

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



СЗУ5А  
Ш-339

31/III 75  
P9 - 8477

А.Б.Швачка, Э.И.Уразаков

1224/2-75

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН  
НА КОЛЬЦЕВОМ СГУСТКЕ ЧАСТИЦ.

II. Решение системы уравнений для амплитуд

**1975**

P9 - 8477

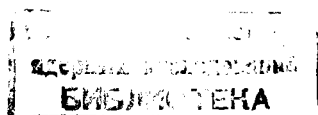
А.Б.Швачка,\* Э.И.Уразаков \*

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН  
НА КОЛЬЦЕВОМ СГУСТКЕ ЧАСТИЦ.

II.Решение системы уравнений для амплитуд

---

\* НИИЯФ МГУ.



## 1. Введение

Радикационное ускорение сгустков заряженных частиц или плазмы до релятивистских скоростей, основанное на когерентном принципе ускорения частиц, предложенном В.И.Векслером /1/, может осуществляться, например, с помощью СВЧ-полей волноводных волн /2/. При этом необходимо знание взаимодействия высокочастотных полей с ускоряемыми сгустками, т.е. сил, действующих на сгусток в поле волны, энергии, излучаемой и приобретаемой в процессе движения, условий устойчивости сгустка во внешнем поле.

Теоретическое обоснование и расчет таких ускорительных устройств может быть проведен с помощью теории СВЧ-волн /3,4,5,6/. Обычно предлагается описывать поля волноводов в терминах полей цилиндрических волн двух типов - электрического и магнитного.

Расчет рассеяния электромагнитных волн на сгустках плазмы особенно прост в приближении дипольного рассеяния плоской волны на малых объектах. Такие расчеты проведены рядом авторов /7,8,9,10,16/. В этих работах (за исключением /7/) ускоряющие сгусток силы найдены в дипольном приближении рассеяния плоской электромагнитной волны на однородной плазме. Таким образом, полное решение задачи о взаимодействии электромагнитных волн с ограниченными образованиями заряженных частиц пока не найдено.

Настоящее сообщение посвящено некоторым вопросам взаимодействия волноводных волн с ограниченными изотропными (по  $\varphi$  и  $z$ ) сгустками.

В I-ой части работы /II/ проведены расчеты коэффициентов рассеяния электромагнитных волн на кольцевом сгустке частиц и дан

анализ этих величин в зависимости от физических параметров волны и сгустка.

Ниже описана процедура численного интегрирования системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд, выписаны выражения для коэффициентов системы и дан анализ предварительных результатов численных исследований.

## 2. Постановка задачи и метод ее решения

Электромагнитное поле круглого волновода, представленное в виде TE- или TM-волн, набежит из вакуума на кольцевой сгусток зарядов с заданными характеристиками  $\sigma$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$  (проводимость, диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно). Сгусток имеет конечные размеры по  $r$  и  $z$  и расположен симметрично относительно оси волновода (ось  $z$  совпадает с осью волновода). Требуется найти распределение поля в волноводе при наличии в нем азимутально - симметричного сгустка зарядов.

В работе [12] показано, что задача о рассеянии электромагнитных волн на сгустке в цилиндрическом волноводе сводится к системе линейных дифференциальных уравнений для амплитуд полей волн. Система уравнений для амплитуд волн, рассеиваемых на сгустке, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} f_j &= -\frac{1}{2w_j} \left[ \sum_{n=1}^j (A_{jn}^{33} f_n - A_{jn}^{33} \frac{d}{dz} f_n) + i \sum_{n=1}^j (A_{jn}^{3m} g_n - A_{jn}^{3m} \frac{d}{dz} g_n) \right], \\ \frac{d}{dz} g_j &= -\frac{1}{2w_j} \left[ \sum_{n=1}^j (A_{jn}^{m3} g_n - A_{jn}^{m3} \frac{d}{dz} g_n) - i \sum_{n=1}^j (A_{jn}^{m3} f_n - A_{jn}^{m3} \frac{d}{dz} f_n) \right]. \end{aligned} \quad (I)$$

В общем случае эти уравнения нельзя проинтегрировать ( $j \rightarrow \infty$ ). При заданной частоте падающей волны эта система редуцируется к системе с конечным числом уравнений, которую можно численно интегрировать. Степень точности решения задачи определяется волновым затуханием полей волн.

Поэтому число уравнений системы (I) определяется количеством волн электрического ( $f_j$ ) и магнитного ( $g_j$ ) типов, распространяющихся в волноводе (выражения для коэффициентов системы (I) в общем случае приведены в [12]). Коэффициенты системы линейных дифференциальных уравнений (л.д.у) (I) для амплитуд полей являются функциями электромагнитных свойств сгустка, его симметрии, а также волновых векторов падающего и рассеянного полей.

Амплитуды полей и коэффициенты системы (I) являются комплексными величинами, поэтому (I) сводится к системе  $4j$  уравнений для амплитуд электрического и магнитного типов, где  $j$  - число распространяющихся волн. Перейдем в (I) к безразмерным величинам  $z' = \frac{z}{\ell}$ ,  $w_j' = w_j \cdot a$ , где  $\ell$  - длина сгустка по  $z$ ,  $a$  - радиус волновода. Кроме того, запишем комплексные величины, входящие в (I), в виде

$$(f, g)_j = (P, R)_j + i(Q, S)_j, \quad (2)$$

$$A_{jn} = B_{jn} + iC_{jn}. \quad (3)$$

Система (I) в безразмерных переменных приводится к виду

$$\begin{aligned} (B_{jj}^{33} - \frac{2w_j}{a}) \frac{d}{dz'} P_j + \sum_{n \neq j} B_{jn}^{33} \frac{d}{dz'} P_n + \sum_n (-C_{jn}^{33} \frac{d}{dz'} Q_n - C_{jn}^{3m} \frac{d}{dz'} R_n - B_{jn}^{3m} \frac{d}{dz'} S_n) = \\ = \ell \sum_n (B_{jn}^{33} P_n - C_{jn}^{33} Q_n - C_{jn}^{3m} R_n - B_{jn}^{3m} S_n), \end{aligned}$$

