

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1962/83

18/4-83

P9-83-54

В.М. Жабицкий

ОСОБЕННОСТИ ЗАХВАТА ЧАСТИЦ
ДЛЯ СИСТЕМ ИНЖЕКЦИИ
С БЫСТРОИЗМЕНЯЮЩИМСЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Направлено в "Журнал технической физики"

1983

В представленной работе проведен анализ влияния параметров инжектируемого пучка и магнитного поля на коэффициент захвата частиц для систем инъекции с быстроизменяющимся магнитным полем. Такие системы инъекции используются в адгезаторе коллективного ускорителя^{/1/}. В них частицы инжектируются в мягкофокусирующее магнитное поле адгезатора через инжекционное сопло, отвод пучка от которого осуществляется в результате быстрого изменения величины магнитного поля, что приводит к образованию кольца с радиусом, меньшим радиуса инъекции пучка^{/1,2/}. Захват частиц в кольцо в итоге определяется условиями обхода инжекционного сопла частицами на первом, втором и последующих оборотах.

После вылета из инжекционного сопла частицы в магнитном поле адгезатора совершают бетатронные колебания около равновесной орбиты с радиусом R_s . В свою очередь, величина R_s уменьшается в процессе работы инжекционной системы при увеличении магнитного поля и определяется из известных уравнений^{/3,4/}. Изменение R_s во времени приводит к изменению амплитуды и частоты бетатронных колебаний. Последние могут быть определены с помощью известных адиабатических инвариантов^{/3/}. Пусть в момент времени t_i для инжектируемых частиц равновесный радиус есть R_{si}^{in} , а скорость $\dot{R}_{si}(t_i)$ есть \dot{R}_{si}^{in} . Будем предполагать, что при вылете из инжекционного сопла представляющие точки пучка на плоскости ROR занимают площадь $c\beta_{\theta i}^{in} \mathcal{E}_{ri}^{in}$, ограниченную повернутым относительно осей координат эллипсом. Здесь \mathcal{E}_{ri}^{in} - абсолютный эмиттанс пучка, $c\beta_{\theta i}^{in}$ - продольная скорость частиц при $t = t_i$. Для центральной частицы радиус равен r_{ci}^{in} , а радиальная составляющая вектора скорости есть \dot{r}_{ci}^{in} , причем в общем случае $r_{ci}^{in} \neq R_{si}^{in}$ и $\dot{r}_{ci}^{in} \neq 0$. Пучок при этом имеет радиальный размер $2b_{ri}^{in}$ и разброс по радиальным скоростям $2\dot{b}_{ri}^{in}$ /см. рис.1/.

Совершив в течение промежутка времени T_i оборот в переменном магнитном поле, эти частицы займут новое положение на плоскости ROR. Пусть при $t = t_i + T_i$ равновесный радиус для них равен $R_{si}(t_i + T_i)$, а скорость его смещения есть $\dot{R}_{si}(t_i + T_i)$. В случае линейных сил представляющие точки пучка будут занимать ограниченную эллипсом область, площадь которой вследствие инвариантности нормализованного эмиттанса^{/5/} равна

$$c\beta_{\theta i} \mathcal{E}_{ri} \Big|_{t = t_i + T_i} = c\beta_{\theta i}^{in} \mathcal{E}_{ri}^{in} \gamma_i^{in} / \gamma_i(t_i + T_i), \quad /1/$$

где $\gamma_i(t)$ - релятивистский фактор при $t \geq t_i$ для частиц, инжектированных в момент времени t_i ; $\gamma_i^{in} = \gamma_i(t_i)$. Радиальный размер

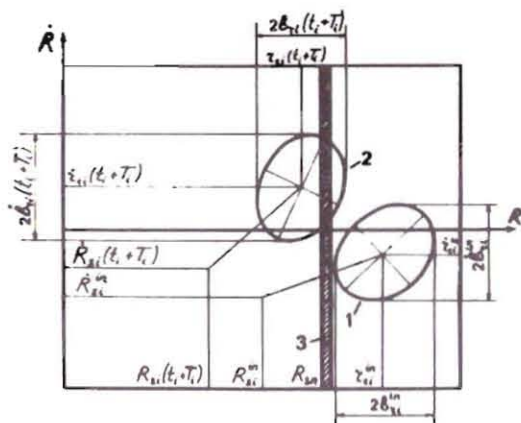


Рис. 1. Положение пучка на плоскости ROR в момент инжекции /1/ и через один оборот /2/ в магнитном поле; 3 - нижняя пластина инжекционного сопла.

такого пучка равен $2b_{r1}(t_1 + T_1)$, разброс по радиальным скоростям есть $2b_{r1}(t_1 + T_1)$, а координаты центральной частицы равны $r_{ci}(t_1 + T_1)$ и $\dot{r}_{ci}(t_1 + T_1)$. В результате столкновения с инжекционным соплом при

$t = t_1 + T_1$ на него высадятся все частицы, радиус которых независимо от их скорости больше радиуса нижней кромки инжекционного сопла R_{sn} /см. рис.1/. Пусть K_1 - величина отношения числа частиц, прошедших мимо инжекционного сопла, к полному числу частиц. Следуя работе /6/, можно считать, что для пучка с равномерным распределением частиц в фазовом пространстве величина K_1 равна величине отношения площади сегмента между дугой эллипса /выпуклой влево на рис.1/ и хордой $R = R_{sn}$ к площади эллипса. Используя формулы для площадей эллипса и сегмента /7/, получим

$$K_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{x_1}{x_{m1}}\right) + \frac{1}{\pi} \left(\frac{x_1}{x_{m1}}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{x_{m1}}\right)^2}, \quad /2/$$

где $|x_1| \leq x_{m1}$ и

$$x_{m1} = b_{r1}(t_1 + T_1); \quad x_1 = R_{sn} - r_{ci}(t_1 + T_1). \quad /3/$$

Отметим, что в соответствии с определением величина $K_1 = 1$ при $x_1 \geq x_{m1}$ и $K_1 = 0$ при $x_1 \leq -x_{m1}$. Найдем входящие в /3/ величины в момент времени $t_1 + T_1$, используя параметры пучка при $t = t_1$. Как уже отмечалось выше, частицы в переменном магнитном поле адгезатора совершают бетатронные колебания около равновесной орбиты, амплитуда и частота которых зависят от времени. Поэтому для центральной частицы в линейном приближении по отклонению от равновесной орбиты можем записать

$$r_{ci}(t) = R_{si}(t) + \mu_1(t) a_{ci}^{-in} \cos(\Delta\phi_{r1}(t) - \phi_{ci}^{in});$$

$$\dot{r}_{ci}(t) = \dot{R}_{si}(t) - \mu_1(t) c\beta_{\theta 1} \dot{\chi}_{r1}^{-1} a_{ci}^{-in} \sin(\Delta\phi_{r1}(t) - \phi_{ci}^{in}), \quad /4/$$

где a_{ci}^{-in} и ϕ_{ci}^{in} - начальные амплитуда и фаза радиальных бетатронных колебаний; $2\pi\dot{\chi}_{r1}$ - мгновенная длина волны, $\Delta\phi_{r1}(t)$ - набег фазы для этих колебаний:

$$\Delta\phi_{r1}(t) = \int_{t_1}^t \omega_{r1}(t) dt = \int_{t_1}^t c\beta_{\theta 1}(t) \dot{\chi}_{r1}^{-1}(t) dt.$$

Множитель $\mu_1(t)$ описывает изменение амплитуды бетатронных колебаний в соответствии с адиабатическим инвариантом /3/ для радиальных бетатронных колебаний $\gamma_i \beta_{\theta i} \dot{\chi}_{r1}^{-1} a_{ci}^2 = inv$ и равен

$$\mu_1(t) = \left(\frac{\dot{\chi}_{r1}(t) \gamma_i^{in} \beta_{\theta i}^{in}}{\dot{\chi}_{r1}^{in} \gamma_i(t) \beta_{\theta i}(t)} \right)^{1/2}. \quad /5/$$

