

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P9-87-21

М.Кузмиак, Э.А.Перельштейн, В.А.Прейзендорф

О ВОЗМОЖНОСТИ ФОКУСИРОВКИ  
И УМЕНЬШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭМИТТАНСА  
ПОЛОГО ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
С ПОМОЩЬЮ ОКТУПОЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ЛИНЗ

Направлено в "Czechoslovak Journal of Physics"

1987

В последнее время большое внимание уделяется созданию, транспортировке и фокусировке полых ионных и электронных пучков <sup>/1-3/</sup>, имеющих различное применение, например, для целей управляемого термоядерного синтеза. Одним из примеров полого пучка является пучок тяжёлых ионов, планируемый на выходе коллективного ускорителя КУТИ-20. Пучок ионов урана КУТИ-20 с энергией 20 МэВ/нуклон и зарядностью  $Z = 25$  имеет форму кольца с радиусом  $r_0 \approx 4$  см, размером поперечного сечения  $a_0 \approx 1$  мм и радиальной угловой расходимостью  $\gamma_0 \approx 10$  мрад <sup>/4/</sup>. При использовании пучков с кольцевой или трубчатой конфигурацией возникает ряд проблем, связанных с большой величиной их поперечного эффективного фазового объёма. Так, например, ионный пучок КУТИ-20 имеет в декартовой системе координат  $X, Y, Z$  с координатой  $Z$  вдоль оси ускорителя среднеквадратичный эффективный поперечный эмиттанс  $\varepsilon \approx 60$  п.см.мрад <sup>/5/</sup>. На рис. I приведен фазовый портрет этого пучка, где  $A$  соответствует пучку с азимутальной составляющей скорости  $V_\theta$ , возникающей при выходе пучка из продольного магнитного поля ускорителя  $B_z$ , а  $B$  - пучку после компенсации этой составляющей с помощью специального магнита с радиальным полем <sup>/4/</sup>. Для транспортировки такого пучка с помощью стандартных магнитооптических элементов (поворотных магнитов и квадрупольных линз) требуется транспортировочный канал с большим аксептансом.

Как показано в <sup>/6/</sup>, с помощью линзы с азимутальным магнитным полем  $B_\theta$ , меняющимся как  $1/z$ , и специальной формой токовых поверхностей можно расходящийся кольцевой пучок без азимутальной составляющей скорости (рис. I  $B$ ) сфокусировать на ось и при этом

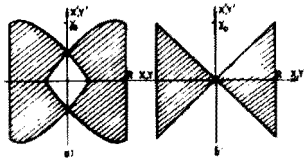


Рис.1

уменьшить его эффективный эмиттанс до  $(2 + 5)\pi$  см.рад. Недостатком такой линзы является её конструктивная сложность и недостаточная прозрачность, связанная с потерями частиц на радиальных токовых элементах линзы.

Другой способ компенсации азимутальной составляющей скорости и фокусировки трубчатого ионного пучка с малой угловой расходимостью  $\gamma_0$  связан с

пропусканьем пучка через соленоид и обдиркой ионов на специальной мишени внутри соленоида [7].

В данной работе рассмотрена возможность использования октупольных магнитных линз (рис.2) для фокусировки кольцевого пучка без азимутальной скорости с радиусом  $r_0$  и

угловой расходимостью  $\gamma_0$ . При этом пренебрегалось размером поперечного сечения кольца и влиянием собственных кулоновских сил на движение частиц.

Из общих выражений для разложения магнитного поля [8], учитывая условия симметрии и сохраняя в разложении члены до 5-го порядка включительно, для компонент магнитного поля октупольной линзы получаем

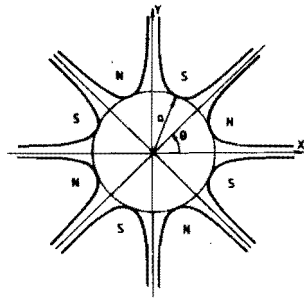


Рис.2

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{B_0}{a^3} \left[ f(z) y (3x^2 - y^2) + f''(z) \frac{y}{20} (y^4 - 5x^4) \right], \\ B_y &= \frac{B_0}{a^3} \left[ f(z) x (x^2 - 3y^2) + f''(z) \frac{x}{20} (5y^4 - x^4) \right], \\ B_z &= \frac{B_0}{a^2} \left[ f'(z) x y (x^2 - y^2) \right], \end{aligned} \quad (I)$$