$$\left( B_{jj}^{\varepsilon\varepsilon} - \frac{2w_j}{a} \right) \frac{d}{dz} Q_j + \sum_{n \neq j} B_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} \frac{d}{dz} Q_n + \sum_n \left( C_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} \frac{d}{dz} R_n + B_{jn}^{\varepsilon m} \frac{d}{dz} R_n - C_{jn}^{\varepsilon m} \frac{d}{dz} S_n \right) = \\ = \ell \sum_n (B_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} Q_n + C_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} R_n - C_{jn}^{\varepsilon m} S_n + B_{jn}^{\varepsilon m} R_n), \quad (4)$$

$$\left( B_{jj}^{mm} - \frac{2w_j}{a} \right) \frac{d}{dz} R_j + \sum_{n \neq j} B_{jn}^{mm} \frac{d}{dz} R_n + \sum_n \left( C_{jn}^{mm} \frac{d}{dz} S_n + B_{jn}^{m\varepsilon} \frac{d}{dz} Q_n + C_{jn}^{m\varepsilon} \frac{d}{dz} P_n \right) = \\ = \ell \sum_n (-C_{jn}^{mm} S_n + B_{jn}^{mm} R_n + B_{jn}^{m\varepsilon} Q_n + C_{jn}^{m\varepsilon} P_n),$$

$$\left( B_{jj}^{mm} - \frac{2w_j}{a} \right) \frac{d}{dz} S_j + \sum_{n \neq j} B_{jn}^{mm} \frac{d}{dz} S_n + \sum_n \left( C_{jn}^{mm} \frac{d}{dz} R_n - B_{jn}^{m\varepsilon} \frac{d}{dz} R_n + C_{jn}^{m\varepsilon} \frac{d}{dz} Q_n \right) = \\ = \ell \sum_n (B_{jn}^{mm} R_n + C_{jn}^{mm} R_n + C_{jn}^{m\varepsilon} Q_n - B_{jn}^{m\varepsilon} P_n).$$

(Индекс  $j$  пробегает значения от 1 до  $\nu$ , где  $\nu$  - число волн, распространяющихся в волноводе).

В силу азимутальной симметрии сгустка в общих выражениях для коэффициентов системы (1) необходимо опустить третье слагаемое /I2/.

Обозначим устойчивые комбинации, входящие в коэффициенты системы (4), следующим образом:

$$\bar{A}_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} = (v_j^{\varepsilon 2} + w_j^{\varepsilon} w_n^{\varepsilon}) J_{\varepsilon 1jn}^{\varepsilon\varepsilon} + w_j^{\varepsilon} w_n^{\varepsilon} J_{\varepsilon 2jn}^{\varepsilon\varepsilon}, \\ \bar{B}_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} = (v_j^{\varepsilon 2} + w_j^{\varepsilon} w_n^{\varepsilon}) (J_{\varepsilon 1jn}^{\varepsilon\varepsilon} - J_{\mu 1jn}^{\varepsilon\varepsilon} - J_{\mu 2jn}^{\varepsilon\varepsilon}) + (v_n^{\varepsilon 2} + w_n^{\varepsilon} w_j^{\varepsilon}) J_{\varepsilon 2jn}^{\varepsilon\varepsilon}, \\ \bar{A}_{jn}^{\varepsilon m} = w_n^{\varepsilon} J_{\varepsilon 1jn}^{\varepsilon m} + w_j^{\varepsilon} (J_{\mu 1jn}^{\varepsilon m} + J_{\mu 2jn}^{\varepsilon m}), \\ \bar{A}_{jn}^{mm} = w_n^m (J_{\mu 1jn}^{mm} + J_{\mu 2jn}^{mm}), \quad \bar{A}_{jn}^{\varepsilon m} = p \cdot \kappa \cdot w_j^{\varepsilon} \cdot J_{\varepsilon 2jn}^{\varepsilon m}, \quad (5)$$

$$\bar{B}_{jn}^{\varepsilon m} = p \cdot \kappa (w_j^{\varepsilon} + w_n^m) J_{\varepsilon 2jn}^{\varepsilon m} - p \frac{w_n^m}{\kappa} (v_j^{\varepsilon 2} + w_j^{\varepsilon} w_n^m) J_{\mu 2jn}^{\varepsilon m},$$

$$\bar{A}_{jn}^{\varepsilon m} = \frac{p w_j^{\varepsilon} w_n^m}{\kappa} J_{\mu 2jn}^{\varepsilon m}, \quad \bar{A}_{jn}^{m\varepsilon} = p \cdot \kappa \cdot w_n^{\varepsilon} J_{\varepsilon 2jn}^{m\varepsilon},$$

$$\bar{B}_{jn}^{m\varepsilon} = p \cdot \kappa \cdot w_n^{\varepsilon} (J_{\varepsilon 2jn}^{m\varepsilon} - J_{\mu 2jn}^{m\varepsilon}),$$

$$\bar{A}_{jn}^{m\varepsilon} = p \cdot \kappa \cdot J_{\mu 2jn}^{m\varepsilon}.$$

Кроме того, обозначим /I5/

$$W_{nj}^{\varepsilon\varepsilon} = W_n^{\varepsilon} - W_j^{\varepsilon}, \quad W_{nj}^{mm} = W_n^m - W_j^m, \\ W_{nj}^{\varepsilon m} = W_n^{\varepsilon} - W_j^{\varepsilon}, \quad W_{nj}^{m\varepsilon} = W_n^{\varepsilon} - W_j^m. \quad (6)$$