В /4/ в формуле для $\dot{r}_{ci}(t)$ опущены члены, пропорциональные скоростям изменения амплитуды и фазы колебаний, что справедливо в линейном приближении по отклонению от равновесной орбиты при адиабатическом изменении магнитного поля во времени. Поскольку при $t = t_1$ заданы начальные скорости и положения центральной частицы и равновесной орбиты /см. рис.1/, то из /4/ получаем

$$a_{ci}^{-in} = \left((r_{ci}^{in} - R_{si}^{in})^2 + \left(\frac{\dot{\chi}_{r1}^{in}}{c\beta_{\theta 1}^{in}} \right)^2 (r_{ci}^{in} - R_{si}^{in})^2 \right)^{1/2}. \quad /6/$$

$$\text{tg} \phi_{ci}^{in} = \left(\frac{\dot{\chi}_{r1}^{in}}{c\beta_{\theta 1}^{in}} \right) \frac{\dot{r}_{ci}^{in} - \dot{R}_{si}^{in}}{r_{ci}^{in} - R_{si}^{in}}.$$

Используя /4/ и /6/, получаем согласно /3/ следующее выражение для x_1 :

$$x_1 = R_{sn} - R_{si}(t_1 + T_1) - \mu_1(t_1 + T_1) [(r_{ci}^{in} - R_{si}^{in}) \cos 2\pi Q_{r1} + \left(\frac{\dot{\chi}_{r1}^{in}}{c\beta_{\theta 1}^{in}} \right) (r_{ci}^{in} - R_{si}^{in}) \sin 2\pi Q_{r1}], \quad /7/$$

где Q_{ri} - число радиальных колебаний за оборот; $2\pi Q_{ri} = \Delta\phi_{ri}(t_i + T_i)$ - набег фазы для этих колебаний за оборот:

$$2\pi Q_{ri} = \Delta\phi_{ri}(t_i + T_i) = \int_{t_i}^{t_i + T_i} c\beta_{\theta_i}(t) \chi_{ri}^{-1}(t) dt. \quad /8/$$

Для определения $x_{mi} = b_{ri}(t_i + T_i)$ используем следующее. В начальный момент времени t_i представляющие точки $(r_k(t_i), \dot{r}_k(t_i))$ пучка лежат внутри эллипса, площадь которого $c\beta_{\theta_i}^{in} \vartheta_{ri}^{in}$, а проекции на оси OR и OR' соответственно равны $2b_{ri}^{in}$ и $2b_{ri}^{in}$ см. рис.1/. Поскольку координаты центра эллипса есть $(r_{ci}^{in}, \dot{r}_{ci}^{in})$, то можем записать

$$\begin{aligned} & ((r_k(t_i) - r_{ci}^{in}) \dot{b}_{ri}^{in})^2 + ((\dot{r}_k(t_i) - \dot{r}_{ci}^{in}) b_{ri}^{in})^2 - \\ & - 2\kappa(r_k(t_i) - r_{ci}^{in})(\dot{r}_k(t_i) - \dot{r}_{ci}^{in}) \sqrt{(b_{ri}^{in} \dot{b}_{ri}^{in})^2 - (\frac{c}{\pi} \beta_{\theta_i}^{in} \vartheta_{ri}^{in})^2} \leq (\frac{c}{\pi} \beta_{\theta_i}^{in} \vartheta_{ri}^{in})^2, \end{aligned} \quad /9/$$

где $\kappa = +1$ соответствует ориентация эллипса, при которой его большая ось составляет положительный угол с осью OR, а $\kappa = -1$ - отрицательный угол. Нетрудно проверить, что при строгом равенстве в /9/ получаем уравнение эллипса, проекции которого на оси координат есть $2b_{ri}^{in}$ и $2\dot{b}_{ri}^{in}$. Для каждой из рассматриваемых частиц можем в соответствии с /4/ записать

$$r_k(t) = R_{si}(t) + \mu_i(t) \bar{a}_k^{in} \cos(\Delta\phi_{ri}(t) - \phi_k^{in}); \quad /10/$$

$$\dot{r}_k(t) = \dot{R}_{si}(t) - \mu_i(t) c\beta_{\theta_i} \chi_{ri}^{-1} \bar{a}_k^{in} \sin(\Delta\phi_{ri}(t) - \phi_k^{in});$$

где \bar{a}_k^{in} и ϕ_k^{in} - начальные амплитуда и фаза бетатронных колебаний. Используя /10/, /5/ и /4/, нетрудно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} r_k(t_i) - r_{ci}^{in} &= (\frac{y_i}{y_i^{in}}) \mu_i(t) (\frac{\chi_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta_i}^{in}}) ((r_k(t) - r_{ci}(t)) (\frac{c\beta_{\theta_i}}{\chi_{ri}}) \cos\Delta\phi_{ri}(t) - \\ & - (\dot{r}_k(t) - \dot{r}_{ci}(t)) \sin\Delta\phi_{ri}(t)); \end{aligned} \quad /11/$$

$$\dot{r}_k(t_i) - \dot{r}_{ci}^{in} = (\frac{y_i}{y_i^{in}}) \mu_i(t) ((r_k(t) - r_{ci}(t)) (\frac{c\beta_{\theta_i}}{\chi_{ri}}) \sin\Delta\phi_{ri}(t) +$$

$$+ (\dot{r}_k(t) - \dot{r}_{ci}(t)) \cos\Delta\phi_{ri}(t)).$$

Подставляя /11/ в /9/ и используя /1/ и /5/, получаем, что в момент времени t представляющие точки пучка лежат внутри эллипса:

$$\begin{aligned} & ((r_k(t) - r_{ci}(t)) \dot{b}_{ri}(t))^2 + ((\dot{r}_k(t) - \dot{r}_{ci}(t)) b_{ri}(t))^2 - \\ & - 2\kappa(r_k(t) - r_{ci}(t)) (\dot{r}_k(t) - \dot{r}_{ci}(t)) \sqrt{(b_{ri}(t) \dot{b}_{ri}(t))^2 - (\frac{c}{\pi} \beta_{\theta_i} \vartheta_{ri})^2} \leq \\ & \leq (\frac{c}{\pi} \beta_{\theta_i} \vartheta_{ri})^2, \end{aligned}$$

площадь которого равна $c\beta_{\theta_i} \vartheta_{ri}$, а проекции на оси координат есть:

$$\begin{aligned} b_{ri}^2(t) &= \mu_i^2(t) ((b_{ri}^{in} \cos\Delta\phi_{ri}(t))^2 + (\frac{\chi_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta_i}^{in}} \dot{b}_{ri}^{in} \sin\Delta\phi_{ri}(t))^2 + \\ & + \kappa (\frac{\chi_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta_i}^{in}} \sin 2\Delta\phi_{ri}(t)) \sqrt{(b_{ri}^{in} \dot{b}_{ri}^{in})^2 - (\frac{c}{\pi} \beta_{\theta_i}^{in} \vartheta_{ri}^{in})^2}); \\ \dot{b}_{ri}^2(t) &= \mu_i^2(t) (\frac{c\beta_{\theta_i}}{\chi_{ri}})^2 ((b_{ri}^{in} \sin\Delta\phi_{ri}(t))^2 + (\frac{\chi_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta_i}^{in}} \dot{b}_{ri}^{in} \cos\Delta\phi_{ri}(t))^2 - \\ & - \kappa (\frac{\chi_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta_i}^{in}} \sin 2\Delta\phi_{ri}(t)) \sqrt{(b_{ri}^{in} \dot{b}_{ri}^{in})^2 - (\frac{c}{\pi} \beta_{\theta_i}^{in} \vartheta_{ri}^{in})^2}). \end{aligned} \quad /12/$$

Из /12/ видно, что расходящемуся при вылете из инжекционного сопла пучку соответствует $\kappa = +1$, а сходящемуся - $\kappa = -1$. Формулы /12/ при $t = t_i + T_i$ и /7/ определяют входящие в /2/ величины x_{mi} и x_i через начальные параметры пучка при $t = t_i$. Введем следующие обозначения:

$$a_{si}^{in} = r_{ci}^{in} - R_{si}^{in}; \quad \Delta R_{si}^T = R_{si}^{in} - R_{si}(t_i + T_i); \quad \Delta R_{sn} = r_{ci}^{in} - b_{ri}^{in} - R_{sn}^{in}. \quad /13/$$

