

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P9 84 467

В.К.Гришин, М.Ф.Каневский*, К.А.Решетникова*

ВОПРОСЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
СО СПИРАЛЬНЫМ ВОЛНОВОДОМ

Направлено в журнал "Известия вузов.
Физика"

* ИИЯФ ИГУ

1984

ВВЕДЕНИЕ

Развитие физики и техники сильноточных релятивистских электронных пучков /РЭП/ открывает широкие перспективы их использования в различных областях науки и техники /1/.

Одно из актуальных направлений применения РЭП связано с их использованием для генерации и усиления мощного электромагнитного излучения в различных диапазонах длин волн /2/. Различные аспекты проблем взаимодействия РЭП с электромагнитными волнами в электродинамических системах важны для исследований в плазменной ВЧ-электронике /3, 4/, в изучении коллективных методов ускорения ионов /5/, в исследовании лазеров на свободных электронах /6/ и т.п.

При исследовании взаимодействия РЭП с электромагнитными волнами в различных электродинамических системах большой практический интерес представляет изучение нелинейного этапа взаимодействия, позволяющего получить и проанализировать к.п.д. взаимодействия, перераспределение энергии в системе и т.п. В связи со сложностью переходных процессов, происходящих при взаимодействии интенсивных пучков даже с простейшими системами, их анализ, как правило, проводится с помощью методов численного моделирования.

Результаты численного моделирования и экспериментальные исследования подтвердили физические представления о насыщении взаимодействия моноэнергетический пучок - волна вследствие захвата частиц пучка в потенциальные ямы волны /7-17/. На этом этапе прекращается систематический рост амплитуды поля, а колебания захваченных частиц пучка приводят к ее осцилляциям, которые могут затухать вследствие фазового перемешивания. В системах с неоднородным поперечным профилем поля в пучковой зоне /различные волноводные системы, поверхностные волны и др./ фазовое перемешивание происходит особенно быстро /3/, так что амплитуда волны выходит на уровень насыщения, совершая лишь незначительные осцилляции. В теории ЛБВ этот эффект известен как "расслоение пучка". Он возникает только при взаимодействии с волной относительно широкого пучка, размеры которого сравнимы с размерами области локализации поля.

В этом случае весьма перспективными представляются аналитические методы, обращающиеся непосредственно к описанию состояния насыщения.

Заметим, что на этапе нелинейного взаимодействия механизм насыщения протекает аналогично как для пучково-плазменной не-

устойчивости, так и при взаимодействии пучка с замедляющей электродинамической структурой. Но изучение нелинейной динамики пучка в плазменной системе осложняется нелинейностью и нестационарностью плазмы, а также различными параметрическими эффектами. Поэтому проще наблюдать и изучать нелинейное состояние волна - пучок в электродинамической структуре. С этой целью была построена нетрадиционная ЛБВ в виде замедляющей спиральной системы длиной в несколько метров, где авторам удалось наблюдать около пяти затухающих осцилляций амплитуды поля /16, 17/. Захват электронов пучка усиливаемой волной и насыщение взаимодействия происходили на расстоянии $\sim 0,5$ м. Использовались нерелятивистские электронные пучки с энергией до 3,8 кВ и токами до 30 мА. Радиус пучка составлял около 1/3 радиуса спирали. В работе /17/ была получена подробная экспериментальная информация о нелинейном состоянии волна - пучок и были изучены способы разрушения этого состояния путем увеличения затухания в спирали и возбуждения неустойчивых сателлитов.

Наличие экспериментальных данных в указанных работах позволяет сравнить их с аналитическими и численными результатами и проверить эффективность теории.

Другие аспекты проблемы взаимодействия РЭП с замедляющими структурами со спиральным волноводом связаны с изучением условий возбуждения медленных волн большой амплитуды в системе с целью их возможного использования для ускорения ионов /18-24/.

Известно предложение о возбуждении с помощью РЭП медленных циклотронных волн, фазовые скорости которых существенно меньше скорости пучка /21/. Однако, как известно /см., например, /2/ / инкремент циклотронной неустойчивости пропорционален $(J_b / J_a)^{1/2}$, где J_b - ток пучка, $J_a = 17$ кА ($J_b < J_a$). Поэтому он может быть заметно меньше инкремента резонансной черенковской неустойчивости пропорционального $(J_b / J_a)^{1/3}$. В связи с этим в работе /25/ обсуждалась возможность возбуждения на черенковском механизме медленных волн большой амплитуды в спиральном волноводе и использования их для ускорения ионов.

Вообще говоря, взаимодействие электронных пучков с замедляющей электродинамической структурой типа спирального волновода исследовалось довольно подробно как теоретически, так и экспериментально /7-17/. Кроме линейных аспектов рассматривались некоторые проблемы нелинейного взаимодействия. При анализе широко применялись методы численного моделирования и приближенные аналитические методы.