Тогда для коэффициентов системы (4) с учетом введенных обозначений

(5), (6) и (2) получим:

$$B_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} = \bar{A}_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} \cos(W_{nj}^{\varepsilon\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}) - \bar{B}_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} \sin(W_{nj}^{\varepsilon\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}), \\ C_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} = \bar{B}_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} \cos(W_{nj}^{\varepsilon\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}) + \bar{A}_{jn}^{\varepsilon\varepsilon} \sin(W_{nj}^{\varepsilon\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}), \\ B_{jn}^{\varepsilon m} = \bar{A}_{jn}^{\varepsilon m} \cos(W_{nj}^{\varepsilon m} z' \frac{\ell}{a}), \\ C_{jn}^{\varepsilon m} = \bar{A}_{jn}^{\varepsilon m} \sin(W_{nj}^{\varepsilon m} z' \frac{\ell}{a}), \\ B_{jn}^{mm} = \bar{A}_{jn}^{mm} \cos(W_{nj}^{mm} z' \frac{\ell}{a}) - \bar{B}_{jn}^{mm} \sin(W_{nj}^{mm} z' \frac{\ell}{a}), \\ C_{jn}^{mm} = \bar{A}_{jn}^{mm} \sin(W_{nj}^{mm} z' \frac{\ell}{a}) + \bar{B}_{jn}^{mm} \cos(W_{nj}^{mm} z' \frac{\ell}{a}), \\ B_{jn}^{m\varepsilon} = \bar{A}_{jn}^{m\varepsilon} \cos(W_{nj}^{m\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}), \\ C_{jn}^{m\varepsilon} = \bar{A}_{jn}^{m\varepsilon} \sin(W_{nj}^{m\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}), \\ B_{jn}^{\varepsilon m} = \bar{A}_{jn}^{\varepsilon m} \cos(W_{nj}^{\varepsilon m} z' \frac{\ell}{a}) - \bar{B}_{jn}^{\varepsilon m} \sin(W_{nj}^{\varepsilon m} z' \frac{\ell}{a}), \\ C_{jn}^{\varepsilon m} = \bar{A}_{jn}^{\varepsilon m} \sin(W_{nj}^{\varepsilon m} z' \frac{\ell}{a}) + \bar{B}_{jn}^{\varepsilon m} \cos(W_{nj}^{\varepsilon m} z' \frac{\ell}{a}), \\ B_{jn}^{m\varepsilon} = \bar{A}_{jn}^{m\varepsilon} \cos(W_{nj}^{m\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}), \\ C_{jn}^{m\varepsilon} = \bar{A}_{jn}^{m\varepsilon} \sin(W_{nj}^{m\varepsilon} z' \frac{\ell}{a}). \quad (7)$$

Коэффициенты системы (4) со значком (') имеют размерность  $[L^{-1}]$ , коэффициенты без штриха —  $[L^{-2}]$ . Выражения для интегралов рассеяния, входящих в (5), приведены в /12/. Уравнения (4) с переменными коэффициентами (7) численно интегрируем на ЭВМ методом Рунге-Кутты.

Для интегрирования системы (4) при различных значениях параметров волны и ступка создано программное обеспечение, позволяющее рассчитывать также и взаимодействие электромагнитных волн со ступками частиц с различными изотропными параметрами  $\epsilon, \mu, \sigma$  как функциями координат /13,14/.

Структура системы (4) такова, что матрицу коэффициентов ее разбиваем на 16 блоков. Размерность блока определяется количеством распространяющихся волн электрического (магнитного) типа. Указанная матрица обладает определенной симметрией, поэтому в ней содержится только восемь независимых блоков, которые и нужно вычислять.

Для матрицы  $\hat{A}$  левой части системы (4) имеем

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 'B^{zz} & -'C^{zz} & -'C^{zm} & -B^{zm} \\ 'C^{zz} & 'B^{zz} & 'B^{zm} & -'C^{zm} \\ 'C^{mz} & 'B^{mz} & 'B^{mm} & -'C^{mm} \\ -'B^{mz} & 'C^{mz} & 'C^{mm} & 'B^{mm} \end{pmatrix}$$

Матрица  $\hat{B}$  правой части (4) имеет аналогичный вид.

Обсудим теперь предварительные результаты численного моделирования рассеяния электромагнитных волн на азимутально-симметричных кольцевых ступках.

### 3. Анализ полученных результатов

Произведено численное интегрирование (на ЭВМ СДС-1604А ЛВТА ОИЯИ) системы уравнений (4) по программе PARAMP /14/ при рассеянии ТЕ- и ТМ-волн в круглом волноводе (радиус  $a = 5$  см) на азимутально-симметричных кольцевых ступках зарядов со следующими параметрами:  $n = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ;  $\omega_0^2 = 10^{21} \text{ сек}^{-1}$  (собственная частота ступка),  $\frac{4\pi e^2}{kc} \sigma = 0,4 \div 0,9$ ;  $1-\epsilon = 0,2+0,8i$ ;  $\mu = 0,3 \div 1,1$ ;  $la^{-1} = 10^{-2} \div 10^2$ . Параметры падающих волн:  $p = 0 \div 5$ ;  $i = 3 \div 5$ ;  $\omega = kc = 6,3 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$ ;  $\lambda = 3$  см.

В качестве кольцевого ступка последовательно выбирались кольца с зарядами:

а) тонкое кольцо вблизи оси волновода ( $d = 0,1a$ ;  $\chi_a = 0,15$  /11/);

б) тонкое кольцо вблизи стенок волновода ( $\chi_a = 0,85$ );

в) широкое кольцо ( $d = 0,6a$ ;  $\chi_a = 0,6$ ).

