

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P9-87-148

В. А. Саввин

**ВЛИЯНИЕ НАВЕДЕННЫХ ПОЛЕЙ
НА УСТОЙЧИВОСТЬ КОГЕРЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЛИУ**

Направлено в "Журнал технической физики"

1987

В процессе ускорения пучков заряженных частиц вследствие неидеальности ускоряющей и оптической структуры, а также возмущенных начальных условий при инжекции происходит смещение пучка относительно оси ускорителя. Это смещение приводит к тому, что на проводящих поверхностях канала ускорения или транспортировки возникают наведенные заряды и токи, которые своими полями воздействуют на поперечное движение пучка. В частности, на ускорителе ЛИУ-30 заряды индуцируются на резистивном покрытии вакуумных трубок внутри ускоряющих секций и на обращенных к пучку поверхностях металлических элементов вакуумной системы в пространстве дрейфа между секциями. Оценки показывают, что индуцирование зарядов на резистивном покрытии происходит с постоянной времени релаксации порядка 10^{-9} с при длительности ускоряемого токового импульса $0,5 \cdot 10^{-6}$ с, поэтому будем считать, что электрическое поле пучка полностью отражается от резистивного слоя.

Что касается магнитного поля пучка, то оно свободно проникает через высокоомное покрытие вакуумной трубки (слабый скин-эффект) и наводит ток лишь в хорошо проводящих элементах конструкции. Ближайшими к пучку являются алюминиевые экраны фокусирующих линз, создающих продольное магнитное поле.

Представим пучок, переносящий ток I , в виде тонкой нити и рассмотрим его поперечное движение в отраженных полях при следующих граничных условиях [1,2]:

а) потенциал заземленного резистивного слоя вакуумной трубки равен нулю,

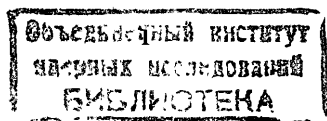
б) радиальная составляющая магнитного поля пучка и его изображения на поверхности экрана равна нулю при наличии внешнего однородного магнитного поля напряженностью H , направление которого совпадает с осью системы.

Предположим также, что длина волны когерентных колебаний много больше диаметра канала, т.е. задачу можно считать плоской. В этом случае скалярный потенциал, создаваемый пучком и его изображением, можно представить в виде

$$\varphi = 2q \ln \frac{z z_2}{R_T z_1}, \quad (1)$$

где $q = -\frac{I}{c\beta_2}$ - заряд на единицу длины, I - ток пучка,

c - скорость света в вакууме, β_2 - относительная скорость в направлении оси ускорителя, R_T - радиус вакуумной трубки, z_1, z_2 - модули радиусов-векторов, проведенных из точек расположения пучка (z_1) и его изображения (z_2) в точку наблюдения (z_0) при отклонении пучка от оси на величину z . Из условий симметрии ясно, что пучок



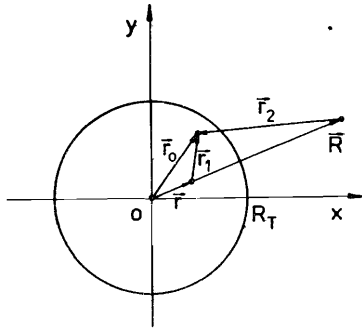


Рис. 1

и его изображение лежат на одной прямой, проходящей через ось системы, причем расстояние от центра до изображения есть

$$R = R_T^2 / z$$

(см. рис. 1.).

В этом случае напряженность электрического поля, создаваемая наведенным зарядом в точке, где расположен пучок, будет

$$E_z = - \frac{2I}{c\beta_2} \frac{z}{R_T^2(1-z^2/R_T^2)} \quad (2)$$

и сила, действующая на электроны пучка,

$$F_{ez} = \frac{2Ie}{c\beta_2} \frac{z}{R_T^2(1-z^2/R_T^2)}, \quad (2a)$$

e - заряд электрона.

Суммарный векторный потенциал тока пучка и его изображения, удовлетворяющий граничному условию (6), представим в виде

$$A_z = - \frac{2I}{c} \ln \frac{z z_2}{R_m z_1}, \quad (3)$$

где R_m - радиус экранов магнитных линз.