Однако в большинстве этих работ исследование нелинейного взаимодействия ограничивалось лишь начальным этапом, поскольку задача ставилась применительно к широкополосному усилителю, где интересен линейный режим, тогда как захват электронов и последующие осцилляции амплитуды существенно нелинейны.

Основной целью настоящей работы является аналитическое описание нелинейного взаимодействия волна - пучок в спиральном

волноводе и сравнение полученных результатов с данными реальных и численных экспериментов, а также исследование условий возбуждения и усиления электромагнитных волн большой амплитуды в системе с целью их возможного использования для ускорения ионов.

Нелинейное состояние пучка при насыщении описывается с помощью самосогласованного кинетического уравнения. Для вычисления основных характеристик пучка и волны на конечном этапе используются законы сохранения потоков энергии и импульса в системе.

1. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ

Релятивистский электронный пучок радиуса r_b распространяется со скоростью $v_0 = \beta_0 c$ вдоль оси z в спиральном волноводе радиуса R с углом намотки ϵ . Вся система предполагается помещенной в достаточно сильное внешнее продольное магнитное поле B_0 , так что $\omega_H = \frac{eB_0}{mc} \gg \omega_b$ и пучок замагничен; ω_b - ленгмюровская частота, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$.

Предполагаем зависимость всех возмущений от координат и времени в виде $\psi(x) \exp(-i\omega t + ikz + i\ell\phi)$. Используем уравнения Максвелла и уравнение движения для частиц пучка, а также известные граничные условия на границе пучка и на спирально-проводящей поверхности /25/:

$$\{E_z\}_{r=r_b} = 0, \quad \{H_\phi\}_{r=r_b} = 0, \quad (E_\phi \cos \epsilon + E_z \sin \epsilon)_{r=R} = 0, \quad /1/$$

$$\{H_\phi \cos \epsilon + H_z \sin \epsilon\}_{r=R} = 0, \quad \{E_\phi\}_{r=R} = 0, \quad \{E_z\}_{r=R} = 0.$$

В результате, пренебрегая объемным зарядом пучка и потерями в спирали, получим дисперсионное уравнение, описывающее линейный этап взаимодействия:

$$\frac{K'_\ell(x_2)}{K_\ell(x_2)} - \frac{c^2 \kappa^2}{\omega^2} \left(\text{tg} \epsilon + \frac{k\ell}{\kappa^2 R} \right)^2 \frac{1}{x_2 I'_\ell(x_2) K'_\ell(x_2)} = \frac{I'_\ell(x_2) + K'_\ell(x_2) \cdot \xi(x_1, x_b)}{I_\ell(x_2) + K_\ell(x_2) \cdot \xi(x_1, x_b)}, \quad /2/$$

где $\kappa^2 = k^2 - \omega^2/c^2$, $x_1 = \kappa r_b$, $x_2 = \kappa R$,

$$x_b = x_1 \left[1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^3 (\omega - kv_0)^2} \right]^{1/2},$$

$$\xi(x_1, x_b) = \frac{\frac{I_\ell(x_1)}{K_\ell(x_1)} \cdot \frac{I'_\ell(x_1)}{I_\ell(x_1)} - x_b \frac{I'_\ell(x_b)}{x_1 I_\ell(x_b)}}{\frac{x_b}{x_1} \frac{I'_\ell(x_b)}{I_\ell(x_b)} - \frac{K'_\ell(x_1)}{K_\ell(x_1)}}, \quad /3/$$

$I_\ell(x)$, $K_\ell(x)$ - модифицированные функции Бесселя.

С точностью до линейных по плотности пучка слагаемых линейное дисперсионное уравнение /2/ может быть записано в виде

$$\frac{\omega_b^2}{\gamma_0^3 (\omega - kv_0)^2} = \frac{2}{x_1 I'_\ell(x_2) K'_\ell(x_2) \phi(x_1, x_2)} \left\{ \frac{I'_\ell(x_2) K'_\ell(x_2)}{I_\ell(x_2) K_\ell(x_2)} + \frac{c^2 \kappa^2}{\omega^2} \left(\text{tg} \epsilon + \frac{k\ell}{\kappa^2 R} \right)^2 \right\} = D_\ell(\omega, k), \quad /4/$$

$$\text{где } \phi(x_1, x_2) = \frac{I_\ell(x_1) I'_\ell(x_1)}{I_\ell^2(x_2)} \left\{ 1 + x_1 \left(\frac{I''_\ell}{I'_\ell} - \frac{I'_\ell}{I_\ell} \right) x_1 \right\}.$$

