

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

939/84

13/II-84

P9-83-813

Ю.И.Алексахин

ЭКРАНИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА
ДВОЙНОГО "БЕЛИЧЬЕГО КОЛЕСА"

1983

1. ВВЕДЕНИЕ

Одно из основных ограничений на плотность электронного кольца и, соответственно, напряженность создаваемого им электрического поля связано с возможностью развития азимутальной неустойчивости^{/1/} /самобанчировки/, наиболее эффективным средством стабилизации которой является экранирование, уменьшающее импеданс кольца

$$Z_n = -2\pi r_0 E_{\theta n} / I^{(n)}, \quad /1/$$

где r_0 - радиус, $I^{(n)}$ и $E_{\theta n}$ - n -е азимутальные гармоники тока кольца и возбуждаемого им электрического поля.

В устройствах, использующих импульсные магнитные поля микросекундной длительности, таких, как высокоциклический компрессор^{/2/}, ускоритель с многократным использованием электронных колец^{/3/}, применение сплошных металлических экранов затруднено. Поэтому представляет интерес возможность подавления высокочастотного излучения кольца разрезанными экранами, прозрачными для внешнего магнитного поля.

В работах^{/4-6/} рассчитан импеданс E -слоя и электронного кольца, экранированных так называемым "беличьим колесом" - тонкостенным металлическим цилиндром, разрезанным вдоль образующих^{/7/}. Расчет показал низкую степень экранирования H -волн при разумной ширине разрезов; более того, импеданс электронного кольца оказался выше, чем в свободном пространстве, вследствие возбуждения главной /TEM/ волны в "беличьем колесе"^{/5,8/}.

Падение напряжения на разрезах и, следовательно, импеданс кольца /1/ пропорциональны волновому сопротивлению линий, об-

разованных соседними полосами. Это сопротивление можно уменьшить, перекрывая разрезы полосами второго слоя^{/6,8/} /рис.1/.

В данной работе исследуются экранирующие свойства "беличьего колеса", модифицированного таким способом.

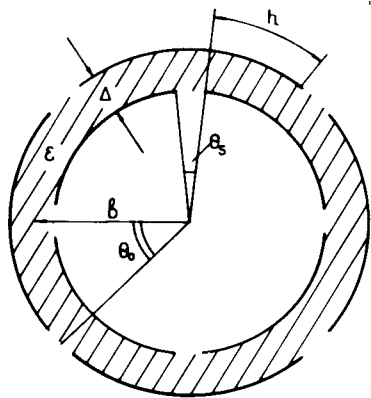


Рис.1. Поперечное сечение двойного "беличьего колеса" с числом полос в каждом слое $N = 4$.

2. ЭФФЕКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭКРАНА

Определим связь между азимутальным электрическим полем и током на экране, предполагая малость зазора между слоями полос Δ по сравнению со всеми характерными размерами задачи - шириной области перекрытия полос h , средним радиусом экрана b и длиной волны.

Пусть $i_{\theta}^{(1)}(\theta)$ - поверхностная плотность азимутальных токов на полосах наружного слоя, $i_{\theta}^{(2)}(\theta)$ - на полосах внутреннего слоя. Аксиальное магнитное поле вне экрана определяется суммарным током $i_{\theta}^{+} = i_{\theta}^{(1)} + i_{\theta}^{(2)}$, который будем считать заданным. Магнитное поле внутри экрана определяется разностным током $i_{\theta}^{-} = i_{\theta}^{(1)} - i_{\theta}^{(2)}$. Из равенства нулю тока $i_{\theta}^{(1)}$ на наружных разрезах $\theta = \theta_{\ell}^{(1)} = 2\ell\theta_0$, $\ell = 1, 2, \dots, N$, где $\theta_0 = \pi/N$, N - число полос в каждом слое, и равенства $i_{\theta}^{(2)} = 0$ на внутренних разрезах $\theta = \theta_{\ell}^{(2)} = (2\ell - 1)\theta_0$ следуют граничные условия для разностного тока:

$$i_{\theta}^{-} = -i_{\theta}^{+}, \quad \theta = \theta_{\ell}^{(1)}; \quad /2/$$

$$i_{\theta}^{-} = i_{\theta}^{+}, \quad \theta = \theta_{\ell}^{(2)}.$$

Введем в области перекрытия полос относительные потенциалы $U = \phi^{(1)} - \phi^{(2)}$, $V_{\theta, z} = A_{\theta, z}^{(1)} - A_{\theta, z}^{(2)}$, связанные /при $\Delta \ll h, b/c$ разностными поверхностными плотностями заряда (σ^{-}) и тока ($i_{\theta, z}^{-}$) простыми соотношениями

$$U = 2\pi\Delta\sigma^{-}/\epsilon, \quad V_{\theta, z} = 2\pi\Delta i_{\theta, z}^{-}/c, \quad /3/$$

