объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р9-84-146

А.Г.Бонч-Осмоловский, К.А.Решетникова

НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАМЕДЛЕННАЯ ЛЕНГМЮРОВСКАЯ ВОЛНА В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ

Доклад на XII международной конференции
по ускорителям высоких энергий
/Батавия, США, 1983 г./

1984

Перспективы ускорения тяжелых ионов мощными коллективными полями, возникающими в сильноточных электронных пучках, стимулируют исследования различных механизмов взаимодействия пучков с замедляющими структурами.

Одним из таких механизмов является возбуждение и усиление медленной ленгмюровской или циклотронной волны на аномальном эффекте Доплера, когда волна отрицательной энергии в пучке взаимодействует с волной положительной энергии в структуре /1/. Этот процесс происходит особенно интенсивно и "упорядоченно" при росте волны не с флюктуационного уровня, что обычно имеет место при неустойчивости, а в результате выполнения резонансных условий, когда в структуре имеется начальный уровень поля и фазовые скорости взаимодействующих волн близки друг другу /2/. Начальную волну в волноводе, созданную внешним генератором, обозначим через E_{ex}, а волну, связанную с пучком, - E_b. Под действием поля E_{ex} в первоначально невозмущенном пучке происходит модуляция плотности его заряда, которая распространяется с фазовой скоростью волны, отличной от скорости электрона. Если частота и скорость одной из гармоник волны плотности пространственного заряда близки к соответствующим величинам волны E_{ex}, то будет происходить рост амплитуды этой гармоники. В неограниченной среде это означает выполнение условия:

$$\omega = \vec{k}\vec{V}_0 - \omega_\Lambda/\gamma_0 , \qquad /1/$$

где ω_Λ - ленгмюровская частота электронов пучка, V_0 , γ_0 - начальная скорость и релятивистский фактор пучка; использование механизма /1/ позволяет получить малую фазовую скорость волны и изменять ее в процессе взаимодействия /3/, а также реализовать часть энергии, запасенной в релятивистских пучках, для создания высокой напряженности поля медленной ленгмюровской моды.

Исходя из самосогласованной системы уравнений гидродинамического приближения и вводя функцию ψ; $\frac{\partial}{\partial \psi} = \frac{\omega}{V}\frac{\partial}{\partial Z}$, $\frac{\partial}{\partial \psi} = -\omega\frac{\partial}{\partial t}$, получим для обобщенного потенциала ϕ следующее нелинейное уравнение:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial\psi^2} + \frac{1}{k^2_{\perp 0}}\Delta_\perp\phi = -q\beta_0'\frac{\gamma_0' - \phi}{\sqrt{(\gamma_0' - \phi)^2 - 1}} + q , \qquad /2/$$

где $\Delta_\perp = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)$, $q = \frac{\omega_\Lambda^2}{\omega^2}\beta^2\gamma^2\gamma_0'$, $\omega_\Lambda^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m\gamma_0}$,

$k_{\perp 0}^2 = \frac{\omega^2}{V^2} - \frac{\omega^2}{c^2}$, $\beta = \frac{V}{c}$, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$,

n_0 – плотность электронов пучка при $\phi = 0$, γ_0' – релятивистский фактор в системе покоя волны, $E_z = \frac{mc^2\omega}{e\gamma V}\frac{\partial\phi}{\partial\psi}$; ω , V – частота и фазовая скорость волны.

В уравнении /2/ при $t \ge 0$, $z \ge 0$ под ϕ понимаем сумму двух волн: $\phi = \phi_b + \phi_{ex}$, где $\phi_b \sim I_0(k_\perp r)$, $J_0(k_\perp r)$ – поле в структуре с пучком, $\phi_{ex} = \phi_0^{ex} I_0(k_\perp r)\sin\psi$ – поле, созданное внешним генератором. Тогда из /2/ получим:

$$\ddot\phi_b \pm \frac{k_\perp^2}{k_{\perp 0}^2}\phi_b = -q\beta_0'\frac{\gamma_0' - \phi}{\sqrt{(\gamma_0' - \phi)^2 - 1}} + q. \qquad /3/$$

Величина $k_\perp^2/k_{\perp 0}^2$ определяется из граничных условий. Предположим, что $\phi \ll \phi_s$, где $\phi_s = \gamma_0' - 1$ – амплитуда потенциала захвата, после чего линейное уравнение примет вид:

$$\ddot\phi_b + \Omega^2\phi_b = -f\sin\psi, \qquad /4/$$

где $\Omega^2 = \frac{\omega_\Lambda^2}{\gamma_0^2(\omega - kV_0)^2} \pm \frac{k_\perp^2}{k_{\perp 0}^2}$, $f = \phi_0^{ex}\frac{\omega_\Lambda^2}{\gamma_0^2(\omega - kV_0)^2} I_0(k_{\perp 0} r)$, $k \equiv k_z = \frac{\omega}{V}$.