Здесь  $d$  — толщина кольца по радиусу,

$\chi_a$  — средний радиус кольца в единицах  $r/a$ , где

$r$  — текущая радиальная координата ступки\*).

Для решения системы (4) выбраны следующие краевые условия:  $(P,R) = 1$ ,  $(Q,S) = 10^{-2}$  на входе в ступку (при  $z = 0$ ), что соответствует волне с малым затуханием. Волна входит в ступку с заданными параметрами ( $\epsilon, \mu \neq 1$ ;  $\sigma \neq 0$ ), характеризующими потери, и распространяется в нем. Ступка помещен в резонансную систему (волновод).

Полученные данные о характеристиках полей волн, выраженные через амплитуды напряженности и приращения фазы волн, указывают на следующие закономерности:

\* В работе /11/ допущена неточность,  $\chi_a - \frac{d}{2a} \leq r \leq \chi_a + \frac{d}{2a}$ .

а) Резонансные свойства волновода приводят к аккумуляции энергии в.ч. поля, а наличие диссипации в сгустке вызывает увеличение абсолютной величины приращения фазы волны и уменьшение ее амплитуды по длине сгустка (увеличение фазовой скорости и затухание поля вдоль сгустка).

б) Прирост фазы волны при распространении ее в сгустке приводит к резонансному росту амплитуды поля волны в сгустке  $/I7/$  как для электрического, так и для магнитного типов волн. Скачок фазы при переходе в резонансное состояние велик и достигает  $\pi/2$ , что находится в соответствии с теорией.

Минимальными резонансными свойствами обладает сгусток, расположенный у стенок волновода, следующий по устойчивости сгусток - тонкое кольцо в центре волновода. Максимальные резонансные свойства наблюдаются у широкого сгустка. Устойчивость к резонансным явлениям в сгустке определяется величиной  $l \cdot a^{-1}$  - относительной длиной сгустка, на которой происходит резонанс ("резонансная" длина сгустка).

Возникновение резонанса поля волны в сгустке зависит от начальных параметров и типа волны, свойств сгустка, а также определяется поперечными размерами сгустка и волновода.

Так, например, при рассеянии ТЕ-волны с азимутальным числом  $p=1$  на сгустке с  $\chi_u = 0,15$  при  $1-\varepsilon = 0,4$ ;  $1 - \frac{1}{\mu} = 0,09$ ;  $\frac{4\pi}{kc} \sigma = 0,6$  резонансный рост амплитуды наблюдается в сгустках с  $l \cdot a^{-1} \geq 3$ .

При тех же условиях в случае рассеяния на кольцевом сгустке, находящемся у стенок волновода ( $\chi_u = 0,85$ ), резонанс возникает при  $l \cdot a^{-1} \geq 15$ .

в) Как видно из рисунков (см. Приложение I, рис. I-10), во всех случаях рассеяния волн модуль напряженности и фаза поля волны убывают по длине сгустка (за исключением резонансов). В большинстве случаев скорость их убывания для волн электрического типа меньше, чем для волн магнитного типа.

С ростом параметров сгустка  $1-\varepsilon, \mu, \sigma$  поглощение и рассеяние волн в нем растет для нерезонансных областей сгустка. Так, например, величины модулей и фаз рассеянных волн  $E_{12}$  и  $H_{12}$  на сгустке с параметрами  $\chi_u = 0,15$ ;  $l \cdot a^{-1} = 3,0$ ;  $1-\varepsilon = 0,4$ ;  $1 - \frac{1}{\mu} = 0,09$  с ростом величины  $\frac{4\pi}{kc} \sigma$  падают (см. таблицу I, где  $mod$  - значение напряженности,  $\theta$  - фаза в градусах).

Таблица I

$z \cdot e^{-1}$	0,5	0,5	0,5
$\frac{4\pi}{kc} \sigma$	0,4	0,6	0,7
$mod E_{12} (\times 10^{-4})$	9,9	9,87	9,85
$mod H_{12} (\times 10^{-4})$	8,7	8,4	8,3
$\theta E_{12}$	-3,7	-5,5	-6,4
$\theta H_{12}$	-10,1	-12,7	-13,9

Поведение амплитуд и фаз рассеянных волн  $E_{12}$  и  $H_{12}$  на сгустке с параметрами  $\chi_u = 0,85$ ;  $l \cdot a^{-1} = 0,5$ ;  $1-\varepsilon = 0,1$ ;  $1 - \frac{1}{\mu} = 0,09$  с ростом параметра  $\frac{4\pi}{kc} \sigma$  приведено в таблице 2.

Таблица 2

$z \cdot \ell^{-1}$	0,5	0,5	0,5
$\frac{4\pi}{kc} \sigma$	0,1	0,4	0,9
$\text{mod } E_{12}(\times 10^4)$	9,97	9,92	9,85
$\text{mod } H_{12}(\times 10^4)$	9,99	9,96	9,91
$\theta E_{12}(\times 10^{-4})$	4,86	2,63	-0,7
$\theta H_{12}(\times 10^{-4})$	2,28	-10,3	-30,1

Зависимость характеристик рассеянных волн  $E_{13}$  и  $H_{13}$  от диэлектрических свойств ступки видна из таблицы 3. Ступка выбран с параметрами  $\chi_u = 0,85$ ;  $\ell a^{-1} = 15$ ;  $\frac{4\pi}{kc} \sigma = 0,5$ ;  $1 - \frac{1}{\mu} = 0,09$ .