где ϵ - диэлектрическая проницаемость изоляции между слоями полос. Из уравнения непрерывности и равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля на металле следует система уравнений для потенциалов

$$\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial V_{\theta}}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{c} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial t} = 0, \quad /4/$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial V_z}{\partial t} = 0,$$

где $y = b\theta$. Полагая $U, V = \exp(ik_z z - i\omega t)$, из /2-4/ найдем напряжение между полосами в области их перекрытия ($0 < y < h$):

$$U(y) = \frac{iZ_0 k \Delta}{2\kappa \sin \kappa h} [i_{\theta}^{+}(h) \cos \kappa y + i_{\theta}^{+}(0) \cos \kappa (h - y)], \quad /5/$$

где $Z_0 = 4\pi/c$, $\kappa^2 = \epsilon k^2 - k_z^2$, $k = \omega/c$. Падение потенциала на разрезе равно разности напряжений на границах прилегающих областей перекрытия и при гармонической зависимости полного тока от азимута $i_{\theta}^{+}(\theta) = i_{\theta n} e^{in\theta}$ имеет вид

$$\delta\phi_{\ell}^{(1,2)} = -\frac{iZ_0 k \Delta}{\kappa \sin \kappa h} (\cos \kappa h + \cos n\theta_0) \cos \frac{n\theta_s}{2} i_{\theta}^{+}(\theta_{\ell}^{(1,2)}), \quad /6/$$

где θ_s - угловая ширина разреза /рис.1/.

Азимутальное электрическое поле на полосах равно нулю, на разрезах примем его равным среднему значению

$$E_{\theta}^{(1,2)} = -\frac{\delta\phi_{\ell}^{(1,2)}}{b \cdot \theta_s}, \quad |\theta - \theta_{\ell}^{(1,2)}| \leq \theta_s/2. \quad /7/$$

Раскладывая E_{θ} в ряд Фурье

$$E_{\theta}^{(1,2)}(\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{ij\theta} E_{\theta_j}^{(1,2)}, \quad /8/$$

найдем

$$E_{\theta_j}^{(1)} = i_{\theta n} Z_0 R_n \eta_j \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta_{j, n+mN}, \quad /9/$$

$$E_{\theta_j}^{(2)} = i_{\theta n} Z_0 R_n \eta_j \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \delta_{j, n+mN},$$

где $\delta_{m,n}$ - символ Кронекера,

$$R_n = i \frac{\kappa N \Delta (\cos \kappa h + \cos n\theta_0)}{2\pi \kappa b \sin \kappa h} \cos \frac{n\theta_s}{2} \quad /10/$$

- безразмерное эффективное сопротивление "беличьего колеса" и

$$\eta_j = \frac{\sin(j\theta_s/2)}{j\theta_s/2} \quad /11/$$

- "зарезающий" множитель. Соотношения /8-11/ дают искомую связь между азимутальным электрическим полем на наружной и внутренней поверхности экрана и плотностью протекающих по нему азимутальных токов.

Сопротивление /10/, найденное без учета потерь в металле полос и изолирующем диэлектрике, является чисто реактивным. При длинах волн, больших в сравнении с шириной перекрытия полос

($|\kappa| h \leq 1$), сопротивление /10/ имеет емкостной характер ($\text{Im} R_n > 0$), если превалирует временная вариация полей ($\epsilon k_z^2 > k_z^2$), и индуктивный — в случае доминирующей пространственной вариации ($k_z^2 > \epsilon k^2$). В первом случае, очевидно, возможны резонансные явления в экране.

3. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ЭКРАНИРОВАНИИ

Электромагнитное поле источника $\vec{E}_z^{(0)}$ /падающее поле/ и поле наведенных на экране зарядов и токов \vec{E}_z^{ind} /отраженное поле/ можно представить в виде суперпозиции E- и H-волн: $\vec{E} = \vec{E}_E + \vec{E}_H$. Модифицированное "беличье колесо" экранирует E-волны практически так же, как и сплошной цилиндр, поэтому вкладом E-волн в E_θ на экране можно пренебречь ($E_{\theta E} = E_{\theta E}^{(0)} + E_{\theta E}^{\text{ind}} \approx 0$ при $r = b$).