Решение дисперсионного уравнения $D_\ell(\omega, k) = 0$ определяет дисперсионные характеристики данной системы. Совместное решение уравнений $D_\ell(\omega_0, k_0) = 0$ и $\omega_0 = k_0 v_0$ определяет резонансные частоты и волновые числа. Рассмотрим решение уравнения /4/ в режиме максимального пространственного усиления вдоль ($\text{Im} k_z = \text{max}$):

$$\Delta k = \left| \frac{\text{Im} k}{k_0} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega_b^2}{2\gamma_0^3 \omega_0^2} \right)^{1/3} \left\{ x_1 I'_\ell(x_2) K'_\ell(x_2) \cdot \phi(x_1, x_2) \times \right. \\ \left. \times \left[\gamma_0^2 x_2 \left(\frac{I''_\ell}{I'_\ell} + \frac{K''_\ell}{K'_\ell} - \frac{I'_\ell}{I_\ell} - \frac{K'_\ell}{K_\ell} \right) \frac{I'_\ell(x_2) K'_\ell(x_2)}{I_\ell(x_2) K_\ell(x_2)} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{\beta_0^2} \left(\text{tg} \epsilon + \frac{\gamma_0 \ell}{x_2} \right) \left(\text{tg} \epsilon - \frac{\gamma_0 \ell}{x_2} \beta_0^2 \right) \right]^{-1} \right\}^{1/3}. \quad /5/$$

В случае взаимодействия пучка с аксиально-симметричной модой волновода из /5/ следует

$$\Delta k_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega_b^2}{2\gamma_0^3 \omega_0^2} \right)^{1/3} \left\{ \frac{x_1^2 [I_0^2(x_1) - I_1^2(x_1)]}{2I_0(x_2) \gamma_0^2} \times \right. \\ \left. \times K_0(x_2) \left[4 - x_2 \left(\frac{I_0}{I_1} - \frac{I_1}{I_0} + \frac{K_1}{K_0} - \frac{K_0}{K_1} \right) x_2 \right]^{-1} \right\}^{1/3}. \quad /6/$$

В дальнейшем для сравнения результатов с данными экспериментов потребуются следующие параметры, широко применяемые в теории ЛБВ:

1. Импеданс взаимодействия $Z_i = \langle E_z^2 \rangle / 2k_z^2 \Pi$, где $\langle E_z^2 \rangle$ - квадрат аксиального поля, усредненный по сечению пучка, Π - поток электромагнитной энергии в системе. Для аксиально-симметричной

волны импеданс взаимодействия равен

$$Z_1 = \frac{120}{\beta_0 \gamma_0^4} [I_0^2(x_1) - I_1^2(x_1)] \frac{K_0(x_2)}{I_0(x_2)} \cdot [4 - x_2 \left(\frac{I_0}{I_1} - \frac{I_1}{I_0} - \frac{K_0}{K_1} + \frac{K_1}{K_0} \right) x_2]^{-1}$$

2. Параметр усиления Пирса $C^{/26/}$

$$C = \left[\frac{Z_i J_b}{4w_{b0}} \right]^{1/3} \quad /8/$$

В наших обозначениях параметр усиления Пирса для нерелятивистских пучков равен

$$C = \left(\frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right)^{1/3} \left[-k \frac{\partial D}{\partial k} \right]^{-1/3} \quad /9/$$

3. Параметр "обгона" /относительная начальная расстройка/

$$b = \frac{(kv_0 - \omega_0)}{c\omega_0} = \left[\frac{\beta_0}{\beta} - 1 \right] \frac{1}{c} \quad /10/$$

Выражение для относительного инкремента взаимодействия, приведенное в /5/ и /6/, вычислено в условиях максимального усиления и пренебрежения объемным зарядом ($b=0$).

Дисперсионные характеристики аксиально-симметричных и аксиально-несимметричных волн частично исследовались в /25,27/. При $l=0$ в длинноволновом приближении, когда $kR \ll 1$, решение уравнения $D_0(\omega_0, k_0) = 0$ при $\omega_0 = k_0 v_0$ имеет вид

$$k_0 = \gamma_0 R^{-1} \exp[-\gamma_0^2 \beta_0^2 / 2 \operatorname{tg}^2 \epsilon].$$

В этой области длин волн спираль обладает хорошо выраженными дисперсионными свойствами. В случае $kR \gg 1$ уравнение $D_0(\omega_0, k_0) = 0$ при $\omega_0 = k_0 v_0$ принимает вид $\operatorname{tg}^2 \epsilon / \gamma_0^2 \beta_0^2 \rightarrow 1$. Здесь спираль ведет себя практически как не диспергирующая электродинамическая структура. Отметим, что решение линейного дисперсионного уравнения при $\omega_0 = k_0 v_0$ имеет место только для $\operatorname{tg} \epsilon = \gamma_0 \beta_0$.

Импеданс взаимодействия, а соответственно и относительное усиление $(\operatorname{Im} k / k_0)$, падают с ростом радиуса спирального волновода. В этом случае электромагнитное поле все более концентрируется в области спирали и слабо взаимодействует с пучком. При увеличении отношения R/γ_b также уменьшается связь пучка со спиралью, что приводит к уменьшению Z_1 . Для нерелятивистских пучков максимальное значение Z_1 при прочих равных условиях достигается при $x_2 \approx 0,5-0,6$.

