_1(|k| \cdot r_{<}) \cdot K_1(|k| \cdot r_{>}) \times \\ \times j_\phi(r'', z') \cdot dk \cdot dr'' \cdot dz'; \quad (1п)$$

здесь $r_{<}$ и $r_{>}$ — меньшее или большее из r и r'' ; I_1 и K_1 — модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда. Пусть

$$j_\phi = J_\phi(z') \cdot \delta(r'' - R). \quad (2п)$$

Тогда

$$A_\phi = \frac{2R}{c} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(z-z')} \cdot I_1(|k| \sqrt{r'^2 + \Delta^2 - 2 \cdot r' \cdot \Delta \cdot \cos(\phi' - \alpha')}) \times \\ \times K_1(|k|R) \cdot J_\phi(z') \cdot dk \cdot dz'. \quad (3п)$$

Воспользовавшись теоремой сложения цилиндрических функций, получим следующее выражение для компонент векторного потенциала витка в штрихованной системе координат:

$$\left\{ \begin{matrix} A_{\phi'} \\ A_{r'} \end{matrix} \right\} = \frac{R}{c} \iint_{-\infty}^{+\infty} K_1(|k|R) \cdot J_\phi(z') \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^m \cdot I_m(|k|\Delta) \cdot e^{im(\phi' - \alpha')} \times \\ \times e^{ik(z-z')} \cdot \left\{ \begin{matrix} I_{m-1}(|k|r') + I_{m+1}(|k|r') \\ \frac{1}{i} [I_{m-1}(|k|r') - I_{m+1}(|k|r')] \end{matrix} \right\} dk \cdot dz'. \quad (4п)$$

Будем считать плотность электронного пучка постоянной по сечению

$$\rho(r') = \frac{2}{a^2} \sigma \left(1 - \frac{r'^2}{a^2}\right). \quad (5п)$$

Тогда, проводя усреднение с плотностью (5п), получаем следующие выражения для компонент фокусирующего магнитного поля

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{B}_x \\ \bar{B}_y \end{array} \right\} = \frac{4iR}{c} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(z-z')} \cdot k \cdot |k| \cdot K_1(|k|R) \cdot J_\phi(z') \cdot \frac{I_1(|k|\Delta_0)}{|k|\Delta_0} \times \\ \times \frac{I_1(|k|a)}{|k|a} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \Delta y(z') - \bar{y}(z) \\ \Delta x(z') - \bar{x}(z) \end{array} \right\} dk dz', \quad (6n)$$

$$\bar{B}_z = \frac{4R}{c} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(z-z')} \cdot |k| \cdot K_1(|k|R) \cdot J_\phi(z') \cdot I_0(|k|\Delta_0) \cdot \frac{I_1(|k|a)}{|k|a} dk dz', \quad (7n)$$

где Δ_0 — начальная амплитуда колебаний центра масс пучка.
Пусть линейная плотность тока выражается функцией

$$J_\phi(z') = J_0 \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{L} \cdot \sigma \left[\frac{L^2}{4} - (z' - n\lambda)^2 \right], \quad (8n)$$

Рассматривая только нулевую аксиальную гармонику полей и считая, что при усреднении по реализациям

$$\langle \Delta x(z') \cdot \Delta y(z') \rangle = 0, \quad (9n)$$

из (6n ÷ 9n) найдем необходимые корреляционные функции (вычисления проводятся по схеме, изложенной в работах^{4,5/}):

$$\langle \bar{B}_x(z) \cdot \bar{B}_y(z') \rangle = 0,$$

$$\bar{B}_z = \frac{4\pi J_0}{c\lambda},$$

(10n)

$$\frac{1}{\bar{B}_z^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \langle \bar{B}_x(z) \cdot \bar{B}_x(z') \rangle \\ \langle \bar{B}_y(z) \cdot \bar{B}_y(z') \rangle \end{array} \right\} = \frac{8\pi}{\lambda} \cdot \Delta^2 \cdot \left(\frac{R\lambda}{\pi L} \right)^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(z-z')} \cdot k^2 \cdot K_1^2(|k|R) \times \\ \times \sin^2 \frac{kL}{2} \times \left[\frac{I_1(|k|\Delta_0)}{|k|\Delta_0} \cdot \frac{I_1(|k|a)}{|k|a} \right]^2 dk.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Долбиллов Г.В., Петров В.А., Фатеев А.А. ОИЯИ Р9-86-209, Дубна, 1986.
2. Александров В.С. и др. ОИЯИ 9-86-157, Дубна, 1986.
3. Close E.R. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1981, NS-28, No.3, p.2777.
4. Казаринов Н.Ю., Казача В.И., Перельштейн Э.А. ОИЯИ 9-85-176, Дубна, 1985.
5. Казаринов Н.Ю., Казача В.И. ОИЯИ 9-85-769, Дубна, 1985.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 января 1987 года.

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Казаринов Н.Ю., Казаха В.И.

P9-87-24

О допусках на случайный разброс осей катушек фокусирующего магнитного поля в линейных индукционных ускорителях

Показано, что существующий всегда в реальной магнитной системе линейного индукционного ускорителя (ЛИУ) случайный разброс осей отдельных катушек фокусирующего магнитного поля относительно оси ускорителя приводит к прецессии центра масс ускоряемого пучка, увеличению его обобщенного момента и появлению у частиц когерентного угла на выходе ускорителя. Определяются корреляционные функции, связанные со случайным разбросом координат центров катушек относительно оси ЛИУ и оцениваются величины когерентного угла на выходе ускорителя и амплитуды прецессии.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.
Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Kazarinov N. Yu., Kazacha V. I.

P9-87-24

On Tolerancies for Random Spread of Axes of Focusing Magnetic Field Coils in Linear Induction Accelerators

It is shown that existing in a real magnetic system of a linear induction accelerator (LIA) random spread of the axes of the focusing magnetic field separate coils relatively to the accelerator axis reduces to the centre of the beam mass precession, leads to the increasing of generalized momentum and to appearance of particle coherent angle at the accelerator exit. The correlation functions connected with the random spread of the coils center coordinates relatively to the LIA axis are determined, and the quantity of the coherent angle and amplitude of the precession at the accelerator exit are evaluated.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987