Таблица 3

$z \cdot \ell^{-1}$	0,05	0,05	0,05	0,05
$1 - \varepsilon$	0,4	0,7	0,8	0,9
$\text{mod } E_{13}(\times 10^{-4})$	9,94	9,92	9,91	9,90
$\text{mod } H_{13}(\times 10^{-4})$	9,86	9,80	9,77	9,75
$\theta E_{13}(\times 10^{-4})$	-1,8	-5,7	-7,0	-8,4
$\theta H_{13}(\times 10^{-4})$	-3,4	-7,9	-9,1	-10,6

Зависимость характеристик волн  $E_{13}$  и  $H_{13}$  от магнитной проницаемости ступки приведена в таблице 4. Параметры ступки:  $\chi_u = 0,85$ ;  $\ell a^{-1} = 1$ ;  $\frac{4\pi}{kc} \sigma = 0,4$ ;  $1 - \varepsilon = 0,4$ .

Таблица 4

$z \cdot \ell^{-1}$	0,5	0,5	0,5
$\mu$	0,5	0,9	1,1
$\text{mod } E_{13}(\times 10^4)$	9,98	9,96	9,95
$\text{mod } H_{13}(\times 10^4)$	9,97	9,91	9,90
$\theta E_{13}(\times 10^4)$	3,8	0,7	0,2
$\theta H_{13}(\times 10^4)$	3,7	0,4	-0,8

г) "Резонансная" длина ступки растет с увеличением азимутального волнового индекса (см. таблицы 5-6). В таблице 5 приведены данные для волн  $E_{12}$  и  $E_{52}$ , рассеянных на ступке с параметрами:  $\chi_u = 0,15$ ;  $\ell a^{-1} = 5,0$ ;  $1 - \varepsilon = 0,4$ ;  $1 - \frac{1}{\mu} = 0,09$ ;  $\frac{4\pi}{kc} \sigma = 0,4$ .

Таблица 5

$z \cdot \ell^{-1}$	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
$\text{mod } E_{12}(\times 10^{10})$	1,29	-	-	-	-	-	-
$\text{mod } E_{52}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$\theta E_{12}$	65	-	-	-	-	-	-
$\theta E_{52}(\times 10^{-4})$	5,7	5,6	5,4	5,4	5,3	5,2	5,1

В таблице 6 приведена зависимость модулей и фаз волн  $E_{02}$  и  $E_{12}$  при рассеянии их на ступке с параметрами:  $\chi_u = 0,85$ ;  $1 - \varepsilon = 0,4$ ;  $1 - \frac{1}{\mu} = 0,09$ ;  $\frac{4\pi}{kc} \sigma = 0,4$ , причем волна с  $p = 0$  рассеивается на ступке с  $\ell a^{-1} = 1,0$ ; а волна с  $p = 1$  - на ступке с  $\ell a^{-1} = 15$ .



Таблица 6

$z \cdot \ell^{-1}$	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
$\text{mod } E_{02}(\text{нВ})$	1,45	-	-	-	-	-	-
$\text{mod } E_{12}(\text{нВ})$	9,99	9,98	9,97	9,96	9,96	9,97	9,98
$\theta E_{02}$	-89.	-	-	-	-	-	-
$\theta E_{12}$	0,02	-0,6	-1,2	-2,5	-3,7	-4,9	-5,5

Резонанс возникает в различных точках по длине сгустка при варьировании параметров сгустка и азимутального индекса  $p$ . Так, например, для сгустка с  $X_u = 0,15$ ;  $\ell a^{-1} = 3,0$ ;  $I - \varepsilon = 0,4$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = 0,09$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,8$  и сгустка с теми же параметрами, но с  $\ell a^{-1} = 5,0$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,4$  для волн с  $p = 1$ ,  $i = I \div 3$ , резонанс возникает в начале сгустка.

Резонанс в начале сгустка обнаружен также для сгустка с  $X_u = 0,85$  при  $\ell a^{-1} = 15,0$ ;  $20,0$ ;  $I - \varepsilon = 0,4$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = 0,09$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,4$  для волн с  $p = 1$ ,  $i = I \div 3$ . При рассеянии волн с  $p = 0$ ; 5 и  $\ell a^{-1} = 15,0$  на сгустке с теми же характеристиками также наблюдается резонанс в начале сгустка.

Резонанс в начале сгустка обнаружен при  $p = 1$ ,  $i = I \div 3$  для следующих сгустков: сгустка с  $\ell a^{-1} = 1$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,4$ ;  $1 - \varepsilon = 0,4$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = -0,43$  и сгустка с  $\ell a^{-1} = 15,0$ ;  $I - \varepsilon = 0,6$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = 0,09$ . Для волн магнитного типа резонанс в начале сгустка обнаружен при  $\ell a^{-1} = 5,0$ ;  $p = 0$ ;  $i = I \div 3$ ;  $I - \varepsilon = 0,4$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,4$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = 0,09$ .

Для широкого сгустка ( $X_u = 0,6$ ;  $d = 0,6a$ ) резонанс в начале сгустка существует при  $\ell a^{-1} = 0,5$ ;  $p = 1$ ;  $i = I \div 3$ ;  $I - \varepsilon = 0,4$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,9$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = 0,09$ .

Для многих волн резонанс возникает в точках, лежащих внутри

сгустка. Так, например, для сгустка с параметрами  $X_u = 0,85$ ;  $\ell a^{-1} = 15,0$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,4$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = 0,09$  резонанс для волн с  $p = 1$ ;  $i = I - 3$  возникает при  $z \cdot \ell^{-1} = 0,16$  для  $I - \varepsilon = 0,9$ ; при  $z \cdot \ell^{-1} = 0,1$  для  $I - \varepsilon = 0,8$ ; при  $z \cdot \ell^{-1} = 0,52$  для  $I - \varepsilon = 0,7$  и при  $z \cdot \ell^{-1} = 0,07$  для  $I - \varepsilon = 0,6$ .