где  $B_0$  - поле на полюсе линзы,  $a$  - радиус апертуры,  $f(z)$  - функция, характеризующая распределение полей вдоль оси  $z$ , штрих означает дифференцирование по  $z$ . Тогда из общих уравнений траектории частицы с зарядом  $e$  и импульсом  $p$  в магнитном поле

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{e}{pc} \sqrt{1+x'^2+y'^2} \cdot [x'y' B_x - (1-x'^2) B_y + y' B_z], \\ y'' &= \frac{e}{pc} \sqrt{1+x'^2+y'^2} \cdot [(1+y'^2) B_x - x'y' B_y - x' B_z], \end{aligned} \quad (2)$$

с точностью до членов 5-го порядка имеем

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{B_0}{B_p a^3} \left\{ f \left[ x(3y^2 - x^2) \left( 1 + \frac{3x'^2 + y'^2}{2} \right) + x'y'y'(y^2 - 3x^2) \right] + \right. \\ &\quad \left. + f' x y y' (y^2 - x^2) + \frac{f''}{20} x (5y^4 - x^4) \right\}, \\ y'' &= \frac{B_0}{B_p a^3} \left\{ f \left[ y(3x^2 - y^2) \left( 1 + \frac{x'^2 + 3y'^2}{2} \right) + x x' y' (3y^2 - x^2) \right] + \right. \\ &\quad \left. + f' x x' y' (y^2 - x^2) + \frac{f''}{20} y (y^4 - 5x^4) \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $B_p = \frac{pc}{e}$  - магнитная жёсткость.

Если распределение поля в линзе вдоль оси  $z$  аппроксимировать прямоугольной моделью ( $f(z)=1$  в пределах линзы и  $f(z)=0$  вне её) и ограничиться только членами 3-го порядка, то в этом случае уравнения траекторий частицы в октупольной линзе имеют вид [9]

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{B_0}{B_p a^3} x (3y^2 - x^2), \\ y'' &= \frac{B_0}{B_p a^3} y (3x^2 - y^2), \end{aligned} \quad (4)$$

откуда видно, что октупольная линза имеет две фокусирующие плоскости ( $\theta=0$  и  $\theta=\frac{\pi}{2}$ ) и две дефокусирующие ( $\theta=\frac{\pi}{4}$  и  $\theta=\frac{3\pi}{4}$ ). Для частиц без начальной азимутальной скорости уравнение радиальной траектории в этих плоскостях имеет простой вид

$$z'' = \pm \frac{B_0}{B_p a^3} z^3, \quad (5)$$

где знак (-) соответствует фокусирующей плоскости, а (+) - дефокусирующей.

В модели тонкой линзы (рис.3) радиальная координата частицы  $z_0$  считается неизменной, а угол наклона траектории к оси  $z$  изменяется на величину

$$\Delta \alpha' = \alpha' - \alpha_0 = \pm \frac{L_0 B_0}{B_p} \left( \frac{z}{a} \right)^3, \quad (6)$$

где  $L_0$  - длина линзы. Величину  $F$ , определяемую выражением

$$\frac{1}{F} = \frac{|\alpha' - \alpha_0|}{z_0} = \frac{L_0 B_0}{B_p a} \left( \frac{z_0}{a} \right)^2 = A z_0^2, \quad (7)$$

Рис.3

называют обобщённым фокусным расстоянием  $/10/$ , которое в октупольной линзе, в отличие от квадрупольной, зависит от координаты частицы и пропорционально  $(a/z_0)^2$ .

В матричной форме преобразование координат частиц в фокусирующей и дефокусирующей плоскостях тонкой октупольной линзы имеет вид

$$\begin{vmatrix} z \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \pm \frac{1}{F} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z_0 \\ z_0' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ A z_0^2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z_0 \\ z_0' \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Рассмотрим октупольный триплет (рис.4), состоящий из линз длиной  $L_0$  и расстоянием между ними  $L_1$ . Источник в виде кольца с радиусом  $r_0$  и угловой расходимостью  $\gamma_0$  расположен на расстоянии  $L_1$  от первой линзы триплета. Анализ поведения пучка в триплете проводился на основе выражений (4), (5) и (8). В расчетах использовался квадратичный функционал, составленный из координат частиц в плоскости изображения на расстоянии  $L_2$  за триплетом. При выбранной