Азимутальное электрическое поле H-волны, возбуждаемое кольцевым источником радиуса r_0 с током $I^{(n)} \sim e^{in\theta}$, в фурье-представлении по времени и z-координате имеет вид

$$E_{\theta H}^{(0)} \Big|_{r \geq r_0} = - \frac{2ikr_0 I^{(n)}}{c} I_n'(\lambda r_0) K_n'(\lambda r) \delta(\omega - \omega_n), \quad /12/$$

где $k = \omega/c$, $\lambda = \sqrt{k_z^2 - k^2}$, $I_n(x)$ и $K_n(x)$ - модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда порядка n, штрих означает производную по аргументу, частота ω_n будет конкретизирована ниже.

Электромагнитное поле отраженной H-волны вне экрана выразим через потенциал Герца Π_H^{ind} :

$$\vec{B}_z^{\text{ind}} = -\lambda^2 \Pi_H^{\text{ind}}, \quad E_{\theta H}^{\text{ind}} = -ik \frac{\partial \Pi_H^{\text{ind}}}{\partial r}, \quad /13/$$

который, в свою очередь, представим в виде разложения по пространственным гармоникам:

$$\Pi_H^{\text{ind}} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i(n+mN)\theta} \begin{cases} a_{1m} K_{n+mN}(\lambda r), & r > b, \\ a_{2m} I_{n+mN}(\lambda r), & r < b. \end{cases} \quad /14/$$

Азимутальное электрическое поле на поверхности экрана можно найти двумя способами: во-первых, из соотношений /12,13/ как суперпозицию падающей и отраженной волн - $E_\theta = E_{\theta H}^{(0)} + E_{\theta H}^{\text{ind}}$ и, во-вторых, по формулам /9/, определив поверхностную плотность азимутальных токов через скачок магнитного поля

$$Z_0 \dot{i}_\theta^+ = \vec{B}_z \Big|_{r=b-\Delta/2} - \vec{B}_z \Big|_{r=b+\Delta/2}. \quad /15/$$

Приравнивая полученные выражения друг другу, придем к системе уравнений для коэффициентов $a_{1,2m}$:

$$-ik\lambda a_{1m} K_{n+mN}' + E_{\theta H}^{(0)} \delta_{m,0} = \lambda^2 \eta_{n+mN} \Sigma_1, \quad /16/$$

$$-ik\lambda a_{2m} I_{n+mN}' + E_{\theta H}^{(0)} \delta_{m,0} = (-1)^m \lambda^2 \eta_{n+mN} \Sigma_2,$$

где

$$\Sigma_j = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^{m(j-1)} R_{n+mN} (a_{1m} K_{n+mN} - a_{2m} I_{n+mN}), \quad /17/$$

неуказанный аргумент модифицированных цилиндрических функций - λb , $E_{\theta H}^{(0)}$ берется при $r = b$.

Уравнения /16/ позволяют определить коэффициенты $a_{1,2m}$ через суммы $\Sigma_{1,2}$; подстановка соответствующих выражений в /17/ приводит к системе уравнений для этих сумм

$$\Sigma_1 \cdot [1 + \rho(c_1 Q_1 + c_2 Q_2)] - \Sigma_2 \rho(c_1 P_2 + c_2 P_1) = -i \frac{R_n E_{\theta H}^{(0)}}{k\lambda^2 b I_n' K_n'}, \quad /18/$$

$$\Sigma_1 \rho(c_1 Q_2 + c_2 Q_1) + \Sigma_2 [1 - \rho(c_1 P_1 + c_2 P_2)] = -i \frac{R_n E_{\theta H}^{(0)}}{k\lambda^2 b I_n' K_n'},$$

где введены обозначения $c_1 = \cos kh$, $c_2 = \cos n\theta_0$, $\rho = \lambda NA / \sin kh$

$$Q_j = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^{m(j-1)} \eta_{2(n+mN)} \frac{K_{n+mN}}{K_{n+mN}'}, \quad /19/$$

$$P_j = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^{m(j-1)} \eta_{2(n+mN)} \frac{I_{n+mN}}{I_{n+mN}'}$$

Решение системы /18/ ищется тривиально. Для нулевой пространственной гармоники отраженного поля, имеющей ту же пространственную вариацию, что и поле источника, нетрудно получить

$$E_{\theta H}^{\text{ind}} \Big|_{r < b} = -E_{\theta H}^{(0)} \cdot \frac{I_n'(\lambda r)}{I_n'(\lambda b)} \cdot f_n, \quad /20/$$

где

$$f_n = 1 + i \frac{R_n [1 + \rho(c_1 - c_2)(Q_1 - Q_2)]}{kb I_n' K_n' D} \quad /21/$$

- коэффициент экранирования поля Н-волны и

$$D = 1 - \rho [c_1(P_1 - Q_1) + c_2(P_2 - Q_2)] - \rho^2(c_1^2 - c_2^2)(P_1 Q_1 - P_2 Q_2)$$

- детерминант системы /18/.