Тогда напряженность магнитного поля и сила, действующая на электроны пучка, будет равна

$$H_\varphi = \frac{2I}{c} \frac{z}{R_m^2(1-z^2/R_m^2)}, \quad (4)$$

$$F_{mz} = - \frac{2Ie\beta_2 z}{cR_m^2(1-z^2/R_m^2)}. \quad (5)$$

Уравнение движения электронного пучка в наведенных полях, внешнем продольном электрическом E_z и однородном магнитном поле H (если источник электронов не замагничен):

$$z'' + \left\{ \omega_0^2 - \frac{\omega_1^2}{R_T^2(1-z^2/R_T^2)} + \frac{\omega_2^2 \beta_2^2 (1+z'^2)}{R_m^2(1-z^2/R_m^2)} \right\} z + \frac{\gamma z'}{\beta_2^2 \gamma} = 0, \quad (6)$$

где дифференцирование проводится по координате z , отсчитываемой вдоль оси ускорителя,

γ - релятивистский фактор,

$$\omega_0^2 = \left(\frac{\beta H}{2\gamma\beta_2} \right)^2,$$

$$\beta = \frac{v}{c},$$

$$\beta_2^2 = \frac{\gamma^2 - 1 - (\beta H z / 2)^2}{\gamma^2 (1 + z'^2)},$$

$$\omega_1^2 = \frac{2I\beta}{c\gamma\beta_2^3}.$$

В случае, когда частицы пучка проходят канал в дрейфе, т.е. $\gamma' = 0$, пренебрегая величиной z' , считая $z'^2 \ll 1$, можно получить первый интеграл уравнения (6):

$$z'^2 - \ln g(z) + \frac{2I}{I_0} \gamma^2 \left\{ \frac{2}{g(R_T)\sqrt{g(z)}} - \frac{1}{\sqrt{g^3(R_T)}} \ln \frac{\sqrt{g(z)} + \sqrt{g(R_T)}}{\sqrt{g(z)} - \sqrt{g(R_T)}} \right\} + \frac{2I}{I_0 \sqrt{g(R_m)}} \ln \frac{\sqrt{g(z)} + \sqrt{g(R_m)}}{\sqrt{g(z)} - \sqrt{g(R_m)}} = \lambda^2, \quad (7a)$$

где

$$g(z) = \gamma^2 - 1 - (\beta H z / 2)^2, \quad I_0 = \frac{mc^3}{e}.$$

Анализ полученного интеграла движения в аналитическом виде весьма затруднен, поэтому для получения качественных результатов будем считать $\beta_2^2 \approx (\gamma^2 - 1) / \gamma^2$, что допустимо при нерелятивистском поперечном движении. Тогда после интегрирования (6) получим

$$\lambda^2 = z'^2 + \omega_0^2 z^2 + \omega_1^2 \ln(1 - z^2/R_T^2) - \omega_2^2 \beta_2^2 \ln(1 - z^2/R_m^2). \quad (7)$$

Дальнейший анализ удобно вести в фазовой плоскости $z z'$.

На рис. 2 представлено семейство кривых, определяемых интегралом движения (7) с различными значениями λ .

Характерно наличие двух областей: так, частицы области I совершают инфинитное движение, тогда как движение частиц в области II ограничено. Эти две области разделяются предельной замкнутой кривой, сепаратрисой, т.е. фазовой траекторией с таким значением $\lambda_{кр}$, которое, очевидно, соответствует расположению минимума в верхней полуплоскости

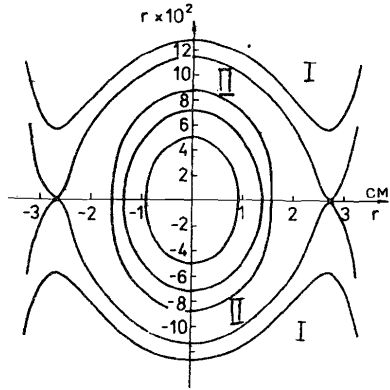


Рис. 2

$$z_{\text{э}}^2 = \frac{R_T^2 + R_m^2 - \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} (1 - \beta^2)}{2} - \sqrt{\left[\frac{R_T^2 + R_m^2 - \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} (1 - \beta^2)}{2} \right]^2 - R_T^2 R_m^2 + \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} (R_m^2 - \beta^2 R_T^2)} \quad (8)$$