Для сгустка с параметрами  $X_u = 0,6$ ;  $d = 0,6a$ ;  $I - \frac{1}{\mu} = 0,09$  при рассеянии волн с  $p = 1$ ,  $i = I \div 3$  резонанс внутри сгустка возникает при  $\ell a^{-1} = 0,5$  для  $I - \varepsilon = 0,1$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,9$ ; а также при  $\ell a^{-1} = 1,0$  для  $I - \varepsilon = 0,4$ ;  $\frac{4\pi}{\kappa c} \sigma = 0,4$ .

#### 4. Заключение

Таким образом, в работе проведено численное исследование с помощью ЭВМ рассеяния волноводных волн на кольцеобразных сгустках зарядов. Полученные результаты указывают на резонансный характер<sup>17/</sup> взаимодействия падающих волн с частицами в сгустке. Проанализировано поведение поля в сгустке по длине сгустка.

Результаты работы позволяют найти оптимальный режим радиационного ускорения кольцевых зарядовых образований.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить В.И.Мороза за поддержку и постоянный интерес к работе и А.Ш. Иркегулова - за помощь в оформлении рукописи.

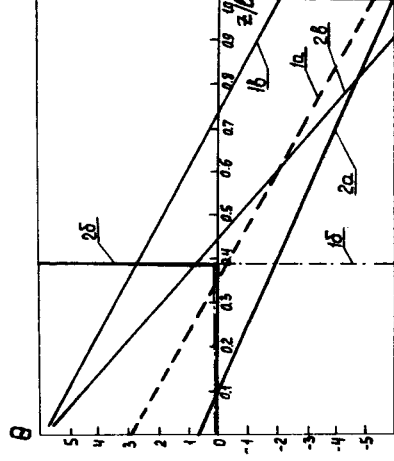


Рис. 2. Зависимость фазы поля волны в сгустке от его продольной координаты при  $1-\varepsilon = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\frac{4\pi\sigma}{kc} = 0,09$ ;  $\frac{4\pi\sigma}{kc} = 0,4$ ;  $\rho a^{-1} = 1$ .

1а - сгусток с  $X_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ ;  
волна  $E_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
2а - волна  $H_{II}(x_1)$ .  
1д - сгусток с  $X_4 = 0,6$ ;  $d = 0,6a$ ;  
волна  $E_{II}(x_2 \cdot 10^1)$ ;  
2д - волна  $H_{II}(x_{10}^1)$ .  
1б - сгусток с  $X_4 = 0,85$ ;  $d = 0,1a$ ;  
волна  $E_{II}(x_{10}^{-1})$ ;  
2б - волна  $H_{II}(x_{10}^{-1})$ .

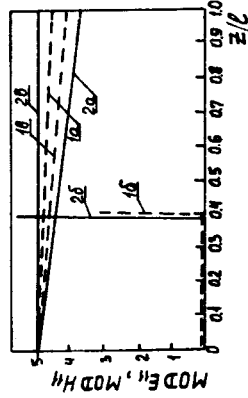


Рис. 1. Зависимость амплитуды поля волны в сгустке от его продольной координаты при  $1-\varepsilon = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\frac{4\pi\sigma}{kc} = 0,4$ ;  $\rho a^{-1} = 1,0$ .

1а - сгусток с  $X_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ ;  
волна  $E_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
2а - волна  $H_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ .  
1д - сгусток с  $X_4 = 0,6$ ;  $d = 0,6a$ ;  
волна  $E_{II}(x_{10}^{137})$ ;  
2д - волна  $H_{II}(x_{10}^{138})$ .  
1б - сгусток с  $X_4 = 0,85$ ;  $d = 0,1a$ ;  
волна  $E_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
2б - волна  $H_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ .

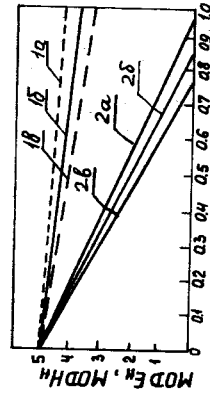


Рис. 3. Зависимость амплитуды поля волны в сгустке от его продольной координаты при  $1-\varepsilon = 0,4$ ;  $1 - \frac{1}{\mu} = 0,09$ ;  $\frac{4\pi\sigma}{kc} = 0,4$ ;  $\rho a^{-1} = 3,0$ . Сгусток с  $X_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .

1а - волна  $E_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
1б - волна  $E_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
1в - волна  $E_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
2а - волна  $H_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
2б - волна  $H_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
2в - волна  $H_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ ;  
2г - волна  $H_{II}(x_2 \cdot 10^{-1})$ .

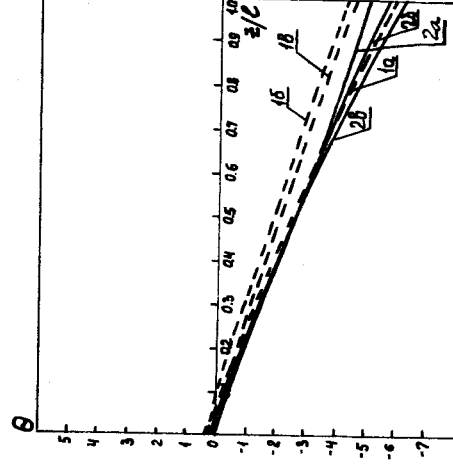


Рис. 4. Зависимость фазы поля волны в сгустке от его координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\frac{4\pi\sigma}{kc} = 0,4$ ;  $\rho a^{-1} = 3,0$ .