С увеличением энергии пучка /ростом γ_0 /, как и при пучково-плазменном взаимодействии понижается значение Δk , что приводит к увеличению расстояния насыщения взаимодействия.

2. НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭТАП ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Основной механизм, приводящий к неустойчивости движения частиц пучка в спиральном волноводе, связан с резонансным эффектом Вавилова-Черенкова, т.е. с резонансным взаимодействием замагниченных частиц пучка с собственными модами спирального волновода. В результате взаимодействия амплитуда волны нарастает и достигает величин, при которой происходит захват электронов пучка полем самой электромагнитной волны. Колебания захваченных частиц в потенциальных ямах волны приводят к осцилляциям амплитуды поля. Как уже отмечалось выше, в волне с неоднородным поперечным профилем поля фазовое перемешивание происходит особенно быстро, так что выход на уровень нелинейного насыщения сопровождается лишь незначительными осцилляциями амплитуды поля.

Рассмотрим более подробно состояние пучка при насыщении /6/. На этом этапе пучок, в целом, синхронизован с волной, так как $\omega/k = v / v = \beta c$ - установившаяся направленная скорость пучка, $v < v_0$ /, и в системе координат волны Σ' - функция распределения электронов пучка F' удовлетворяет уравнению

$$v' \frac{\partial F'}{\partial z'} + eE_z' \frac{\partial F'}{\partial p'} = 0. \quad /11/$$

Здесь и ниже все величины со штрихом относятся к системе координат Σ' .

Решение уравнения /11/ имеет вид $F' = F'(u' - w')$, где $u' = e \int E_z' dz'$ - потенциал пучка ($u' \geq 0$), $w' = (\int v' dp' - mc^2)$ - кинетическая энергия пучка в Σ' . В дальнейшем подробно проанализируем случай, когда движение частиц пучка в Σ' нерелятивистское и $w' = p'^2/2m$.

Ограничимся случаем взаимодействия электронного пучка с аксиально-симметричной волной и на стадии насыщения компоненту поля в лабораторной системе координат Σ представим в виде

$$E_z(r, z, t) = E_{z0}(r) \sin(\omega t - k_z z). \quad /12/$$

Согласно /12/, $E_z = -E_{z0}'(r) \sin k'z'$ и $u' = (eE_{z0}'(r)/k')(1 + \cos k'z') + C_0(r)$.

Соотношение $p'^2/2m \leq (eE_{z0}'(r)/k')(1 + \cos k'z')$ описывает область захваченных частиц, функция $C_0(r)$ - область проскальзывающих относительно волны частиц. Процесс захвата и доля захваченных частиц зависят от расстояния до оси волновода /см. подробнее в /3/ /.

Самосогласованное решение уравнений Максвелла и кинетического уравнения было получено в [28, 29]. Оно имеет следующий вид:

$$F' = \begin{cases} \theta(r) [u'(z') - p'^2/2m]^{1/2}; \\ 0, & p'^2/2m \leq u'(z'), \end{cases} \quad /13/$$

где $\theta(r)$ - нормировочная константа.

Используя функцию распределения F' , найдем плотность n_b и потенциал пучка u' в системе Σ' :

$$n_b' = \int F' dp' = \bar{n}_b'(r) [1 + a(r) \cos k'z'], \quad /14/$$

$$u' = e \int E_z' dz' = u_0'(r) [1 + a(r) \cos k'z'],$$

где $n_b' = \pi \sqrt{m/2} \theta(r) u_0'(r)$, $u_0'(r) = eE_{z0}'(r)/k' + C_0(r) = eE_{z0}'(r)/k' \cdot a(r)$. Параметр $a = a(r)$ ($0 \leq a \leq 1$) определяет долю захваченных частиц: при $a=1$ все частицы пучка захватываются волной; при $a=0$ - проскальзывают относительно волны.

С помощью функции распределения вычислим энергию и импульс пучка в Σ' . Полный импульс пучка в Σ' равен нулю / F' симметрична по p' в Σ' /. Полная энергия частиц пучка в Σ' равна

$$w_b' = \int_0^{r_b} 2\pi r dr \int dp' n(p') (mc^2 + p'^2/2m) = \int_0^{r_b} 2\pi r dr n_b'(r) [mc^2 + u_0'(r) (1 + a^2(r)/2)/4]. \quad /15/$$

Характер распределения полей определяется из следующих уравнений

$$\Delta_{\perp} E_{z0}(r) - \kappa^2 E_{z0}(r) = f_b(r), \quad \Delta_{\perp} H_{z0}(r) - \kappa^2 H_{z0}(r) = 0 \quad /16/$$

при $0 < r < r_b$ и

$$\Delta_{\perp} E_{z0}(r) - \kappa^2 E_{z0}(r) = 0, \quad \Delta_{\perp} H_{z0}(r) - \kappa^2 H_{z0}(r) = 0 \quad /17/$$

при $r > r_b$.