Тогда для x_j и x_{mi} в соответствии с /12/, /7/ и /3/ можем записать:

$$x_i = a_{si}^{in} - b_{ri}^{in} + \Delta R_{si}^T - \Delta R_{sn} - \mu_i(t_i + T_i) \times$$

$$\times \left(a_{s1}^{in} \cos 2\pi Q_{r1} + \frac{\chi_{r1}^{in}}{c\beta_{\theta 1}^{in}} (r_{c1}^{in} - R_{s1}^{in}) \sin 2\pi Q_{r1} \right);$$

$$x_{m1} = \mu_1 (t_1 + T_1) \left((b_{r1}^{in} \cos 2\pi Q_{r1})^2 + \left(\frac{\chi_{r1}^{in}}{c\beta_{\theta 1}^{in}} b_{r1}^{in} \sin 2\pi Q_{r1} \right)^2 + \right. \quad /14/$$

$$\left. + \kappa \left(\frac{\chi_{r1}^{in}}{c\beta_{\theta 1}^{in}} \sin 4\pi Q_{r1} \right) \sqrt{(b_{r1}^{in} b_{r1}^{in})^2 + \left(\frac{c}{\pi} \beta_{\theta 1}^{in} \vartheta_{r1}^{in} \right)^2} \right)^{1/2}.$$

Таким образом, используя /2/ и /14/, можем определить величину K_1 - долю частиц, прошедших без столкновения с инжекционным соплом первый оборот, по параметрам пучка в момент вылета из инжекционного сопла в магнитное поле адгезатора.

На рис. 2 представлена зависимость K_1 от величины отношения x_1/x_{m1} . Из рисунка видно, что половина частиц проходит первый оборот без столкновения с инжекционным соплом при $x_1 = 0$, три четверти частиц - при $(x_1/x_{m1}) = 0,404$, все частицы - при $x_1 \geq x_{m1}$.

В общем случае, как это видно из /14/, величина отношения (x_1/x_{m1}) зависит от ряда параметров: смещения равновесной орбиты за оборот ΔR_{s1}^T , начальной амплитуды радиальных бетатронных колебаний a_{s1}^{in} , эмиттанса пучка ϑ_{r1}^{in} и ориентации его относительно осей координат, набега фазы за оборот $2\pi Q_{r1}$ и других параметров пучка, которые необходимо учитывать при расчете конкретной системы инжекции. Для установления основных закономерностей процесса обхода инжекционного сопла и захвата частиц в кольцо рассмотрим некоторые частные случаи.

Рассмотрим инжекцию согласованного пучка в магнитное поле адгезатора. В этом случае представляющие точки пучка на плоскости $RO\bar{R}$ в момент инжекции t_1 занимают область, ограниченную эллипсом, ориентация осей которого совпадает с ориентацией осей координат, так что

$$(b_{r1}^{in} b_{r1}^{in})^2 - \left(\frac{c}{\pi} \beta_{\theta 1}^{in} \vartheta_{r1}^{in} \right)^2 = 0,$$

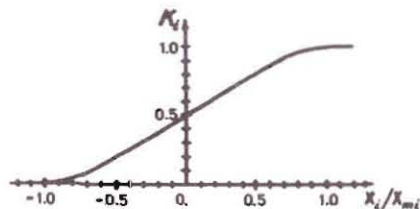


Рис. 2. График функции $K_1(x_1/x_{m1})$.

причем радиальный размер b_{r1}^{in} и разброс по радиальным скоростям b_{r1}^{in} находятся в следующем соотношении:

$$b_{r1}^{in} = \left(\frac{\chi_{r1}^{in}}{c\beta_{\theta 1}^{in}} \right) b_{r1}^{in}.$$

Для согласованного пучка согласно /14/ имеем $x_{m1} = \mu_1 (t_1 + T_1) b_{r1}^{in}$. Пусть такой пучок инжектируется по касательной к кривой, которую описывает радиус-вектор, соответствующий равновесному радиусу $R_{s1}(t)$, т.е. $a_{s1}^{in} = 0$ и $r_{c1}^{in} = R_{s1}^{in}$. В этом случае радиус центральной частицы всегда совпадает с $R_{s1}(t)$ при $t \geq t_1$. Все частицы пучка, инжектированные при $t = t_1$, пройдут первый оборот без столкновения с инжекционным соплом при $x_1 \geq x_{m1}$, т.е. при таком смещении равновесной орбиты за оборот, что выполняется неравенство

$$\Delta R_{s1}^T \geq (1 + \mu_1 (t_1 + T_1)) b_{r1}^{in} + \Delta R_{s1}^{gn}. \quad /15/$$

Напомним, что коэффициент $\mu_1(t)$ описывает адиабатическое изменение поперечных размеров пучка. В соответствии с /5/ для $\mu_1(t_1 + T_1)$ можем записать

$$\mu_1(t_1 + T_1) = \frac{\bar{a}_{c1}(t_1 + T_1)}{\bar{a}_{c1}^{in}} = 1 + \frac{\Delta \bar{a}_{c1}}{\bar{a}_{c1}^{in}},$$

где $\Delta \bar{a}_{c1}$ - изменение амплитуды бетатронных колебаний за оборот. Поскольку в процессе работы инжекционной системы магнитное поле увеличивается, то, как правило, $\Delta \bar{a}_{c1} \leq 0$, т.е. $\mu_1(t_1 + T_1) \leq 1$. Поэтому неравенство /15/ тем более будет выполняться при

$$\Delta R_{s1}^T \geq 2b_{r1}^{in} + \Delta R_{s1}^{gn}. \quad /16/$$

Неравенство /16/ отражает тот известный факт, что частицы согласованного пучка не испытывают столкновений с инжекционным соплом, если смещение равновесной орбиты за оборот больше суммы $2b_{r1}^{in} + \Delta R_{s1}^{gn}$ /размера пучка в радиальном направлении и расстояния от нижней кромки пучка до нижней кромки инжекционного сопла, см. рис.1/. Из /15/ ясно, что для уменьшения величины ΔR_{s1}^T в первую очередь необходимо уменьшать ΔR_{s1}^{gn} .

Рассмотрим теперь инжекцию согласованного пучка в неравновесное магнитное поле, когда радиус центральной частицы r_{c1}^{in} не совпадает с радиусом равновесной орбиты R_{s1}^{in} в момент инжекции $t = t_1$. В этом случае обход инжекционного сопла на первом обороте возможен за счет когерентных радиальных бетатронных колебаний и при $\Delta R_{s1}^T = 0$, однако в последующие моменты времени на одном из оборотов частицы неизбежно погибнут на инжекционном

сопле. Найдем, при каких условиях все частицы инжектируемого пучка обойдут сопло и будут захвачены в кольцо в неравновесном магнитном поле при малых смещениях равновесной орбиты ΔR_{si}^T за оборот и приемлемых размерах поперечного сечения кольца. Пусть смещение равновесной орбиты за оборот постоянно и равно ΔR_{si}^T независимо от номера оборота m . Для упрощения выкладок будем считать, что набег фазы за m оборотов равен $2\pi m Q_{ri}$. Тогда пучок пройдет m оборотов без столкновений с инжекционным соплом, если на каждом обороте $x_i \geq x_{mi}$. С учетом сделанных выше предположений и очевидных соображений о виде выражений /14/ при $t = t_i + mT_i$ находим, что из $x_i \geq x_{mi}$ следует

$$m\Delta R_{si}^T \geq (1 + \mu_i(t_i + mT_i))b_{ri}^{in} + \Delta R_{sn} - \\ - (1 - \mu_i(t_i + mT_i)\cos 2\pi m Q_{ri})a_{si}^{in} + \\ + \mu_i(t_i + mT_i)\left(\frac{\dot{x}_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta i}^{in}}\right)(\dot{r}_{ci}^{in} - \dot{r}_{si}^{in})\sin 2\pi m Q_{ri}. \quad /17/$$