Сгусток с  $X_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
1а - волна  $E_{II}(x_4)$ ;  
1б - волна  $E_{II}(x_2)$ ;  
1в - волна  $E_{II}(x_3)$ ;  
2а - волна  $H_{II}(x_4)$ ;  
2б - волна  $H_{II}(x_2)$ ;  
2в - волна  $H_{II}(x_3)$ .

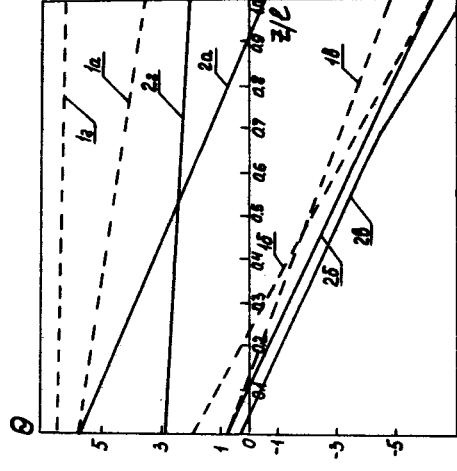


Рис. 6. Зависимость фазы волны в сгустке от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,4$ . Сгусток с  $\chi_u = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 1a - волна  $E_{12}(x10^{-1})$  при  $\ell a^{-1} = 0,1$ ;  
 2a - волна  $H_{12}(x10^{-1})$ .  
 1b - волна  $E_{12}(x3 \cdot 10^{-1})$  при  $\ell a^{-1} = 1,0$ ;  
 2b - волна  $H_{12}(x1)$ .  
 1c - волна  $E_{12}(x1)$  при  $\ell a^{-1} = 2,0$ ; 2c - волна  $H_{12}(x2)$ .  
 1d - волна  $E_{12}(x10^{-1})$  при  $\ell a^{-1} = 5,0$ ; 2d - волна  $H_{12}(x10^{-1})$ .

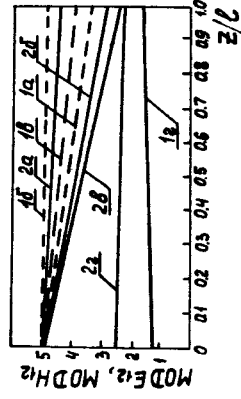


Рис. 5. Зависимость амплитуды поля волны в сгустке от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,4$ . Сгусток с  $\chi_u = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 1a - волна  $E_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\ell a^{-1} = 0,1$ ;  
 2a - волна  $H_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$ .  
 1b - волна  $E_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\ell a^{-1} = 2,0$ ;  
 2b - волна  $H_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$ .  
 1c - волна  $E_{12}(x10^{-1})$  при  $\ell a^{-1} = 5,0$ ;  
 2c - волна  $H_{12}(x10^{-1})$ .  
 1d - волна  $E_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\ell a^{-1} = 2,0$ ;  
 2d - волна  $H_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$ .

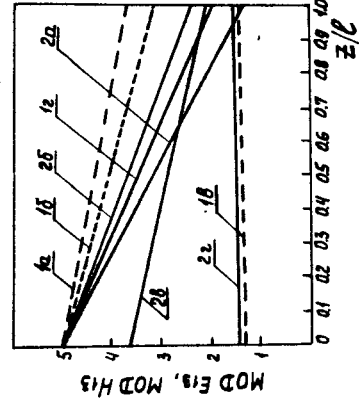


Рис. 7a. Зависимость амплитуды поля волны в сгустке от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\ell a^{-1} = 3,0$ . Сгусток с  $\chi_u = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 1a - волна  $E_{13}(x3)$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,6$ ;  
 2a - волна  $H_{13}(x10^{-1})$ .  
 1b - волна  $E_{13}(x10^{-1})$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,7$ ;  
 2b - волна  $H_{13}(x10^{-1})$ .  
 1c - волна  $E_{13}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,8$ ;  
 2c - волна  $H_{13}(x10^{-1})$ .  
 1d - волна  $E_{13}(x10^{-1})$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,9$ ;  
 2d - волна  $H_{13}(x2 \cdot 10^{-1})$ .

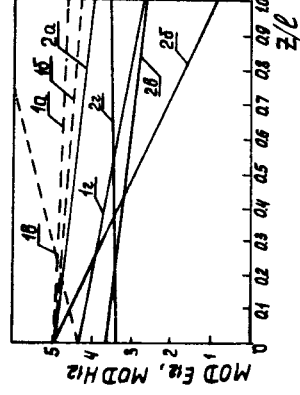


Рис. 7. Зависимость амплитуды поля волны в сгустке от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\ell a^{-1} = 3,0$ . Сгусток с  $\chi_u = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 1a - волна  $E_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,6$ ;  
 2a - волна  $H_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$ .  
 1b - волна  $E_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,7$ ;  
 2b - волна  $H_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$ .  
 1c - волна  $E_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,8$ ;  
 2c - волна  $H_{12}(x10^{-1})$ .  
 1d - волна  $E_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$  при  $\frac{4\pi\sigma}{k_0} = 0,9$ ;  
 2d - волна  $H_{12}(x2 \cdot 10^{-1})$ .