Суммы в /19/ сходятся логарифмически. При выполнении условий $n \ll N = \pi b/h$ /22/

и $|\lambda| \leq N/b = \pi/h$ из /19/ приближенно имеем

$$Q_j = \frac{K_n}{K'_n} + \frac{2\lambda b}{N} \begin{cases} \ln(N\theta_s/e), & j=1 \\ \ln 2, & j=2 \end{cases} \quad /23/$$

$$P_j = \frac{I_n}{I'_n} - \frac{2\lambda b}{N} \begin{cases} \ln(N\theta_s/e), & j=1 \\ \ln 2, & j=2 \end{cases}$$

Аргумент логарифма при $j=1$ пропорционален отношению ширины разрезов к ширине полос: $N\theta_s = 2\pi N_{\text{разр}}/N_{\text{пол}}$. В пределе $N_{\text{разр}} \rightarrow 0$ /сплошной цилиндр/ величины P_j, Q_j обращаются в бесконечность и коэффициент экранирования /21/ равен, как и должно быть, единице. При разумных же значениях $N\theta_s$ и выполнении сильного неравенства

$$|\lambda| = |\sqrt{k_z^2 - k^2}| \ll \pi/h \quad /24/$$

и /22/ логарифмическими слагаемыми в /23/ можно пренебречь. При этих же условиях /и частотах в диапазоне $\omega \leq \pi c/b$ / упрощается и выражение для эффективного сопротивления экрана, так что в результате коэффициент экранирования представляется в виде

$$f_n = \frac{\kappa^2 b^2 I'(\lambda b) K'(\lambda b)}{\kappa^2 b^2 I'_n(\lambda b) K'_n(\lambda b) + \alpha} \quad /25/$$

где α - основной параметр, характеризующий экранирующие свойства двойного "беличьего колеса":

$$\alpha = \frac{\Delta N}{\pi h} = \frac{\Delta N^2}{\pi^2 b} \quad /26/$$

Зависимость /26/ легко объяснить. Действительно, емкость /на единицу длины по z / каждой области перекрытия полос пропорциональна $h/\Delta = \pi b/\Delta N$; в "цепь" азимутального тока "включено" последовательно $2N$ таких емкостей, так что общее емкостное сопротивление экрана пропорционально $\Delta N^2/b$.

Далее везде будем предполагать, что условия /22,24/ соблюдены, и пользоваться выражением /25/ для коэффициента экранирования.

4. ЭКРАНИРОВАНИЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Импульсное азимутально-симметричное / $n=0$ / магнитное поле в установках ^{2,3/} создается импульсом тока в искусственной замедляющей линии ^{9/}, образованной эквидистантно /с шагом L / расположенными витками и конденсаторами. При гармонической зависимости тока от времени магнитное поле имеет вид

$$B_r^{(0)} = \exp(i\phi \frac{z - v_\phi t}{L}) \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m(r) \exp(i \frac{2\pi m z}{L}),$$

где ϕ - фазовый сдвиг токов в соседних витках, v_ϕ - фазовая скорость волны тока.

Характерные значения фазовой скорости $\beta_\phi = v_\phi/c \sim 10^{-4} \div 10^{-3}$ и фазового сдвига $\phi \approx 0,1 \div 0,2$.

Связь между падающим и индуцированным магнитными полями следует из соотношений /20/ и

$$B_{rH} = - \frac{k_z}{k} E_{\theta H} \quad /27/$$

и определяется, соответственно, тем же самым коэффициентом экранирования f_n . Ввиду малости фазовой скорости выполняется неравенство $k = \phi \beta_\phi / L \ll |k_{zm}|$, где $k_{zm} = (\phi + 2\pi m)/L$ - постоянная распространения m -й пространственной гармоники поля, позволяющее пренебречь в /25/ зависимость от частоты и записать коэффициент экранирования в виде

$$f_0(x, \alpha) = \frac{x^2 I_1(x) K_1(x)}{x^2 I_1(x) K_1(x) + \alpha} \quad /28/$$

где $x = |k_{zm}|b$.