Уравнение /4/ дает условие резонанса:

$$\Omega \simeq 1 \quad \text{или} \quad \frac{\omega_\Lambda^2}{\gamma_0^2(\omega - kV_0)^2} = 1 \mp \frac{k_\perp^2}{k_{\perp 0}^2} \equiv S^2, \qquad /5/$$

где S^2 – геометрический фактор.

Соотношение /5/ – дисперсионное соотношение собственных аксиально-симметричных ленгмюровских мод в пучке – медленной ($\beta < \beta_0$) и быстрой ($\beta > \beta_0$). Решение /4/ известно

$$\phi = \frac{f}{2}(\psi\cos\psi - \sin\psi). \qquad /6/$$

Отсюда видно, что при выполнении резонансного условия /5/ в длинноволновом приближении ($kR \ll 1$, R – радиус пучка/ амплитуда волны линейно нарастает с ростом ψ с "инкрементом" G, равным:

$$G = \frac{1}{E_0^{ex}}\frac{\partial|E|}{\partial z} = \frac{\pi}{\lambda}S^2, \quad \lambda = \frac{2\pi V}{\omega} . \qquad /7/$$

Следовательно, когда в замедляющей структуре имеется внешняя волна с конечной амплитудой и выполняется условие резонанса /5/, при котором частота внешней волны, смещенная за счет аномального эффекта Доплера $\gamma_0(\omega - kV_0)$, совпадает с собственной частотой колебаний электронов в пучке – (ω_Λ/S), происходит возбуждение и усиление волны пучком. В связи с этим возникает важнейший вопрос о влиянии нелинейных эффектов на скорость роста и максимальную напряженность поля волны.

Разлагая правую часть уравнения /2/ с точностью до величины $\sim\phi^3$ включительно /малый параметр $\phi/\gamma_0' - 1$ / и используя асимптотический метод /слабой нелинейности/ Крылова-Боголюбова, можно показать, что "инкремент" на этой стадии порядка линейного /7/. Во втором порядке асимптотического метода можно получить искажение гармонической формы волны, а также найти оценку квазистационарного нелинейного уровня колебаний поля волны с амплитудой

$$|\phi_b| \simeq \sqrt[3]{\frac{8}{3}\frac{\phi_0^{ex}}{1 + 4\gamma_0'^2}}\,(\gamma_0'^2 - 1), \qquad /8/$$

и медленные колебания вблизи этого квазистационарного уровня с частотой, гораздо меньшей ω.

При дальнейшем росте поля волны предположение о малости параметра разложения $\phi/(\gamma_0' - 1)$ становится несправедливым и требуется другой подход. Максимальная величина потенциала определяется захватом электронов полем волны ($\phi \lesssim \gamma_0' - 1$). Однако максимальная напряженность поля волны ($E_m \sim \dot\phi$) вследствие нелинейного искажения формы волны не определяется потенциалом захвата, а должна находиться из уравнения /3/. При условии $|\phi_b| \gg |\phi_{ex}|$ из первого интеграла уравнения /3/ можно получить следующую формулу для максимальной напряженности поля ($E_m = E_z$):

$$E_m = E_s\sqrt{1 + S^2(2\gamma_0' + 1)}, \qquad /9/$$

где $E_s = \frac{2\pi mc^2}{e\lambda\gamma}\phi_s$ – напряженность поля, соответствующая потенциалу захвата и определяемая из условия гармонической зависимости поля волны от ψ. Формула /9/ имеет качественный характер и служит для оценки E_m по порядку величины; в частности, из нее следует, что максимальное поле может превышать E_s.

Для получения более точных результатов в области сильной нелинейности уравнение /3/ решалось численно на ЭВМ CDC-6500 методом Рунге-Кутта. При этом задавались энергия и ток пучка, а также частота и фазовая скорость внешней волны при выполнении условия /5/.