Для обеспечения минимальных размеров поперечного сечения кольца в соответствии с /4/ и /6/ необходимо иметь $\dot{r}_{ci}^{in} = \dot{r}_{si}^{in}$. Обеспечить выполнение этого условия для угла влета частиц в магнитное поле адгезатора в условиях эксперимента, как правило, затруднительно. Однако при настройке пучка нетрудно добиться $\dot{R}_{si}^{in} < \dot{r}_{ci}^{in} < 0$, т.е. обеспечить инжекцию частиц с небольшим углом внутрь /1/. Тогда

$$\left(\frac{\dot{x}_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta i}^{in}}\right)(\dot{r}_{ci}^{in} - \dot{r}_{si}^{in}) \approx \left(1 - \frac{\dot{r}_{ci}^{in}}{\dot{R}_{si}^{in}}\right)\frac{\Delta R_{si}^T}{2\pi Q_{ri}} = \zeta \frac{\Delta R_{si}^T}{2\pi Q_{ri}},$$

где $0 < \zeta < 1$. Введем следующие обозначения:

$$\eta = \frac{\Delta R_{si}^T}{2b_{ri}^{in} + \Delta R_{sn}}; \quad \xi = \frac{a_{si}^{in}}{b_{ri}^{in} + 0,5\Delta R_{sn}}; \quad /18/$$

$$\delta = (1 - \mu_i(t_i + mT_i))\left(\frac{b_{ri}^{in} + a_{si}^{in}\cos 2\pi m Q_{ri}}{2b_{ri}^{in} + \Delta R_{sn}} + \eta\zeta \frac{\sin 2\pi m Q_{ri}}{2\pi Q_{ri}}\right).$$

С учетом /18/ неравенство /17/ примет вид

$$(1 - \zeta \frac{\sin 2\pi m Q_{ri}}{2\pi m Q_{ri}})m\eta \geq 1 - \xi \sin^2 \pi m Q_{ri} - \delta. \quad /19/$$

Так как $\mu_i \leq 1$, то при $\xi < 1$ и $\zeta < 1$ имеем $\delta > 0$. Для таких δ неравенство /19/ тем более будет выполняться, если

$$(1 - \zeta \frac{\sin 2\pi m Q_{ri}}{2\pi m Q_{ri}})m\eta \geq 1 - \xi \sin^2 \pi m Q_{ri}. \quad /20/$$

Можно показать, что неравенство /20/ для одновременно минимальных η и ξ имеет следующее решение:

$$\eta \geq \eta^*(Q_{ri}) = \frac{\sin^2 \pi Q_{ri} - \sin^2 m\pi Q_{ri}}{m \sin^2 \pi Q_{ri} - \sin^2 m\pi Q_{ri} + \zeta \frac{\sin \pi Q_{ri}}{\pi Q_{ri}} \sin(m-1)\pi Q_{ri} \sin m\pi Q_{ri}};$$

$$\xi \geq \xi^*(Q_{ri}) = \frac{1}{\sin^2 \pi Q_{ri}}(1 - (1 - \zeta \frac{\sin 2\pi Q_{ri}}{2\pi Q_{ri}})\eta^*(Q_{ri})); \quad /21/$$

где $m=2$ при $Q_r^{(2-)} < Q_{ri} \leq Q_r^{(2+)}$, $m=3$ при $Q_r^{(3-)} < Q_{ri} \leq Q_r^{(3+)}$ или $Q_r^{(2+)} \leq Q_{ri} \leq Q_r^{(3+)}$ и т.д., причем $Q_r^{(m+)}$ и $Q_r^{(m-)}$ есть решения уравнения

$$m \sin^2 m\pi Q_r^{(m\pm)} - (m-1) \sin^2(m+1)\pi Q_r^{(m\pm)} - \sin^2 \pi Q_r^{(m\pm)} + \\ + \zeta \frac{\sin \pi Q_r^{(m\pm)}}{\pi Q_r^{(m\pm)}} \sin(m-1)\pi Q_r^{(m\pm)} \sin m\pi Q_r^{(m\pm)} = 0;$$

$$\frac{1}{m+1} < Q_r^{(m-)} < \frac{1}{m}; \quad 1 - \frac{1}{m} < Q_r^{(m+)} < 1 - \frac{1}{m+1}.$$

Отметим, что при $\zeta = 0$ $Q_r^{(m+)} = 1 - Q_r^{(m-)}$. При $Q_{ri} = 0,5$ величины $\eta^*(Q_{ri})$ и $\xi^*(Q_{ri})$ не зависят от ζ , т.е. угла влета, что соответствует результатам работы /8/. На рис. 3 и 4 приведены графики функций $\eta = \eta^*(Q_{ri})$ и $\xi = \xi^*(Q_{ri})$ при $\zeta=0$ и $\zeta=1$, а в таблице - величины $Q_r^{(m\pm)}$. На рис. 4 представлен график функции $\xi_0(Q_{ri}) = 1/\sin^2 \pi Q_{ri}$. Из /17/ ясно, что $a_{si}^{in} = (b_{ri}^{in} + 0,5\Delta R_{sn})\xi_0(Q_{ri})$ есть та минимальная амплитуда когерентных радиальных бетатронных колебаний центральной частицы, инжектируемой в постоянное магнитное поле $\Delta R_{si}^T = 0$, $\mu_i = 1$ / по касательной к окружности с радиусом r_{ci}^{in} / т.е. $\dot{r}_{ci}^{in} = 0$ /, при которой согласованный пучок проходит первый оборот без столкновения с инжекционным соплом.

Для повышения плотности частиц в кольце необходимо, чтобы величина ξ была по возможности минимальной. Если ограничить ξ по

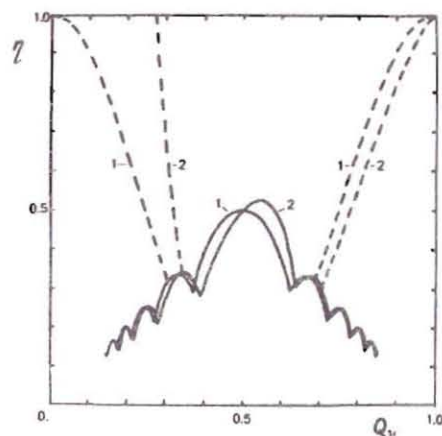


Рис. 3. Графики функций $\eta^*(Q_{r1})$ /сплошные линии/ и $\eta_m(Q_{r1})$ /пунктирные/ при $\xi_{\max} = 1$: 1 - $\zeta = 0$; 2 - $\zeta = 1$.

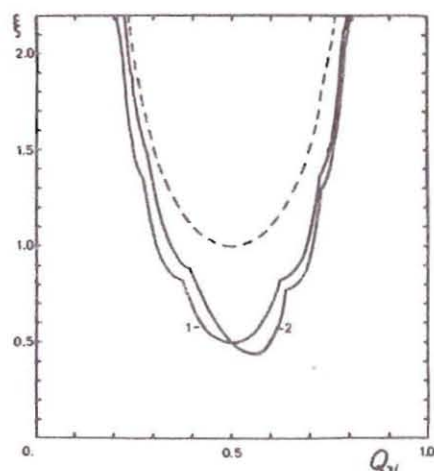


Рис. 4. Графики функций $\xi^*(Q_{r1})$ /сплошные линии/ и $\xi_0(Q_{r1})$ /пунктирная/: 1 - $\zeta = 0$; 2 - $\zeta = 1$.