В уравнения /16/ и /17/ входят следующие величины:

$$f_b(r) = 4\pi e a(r) \bar{n}(r) \kappa^2/k, \quad \kappa^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \quad \omega = k\beta c.$$

Частота ω и волновое число k связаны с резонансной частотой ω_0 и волновым числом k_0 в случае усиления соотношениями $\omega = \omega_0$, $k = k_0 v_0/v$. Напомним, что ω_0 и k_0 определяются решением уравнения $D_0(\omega_0, k_0) = 0$ при $\omega_0 = k_0 v_0$.

Установленные выше соотношения между $f_b(r)$ и $E_{z0}(r)$ позволяют определить характер радиального распределения поля:

$$E_{z0}(r) = E_0 I_0(\mu r), \quad H_{z0}(r) = H_0 I_0(\mu r), \quad 0 < r < r_b; \quad /18/$$

$$E_{z0}(r) = E \frac{I_0(y)}{\psi_0(x_1)} \psi_0(\kappa r), \quad H_{z0}(r) = H_0 \psi_0(\kappa r), \quad r_b < r < R; \quad /19/$$

$$E_{z0}(r) = E \frac{I_0(y)}{\psi_0(x_1)} \frac{\psi_0(x_2)}{K_0(x_2)} K_0(\kappa r), \quad H_{z0}(r) = -H_0 \frac{I_1(x_2)}{K_1(x_2)} K_0(\kappa r), \quad r > R. /20/$$

где

$$\eta = \frac{I_0(x_1)}{K_0(x_1)} \left[\frac{I_1(x_1)}{I_0(x_1)} - \frac{y}{x_1} \frac{I_1(y)}{I_0(y)} \right] \left[\frac{y}{x_1} \frac{I_1(y)}{I_0(y)} + \frac{K_1(x_1)}{K_0(x_1)} \right]^{-1},$$

$$H_0 = iE_0 (tg \psi) \frac{I_0(y)}{\psi_0(x)} \frac{\psi_0(x_2)}{I_1(x_2)} \frac{c\kappa}{\omega}, \quad \psi_0(\rho) = I_0(\rho) + \eta(x_1, y) K_0(\rho).$$

Величина $\mu = y/r_b$, характеризующая радиальный профиль поля в пучковой зоне, определяется из решения трансцендентного уравнения

$$\frac{\psi_0'(\rho)}{\psi_0(\rho)} \Big|_{\rho=x_2} = \frac{c^2 \kappa^2}{\omega^2} tg^2 \epsilon \frac{1}{x_2 I_1(x_2) K_1(x_2)} - \frac{K_1(x_2)}{K_0(x_2)}, \quad /21/$$

где I_0, K_0 - модифицированные функции Бесселя. Остальные компоненты поля связаны с E_z и H_z известными соотношениями.

Для определения неизвестных значений амплитуды поля E_0 и установившейся направленной скорости пучка при насыщении v_0 воспользуемся законами сохранения потоков энергии и импульса в системе. Если не учитывать диссипации, то поток энергии и импульса начального моноэнергетического пучка при усилении волны перераспределяется между электронами пучка и волной в конечном состоянии [29]. Такой баланс потоков энергии и импульса в системе приводит к следующей системе уравнений

$$-\Pi_0 E_0^2 + \frac{\beta_0^2}{\beta^2} \frac{\pi e^2 \bar{N}^2}{\gamma^2 (\mu^2 - \kappa^2)} = \bar{N} m c^2 \gamma_0 \beta_0 Y / \beta; \quad G_0 E_0^2 = \bar{N} m c^2 \gamma_0 \beta_0 (\beta_0 - \beta) / \beta,$$

где

$$Y = 1 - \beta_0 \beta - 1/\gamma_0 \gamma, \quad \Pi_0 = \frac{r_b^2}{32} \left(\frac{y^2}{x_1^2} - 1 \right) [I_0^2(y) - I_1^2(y)],$$

$$\bar{N} = 2\pi \int r dr n_b(r); \quad \bar{N}^2 = 2\pi \int r dr n_b^2(r), \quad G_0 = \tau(x_2) P,$$

$$P = \frac{1}{8\beta\gamma^2} \left\{ \int_0^{r_b} r dr [I_0^2(\mu r) + I_1^2(\mu r) (k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}) \frac{\mu^2}{\kappa^4}] + \right. \\ \left. + \int_0^R r dr \frac{c^2 \kappa^2}{\omega^2} \operatorname{tg}^2 \epsilon \frac{\psi_0^2(x_2)}{\psi_0^2(x_1)} [I_0^2(\kappa r) + I_1^2(\kappa r) (k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}) \frac{1}{\kappa^2}] + \right. \\ \left. + \int_{r_b}^R r dr \frac{I_0^2(y)}{\psi_0^2(x_1)} [\psi_0^2(\kappa r) + (\psi_0'(\kappa r))^2 (k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}) \frac{1}{\kappa^2}] + \int_R^{-\infty} r dr \frac{I_0^2(y) \psi_0^2(x_2)}{\psi_0^2(x_1) K_0^2(x_2)} \times \right. \\ \left. \times [1 + \frac{c^2 \kappa^2}{\omega^2} \operatorname{tg}^2 \epsilon \frac{K_0^2(x_2)}{K_1^2(x_2)}] [K_0^2(\kappa r) + K_1^2(\kappa r) (k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}) \frac{1}{\kappa^2}] \right\} + 2\Pi_0 / \beta; \quad /22/$$

