



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P9-85-946

**В.К.Гришин\*, К.А.Решетникова**

**О НИЗКОЧАСТОТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
БУНЕМАНОВСКОГО ТИПА  
В ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СТРУКТУРЕ**

Направлено в журнал "Краткие сообщения ЖТФ"

---

\* Московский государственный университет  
им. М.В.Ломоносова

**1985**

Среди различных схем коллективного ускорения ионов немалое внимание в последнее время уделяется бунемановской неустойчивости, имеющей довольно большой инкремент и сравнительно небольшие фазовые скорости [1-4]. Эта неустойчивость характеризуется высоким пороговым током пучка, а в некоторых структурах и наличием критических волновых чисел. Так, в гладком цилиндрическом волноводе, полностью заполненном электронным пучком с коэффициентом компенсации заряда  $f$ , когда поперечное движение частиц заморожено продольным магнитным полем, пороговое значение тока определяется из соотношения [5]:

$$\omega_{ec}^2 = \left( \frac{\kappa_{\perp}^2}{\kappa_{L0}^2} + 1 \right) \frac{\kappa_{\parallel}^2 V^2 \gamma^3}{(1 + \delta_i)^3}, \quad (1)$$

где  $\kappa_{\perp} = \frac{M_s}{a}$ ,  $\kappa_{L0} = \sqrt{\kappa_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \approx \kappa_{\parallel}$  - при больших замедлениях,  $M_s$  - корни функции Бесселя  $J_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $a$  - радиус волновода и пучка,  $\omega_{ec} = \frac{4\pi e^2 n}{m_e}$ ,  $n$ ,  $v$ ,  $\gamma$  - плотность, скорость и релятивистский фактор пучка,  $\delta_i = \delta \left( \frac{m_e c}{m_i} \right)^{1/3}$ .

Неустойчивость возникает при  $\omega_{ec}^2 > \omega_{kc}^2$  и волновых числах  $\kappa_{\parallel} < \kappa_c$ , где  $\kappa_c$  - некоторое критическое значение. Величина порогового тока бунемановской неустойчивости весьма значительна, особенно при  $\gamma \gg 1$ . В то же время для целей ускорения ионов желательны релятивистские электронные пучки, т.к. только при заметном релятивизме обеспечивается достаточный темп ускорения и отсутствует захват электронов полем волны. Поэтому идея работы [3] о снижении фазовой скорости за счет уменьшения степени компенсации заряда пучка становится трудно реализуемой для релятивистского пучка, поскольку величина порогового тока бунемановской неустойчивости превышает предельный вакуумный ток.

Рассмотрим возможность возникновения бунемановской неустойчивости в замедляющей структуре, где значение  $\kappa_{\perp}$  может существенно отличаться от гладкого волновода, в частности зависеть от частоты.

Предполагая, что в области пучка продольная компонента напряженности поля  $E_z \sim I_0(\kappa_{\parallel} r)$ , порог и инкремент неустойчивости при вышеуказанных предположениях оценим из

$$D = 1 - \frac{\omega_{ec}^2}{\gamma^3(\omega - \kappa_{\parallel} v)^2} - \frac{\omega_{ec}^2}{\omega^2} - \frac{\kappa_{\perp}^2}{\kappa_{L0}^2}, \quad (2)$$

где  $\kappa_{\perp}$  определяется с учетом граничных условий из уравнения

$$\frac{\kappa_{\perp}}{\kappa_{L0}} \frac{I_1(\kappa_{\perp} a)}{I_0(\kappa_{\perp} a)} = F(\omega, \kappa_{\parallel}). \quad (3)$$

Здесь  $F(\omega, \kappa_{\parallel})$  характеризует связь  $\omega$  и  $\kappa_{\parallel}$  для конкретной структуры.

Рассматриваем (2) и (3) как уравнения относительно  $\omega$  при

данном  $\kappa_{11}$ . С учетом дисперсионного соотношения для "холодной" системы  $\frac{I_1(\kappa_{10}a)}{I_0(\kappa_{10}a)} = F(\omega_0, \kappa_{11})$  получим из (2) и (3) при  $\kappa_{11}a \ll 1$ :

$$1 - \frac{\omega_c^2}{\gamma^3(\omega - \kappa_{11}v)^2} - \frac{\omega_i^2}{\omega^2} - \frac{F(\omega, \kappa_{11})}{F(\omega_0, \kappa_{11})} = 0. \quad (4)$$

Из (4) следует, что при некоторых условиях бунемановская неустойчивость теряет пороговый характер, например, когда  $F(\omega, \kappa_{11}) > F(\omega_0, \kappa_{11})$ .