Таблица

ζ	0,0	0,5	1,0
$Q_r^{(2-)}$	0,37500	0,38519	0,39396
$Q_r^{(2+)}$	0,62500	0,63177	0,63883
$Q_r^{(3-)}$	0,27615	0,27981	0,28303
$Q_r^{(3+)}$	0,72385	0,72537	0,72695
$Q_r^{(4-)}$	0,21768	0,21918	0,22054
$Q_r^{(4+)}$	0,78233	0,78277	0,78323
$Q_r^{(5-)}$	0,17933	0,18004	0,18069
$Q_r^{(5+)}$	0,82067	0,82083	0,82100

величине ($\xi \leq \xi_{\max}$), то начиная с некоторых $Q_r^{(\max \pm)}$ величины η и ξ в соответствии с /20/ и /21/ будут определяться из соотношений

$$\xi = \xi_{\max}; \quad \eta \geq \eta_m(Q_{r1}) = \frac{1 - \xi_{\max} \sin^2 \pi Q_{r1}}{1 - \zeta \frac{\sin 2\pi Q_{r1}}{2\pi Q_{r1}}}; \quad /22/$$

$$0 \leq Q_{r1} \leq Q_r^{(\max-)}; \quad Q_r^{(\max+)} \leq Q_{r1} \leq 1;$$

где $Q_r^{(\max \pm)}$ есть решения уравнения

$$\left(1 - \zeta \frac{\sin 2\pi Q_r^{(\max \pm)}}{2\pi Q_r^{(\max \pm)}}\right) \eta^*(Q_r^{(\max \pm)}) = 1 - \xi_{\max} \sin^2 \pi Q_r^{(\max \pm)}.$$

Если $\xi_{\max} = 1$, то при $\zeta = 0$ имеем $Q_r^{(\max-)} = 1 - Q_r^{(\max+)} = 0,30964$, а при $\zeta = 1 - Q_r^{(\max-)} = 0,34727$ и $Q_r^{(\max+)} = 0,70743$. Из /22/ получаем, что $\eta = 0,5$ при $Q_{r1} = Q_r^{(*)}$, где $Q_r^{(*)}$ есть решения уравнения

$$2\xi_{\max} \sin^2 \pi Q_r^{(*)} = 1 + \zeta \frac{\sin 2\pi Q_r^{(*)}}{2\pi Q_r^{(*)}}. \quad /23/$$

Если $\xi_{\max} = 1$, то при $\zeta = 0$ имеем $Q_r^{(*)-} = 1 - Q_r^{(*)+} = 0,25$, а при $\zeta = 1 - Q_r^{(*)-} = 0,32289$ и $Q_r^{(*)+} = 0,78169$. На рис 3 приведен график функции $\eta = \eta_m(Q_{r1})$ для $\zeta = 0$ и $\zeta = 1$. Из этого рисунка видно, что при малых Q_{r1} и нарушении условия $\dot{r}_{ci}^{in} = \dot{r}_{si}^{in}$ существенно затрудняется обход инжекционного сопла. Т.о., при $a_{si}^{in} \leq b_{ri}^{in} + 0,5\Delta R_{gn}$ и $\dot{r}_{si}^{in} < \dot{r}_{ci}^{in} < 0$ минимальные величины $\Delta R_{si}^T \leq b_{ri}^{in} + 0,5\Delta R_{gn}$ достигаются при $0,32 < Q_{r1} < 0,75$. Поэтому распределение магнитного поля по радиусу следует выбирать таким образом, чтобы обеспечить на равновесной орбите в момент инжекции частиц $0,32 < Q_r < 0,75$. В этом случае допустим угол влета частиц в магнитное поле адгезатора $\dot{r}_{si}^{in} < \dot{r}_{ci}^{in} < 0$.

Рассмотрим инжекцию пучка, для которого проекции эмиттанса на оси координат удовлетворяют соотношению

$$b_{ri}^{in} = \frac{\lambda_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta_i}^{in}} b_{ri}^{in},$$

но не равен нулю угол между осью эллипса и осью координат, так что

$$\frac{\pi}{\lambda_{ri}^{in}} (b_{ri}^{in})^2 > \gamma_{ri}^{in}.$$

В этом случае

$$x_{mi} = \mu_i (t_i + T_i) b_{ri}^{in} \sqrt{1 + (\kappa \sin 4\pi Q_{ri})} \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{x}_{ri}^{in}}{\pi (b_{ri}^{in})^2} \beta_{ri}^{in}\right)^2}.$$

Если все частицы обходят инжекционное сопло без столкновения с ним в увеличивающемся магнитном поле ($\Delta R_{si}^T > 0$), то минимальные величины ΔR_{si}^T будут получаться при минимальных x_{mi} , т.е. в рассматриваемом случае необходимо

$$\kappa \sin 4\pi Q_{ri} < 0. \quad /24/$$

Отсюда, если $0,25 < Q_{ri} < 0,5$ или $0,75 < Q_{ri} < 1$, то $\kappa > 0$, так что при вылете из инжекционного сопла пучок должен быть расширяющимся. Если $0,5 < Q_{ri} < 0,75$ или $0 < Q_{ri} < 0,25$, то $\kappa < 0$, так что при вылете из инжекционного сопла пучок должен быть сходящимся.

В самом общем случае при инъекции несогласованного пучка из /14/ имеем

$$x_{mi} = \mu_i (t_i + T_i) b_{ri}^{in} \left(1 - \left(1 - \left(\frac{\dot{x}_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta i}^{in}} \cdot \frac{\dot{b}_{ri}^{in}}{b_{ri}^{in}}\right)^2\right) \sin^2 2\pi Q_{ri} + \right. \\ \left. + \kappa \left(\frac{\dot{x}_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta i}^{in}} \cdot \frac{\dot{b}_{ri}^{in}}{b_{ri}^{in}} \sin 4\pi Q_{ri}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{c\beta_{\theta i}^{in}}{\pi b_{ri}^{in} \dot{b}_{ri}^{in}} \beta_{ri}^{in}\right)^2}\right)^{1/2}.$$

При выполнении условия /24/ и тех же соображениях о минимизации величины смещения ΔR_{si}^T получаем из последнего выражения

$$b_{ri}^{in} \geq \frac{\dot{x}_{ri}^{in}}{c\beta_{\theta i}^{in}} \dot{b}_{ri}^{in}, \quad /25/$$

т.е. при инъекции несогласованных пучков для облегчения условий обхода инжекционного сопла разброс по радиальным скоростям в пучке должен быть по возможности минимальным.

Выше предполагалось, что в момент времени t_i инжектируется моноэнергетический пучок. Рассмотрим инъекцию пучка с разбросом по импульсам $2\Delta p_{in}$. В этом случае в момент времени t_i частице с импульсом p_{in} соответствует равновесная орбита

$$R_{si}^{in}(p_{in}) \approx R_{si}^{in}(\bar{p}_{in}) + \frac{(p_{in} - \bar{p}_{in}) r_{ci}^{in}}{\bar{p}_{in} Q_{ri}^2}, \quad /26/$$

где \bar{p}_{in} - среднее значение импульса в инжектируемом пучке. Если вероятность обнаружения частиц с импульсом p_{in} характеризуется функцией $f_p(p_{in})$, то величина отношения числа частиц, прошедших мимо инжекционного сопла на первом обороте, к полному числу инжектированных при $t = t_i$ частиц равна

$$\bar{K}_i(\Delta p_{in}) = \frac{1}{V_p^{in}} \int f_p(p_{in}) K_i(p_{in}) dp_{in}, \quad /27/$$

где V_p^{in} - постоянная, которая находится из условия нормировки функции $f_p(p_{in})$; $K_i(p_{in})$ определяется формулой /2/, в которой следует положить

$$\frac{x_i(p_{in})}{x_{mi}} \approx \frac{x_i(\bar{p}_{in})}{x_{mi}} - \Delta y_i \frac{p_{in} - \bar{p}_{in}}{\bar{p}_{in}}; \quad /28/ \\ \Delta y_i = (1 - \mu_i(t_i + T_i) \cos 2\pi Q_{ri}) \frac{r_{ci}^{in}}{x_{mi} Q_{ri}^2}.$$