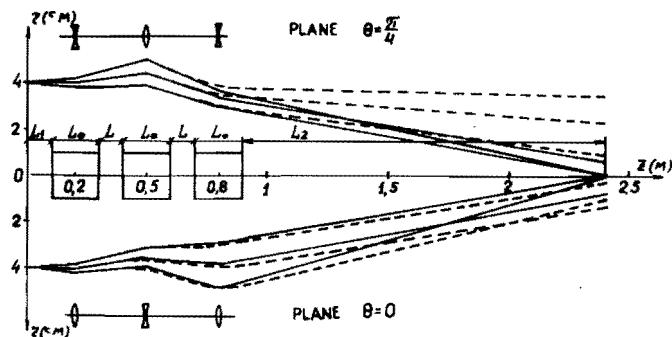


Рис.4

геометрии системы ( $L_1, L_0, L_1$ ) минимизация функционала численными методами на ЭВМ за счёт изменения силы линз позволяла сфокусировать частицы к оси и получить приосевой пучок малого сечения. При этом в качестве функционала использовался среднеквадратичный поперечный размер пучка в точке  $L_2$ :

$$\overline{x^2} = \overline{y^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2, \quad (9)$$

где  $N$  - число пробных частиц, используемых в расчёте. Минимизация функционала (9) обеспечивала минимальный размер пучка в заданной точке и позволяла в несколько раз уменьшить среднеквадратичный конечный

эмиттанс пучка

$$\epsilon_k = 4 \sqrt{x^2 y'^2 - (x x')^2} = 4 \sqrt{y^2 y'^2 - (y y')^2}. \quad (10)$$

Величина  $\epsilon_k$  зависела от геометрии триплета и расстояния  $L_2$  до точки изображения. Меняя геометрию системы, величину  $L_2$  и проводя каждый раз минимизацию функционала (9), можно определить оптимальный вариант, обеспечивающий минимальное значение  $\epsilon_k$ .

Расчёты проводились в несколько этапов. Начальные параметры линз  $A_1, A_2$  и  $A_3$  выбирались на основе приближения тонких линз (8) для частиц в плоскостях  $\theta=0$  и  $\theta=\pi/4$ . При этом в каждой из плоскостей рассматривалось движение трех частиц: центральной с  $z_0'=0$  и двух крайних с  $z_0'=\pm\gamma_0$ . Траектории выбранных частиц показаны сплошными линиями на рис.4. Далее учитывалось влияние на конечный результат длины линз  $L_0$ . На рис.4 пунктиром показаны траектории тех же частиц при прежних значениях  $A_1, A_2$  и  $A_3$ , полученные интегрированием уравнений (5) при  $L_0 = 0,2$  м. Хотя различие траекторий довольно значительное, однако повторная минимизация функционала (9) и небольшая коррекция величин  $A_1, A_2$  и  $A_3$  позволяла вновь сфокусировать частицы на ось, уменьшить конечный эмиттанс пучка. И, наконец, для определения окончательных значений параметров линз использовался полный набор частиц по азимуту в пределах  $0 \leq \theta < \pi/2$ .

Как показали расчёты, для получения минимальных значений  $\epsilon_k$  общую длину триплета необходимо уменьшать. Поэтому в дальнейшем были зафиксированы минимальные разумные значения  $L = 0,1$  м и  $L_0 = 0,2$  м, а оптимизация  $\epsilon_k$  проводилась за счёт изменения  $L_1$  и  $L_2$ .

Расчёты были проведены для радиусов кольца  $r_0 = 4,5$  и  $6$  см и угловой расходимости  $\gamma_0 = (2+10)$  мрад. На рис.5 показаны зависимости оптимальных значений  $L_1$  и  $L_2$  от угловой расходимости пучка  $\gamma_0$  при  $r_0 = 4$  см. Здесь же приведена соответствующая зависимость коэффициента уменьшения эмиттанса пучка  $K = \epsilon_0 / \epsilon_k$ . Видно, что по мере увеличения угловой расходимости в пучке оптимальные значения расстояний  $L_1$  и  $L_2$  уменьшаются и коэффициент уменьшения эмиттанса падает.

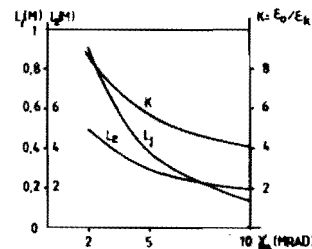


Рис.5

В таблице I приведены параметры оптимальных вариантов для разных значений радиусов кольца  $\gamma_0$  и угловых расходимостей  $\gamma'_0$ .