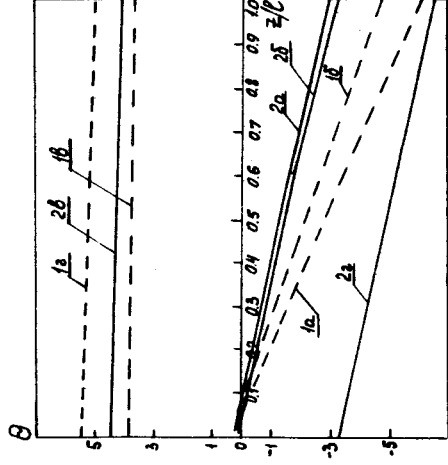


Рис. 8. Зависимость фазы поля волны в ступенчатой волноводной структуре от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\ell a^{-1} = 3,0$ . Ступок с  $\chi_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 $1a$  - волна  $E_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,6$ ;  
 $2a$  - волна  $H_{12}(x_1)$ .  
 $1b$  - волна  $E_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,7$ ;  
 $2b$  - волна  $H_{12}(x_1)$ .  
 $1c$  - волна  $E_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,8$ ;  
 $2c$  - волна  $H_{12}(x_1)$ .  
 $1d$  - волна  $E_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,9$ ;  
 $2d$  - волна  $H_{12}(x_1)$ .

Рис. 8а. Зависимость фазы волны в ступенчатой волноводной структуре от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\ell a^{-1} = 3,0$ . Ступок с  $\chi_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 $1a$  - волна  $E_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,6$ ;  
 $2a$  - волна  $H_{13}(x_1)$ .  
 $1b$  - волна  $E_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,7$ ;  
 $2b$  - волна  $H_{13}(x_1)$ .  
 $1c$  - волна  $E_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,8$ ;  
 $2c$  - волна  $H_{13}(x_1)$ .  
 $1d$  - волна  $E_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,9$ ;  
 $2d$  - волна  $H_{13}(x_1)$ .

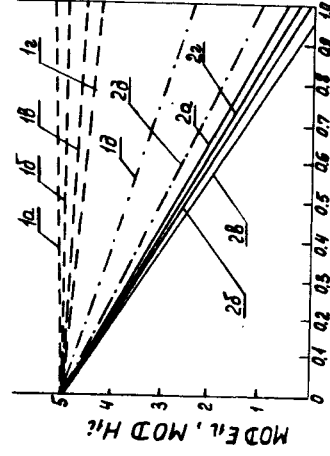


Рис. 9. Зависимость амплитуды поля волны в ступенчатой волноводной структуре от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,4$ ;  $\ell a^{-1} = 2,0$  для волн с  $p = 1$ ,  $i = 1 \div 5$ . Ступок с  $\chi_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 $1a$  - волна  $E_{12}(x_2)$ ;  $1b$  - волна  $E_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2a$  - волна  $H_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $1b$  - волна  $E_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2b$  - волна  $H_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $1c$  - волна  $E_{14}(x_4)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2c$  - волна  $H_{14}(x_4)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $1d$  - волна  $E_{15}(x_5)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2d$  - волна  $H_{15}(x_5)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ .

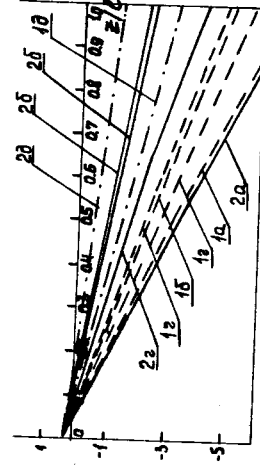


Рис. 10. Зависимость фазы поля волны в ступенчатой волноводной структуре от его продольной координаты при  $(1 - \varepsilon) = 0,4$ ;  $(1 - \frac{1}{\mu}) = 0,09$ ;  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 0,4$ ;  $\ell a^{-1} = 2,0$  для волн с  $p = 1$ ,  $i = 1 \div 5$ . Ступок с  $\chi_4 = 0,15$ ;  $d = 0,1a$ .  
 $1a$  - волна  $E_{12}(x_2)$ ;  $1b$  - волна  $E_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2a$  - волна  $H_{12}(x_2)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $1b$  - волна  $E_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2b$  - волна  $H_{13}(x_3)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $1c$  - волна  $E_{14}(x_4)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2c$  - волна  $H_{14}(x_4)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $1d$  - волна  $E_{15}(x_5)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ ;  
 $2d$  - волна  $H_{15}(x_5)$  при  $\frac{4H}{\kappa c} \sigma = 10^{-1}$ .

### Литература

1. В.И.Векслер. Атомная энергия, 5, 427, 1957.
2. В.И.Векслер и др. ОИЯИ, 9-3440-2, Дубна, 1968.
3. Л.А.Вайнштейн. Электромагнитные волны. Сов.радио, М., 1957.
4. Луи-де-Бройль. Электромагнитные волны в волноводах и полых резонаторах. ИЛ, М., 1948.
5. Л.Левин. Современная теория волноводов. ИЛ, М., 1954.
6. Л.Д.Ширман. Радиоволноводы и объемные резонаторы. Связьиздат, М., 1959.
7. Н.А.Хижняк. В сб. Радиотехника, вып.4, стр. 88, 1967.
8. Г.А.Аскаръян. ЖЭТФ, 36, 619, 1959.
9. Ю.Н.Лобанов, Э.С.Лонский, Э.И.Уразяков. Вестник МГУ, № 2, стр. 10, 1967.
10. М.Л.Левин. ДАН СССР, 91, № 4, стр. 807, 1953.
11. А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразяков, А.Б.Швачка, О.А.Швачка. ОИЯИ, 9-7951, Дубна, 1974.
12. А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразяков, А.Б.Швачка, О.А.Швачка. ОИЯИ, 9-7903, Дубна, 1974.
13. Е.П.Жидков, А.Б.Швачка. ОИЯИ, РII-8306, Дубна, 1974.
14. Е.П.Жидков, А.Б.Швачка. ОИЯИ, РII-8307, Дубна, 1974.
15. Л.П.Игушкин, Э.И.Уразяков. ОИЯИ, 9-4420, Дубна, 1969.
16. Г.Ван-де-Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. ИЛ, М., 1961.
17. Б.П.Кононов. ЖТФ, 35, 47, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел

16 января 1975 г.