В последней формуле с целью упрощения последующих выкладок принято, что от p_{in} зависят только радиусы равновесных орбит в момент инъекции, а другие величины \dot{x}_{ri}^{in} , ΔR_{si}^T и т.д. вычисляются для частиц с импульсом \bar{p}_{in} . Наиболее просто $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$ вычисляется для функции $f_p(p_{in}) = 1$ при $|p_{in} - \bar{p}_{in}| \leq \Delta p_{in}$ и $f_p(p_{in}) = 0$ при $|p_{in} - \bar{p}_{in}| > \Delta p_{in}$. В этом случае $V_p^{in} = 2\Delta p_{in}$ и, проведя интегрирование в /27/, получаем

$$\bar{K}_i(\Delta p_{in}) \approx \frac{\bar{p}_{in}}{2\Delta p_{in} \Delta y_i} \left(\psi \left(\frac{x_i(\bar{p}_{in})}{x_{mi}} + \frac{\Delta p_{in} \Delta y_i}{\bar{p}_{in}} \right) - \right. \\ \left. - \psi \left(\frac{x_i(\bar{p}_{in})}{x_{mi}} - \frac{\Delta p_{in} \Delta y_i}{\bar{p}_{in}} \right) \right), \quad /29/$$

где

$$\psi(y) = \begin{cases} y, & y > 1; \\ \frac{1}{2}y + \frac{1}{\pi} (y \arcsin y + \frac{2}{3}(1 + \frac{1}{2}y^2) \sqrt{1 - y^2}), & |y| \leq 1; \\ 0, & y < -1. \end{cases}$$

На рис.5 приведены функции $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$ от $\Delta y_i \Delta p_{in} / \bar{p}_{in}$ для различных $x_i(\bar{p}_{in}) / x_{mi}$. Из этого рисунка видно, что импульсный разброс приводит к увеличению $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$ при $x_i(\bar{p}_{in}) < 0$ и его уменьшению при $x_i(\bar{p}_{in}) > 0$. Поскольку $\mu_i(t_i + T_i) \leq 1$, то из рис. 5 ясно, что

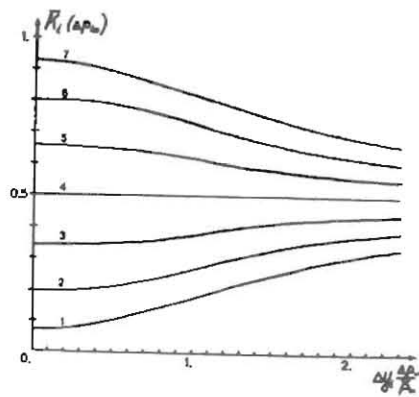


Рис. 5. Графики функции $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$ при различных $x_i(\bar{p}_{in})/x_{mi}$: 1 - -0,75; 2 - -0,5; 3 - -0,25; 4 - 0; 5 - 0,25; 6 - 0,5; 7 - 0,75.

наиболее сильно импульсный разброс в пучке будет сказываться на величине $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$ при $Q_{ri} \rightarrow 0$, когда Δy_i максимальна. При $|\Delta y_i \Delta p_{in}| \ll \bar{p}_{in}$ и $|x_i(\bar{p}_{in})| < x_{mi}$ для $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$, проведя разложения в [29] по $\Delta p_{in}/\bar{p}_{in}$, можем записать

$$\bar{K}_i(\Delta p_{in}) \approx K_i(\bar{p}_{in}) - \frac{1}{3\pi\sqrt{1 - (x_i(\bar{p}_{in})/x_{mi})^2}} \left(\frac{x_i(\bar{p}_{in})}{x_{mi}} \right) (\Delta y_i \frac{\Delta p_{in}}{\bar{p}_{in}})^2.$$

Т.о., при малых значениях $\Delta p_{in}/\bar{p}_{in}$ величина $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$ находится в квадратичной зависимости от импульсного разброса. Поскольку при инжекции частиц в адгезатор обычно используются пучки с $(\Delta p_{in}/\bar{p}_{in}) < 0,03$, то вклад импульсного разброса в $\bar{K}_i(\Delta p_{in})$, как правило, невелик. Для уменьшения этого вклада следует избегать малых величин Q_{ri} .

Рассмотрим в заключение инжекцию в момент времени t_0 моноэнергетического пучка с длительностью импульса тока частиц τ , т.е. $t_0 \leq t_i \leq t_0 + \tau$. В этом случае отношение числа частиц, прошедших без столкновения с инжекционным соплом первый, второй и последующие обороты, к полному числу инжектированных частиц есть коэффициент захвата электронов в кольцо, который равен

$$K = \frac{1}{V_r} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} \bar{K}_i(t_i, \Delta T_i) f_r(t_i) dt_i, \quad /30/$$

где ΔT_i - промежуток времени, по истечении которого инжектированные при $t=t_i$ частицы уже не будут испытывать столкновений с инжекционным соплом; \bar{K}_i - коэффициент захвата инжектированных при $t=t_i$ частиц; функция $f_r(t_i)$ характеризует распределение частиц в пределах τ ; V_r - постоянная, которая находится из условия нормировки функции $f_r(t_i)$. Определим величину коэффициента захвата в следующем частном случае. Предположим, что в течение τ неизменны параметры пучка при вылете из инжекционного сопла, а величины ΔR_{si}^T таковы, что столкновения с ним каждой инжектированной при $t=t_i$ частицы могут происходить только при $t=t_i + T_p$,

т.е. на первом обороте. Этому условию, например, можно удовлетворить при $\Delta R_{si}^T \geq b_{ro}^{in} + 0,5\Delta R_{sn}$. Будем предполагать, что ΔR_{si}^T и \dot{R}_{si}^{in} определяются через соответствующие величины при $t=t_0$ с помощью следующих соотношений:

$$\Delta R_{si}^T = \Delta R_{so}^T + \frac{t_i + t_0}{\tau} \Delta R_{sr}^{in} \geq b_{ro}^{in} + 0,5\Delta R_{sn}; \quad /31/$$

$$\dot{R}_{si}^{in} \approx \dot{R}_{so}^{in} - \frac{t_i - t_0}{\tau T_0} \Delta R_{sr}^{in};$$

где ΔR_{so}^T - смещение равновесной орбиты за время оборота T_0 для частицы, инжектированной при $t=t_0$; ΔR_{sr}^{in} - величина изменения ΔR_{so}^T за промежуток времени τ , причем ΔR_{sr}^{in} может быть как положительной, так и отрицательной величиной, но в последнем случае такой, что $\Delta R_{si}^T \geq b_{ro}^{in} + 0,5\Delta R_{sn}$ для любого t_i . Вследствие увеличения магнитного поля каждой инжектированной в момент времени t_i центральной частице будет соответствовать своя начальная амплитуда радиальных бетатронных колебаний $a_{si}^{in}/4$. Будем предполагать, что

$$a_{si}^{in} = a_{so}^{in} + \frac{t_i - t_0}{\tau} \Delta a_{sr}^{in}, \quad /32/$$

где Δa_{sr}^{in} - изменение a_{so}^{in} за интервал времени τ . Будем также предполагать, что в течение τ приращение набега фазы радиальных бетатронных колебаний за оборот равно $2\pi\Delta Q_{sr}^{in}$, причем

$$Q_{ri} = Q_{ro} + \frac{t_i - t_0}{\tau} \Delta Q_{sr}^{in}. \quad /33/$$

В соответствии со сделанными предположениями из [14] получаем в линейном приближении по ΔR_{sr}^{in} , Δa_{sr}^{in} и ΔQ_{sr}^{in}

$$\frac{x_i}{x_{mi}} \approx \frac{x_0}{x_{m0}} + \frac{t_i - t_0}{\tau} \Delta y_r, \quad /34/$$

где введены следующие обозначения:

$$x_{m0} \Delta y_r = \Delta x_0 - \left(\frac{x_0}{x_{m0}} \right) \Delta x_{m0};$$

$$\Delta x_0 = (1 - \mu_0 \frac{\sin 2\pi Q_{ro}}{2\pi Q_{ro}}) \Delta R_{sr}^{in} +$$

$$+ \frac{\partial x_o}{\partial a_{so}^{in}} \Delta a_{sr}^{in} + \frac{\partial x_o}{\partial Q_{ro}} \Delta Q_{rr}^{in} + \frac{\partial x_o}{\partial \chi_{ro}^{in}} \Delta \chi_{rr}^{in};$$

$$\Delta x_{mo} = \frac{\partial x_{mo}}{\partial Q_{ro}} \Delta Q_{rr}^{in} + \frac{\partial x_{mo}}{\partial \chi_{ro}^{in}} \Delta \chi_{rr}^{in};$$

$$Q_{ro} \Delta \chi_{rr}^{in} = -\Delta a_{sr}^{in} - \chi_{ro}^{in} \Delta Q_{rr}^{in}.$$