Таблица I

I	RO (CM)	I	GO=2. (MPAА.)	I	GO=5. (MPAА.)	I	GO=10. (MPAА.)	I
I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	I	L1=0.90 ; L2=5.05	I	L1=0.38 ; L2=2.97	I	L1=0.14 ; L2=1.95	I
I	I	I	EO=11.6 ; EK=1.35	I	EO=29.0 ; EK=5.09	I	EO=57.9 ; EK=14.3	I
I	4.	I	ICOF=8.58 ; XX=0.063	I	ICOF=5.68 ; XX=0.145	I	ICOF=4.05 ; XX=0.277	I
I	I	I	IA1=154.3 ; A2=-457.5	I	IA1=206.5 ; A2=-583.2	I	IA1=252.5 ; A2=-687.6	I
I	I	I	A3=340.3	I	A3=456.5	I	A3=570.2	I
I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	I	L1=0.99 ; L2=5.44	I	L1=0.46 ; L2=3.34	I	L1=0.18 ; L2=2.13	I
I	I	I	EO=14.5 ; EK=1.58	I	EO=36.5 ; EK=5.72	I	EO=72.4 ; EK=15.9	I
I	5.	I	ICOF=9.17 ; XX=0.063	I	ICOF=6.32 ; XX=0.145	I	ICOF=4.55 ; XX=0.268	I
I	I	I	IA1=94.8 ; A2=-283.0	I	IA1=122.7 ; A2=-354.0	I	IA1=156.7 ; A2=-430.1	I
I	I	I	A3=209.5	I	A3=274.5	I	A3=352.5	I
I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	I	L1=1.24 ; L2=6.43	I	L1=0.58 ; L2=3.77	I	L1=0.30 ; L2=2.61	I
I	I	I	EO=17.4 ; EK=1.71	I	EO=43.4 ; EK=6.27	I	EO=86.9 ; EK=17.3	I
I	6.	I	ICOF=10.2 ; XX=0.067	I	ICOF=6.92 ; XX=0.148	I	ICOF=5.03 ; XX=0.291	I
I	I	I	IA1=60.6 ; A2=-181.4	I	IA1=79.8 ; A2=-232.5	I	IA1=98.1 ; A2=-272.6	I
I	I	I	A3=132.3	I	A3=177.7	I	A3=215.8	I
I	I	I	I	I	I	I	I	I

Величины и размерности:  $L_1, L_2$  [м] - рис.4;  $EO, EK$  [см/мрад] - эмиттанс до и после триплета  $COF = EO/EK$ ;  $XX$  [см] - среднеквадр. размер пучка в т.Л2  $AI, A2, A3$  [1/м\*3] - формула (7).

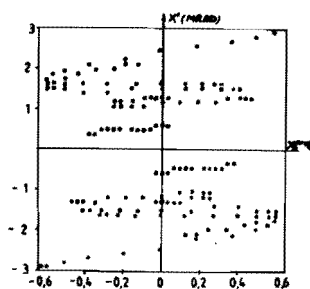


Рис.6

На рис.6 показан фазовый портрет пучка в координатах  $(\chi, \chi')$  в точке изображения  $L_2$  для  $\gamma_0 = 4$  см и  $\gamma'_0 = 5$  мрад.

В таблице 2 приведены значения магнитного поля на полюсе линзы  $B_0$  [Т], вычисленные по формуле (7) при разных величинах апертуры  $A$  и параметра  $\lambda$  для пучка КУТИ-20 (уран,  $E = 20$  МэВ/нукл.  $\lambda = 25$ ,  $B_p = 6,18$  Т\*м) и длине линзы  $L_0 = 0,2$  м.

Учитывая, что максимальный размер пучка в линзах при  $\gamma'_0 = 10$  мрад составляет: 4,9 см - при  $\gamma_0 = 4$  см, 6 см - при  $\gamma_0 = 5$  см и 7,1 см - при  $\gamma_0 = 6$  см

и беря апертуру линзы 4,5 см, из табл.2 видим, что величина  $B_0$  для максимальных значений  $\lambda$  из таблицы I составляет (2,7+3,8)Т.