$$\tau(x_2) = \frac{4\gamma^2 - x_2^2 (K_1/K_0 - K_0/K_1 + I_0/I_1 - I_1/I_0) |_{x_2}}{2(2\gamma^2 - 1) - x_2^2 \beta^2 (K_1/K_0 - K_0/K_1 + I_0/I_1 - I_1/I_0) |_{x_2}}$$

В уравнениях /22/ все величины выражены через их значения в лабораторной системе координат.

3. АМПЛИТУДА ВОЛНЫ ПРИ НАСЫЩЕНИИ И К.П.Д. УСИЛЕНИЯ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Из системы уравнений /22/ легко получить нелинейное дисперсионное уравнение для определения установившейся направленной скорости пучка $v = \beta c$ в зависимости от начальных параметров пучка и спирального волновода.

$$\Gamma_N = \frac{\nu \int 2\pi r dr \omega_e^2(r)}{\omega_0^2} = \frac{4\gamma_0}{\beta_0 \beta} \left(\frac{\gamma^2}{x_1^2} - 1 \right) [Y + (\beta_0 - \beta) \frac{\Pi_0}{C_0}], \quad /23/$$

где $\nu = N^{-2} / [\bar{N}]^2$.

Параметр Γ_J связан следующим соотношением с током пучка:

$$J_b = J_A \Gamma_N \beta_0^3 \gamma_0^2 x_1^2 / 4(4\nu r_b^2), \quad /24/$$

где $J_A = \frac{mc^2}{e} = 17 \text{ кА}$.

При малых потерях энергии пучка, т.е. при $\delta = \frac{(\beta_0 - \beta)}{\beta_0} \ll 1$, решение уравнения /23/ имеет вид

$$\delta = \frac{\beta_0 - \beta}{\beta_0} = \frac{1}{2\gamma_0} \left(\frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} \right)^{1/3} \left[-K_0 \frac{\partial D_0}{\partial K_0} \right]^{-1/3}. \quad /25/$$

Как видно из /25/, величина δ имеет тот же характер зависимости от тока пучка, что и в линейном случае.

Амплитуда поля в состоянии насыщения взаимодействия достигает величины

$$E_0 = \frac{2mc^2}{e} k_0 \left[\frac{r_b^2 (\beta_0 - \beta) (\gamma_0^2 - 1) \beta_0}{16\gamma_0 \beta C_0} \frac{\Gamma_N}{(\pi r_b^2 \nu)} \right]^{1/2}. \quad /26/$$

Амплитуда поля E_0 связана с безразмерной амплитудой A , используемой в теории ЛБВ /14/:

$$A = \frac{eE_0}{2mc^2} \frac{\beta \gamma^2 R}{2x_2 (\gamma_0 - 1) \beta_0} \frac{I_0(y) \psi_0(x_2)}{\psi_0(x_1)} \frac{[-k_0 \frac{\partial D_0}{\partial k}]^{2/3}}{\Gamma_N^{2/3}}. \quad /27/$$

Наибольший практический интерес представляет к.п.д. усиления, определяемый через безразмерную амплитуду поля и параметр усиления Пирса следующим образом /14/:

$$\eta_w = 2 |A|^2 C \quad /28/$$

в нерелятивистском случае и

$$\eta_{w_r} = 2 |A|^2 C \frac{(\gamma_0 + 1)^2}{4\gamma_0^4} \quad /29/$$

в релятивистском случае.

На рис.1 представлена зависимость к.п.д. усиления от параметра C . Параметры пучка и спирали, используемые для расчета, были взяты из /8, 14, 16, 17/, где изложены результаты экспериментов и численного моделирования для спирального волновода с электронным пучком. При этом сплошная кривая - наш расчет, точки - эксперимент.

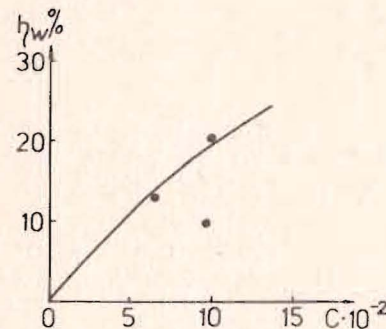


Рис.1. Зависимость к.п.д. усиления η от параметра C .