В соответствии с /14/ x_o и x_{mo} есть:

$$x_o = \Delta R_{so}^T - \Delta R_{sn} - b_{ro}^{in} + a_{so}^{in} +$$

$$+ \mu_o (t_o + T_o) (a_{so}^{in} \cos 2\pi Q_{ro} + (\frac{\chi_{ro}^{in}}{c\beta_{\theta_o}^{in}}) (\dot{r}_{co}^{in} - \dot{r}_{so}^{in}) \sin 2\pi Q_{ro});$$

$$x_{mo} = \mu_o (t_o + T_o) ((b_{ro}^{in} \cos 2\pi Q_{ro})^2 + (\frac{\chi_{ro}^{in}}{c\beta_{\theta_o}^{in}} b_{ro}^{in} \sin 2\pi Q_{ro})^2 +$$

$$+ \kappa (\frac{\chi_{ro}^{in}}{c\beta_{\theta_o}^{in}} \sin 4\pi Q_{ro}) \sqrt{(b_{ro}^{in} b_{ro}^{in})^2 - (\frac{c}{\pi} \beta_{\theta_o}^{in} \chi_{ro}^{in})^2})^{1/2}.$$

В /34/ и в формулах для Δx_o и Δx_{mo} положено $\mu_i (t_i + T_i) = \mu_o (t_o + T_o) = \mu_o$. Используя /30/ и /2/, получим для коэффициента захвата частиц

$$K = 1 - \frac{1}{\pi V_r} \int_{t_o}^{t_o + \Delta r} (\frac{\pi}{2} - \arcsin(\frac{x_i}{x_{mi}}) - (\frac{x_i}{x_{mi}}) \sqrt{1 - (\frac{x_i}{x_{mi}})^2}) f_i(t_i) dt_i, \quad /35/$$

где $t_i = t_o + \Delta r$ - тот момент времени при инжекции частиц, когда для них в конце первого оборота $x_i = x_{mi}$. Поэтому Δr определяется из следующего уравнения:

$$\Delta r = \min(r, \frac{x_{mo} - x_o}{x_{mo} \Delta y_r} r). \quad /36/$$

Таким образом, в /35/ предполагается, что условия обхода инжекционного сопла частицами облегчаются при $t_i > t_o$, т.е. $\Delta y_r \geq 0$. Вычислим K для $f_r(t_i) = 1$ при $t_o \leq t_i \leq t_o + r$. В этом случае $V_r = r$. Подставляя /34/ в /35/ и учитывая /36/, получим при $\Delta y_r = 0$,

т.е. $\Delta r = r$ и $(x_i/x_{mi}) = (x_o/x_{mo})$:

$$K = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin(\frac{x_o}{x_{mo}}) + \frac{1}{\pi} (\frac{x_o}{x_{mo}}) \sqrt{1 - (\frac{x_o}{x_{mo}})^2}; \quad /37/$$

при $\Delta y_r \geq 1 - (x_o/x_{mo})$, т.е. $\Delta r \leq r$:

$$K = 1 - \frac{1}{\pi \Delta y_r} (\frac{2}{3} (1 + \frac{1}{2} (\frac{x_o}{x_{mo}})^2) \sqrt{1 - (\frac{x_o}{x_{mo}})^2} - (\frac{x_o}{x_{mo}}) (\frac{\pi}{2} - \arcsin(\frac{x_o}{x_{mo}}))); \quad /38/$$

при $0 \leq \Delta y_r \leq 1 - (x_o/x_{mo})$, т.е. $\Delta r = r$:

$$K = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi \Delta y_r} ((\frac{x_r}{x_{mo}}) \arcsin(\frac{x_r}{x_{mo}}) - (\frac{x_o}{x_{mo}}) \arcsin(\frac{x_o}{x_{mo}}) + \frac{2}{3} (1 + \frac{1}{2} (\frac{x_r}{x_{mo}})^2) \sqrt{1 - (\frac{x_r}{x_{mo}})^2} - \frac{2}{3} (1 + \frac{1}{2} (\frac{x_o}{x_{mo}})^2) \sqrt{1 - (\frac{x_o}{x_{mo}})^2}), \quad /39/$$

где $x_r = x_o + x_{mo} \Delta y_r$. Отметим, что при $x_r = x_o$ формула /39/ для K принимает вид /37/, а при $x_o = x_{mo}$ формулы /37/, /38/ и /39/ дают $K = 1$. На рис. 6 приведены зависимости коэффициента захвата K от величины Δy_r при различных (x_o/x_{mo}) . Из рис. 6 видно, что при фиксированном отношении (x_o/x_{mo}) величина K растет при увеличении Δy_r , причем при $\Delta y_r < 1 - (x_o/x_{mo})$ величина K практически линейно зависит от Δy_r .

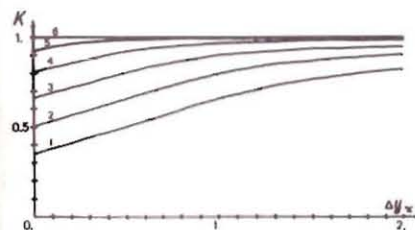


Рис. 6. График функции $K(\Delta y_r)$ при различных x_o/x_{mo} : 1 - 1; 2 - 0,25; 3 - 0; 4 - 0,25; 5 - 0,5; 6 - 0,75.

Проведем анализ выражений для K в некоторых частных случаях. Пусть $\Delta R_{sr}^{in} = \Delta a_{sr}^{in} = \Delta Q_{sr}^{in} = 0$. В этом случае $\Delta \gamma_r = 0$ и $\Delta R_{si}^T = \Delta R_{so}^T = \text{const}$, т.е. коэффициент захвата K вычисляется по формуле /37/. Согласно /37/ K определяется только условиями обхода инжекционного сопла частицами при $t = t_0 + T_0$, поскольку в последующие моменты времени в силу $\Delta a_{sr}^{in} = \Delta Q_{sr}^{in} = 0$ и $\Delta R_{si}^T = \Delta R_{so}^T = \text{const}$ условия обхода инжекционного сопла такие же, как и при $t = t_0 + T_0$. Система инъекции с указанными свойствами может быть реализована при специальном распределении по радиусу магнитного поля в адгезаторе, когда величины поля и градиента на равновесной орбите $R_{si}(t_i) = R_{si}^{in}$ постоянны в течение τ , а отвод электронов от инжекционного сопла обеспечивается в результате изменения среднего поля на равновесной орбите /4/.

Предположим, что в каждый момент времени t_i ($t_0 \leq t_i \leq t_0 + \tau$) пучок является согласованным, т.е. $x_{mi} = x_{m0} = \mu_0 b_{r0}^{in}$. В этом случае $\Delta x_{m0}^{in} = 0$. Если $\Delta R_{sr}^{in} = \Delta Q_{sr}^{in} = 0$ и $\dot{i}_{co}^{in} = \dot{R}_{so}^{in}$, но $\Delta a_{sr}^{in} > 0$, то $x_{m0} \Delta \gamma_r \approx 2 \Delta a_{sr}^{in} \sin^2 \pi Q_{r0}$. В работе /4/ показано, что величина Δa_{sr}^{in} пропорциональна $\Delta B_{\sigma} / B_0$ - относительному изменению магнитного поля на радиусе инъекции и обратно пропорциональна Q_{r0}^2 . Поэтому наибольшие $\Delta \gamma_r$ при постоянной величине $\Delta B_{\sigma} / B_0$ будут получаться при $Q_{r0} \rightarrow 0$, так что коэффициент захвата частиц в кольцо при прочих равных условиях будет тем больше, чем меньше Q_{r0} . Однако радиальный размер поперечного сечения кольца в рассматриваемом случае пропорционален $x_{m0} + \Delta a_{sr}^{in}$, т.е. при постоянной величине $\Delta B_{\sigma} / B_0$ размер растёт при $Q_{r0} \rightarrow 0$. В результате плотность частиц в кольце будет уменьшаться. Поэтому требуемые параметры колец для коллективного ускорителя достигаются наиболее оптимально при минимальных Δa_{sr}^{in} и величине отношения $(x_{\sigma} / x_{m0}) \approx 1$, т.е. увеличения числа частиц в кольце необходимо добиваться, обеспечивая захват первых инжектируемых частиц сгустка.