В качестве конкретной структуры, обеспечивающей большое замедление ( $\frac{1}{\beta_{gr}} = 30$ ), рассмотрим спиральный волновод, между спиралью и кожухом которого имеется слой магнитодиэлектрика с  $\epsilon, \mu > 1$  (типа системы, используемой в [6]).

В этом случае:

$$F(\omega, \kappa_{11}) = \frac{c^2}{a^2} \frac{tg^2 \psi}{\omega^2} \left[ x^2 \frac{I_0(x)}{I_1(x)} - \frac{x \cdot z_1 \cdot G_0}{\mu \cdot G_1} \right] + \frac{\epsilon \cdot x}{z_1} \cdot \frac{P_1}{P_0}, \quad (5)$$

где  $x = \kappa_{11}a$ ,  $z_1 = xa$ ,  $z_2 = x\ell$ ,  $x^2 = \epsilon \mu \frac{\omega^2}{c^2} - \kappa_{11}^2$ ,  
 $G_0 = N_1(z_2)J_1(z_1) - J_1(z_2)N_0(z_1)$ ;  $G_1 = N_1(z_2)J_1(z_1) - J_1(z_2)N_1(z_1)$ ;  
 $P_0 = N_0(z_2)J_0(z_1) - J_0(z_2)N_0(z_1)$ ;  $P_1 = N_0(z_2)J_0(z_1) - J_0(z_2)N_1(z_1)$ ;

$a$  - радиус спирали,  $\ell$  - радиус кожуха,  $tg \psi$  - тангенс угла намотки спирали,  $c$  - скорость света.

При  $x \ll 1$ ,  $z_1 \gg 1$ , в области значений, где  $x/\ell = a = \frac{J_1}{2} \cdot (2n+1) - xh$ ,  $n$  - целое число, из (5) найдём

$$\frac{F(\omega, \kappa_{11})}{F(\omega_0, \kappa_{11})} = \frac{\Omega^2}{\omega^2} \xi_1 + \xi_2, \quad (6)$$

где  $\Omega^2 = \frac{c^2}{a^2}$ ,  $\xi_1 = 4tg^2 \psi \left(1 - \frac{x^2}{2\mu} \cdot \frac{h}{a}\right)$ ,  $\xi_2 = 2\epsilon \frac{h}{a} (1 + tg^2 \psi)$ .

Подставляя (6) в (4), получим

$$1 - \frac{\omega_c^2}{\gamma^3(\omega - \kappa_{11}v)^2} - \frac{(\omega_i^2 + \omega_s^2)}{\omega^2} - \xi_2 = 0, \quad (7)$$

где  $\omega_s^2 = \Omega^2 \cdot \xi_1$ .

Как следует из (7), величина тока, при котором инкремент максимален, равна

$$J = \frac{J_A}{4} \cdot \beta^3 \gamma^3 (\kappa_{11}a)^2 (1 - \xi_1), \quad (8)$$

где  $J_A = \frac{m_0 c^2}{e} = 17 \text{ кА}$ .

Величина  $J$  может быть существенно меньше предельного вакуумного тока, если  $\xi_2 = 1$ . Это достигается при вполне реальных значениях параметров. Максимальный инкремент при этом равен

$$\Gamma = J_m \omega = \frac{\sqrt{3}}{2} (\kappa_{11}v \cdot \delta), \text{ а фазовая скорость } - \beta_{gr} = \frac{Re \omega}{\kappa_{11}c} = \frac{\beta \cdot \delta}{2},$$

$\beta = \frac{v}{c}$ ,  $\delta = \left(\frac{\omega_i^2 + \omega_s^2}{2\omega^2}\right)^{1/2} \gamma$ . При  $\xi_1 > 0$  инкремент и фазовая скорость здесь несколько больше, чем для чисто бунемановской неустойчивости ( $\omega_s = 0$ ).