и значение $\lambda_{\text{кр}}$, отвечающее сепаратрисе,

$$\lambda^2 = \omega_0^2 z_{\text{э}}^2 + \omega_1^2 \ln(1 - z_{\text{э}}^2/R_T^2) - \omega_1^2 \beta_2^2 \ln(1 - z_{\text{э}}^2/R_m^2). \quad (9)$$

Таким образом, влияние индуцированных зарядов и токов приводит не только к сдвигу частоты когерентных колебаний [3,4], но и к наличию конечной области устойчивости.

Следовательно, пучок, совершающий когерентные колебания, может быть проведён лишь в том случае, если объём, занимаемый его фазовой траекторией, лежит внутри сепаратрисы, которая и определяет пропускную способность канала транспортировки.

Определим теперь, как меняются размеры сепаратрисы при изменении энергии. Для этого рассмотрим зависимость $z_{\text{э}}^2(\gamma)$ (8). Слагаемое перед радикалом с увеличением γ стремится к постоянной величине:

$$(R_T^2 + R_m^2)/2,$$

а значение

$$R_T^2 R_m^2 - \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} (R_m^2 - \beta_2^2 R_T^2) = R_T^2 R_m^2 - \frac{\lambda \gamma}{H^2 \beta_2} (R_m^2 - \beta_2^2 R_T^2)$$

и максимума в нижней на оси z . Значения $z_{\text{э}}$, соответствующие экстремумам (7), определяются из условия

$$\frac{dz'}{dz} = 0,$$

откуда

$$z_{\text{э}0} = 0,$$

где

$$\Lambda = \frac{8I}{6c}, \quad (10)$$

монотонно убывает. Следовательно, при некотором критическом значении энергии $z_{\text{э}}^2$ обращается в нуль, т.е. сепаратриса вырождается в точку. При $\gamma \gg \gamma_{\text{кр}}$ всякое отклонение пучка от оси ведёт к его высаживанию на стенки.

Действительно, предположим, что пучок совершает когерентные колебания с малой амплитудой, тогда интеграл движения (7) можно линеаризовать и представить в виде

$$z'^2 + (\omega_0^2 - \omega_1^2/R_T^2 + \omega_1^2 \beta_2^2/R_m^2) z^2 = \lambda^2. \quad (11)$$

Если предположить, что увеличение энергии происходит достаточно медленно, то для частиц пучка должен сохраняться нормализованный фазовый объём. Преобразуем (11):

$$\frac{z'^2}{\lambda^2} + \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2/R_T^2 + \omega_1^2 \beta_2^2/R_m^2}{\lambda^2} z^2 = 1. \quad (11a)$$

Это уравнение эллипса с полуосями:

$$R_{\text{э}}' = \lambda \quad \text{и} \quad R_{\text{э}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega_1^2/R_T^2 + \omega_1^2 \beta_2^2/R_m^2}}. \quad (12)$$

В процессе ускорения сохраняется величина $\frac{1}{\pi} \beta_2 \gamma \mathcal{E}$, где \mathcal{E} - площадь фазового эллипса, т.е.

$$\frac{\beta_2 \gamma \lambda^2}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega_1^2/R_T^2 + \omega_1^2 \beta_2^2/R_m^2}} = I n \nu. \quad (13)$$

Тогда, считая $\beta_2^2 = (\gamma^2 - 1)/\gamma^2$, согласно (13) в процессе ускорения оси эллипса будут изменяться как

$$R_{\text{э}}' = \sqrt{\frac{I n \nu \sqrt{H^2 - \frac{\lambda \gamma^2}{R_T^2 (\gamma^2 - 1)} + \frac{\lambda}{R_m^2} \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma^2 - 1}}, \quad (14)$$

$$R_{\text{э}} = \sqrt{\frac{In\sigma}{\sqrt{H^2 - \frac{\Lambda \gamma^2}{R_T^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}} + \frac{\Lambda}{R_m^2} \sqrt{\gamma^2 - 1}}}} \quad (15)$$