Рассчитанная по формуле /28/ зависимость показана на рис.2. Из графиков видно, что с уменьшением длины волны /ростом x / степень экранирования увеличивается. Это позволяет выбрать параметры "беличьего колеса" так, чтобы основная пространственная гармоника магнитного поля проникала через экран без заметного ослабления, а высшие гармоники были экранированы.

Первоначально "беличьее колесо" предполагалось использовать для аксиальной фокусировки электронных колец ^{7/} - продольные разрезы препятствуют протеканию наводимых кольцом азимутальных токов, которые компенсируют фокусирующее действие индуцированных зарядов. Отраженное магнитное поле нетрудно найти из соотношений /12, 20, 27/. При движении кольца с постоянной скоростью v_z частота ω_0 , входящая в /12/, равна $\omega_0 = v_z k_z$. Будем считать скорость v_z малой ($v_z \ll c/\sqrt{\epsilon}$), тогда сдвиг квадрата относительной частоты аксиальных колебаний электронов, связанных с экранированием магнитного поля кольца, представляется в виде

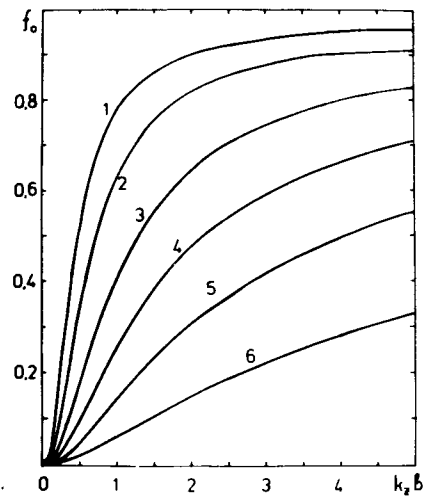


Рис.2. Зависимость коэффициента экранирования азимутально-симметричного магнитного поля от длины волны при значениях α : 1 - 0,1; 2 - 0,2; 3 - 0,5; 4 - 1,0; 5 - 2,0; 6 - 5,0.

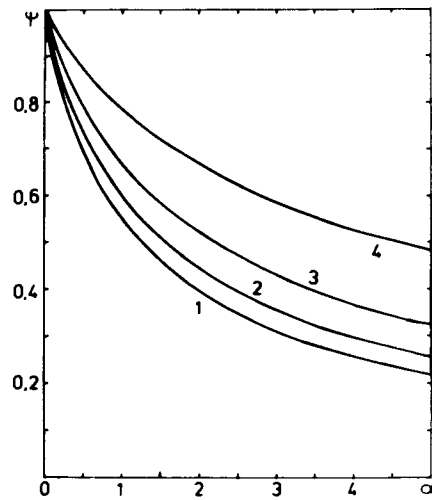


Рис.3. Относительный геометрический фактор $\psi(a) = \Phi(y, a) / \Phi(y, 0)$ при значениях $y \equiv r_0/b$: 1 - 0,6; 2 - 0,7; 3 - 0,8; 4 - 0,9. Соответствующие значения $\Phi(y, 0)$: 1 - 0,6; 2 - 1,9; 3 - 6,7; 4 - 38,6.

$$\delta \nu_z^2 = \frac{e}{m \nu \omega_H^2} \cdot \frac{\partial B_{rH}^{ind}}{\partial z} = -\frac{\nu}{\gamma} \Phi\left(\frac{r_0}{b}, a\right),$$

где $\nu = mc^3 I^{(0)} / e \beta \theta$, $I^{(0)}$ - ток в кольце, $\gamma \approx (1 - \beta^2)^{-1/2}$ - релятивистский фактор электронов, $\omega_H = \nu \theta / r_0$ - частота обращения электронов во внешнем магнитном поле, $\beta \theta = \nu \theta / c$ и

$$\Phi(y, a) = 4y^3 \int_0^\infty dx \cdot x^2 I_1^2(xy) \frac{K_1(x)}{I_1(x)} f_0(x, a). \quad /29/$$

Для эффективной стеночной фокусировки кольца его магнитное поле должно проникать сквозь экран, то есть отношение $\psi = \Phi(y, a) / \Phi(y, 0)$ должно быть мало. На рис.3 показана зависимость этого отношения от параметра α при некоторых значениях $y \equiv r_0/b$. При $\alpha \approx 0,45 / (1 - y)$ дефокусирующее действие индуцированных токов ослаблено примерно вдвое.

5. ЭКРАНИРОВАНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КОЛЬЦА

Частота электромагнитного поля ω_n , возбуждаемого сгруппированным в n банчей электронным кольцом, кратна частоте обращения

электронов: $\omega_n = n \omega_H = n c \beta \theta / r_0$. При вычислении импеданса положим $\beta \theta = 1$, что позволяет исключить зависимость от размеров поперечного сечения кольца*.

E-волны дают такой же вклад в импеданс /1/, как и в случае кольца, экранированного сплошной проводящей трубой, вклад H-волн нетрудно найти из соотношений /12, 20, 25/. Совершая обратное преобразование Фурье, получим

$$\tilde{Z}_n \equiv \frac{Z_n}{n Z_0} = i r_0 \int_{-\infty + i0}^{\infty - i0} \left\{ \frac{k_z^2}{\lambda^2} I_n(\lambda r_0) [K_n(\lambda r_0) - I_n(\lambda r_0)] \frac{K_n(\lambda b)}{I_n(\lambda b)} \right\} + \quad /30/$$

$$+ I_n'(\lambda r_0) \left[\frac{K_n'(\lambda r_0)}{I_n'(\lambda r_0)} - \frac{K_n'(\lambda b)}{I_n'(\lambda b)} \cdot f_n \right] dk_z.$$

Напомним, что $\lambda^2 = k_z^2 - k^2 = k_z^2 - n^2 / r_0^2$, $Z_0 = 4\pi / c$ - импеданс свободного пространства /в системе единиц СИ равный 120π / Ом//, контур интегрирования выбирается исходя из требования исчезновения поля на бесконечности $\text{Re} \lambda > 0$ и условия излучения $\text{Im} \lambda < 0$.

Второе слагаемое под интегралом в /30/ не имеет полюсов при $I_n'(\lambda b) = 0$, соответствующих H-волнам в сплошной трубе - при таких λ обращается в ноль коэффициент экранирования f_n , что можно увидеть как из приближенного выражения /25/, так и из точного /21/. Резонансному возбуждению собственных волн отвечают полюса f_n ; дисперсионные характеристики свободных волн определяются, соответственно, уравнением

$$I_n'(\lambda b) K_n'(\lambda b) + \frac{a}{b^2 (\epsilon k^2 - k_z^2)} = 0. \quad /31/$$

Это уравнение имеет решения с $\text{Re} \lambda^2 < 0$, описывающие H-волны, и решение с $\text{Im} \lambda = 0$, соответствующее поверхностной TEM-подобной волне в экране.

Вклад TEM-волны в импеданс /30/ может быть найден аналитически в двух предельных случаях, отвечающих большим и малым значениям аргумента цилиндрических функций λb :

$$1 / 2a \ll n \sqrt{\epsilon - 1} \ll \frac{1}{2a} \left(\frac{b}{n}\right)^2,$$

$$\tilde{Z}_n^{TEM} \approx \frac{\pi a r_0}{n \sqrt{\epsilon} b} \exp[-2n \sqrt{\epsilon - 1} \left(\frac{b}{r_0} - 1\right)], \quad /32/$$

*Этим мы отбрасываем так называемую квазистатическую часть импеданса, равную $Z_n^{st} \approx i n Z_0 L' / 2 \beta \theta y^2$, где L' - индуктивность на единицу длины кольца.

$$2/\epsilon - 1 \ll 1 + 2a/n$$

/33/

$$\tilde{Z}_n^{\text{TEM}} \approx \frac{\pi}{2} \left(\frac{r_0}{b}\right)^{2n} \frac{2a}{\sqrt{(2a + \epsilon n)(2a + n)}}.$$

Первая формула хорошо работает при значениях ϵ , заметно отличных от 1, и небольших a . Вторая применима при больших a , а в случае $\epsilon = 1$ - для всех значений этого параметра. При $r_0 = b$ и малых a обе формулы дают согласующиеся результаты.

Если $2a \gg n\epsilon$, что соответствует сильному подавлению азимутальных токов в экране, то из /33/ следует соотношение

$$\tilde{Z}_n^{\text{TEM}} \approx \frac{\pi}{2} \left(\frac{r_0}{b}\right)^{2n}, \quad /34/$$

совпадающее с выражением для вклада ТЕМ-волны в импеданс анизотропно-проводящего цилиндра /10/ /имеющего нулевую проводимость в азимутальном и идеальную - в аксиальном направлениях/. В обратном предельном случае ($2a \ll n$) при $r_0 = b$ из /33/ и /34/ следует результат

$$\tilde{Z}_n^{\text{TEM}} \approx \frac{\pi a}{n\sqrt{\epsilon}} = \frac{\Delta N}{n\sqrt{\epsilon}h}, \quad /35/$$

который можно понять из простых соображений.