На рис.1 представлены в качестве примера результаты численных расчетов эволюции $\phi_b(\psi)$ для $E_0^{ex} = 15$ кВ/см, $\beta = 0{,}1$, $\gamma_0 = 3$ /$W_e \simeq 1$ МэВ/, тока пучка – 3 кА, R = 1 см, $\lambda_0 = 2\pi c/\omega = 2{,}5$ м. Пунктиром показана линейная стадия роста поля волны /формула/6//.

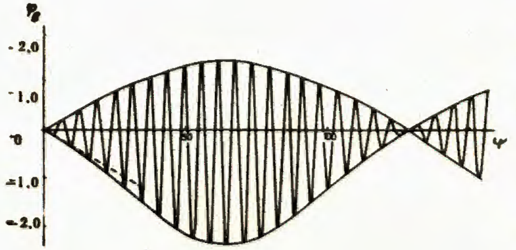

Рис.1

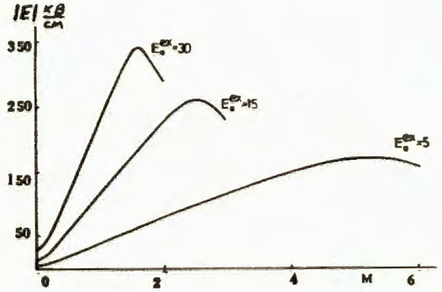

Рис.2

Видно, что средний инкремент получается порядка линейного, появляется искажение формы волны, выход на нелинейный квазистационарный режим и колебания огибающей с частотой, значительно меньшей частоты волны. Как показали расчеты, максимальный уровень поля и время выхода на него зависят от параметров пучка и поля внешней волны, что находится в качественном соответствии с формулой /8/. В большинстве рассмотренных случаев расчетная максимальная напряженность поля E_{cal} превышает E_s и меньше E_m. Так, для E_0^{ex} = 5 кВ/см получаем E_{cal} = 170 кВ/см, для E_0^{ex} = 15 кВ/см - E_{cal} = 260 кВ/см, для E_0^{ex} = 30 кВ/см, E_{cal} = 340 кВ/см, при этом расстояние, на котором поле достигает указанных величин, равно, соответственно, 5 м; 2,5 м и 1,75 м /рис.2/ /величины остальных параметров указаны выше/.

Расчеты дают основание утверждать, что рассмотренный механизм возбуждения ленгмюровской замедленной волны в релятивистском электронном пучке может лечь в основу разработки эффективного метода ускорения ионов со средним темпом ~ 20-50 МэВ/м·нукл. с начальной энергией ионов ~1 МэВ/нукл. и до конечной порядка 1 ГэВ/нукл. при большом среднем токе ионов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sloan M., Drummond W. Phys.Rev.Lett., 1973,v31, p.1234.
2. Бонч-Осмоловский А.Г., Доля С.Н., Решетникова К.А. Письма в ЖТФ, 1982, вып.10; ОИЯИ, Р9-82-113, Дубна, 1982; ЖТФ,1983, 53, с.1055.
3. Sprangle et al. Phys.Rev.Lett., 1976, v36, p.1180; Бонч-Осмоловский А.Г., Доля С.Н., Решетникова К.А. В кн.: "Труды совещания по коллективным методам ускорения", ОИЯИ,Д9-82-664, Дубна, 1982, с.153.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 марта 1984 года

Бонч-Осмоловский А.Г., Решетникова К.А. Р9-84-146
Нелинейная замедленная ленгмюровская волна в релятивистском электронном пучке

Выполнены аналитические и численные расчеты по резонансному возбуждению медленной ленгмюровской волны в релятивистском электронном пучке с учетом нелинейных эффектов. Эти расчеты показали, что поле волны при резонансных условиях быстро возрастает в пространстве и во времени до значений ≥ 2.10^5 В/см.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий и Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов

Bonch-Osmolovsky A.G., Reshetnikova K.A. P9-84-146
Nonlinear Slow-Down Langmuir Wave in a Relativistic Electron Beam

Analitical and numerical calculations of the resonance excitation of the slow Langmuir wave in a relativistic electron beam have been performed taking into account the nonlinear effects. These calculations have shown that the field of the wave at the resonance conditions increase rapidly in space and time up to the value ≥ 2.10^5 V/cm.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies and the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984