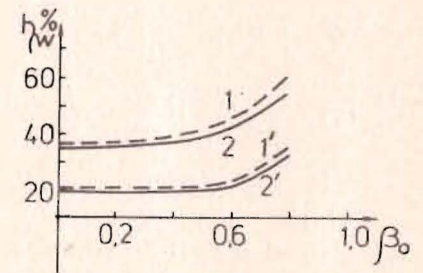


Рис.2. Зависимость к.п.д. усиления η от начальной скорости пучка β_0 .

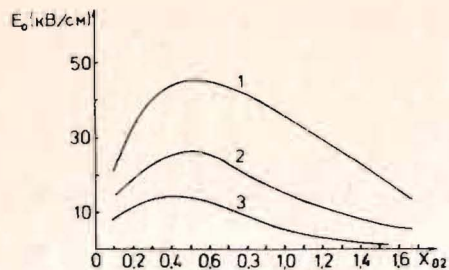


Рис.3. Зависимость амплитуды напряженности поля от x_{02} для разных σ : 1 - $\sigma = 0,9$; 2 - $\sigma = 1$; 3 - $\sigma = 1,1$.

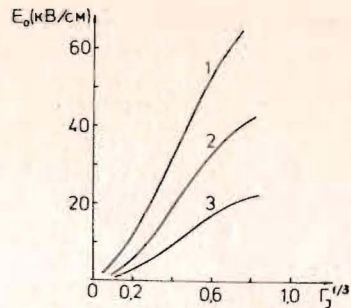


Рис.4. Зависимость амплитуды напряженности поля от параметра $\Gamma_J = \left(\frac{J_b}{J_A}\right)^{1/3}$ для разных σ : 1 - $\sigma = 0,9$; 2 - $\sigma = 1$; 3 - $\sigma = 1,1$.

На рис.2 показано влияние релятивистских эффектов /начальной скорости пучка/ на коэффициент усиления: сплошные кривые - наши расчеты, пунктирные - результаты численного счета из [14].

Как видно из этих рисунков, совпадение аналитических результатов с экспериментальными данными и результатами численного моделирования вполне удовлетворительные.

Для прикладных целей важно знать величину амплитуды напряженности поля при насыщении /см. формулу [26]] и ее зависимость от параметров пучка и волновода. Известно, что амплитуду поля можно увеличить /уменьшить/, если использовать системы с переменными геометрическими размерами, например, изменяя угол намотки спирали $\epsilon = \epsilon(z)$. Очевидно, что в этом случае фазовая скорость волны будет также переменной величиной.

Введем параметр $\sigma = \epsilon_k / \epsilon_0$, где ϵ_0 - угол намотки спирали в начале волновода, ϵ_k - в конце. На рис.3 представлена амплитуда

напряженности поля как функция величины $x_2 = \frac{k_0 R \beta_0}{\beta \gamma^{1/3}}$ при $r_b = R$ для $\sigma = 0,9; 1; 1,1$, а $\gamma_0 = 2$, $J_b = 2,12$ кА / $\Gamma_J^{1/3} = 0,5$, $\epsilon_0 = 48,8^\circ$. Как видно, с ростом x_2 амплитуда поля E_0 растет, достигает максимума при $x_2 \approx 0,5$, затем убывает. При этом величина E_0 тем выше, чем меньше σ . Это значит, что существует некоторая оптимальная область параметров, при которой получается наибольшая величина амплитуды поля, а также максимальный относительный инкремент и импеданс взаимодействия.

Зависимость амплитуды поля от тока пучка J_b /параметр $\Gamma_J = \left(\frac{J_b}{J_A}\right)^{1/3}$, $J_A = 17$ кА/ показана на рис.4 /при тех же значениях σ , $x_2 = 0,5$, $\gamma_0 = 2$ /. Видно, что с ростом тока пучка амплитуда напряженности поля растет, причем скорость роста увеличивается

с уменьшением параметра σ . Таким образом, расчеты, базирующиеся на кинетическом уравнении, законе сохранения энергии и волновом уравнении с граничными условиями для спирального волновода показали, что релятивистский электронный пучок в результате черенковской неустойчивости создает достаточно мощную электромагнитную волну. Уровень поля определяется состоянием нелинейного насыщения, когда волна захватывает электроны пучка, усиливая его модуляцию, а волна и пучок в целом синхронизируются. Поскольку происходит значительная перекачка энергии пучка в энергию поля, то происходит снижение скорости пучка, и резонанс между пучком и волной в данном случае поддерживается за счет уменьшения фазовой скорости холодной системы /переменный угол намотки/. Благодаря этому амплитуда поля оказывается более высокой, чем в случае, когда резонанс выполняется только для начальных скоростей пучка и волны /постоянный угол намотки/ и может достигать значений $\sim 50-70$ кВ/см. Следует заметить, что для возбуждения существенно замедленных волн ($\beta \ll 1$) рассмотренная система не является оптимальной, т.к. при большом замедлении почти весь поток энергии сосредоточен вне спирали, и волновое сопротивление $\sim E_z^2$ резко уменьшается при малых β . Однако в реальной системе всегда существует внешний проводящий кожух, перераспределяющий поток энергии, благодаря чему величина Z_i и поле E_z заметно возрастают по сравнению с открытой системой.