Формулы (14) и (15) показывают, что при ускорении пучка в канале с неизменным по длине магнитным полем происходит нарастание амплитуды колебаний при одновременном уменьшении Z' . Для того чтобы амплитуда колебаний не возрастала, магнитное поле с ростом γ должно удовлетворять условию

$$H^2 - \frac{\Lambda \gamma^2}{R_T^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}} + \frac{\Lambda}{R_m^2} \sqrt{\gamma^2 - 1} = \text{const}$$

или

$$H^2(\gamma) = C_1 + \frac{\Lambda \gamma^2}{R_T^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}} - \frac{\Lambda}{R_m^2} \sqrt{\gamma^2 - 1}, \quad (16)$$

где C_1 — постоянная, определяемая из условий инжекции.

Численный расчет уравнения (6) показал, что если даже начальные данные обеспечивали нахождение изображающей точки внутри сепаратрисы, то в процессе ускорения в канале с постоянным магнитным полем пучок выходил из зоны устойчивых колебаний, т.к. размеры сепаратрисы уменьшаются быстрее с ростом энергии, чем фазовый объем, описываемый изображающей точкой. В соответствии с (14) и (15) наблюдалось сужение

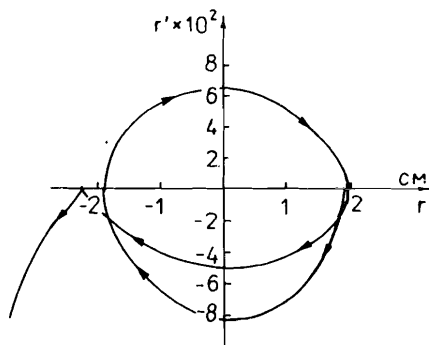


Рис. 3

фазового эллипса по оси ординат при одновременном увеличении по оси абсцисс. Результаты расчета движения изображающей точки в фазовой плоскости в ускоряющем электрическом поле 1,76 кВ/см при напряженности магнитного поля 300 Э и токе пучка 250 А представлены на рис. 3.

Необходимо отметить, что зависимость $H^2(\gamma)$, определяемая (16), получена в предположении нерелятивистского поперечного движения и $Z/R_T \ll 1$. Если эти усло-

вия не выполняются, то зависимость $H(\gamma)$, при которой амплитуда когерентных колебаний не нарастает, может быть найдена численно из

условия

$$\frac{\gamma}{\pi} \oint \beta_2 Z' dz = In\sigma, \quad (17)$$

где интеграл берется вдоль фазовой траектории, определяемой выражением (7а).

Рассмотрим случай, когда заряды и токи наводятся на одной поверхности, т.е. $R_T = R_m$. В этом случае интеграл движения будет

$$Z'^2 + \omega_0^2 Z^2 + \omega_1^2 (1 - \beta_2^2) \ln(1 - Z^2/R_T^2) = \lambda^2. \quad (18)$$

Данное выражение имеет экстремумы при $Z = 0$ и $Z = Z_{\text{э}}$, где

$$Z_{\text{э}}^2 = R_T^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{R_T^2 \omega_0^2 \gamma^2}\right).$$

и значение $\lambda_{\text{кр}}$ для сепаратрисы

$$\lambda_{\text{кр}}^2 = \omega_0^2 R_T^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{R_T^2 \omega_0^2 \gamma^2}\right) + \frac{\omega_1^2}{\gamma^2} \ln \frac{\omega_1^2}{R_T^2 \omega_0^2 \gamma^2}. \quad (19)$$

С ростом энергии $\lambda_{\text{кр}}^2$ стремится к величине

$$\lambda_{\text{кр} \infty}^2 = \omega_0^2 R_T^2,$$

а значение $Z_{\text{э} \infty}^2 = R_T^2$, т.е. размеры сепаратрисы увеличиваются, стремясь к предельной величине

$$Z'^2 + \omega_0^2 Z^2 = \omega_0^2 R_T^2.$$

Используя теорему о сохранении фазового объема, получим, что полуоси фазового эллипса $Z^2/R_{\text{э}}^2 + Z'^2/R_{\text{э}}'^2 = 1$, характеризующего движение изображающей точки, меняются с ростом γ как

$$R_{\text{э}}' = \sqrt{\frac{In\sigma - \sqrt{1 - \frac{\Lambda}{R^2 H^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}}}}{\gamma^2 - 1}},$$

$$R_{\text{э}} = \sqrt{\frac{In\sigma}{H \sqrt{1 - \frac{\Lambda}{R^2 H^2 \sqrt{\gamma^2 - 1}}}}},$$