Таблица 2

	100	200	300	400	500	600	700
0,05	0,386	0,772	1,159	1,545	1,931	2,317	2,703
0,055	0,514	1,028	1,542	2,056	2,570	3,084	3,598
0,06	0,667	1,335	2,002	2,669	3,337	4,004	4,671
0,065	0,848	1,697	2,545	3,394	4,242	5,091	5,939
0,07	1,060	2,119	3,179	4,239	5,298		
0,075	1,303	2,607	3,910	5,214			

Таким образом, для фокусировки ионного пучка КУТИ-20 линзы триплета должны быть сверхпроводящими. При меньших энергиях, например, при фокусировке вторичных частиц, получаемых при облучении мишени кольцевым пучком, величины  $B_0$  могут оказаться значительно меньшими.

Для исследования влияния на полученные результаты распределения краевого поля и членов высших порядков в уравнениях траектории были также проведены расчёты с использованием уравнений траектории до 5-го порядка (3). При этом использовалось два вида распределения краевого поля вдоль  $z$ : линейное (трапециевидальная модель поля) и в виде полинома 5-го порядка со сшиванием  $f, f'$  и  $f''$  на границе основного и краевого поля. Эти расчёты, проведенные для длин краевого поля (2+8) см, показали, что учет высших порядков в уравнениях траектории и отличие распределения поля по длине линзы от прямоугольной модели незначительно изменяет координаты и углы частиц в точке изображения. Изменение конечного эффективного эмиттанса не превышает нескольких процентов по сравнению с величинами, приведенными в таблице I.

Таким образом, с помощью триплета октупольных магнитных линз удаётся фокусировать кольцевой пучок заряженных частиц и при этом его поперечный эффективный эмиттанс уменьшается в несколько раз. Для параметров ионного пучка КУТИ-20 эмиттанс уменьшается примерно в 4 раза.

В заключение авторы выражают благодарность В.П.Сарапцеву и А.Д.Димникову за полезные обсуждения.

## Л и т е р а т у р а

1. Krejciak P., Kelly J.C., Dalglis R.L. A new electrostatic ion microprobe system. Nucl. Instr. and Meth., 168, 1980, 247.
2. Kentwell G.W., Kelly J.C. A new magnetic coaxial lens system for hollow ion beams. Nucl. Instr. and Meth. 205, 1983, 1.
3. Быстрицкий В.М., Диденко А.Н. Мощные ионные пучки. М.: Энергоатомиздат, 1984.
4. Александров В.С. и др. Ускорительный комплекс тяжёлых ионов в ОИЯИ. ОИЯИ, Р9-83-613, Дубна, 1983.
5. Кузнецов А.Б., Прейзендорф В.А. Эмиттанс ионного пучка на выходе коллективного ускорителя. ОИЯИ, Р9-80-820, Дубна, 1980.
6. Кузнецов А.Б., Прейзендорф В.А. Преобразование эмиттанса ионного пучка коллективного ускорителя. ОИЯИ, Р9-80-821, Дубна, 1980.
7. Тарантин Н.И. Способ фокусировки трубчатого пучка ионов с начальной азимутальной скоростью, Авт. свид. № 961543, бюлл. ОИПОТЗ, 1984, 10, 224.
8. Brown K.L., A first-and second-order matrix theory for the design of beam transport system and charged particle spectrometers. Advance of Part. Phys., 1968 1, 71.
9. Фишкова Т.Я., Явор С.Я. Компенсация сферической аберрации квадрупольных линз при помощи октуполей. ЖТФ, 1968, 38, 4, 686.
10. Lobb D.E. Properties of some useful two-dimensional magnetic fields. Nucl. Instr. and Meth. 1968, 64, 251.

Рукопись поступила в издательский отдел  
21 января 1987 года.

Кузмиак М., Перельштейн Э.А.,  
Прейзендорф В.А.

Р9-87-21

Показана возможность фокусировки и уменьшения эффективного эмиттанса кольцевого /полого/ пучка заряженных частиц триплетом октупольных линз. Аналитически и численно изучена динамика частиц в такой системе на примере ионного пучка коллективного ускорителя КУТИ-20. Результаты расчетов показывают пригодность октупольных линз в оптике пучков.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С. Виноградовой

Kuzmiak M., Perelstein E.A.,  
Preisendorf V.A.

Р9-87-21

Focusing and Effective Emittance Decreasing  
of Hollow Charge Particle Beams by Octupole  
Magnetic Lenses

Opportunity of charge particle ring for (hollow) beams focusing and effective emittance decreasing by the octupole magnetic lenses is shown. The particle dynamics was studied in the case of collective accelerator (CUTI-20) ion beam. The calculation confirmed octupole lenses fitness in the hollow beam optics.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987