Если соблюдаются перечисленные выше условия, но $\Delta Q_{sr}^{in} \neq 0$, то

$$x_{m0} \Delta \gamma_r \approx 2 \Delta a_{sr}^{in} \sin^2 \pi Q_{r0} + 2 \pi \mu_0 a_{so}^{in} \Delta Q_{sr}^{in} \sin 2 \pi Q_{r0}.$$

Поскольку выше предполагалось, что $\Delta \gamma_r \geq 0$, то получаем

$$\Delta a_{sr}^{in} \geq -2 \pi \mu_0 a_{so}^{in} \Delta Q_{sr}^{in} \text{ctg} \pi Q_{r0}. \quad /40/$$

Как правило, $\Delta Q_{sr}^{in} \geq 0$ /9/. В этом случае неравенство /40/ заведомо выполняется при $Q_{r0} < 0,5$. Если $Q_{r0} > 0,5$, то удовлетворить неравенству /40/ практически невозможно, т.е. наличие начальных когерентных колебаний при $Q_{r0} > 0,5$ хотя и способствует обходу инжекционного сопла при $t = t_0 + T_0$, но в целом это не приводит к увеличению захвата, если увеличивается Q_{r1} в течение τ . Этот вывод находится в согласии с результатами анализа неравенства /17/ и рис. 3 и 4. Т.о., при $Q_{r0} > 0,5$ следует по возможности обеспечивать $\Delta Q_{sr}^{in} \approx 0$. Соблюдение малости ΔQ_{sr}^{in} , однако, необ-

ходимо при любых Q_{r0} . Действительно, для обеспечения минимальных размеров поперечного сечения кольца в соответствии с /4/ и /6/ необходимо иметь $\dot{i}_{co}^{in} \approx \dot{R}_{so}^{in}$. По крайней мере, для повышения плотности частиц в кольце нетрудно обеспечить $\dot{R}_{so}^{in} < \dot{i}_{co}^{in} < 0$, т.е. инжектировать частицы в магнитное поле адгезатора с небольшим углом внутрь. При соблюдении последнего условия в $\Delta \gamma_r$ из-за $\dot{i}_{co}^{in} - \dot{R}_{so}^{in} \geq 0$ появится отрицательная добавка, которая по абсолютной величине пропорциональна $\Delta R_{so}^T \cdot (\Delta Q_{sr}^{in} / Q_{r0})$. Малость этой поправки в $\Delta \gamma_r$ можно обеспечить только при $(\Delta Q_{sr}^{in} / Q_{r0}) \approx 0$.

Пусть, наконец, $\Delta R_{sr}^{in} \neq 0$. При $\Delta Q_{sr}^{in} \approx 0$ имеем

$$x_{m0} \Delta \gamma_r \approx (1 - \mu_0 \frac{\sin 2 \pi Q_{r0}}{2 \pi Q_{r0}}) \Delta R_{sr}^{in} + 2 \Delta a_{sr}^{in} \sin^2 \pi Q_{r0}.$$

Поскольку $\mu_0 \leq 1$, то коэффициент перед ΔR_{sr}^{in} больше нуля, причем минимален при $Q_{r0} \approx 0$, а с ростом Q_{r0} увеличивается. Поэтому минимальное влияние ΔR_{sr}^{in} будет при малых Q_{r0} , однако использовать этот эффект нельзя, так как при малых Q_{r0} быстро увеличиваются размеры сечения кольца. Более того, обычно $\Delta R_{sr}^{in} < 0$ /9/, т.е. наличие в $\Delta \gamma_r$ добавки с ΔR_{sr}^{in} отрицательно сказывается на величине коэффициента захвата. Поэтому распределение магнитного поля в адгезаторе необходимо выбирать таким образом, чтобы $\Delta R_{sr}^{in} = 0$. Этому условию наиболее просто удовлетворить при определенном соотношении токов в катушках, создающих постоянное и переменное поля /так называемый оптимальный режим /9/.

Нетрудно обобщить полученные выражения для коэффициента захвата моноэнергетического пучка на случай инъекции пучка с длительностью импульса тока частиц τ и импульсным разбросом $2 \Delta r_{in}$. Для этого в /30/ следует подставить $\bar{K}_i(t_i, \Delta T_i, \Delta r_{in})$ в соответствии с выражением /27/ и учесть соотношения /26/ и /28/. В результате, как и при анализе формулы /29/ получим, что следует избегать малых Q_{r0} , чтобы уменьшить влияние импульсного разброса на коэффициент захвата.

Таким образом, из анализа выражения для коэффициента захвата и неравенства /17/ следует, что распределение магнитного поля для системы инъекции с быстроизменяющимся магнитным полем в адгезаторе необходимо выбирать так, чтобы обеспечивалось $0,32 < Q_{r1} < 0,75$ и были минимальны величины ΔR_{sr}^{in} и ΔQ_{sr}^{in} , т.е. для всех инжектируемых частиц в течение τ были постоянны величины смещения равновесной орбиты и набега фазы радиальных бетатронных колебаний за оборот.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить благодарность И.Н.Иванову за постоянное внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fartushny V.P. et al. Czech. J.Phys., 1976, B26, p.1200.
2. Габанец И. и др. В кн.: II Симпозиум по коллективным методам ускорения. ОИЯИ, Д9-10500, Дубна, 1977, с.47.
3. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Атомиздат, М., 1979.
4. Жабицкий В.М., Иванов И.Н. ОИЯИ, P9-82-592, Дубна, 1982.
5. Капчинский И.М. Теория линейных резонансных ускорителей. Энергоиздат, М., 1982.
6. Van der Stock P.D.V. IEEE Trans. Nucl.Sci., 1977, NS-24, No. 3, p.1417.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. "Наука", М., 1978.
8. Рубин Н.Б., Ярковой О.И. ОИЯИ, P-649, Дубна, 1961.
9. Жабицкий В.М., Иванов И.Н. ЖТФ, 1980, 50, с.1419.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 февраля 1983 года.

Жабицкий В.М. P9-83-54

Особенности захвата частиц для систем инжекции
с быстроизменяющимся магнитным полем

Предложен способ вычисления коэффициента захвата частиц для систем инжекции с быстроизменяющимся магнитным полем в адгезаторе коллективного ускорителя. На основе полученных выражений проанализировано влияние параметров инжектируемого пучка и магнитного поля в адгезаторе на условия обхода инжекционного сопла. Найдены условия, при которых все частицы согласованного пучка будут захвачены в электронное кольцо при одновременно минимальных скорости отвода пучка от инжекционного сопла и амплитуде бетатронных колебаний около равновесной орбиты. Выяснены особенности захвата пучка с длительностью импульса тока частиц τ , когда в течение τ изменяются условия обхода инжекционного сопла.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Zhabitskij V.M. P9-83-54

The Peculiarities of the Beam Capture for the Injection
Systems with a Fast-Varying Magnetic Field

A way of computation of the factor of the particle trapping for the injection systems with a fast-varying magnetic field in adhezator of collective accelerator has been suggested. On the base of the obtained expressions the influence of the parameters of the injected beam and the magnetic field in adhezator on the conditions of by-pass of the injection snout are analyzed. The conditions under which all the particles of a matched beam would be trapped in the electron ring at the simultaneously minimal values of the velocity of the beam removal from injection snout and betatron oscillation amplitude near the equilibrium orbit are found out. The peculiarities of the beam capture with the pulse duration of τ particle current when during τ the conditions of by-pass of the injection snout are changed are clarified.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.