т.е. происходит довольно быстрое уменьшение размеров фазового объема по оси ординат (Z') при медленном уменьшении амплитуды колебаний до

предельной величины

$$R_{z\infty} = \sqrt{\frac{In\sigma}{H}}$$

Таким образом, для того чтобы амплитуда когерентных колебаний пучка в канале с непрерывным продольным магнитным полем была ненарастающей, необходимо либо

1) увеличивать напряженность фокусирующего магнитного поля с ростом γ (16), либо

2) использовать секционированные трубки с диафрагмами, в которых заряды и токи наводятся на одних и тех же проводящих поверхностях.

Однако введение такой периодической структуры, как показано в^{5/}, может привести к возбуждению медленных электромагнитных волн и, как следствие, к развитию неустойчивости, поэтому компромиссным вариантом является секция ЛЛУ, где ускоряющее напряжение приложено к одному ускоряющему зазору^{5,6/}.

Литература

1. Woods C.H. The Image Instability in High Current Linear Accelerators. - Rev.Sci.Ins., 1970, vol 41, No 7, p.959.
2. Laslett L.J. et al. Transverse resistive instabilities of intense coasting beams in particle accelerators. - Rev.Sci.Instr., 1965, vol 36, p.435.
3. Laslett L.J. Frequency shift a high current particle beam in circular accelerators. - Proc.of the 1963 Summer Study on Storage Rings, Accelerators and Experimentation at Super-High Energies. BNL-1634, p.325.
4. Плотников В.К. Препринт ИТЭФ, 86-63, Москва, 1986.
5. Алексахин Ю.Н., Перельштейн Э.А. ОИЯИ, Р9-82-640, Дубна, 1982.
6. Briggs R.J. et al. IEEE Trans.Nucl.Sci., 1981, NS-28, No 3, pt. 2, p.3360.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 марта 1987 года.

Саввин В.А.

Р9-87-148

Влияние наведенных полей на устойчивость когерентных колебаний электронного пучка в ЛЛУ

Рассмотрено влияние индуцированных электрических и магнитных полей на поперечное движение пучка, совершающего когерентные колебания в канале с продольным магнитным полем. Показано, что наличие проводящих поверхностей, окружающих пучок, приводит не только к сдвигу частоты когерентных колебаний, но и к существованию конечной области устойчивости. Показано также, что область устойчивых поперечных колебаний уменьшается, стремясь к точке с ростом энергии, если индуцирование зарядов и токов происходит на поверхностях разных радиусов. Найдена зависимость напряженности магнитного поля от энергии, при которой не происходит раскачки малых колебаний в процессе ускорения. Показано, что если поля индуцируются на одной поверхности, то область устойчивости увеличивается, а амплитуда малых колебаний уменьшается, стремясь в пределе к постоянной величине.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Savvin V.A.

Р9-87-148

Influence of the Induced Fields upon the Stability of the Electron Beam Coherent Oscillations in LIA Accelerator

Influence of the induced electric and magnetic fields upon the lateral motion of the beam undergoing the coherent oscillations in a channel with longitudinal magnetic field is considered. It is shown that the presence of conducting surfaces surrounding the beam causes not only the coherent oscillation frequency shift but also the existence of a finite stability region. It is also shown that the bound lateral oscillation region decreases, going to a point, with the energy increases, if the induction of charges and currents takes place at surfaces of different radii. The magnetic field strength energy dependence is found with which small oscillations do not grow in the acceleration process. It is shown that if the fields are induced on the same surface, then the stability region if the fields are induced on the same surface, then the stability region increases and the small oscillation amplitude decreases going in the limit to a constant value.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987