При малых a и близких радиусах кольца и экрана ($r_0 \approx b$) полный азимутальный ток приблизительно равен $I^{\text{ind}} \approx -I^{(n)}$, где $I^{(n)}$ - гармоника тока кольца. Этот ток возбуждает в обоих направлениях вдоль оси z по $2N$ полосковых линии с характеристическим импедансом $\rho = Z_0 \Delta / \sqrt{\epsilon}h$. Полное сопротивление, на которое нагружен индуцированный ток, соответственно равно $Z^{\text{TEM}} \approx 2N \cdot \rho / 2 = Z_0 (\Delta N / \sqrt{\epsilon}h)$.

При больших значениях a , необходимых для эффективной стеночной фокусировки, и $r_0 \approx b$ вклад ТЕМ-волны в импеданс /34/ выше, чем импеданс незранированного кольца. Таким образом, модифицированное "беличье колесо", так же, как и одинарное, не может одновременно подавить ВЧ - излучения кольца и обеспечить эффективную фокусировку силами изображений. Однако двойной экран может, экранируя все поля кольца, быть прозрачным для слабо-неоднородного внешнего магнитного поля.

Точная зависимость вклада ТЕМ-волны в импеданс от параметра a показана на рис.4. Для получения приемлемых значений $\tilde{Z}_1^{\text{TEM}} = 0,1 \div 0,2$ требуется $a \leq 1$.

Обратимся теперь к дисперсионным свойствам Н-волн в модифицированном "беличьем колесе", определяемым решениями уравнения /30/ с $\text{Re}\lambda^2 < 0$. Ради удобства перепишем это уравнение с использованием обычных цилиндрических функций:

$$J'_n(k_r b) N'_n(k_r b) = - \frac{2ia}{\pi b^2 (\epsilon k^2 - k_z^2)}, \quad /36/$$

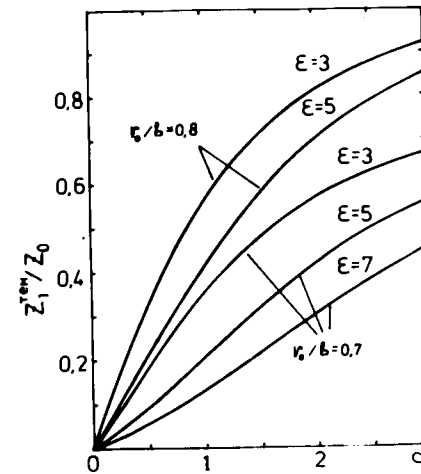


Рис.4. Вклад ТЕМ-волны в импеданс на гармонике $n = 1$ при некоторых значениях r_0/b и ϵ .

где $k_r = i\lambda = \sqrt{k^2 - k_z^2}$, $J_n(x)$ и $N_n(x)$ - функции Бесселя и Ганкеля первого рода n -го порядка, штрих, как и прежде, означает производную по аргументу.

Наибольший интерес представляют окрестности волноводных резонансов, имеющих место при совпадении частоты модуляции тока кольца ω_n с частотой отсечки какой-либо из Н-волн $\omega_{ns} = s k_{ns}$, где s - радиальный номер моды. Для определения k_{ns}

в уравнении /36/ следует положить $k_z = 0$ и рассматривать его как уравнение для k . При переходе к сплошному экрану ($a \rightarrow 0$) уравнение /36/ распадается на два: $J'_n(x) = 0$ и $N'_n(x) = 0$, где $x = k_r b$. Второе уравнение решений с $\text{Im}x \geq 0$, соответствующих ограниченному на бесконечности волнам, не имеет /11/, так что при малых a решения уравнения /36/ должны быть близки к $k = \mu_{ns}/b$, где μ_{ns} - нули производной функции Бесселя ($J'_n(\mu_{ns}) = 0$). Удерживая первые члены разложения по параметру a , нетрудно получить

$$k_{ns} = \frac{\mu_{ns}}{b} \left\{ 1 + \frac{a}{\epsilon(\mu_{ns}^2 - n^2)} (1 - i \frac{a}{\epsilon \mu_{ns}}) \right\}. \quad /37/$$

Наличие разрезов приводит, как видно из /37/, к некоторому увеличению частот отсечки * /и, соответственно, уменьшению резонансных значений радиуса кольца/ и дополнительному затуханию волн, характеризующему добротностью

$$Q_{ns} = \frac{1}{2} \mu_{ns} (\mu_{ns}^2 - n^2) \left(\frac{\epsilon}{a}\right)^2, \quad /38/$$

вследствие "просачивания" энергии через разрезы наружу. Оба эти обстоятельства способствуют стабильности электронного кольца - на первых азимутальных гармониках расширяется пристеночная зона устойчивости, а на высоких, резонансных гармониках импеданс меньше, чем в сплошной трубе, из-за сниженной добротности волноводных мод.