Отметим, что в структурах, обеспечивающих большое замедление: спиральные системы, магнитодиэлектрические каналы в некоторой области параметров, резонаторы с трубками дрейфа и т.д., для которых справедливо представление (6), возможно возникновение низкочастотной неустойчивости ( $\omega \ll \kappa_{11}v$ ) и при отсутствии ионов (см. уравнение (7)). При этом наименьшее значение тока пучка получается для структуры, где  $\xi_2 > 0$ . Для систем, где  $\xi_2 < 0$  (например, обычный спиральный волновод ( $\epsilon = \mu = 1$ )) в этой области волновых чисел необходимы компенсированные электронные пучки.

Для решения уравнений (2), (3), (5) при  $x \approx 1$ ,  $z_1 \approx 1$  использовалась известная "теорема умножения" для бесселевых функций [7]. Численные расчеты на ЭВМ СДГ-6400 показали, что из-за взаимодействия пучка со структурой появляются волны с весьма малой фазовой скоростью и большим инкрементом независимо от наличия ионов. Так, для  $J = 1 \text{ кА}$ ,  $\gamma = 4$ ,  $\beta_{gr} \approx 10^{-3}$  -  $\Gamma \approx 10^8 \text{ с}^{-1}$ .

Таким образом, на аномальном эффекте Дошлера ( $\beta \gg \beta_{gr}$ ) в замедляющей структуре возможно возникновение низкочастотной ( $\omega \ll \kappa_{11}v$ ) неустойчивости релятивистского электронного пучка, теряющей при определенных условиях пороговый характер, в то же время сохраняющей значительными инкремент и замедление, что представляет интерес для ускорения ионов.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность за обсуждения и замечания А.А. Коломенскому, Э.А. Перельштейну и Д.И. Алексахину.

#### Л и т е р а т у р а

1. Арцимович П.А., Сагдеев Р.З. Физика плазмы для физиков. М., Атомиздат, 1979, 77 с.
2. Ecker В., Putman S. Power Balance and Collective Ion Acceleration in Intense Electron Beam in Neutral Gas.
3. Виноградов С.В., Никулин М.Г., Розанов Н.Е. О захвате и ускорении ионов при бунемановской неустойчивости некомпенсированного электронного пучка.  
- Письма в ЖТФ, 1984, т.10, №3, с.168-172.
4. Владыко В.Б., Рудяк Д.В., Рухлин В.Г. Двумерная динамика непотенциальной бунемановской неустойчивости.  
- ЖТФ, 1985, т.55, №9, с.1863-1865.
5. Незлин М.В. Динамика пучков в плазме. - М., Энергоиздат, 1982, 263с.

6. Савенко А.А., Сажин В.Д. Спиральная замедляющая структура для возбуждения медленных циклотронных волн. - В сб.: Коллективные методы ускорения и пучково-плазменные взаимодействия. ИАН СССР, М., 1982, с.56-58.
7. Рыжик И.М., Градштейн И.Р. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.-Л.: ГИТТЛ, 1951, 463 с.

Рукопись поступила в издательский отдел  
26 декабря 1985 года.

Гришин В.К., Решетникова К.А.

P9-85-946

О низкочастотной неустойчивости бунемановского типа в замедляющей структуре

Исследована возможность уменьшения порогового тока бунемановской неустойчивости для релятивистского электронного пучка в замедляющей структуре. На основе решения дисперсионного уравнения с учетом граничных условий в системе типа спирального волновода с магнетодиэлектриком аналитически и численно показано, что из-за взаимодействия пучка со структурой здесь возможно возникновение низкочастотной неустойчивости бунемановского типа независимо от наличия ионов. При определенных условиях неустойчивость может терять пороговый характер, в то же время волна имеет малую фазовую скорость и довольно большой инкремент.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Grishin V.K., Reshetnikova K.A.  
On Low-Frequency Instability of Buneman Type  
in Slowing-Down Structure

P9-85-946

A possibility of decreasing the threshold current of Buneman instability for relativistic electron beam in slowing-down structure is investigated. On the basis of solving the dispersion equation taking into account the boundary conditions in a system of spiral waveguide with magneto dielectric it is shown analytically and numerically that due to the beam interaction with structure a low-frequency instability of Buneman type may appear independently on the ion presence. Under certain conditions the instability could lose its threshold character, the wave having a small phase velocity and a rather big increment.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985