Это обстоятельство позволяет получать в спиральном волноводе с кожухом на основе черенковского механизма продольные волны с довольно малыми фазовыми скоростями и весьма значительной напряженностью поля ~ 100 кВ/см/, что может представить интерес как с точки зрения ускорения ионов, так и для генерации СВЧ-волн.

В заключение отметим, что изложенная нелинейная теория черенковского усиления медленных волн релятивистским электронным пучком в спиральном волноводе хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными и может служить основой для расчета взаимодействия РЭП с другими замедляющими системами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Диденко А.Н., Григорьев В.Н., Усов Ю.П. Мощные электронные пучки и их применение. Атомиздат, М., 1977, с.277.
2. Мощные генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. Тезисы докладов IV Всесоюзного семинара по релятивистской высокочастотной электронике. Изд-во МГУ, М., 1984, с.143.
3. Рухадзе А.А. и др. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. Атомиздат, М., 1980, с.165.
4. Богданкевич Л.С., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. УФН, 1981, 133, с.3.

5. Совещание по проблемам коллективного метода ускорения. ОИЯИ, Д9-82-664, Дубна, 1982.
6. Генераторы когерентного излучения на свободных электронах /под ред. А.А.Рухадзе/. "Мир", М., 1983, с.259.
7. Nordsieck A.J. Proc.IRE, 1953, 41, p.630.
8. Cutler C.C. Bell.System.Techn.J., 1956, 35, p.841.
9. Ping King Tien. Bell.System.Techn., 1956, 35, p.349.
10. Вайнштейн Л.Л. Радиотехника и электроника, 1957, 2, с.22.
11. Цейтлин М.Б., Кац А.М. Лампа с бегущей волной. "Сов.радио", М., 1964, с.311.
12. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. "Сов.радио", М., 1970, с.584.
13. Советов Н.М. Основы теории лампы бегущей волны с учетом релятивистских эффектов. Изд-во Саратовского ун-та, 1966, с.155.
14. Роу Д. Теория нелинейных явлений в приборах СВЧ. "Сов. радио", М., 1969, с.615.
15. Филимонов Г.Ф., Бадлевский Ю.Н. Нелинейное взаимодействие электронных потоков и радиоволн в ЛБВ. "Сов.радио", М., 1971, с.184.
16. Dimonte G., Malmberg J.H. Phys.Rev.Lett., 1977, 38, p.401.
17. Dimonte G., Malmberg J.H. Phys.Fluids, 1978, 21, p.1188.
18. Гапанович В.Г., Коломенский А.А. Изв.вузов. Физика, 1979, 22, с.59.
19. Капчинский М.И., Корнев И.А., Юдин Л.А. Изв.вузов. Радиофизика, 1981, 24, с.1087.
20. Иванов Б.И., Горожанин Д.В., Мирошниченко В.А. Письма в ЖТФ, 1979, 5, с.1112.
21. Sloan M.L., Drummond W.E. Phys.Rev.Lett., 1973, 31, p.1234.
22. Корнев И.Л., Юдин Л.А., Мустафин Х.Х. Изв.вузов. Радиофизика, 1979, 22, с.1523.
23. Капчинский М.И., Юдин Л.А. Изв.вузов. Радиофизика, 1981, 24, с.151.
24. Гришин В.К., Каневский М.Ф., Решетникова К.А. В кн.: Коллективные методы ускорения. ОИЯИ, Дубна, 1982, с.156.
25. Гвоздовер С.Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. Гостехиздат, М., 1956, с.527.
26. Пирс Д. Лампа с бегущей волной. "Сов.радио", М., 1952, с.229.
27. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. "Сов.радио", М., 1957, с.384.
28. Гришин В.К., Каневский М.Ф. ЖТФ, 1980, 50, с.1616.
29. Grishin V.K., Ivanov S.I., Kanevsky M.F. Plasma Phys., 1983, 25, p.855.
30. Гришин В.К., Каневский М.Ф. В кн.: Мощные генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. Изд-во МГУ, М., 1984, с.79.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 июля 1984 года.

Гришин В.К., Каневский М.Ф., Решетникова К.А. Р9-84-467
Вопросы нелинейной теории взаимодействия
релятивистского электронного пучка со спиральным волноводом

Исследован нелинейный этап взаимодействия релятивистского электронного пучка с электромагнитной волной в спиральном волноводе в стадии насыщения для черенковского механизма взаимодействия. На основе кинетического уравнения и законов сохранения энергии и импульса получены аналитические соотношения, позволяющие изучить эффективность возбуждения и усиления электромагнитной волны с помощью РЭП в замедляющей структуре. Результаты проведенного анализа находятся в хорошем соответствии с данными экспериментов.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Grishin V.K., Kanevskii M.F., Reshetnikova K.A. P9-84-467