* Увеличение частоты вполне понятно, поскольку при $k_z = 0$ разрезы эквивалентны дополнительным емкостям, включенным последовательно в цепь азимутального тока.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, используя двойное "беличье колесо", можно заэкранировать высокочастотное излучение кольца, заметно не искажая внешнего импульсного магнитного поля. Более того, такой экран является фильтром, задерживающим паразитные высшие пространственные гармоники внешнего поля, что существенно улучшает фокусировку электронного кольца вследствие сглаживания градиента поля, и позволяет увеличить шаг между импульсными витками.

Вместе с тем, модифицированное "беличье колесо", при условии подавления ВЧ-излучения, экранирует собственное магнитное поле движущегося кольца почти полностью и дает слабую стеночную фокусировку. При необходимости фокусирующее действие изображений может быть усилено, например, за счет добавления внутреннего диэлектрического слоя^{12/}.

Автор благодарен Э.А.Перельштейну за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Атомиздат, М., 1979.
2. Барабаш Л.С. и др. ОИЯИ, Р9-11776, Дубна, 1978.
3. Иовнович М.Л. и др. ОИЯИ, Р9-11686, Дубна, 1978.
4. Белошицкий П.Ф., Перельштейн Э.А. ОИЯИ, Р9-11195, Дубна, 1978.
5. Merkel P. MPI f. Plasmaphysik, Garching, IPP 0/39, 1979.
6. Andelfinger C. et al. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1979, NS-26, No 3, p. 4172.
7. Долбилов Г.В. и др. ОИЯИ, Р9-4737, Дубна, 1969.
8. Алексахин Ю.И. и др. ОИЯИ, Б1-9-82-83, Дубна, 1982.
9. Алексахин Ю.И. ОИЯИ, Р9-82-843, Дубна, 1982.
10. Merkel P. Proc. 3rd Int. Conf. on Coll. Methods of Acceleration, Irvine, USA, 1978.
11. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. "Наука", М., 1979, с. 194.
12. Laslett L.J. Symposium ERA. UCRL-18103, LBL, Berkeley, California, 1968, p. 426.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 декабря 1983 года.

Алексахин Ю.И.

Р9-83-813

Экранирующие свойства двойного "беличьего колеса"

Рассмотрен способ экранирования собственных полей электронного кольца и переменного пространственно-неоднородного внешнего магнитного поля двойным "беличьим колесом" - экраном, образованным двумя коаксиальными цилиндрами, разрезанными вдоль образующих так, что полосы одного цилиндра осуществляют емкостную шунтировку разрезов другого. Показано, что такая шунтировка позволяет эффективно заэкранировать высокочастотные поля, возбуждаемые кольцом, заметно не искажая внешнего поля. Найдено, что более сильному экранированию подвергаются магнитные поля с большей пространственной неоднородностью. Благодаря этому двойной экран сглаживает распределение магнитного поля, создаваемого системой периодически расположенных витков. Поскольку пространственно-неоднородное собственное магнитное поле электронного кольца также экранируется, эффект стеночной фокусировки в двойном "беличьем колесе" заметно ослаблен.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Alexahin Yu.I.

P9-83-813

Shielding Properties of the Double "Squirrel Cage"

Shielding of the electron ring self-fields and of the alternating spatially inhomogeneous external magnetic field by a double "squirrel cage" is considered. The screen is formed by two coaxial cylinders, slit along the axis so that the strips of one cylinder capacitively bridge the slits of the other. It is shown that such a bridging permits to shield effectively generated by the ring rf field without significant distortion of the external field. It is found that the greater the magnetic field spatial inhomogeneity, the stronger it is shielded. Due to this fact the double screen flattens the distribution of magnetic field, formed by the set of periodically placed coils. As the spatially inhomogeneous magnetic self-field of the electron ring is also shielded, the effect of image focusing in double "squirrel cage" is significantly weakened.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.