

сообщения
Объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

4330/83

22/8-83

P9-83-361

С.Б.Рубин

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА,
ДВИЖУЩЕГОСЯ В ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ ЛИНИИ,
С ИМПУЛЬСОМ УСКОРЯЮЩЕГО ПОЛЯ,
ИМЕЮЩИМ КОНЕЧНУЮ ЗАПАСЕННУЮ ЭНЕРГИЮ

1983

Взаимодействие сгустка с одиночным импульсом ускоряющего поля, движущимся в одном направлении со сгустком, отвлекаясь от краевых условий и предельно схематизируя задачу, можно исследовать, рассматривая линейную волновую цепь - длинную линию без потерь, заменяющую реальную замедляющую систему.

Свойства распространяющихся в линии импульсов тока и напряжения, возбужденных заданным движением заряженного сгустка, рассмотрены в работе Пирса ^{1/1*}. Мы, в дополнение к его постановке задачи, предположим, что в момент $t = 0$ на некотором участке линии возникает импульс стороннего поля, в которое попадает сгусток. В результате взаимодействия изменяется его скорость. Для замыкания задачи, как обычно, добавим уравнение движения сгустка.

Пусть линейная плотность заряда сгустка задана в виде функции

$$q = q(z - x(t)), \quad /1/$$

где $x(t)$ - координата его центра масс, $v = \dot{x}(t)$ **. Для полного заряда получим выражение:

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} q(z - x(t)) dz. \quad /2/$$

На рис. 1 приведена условная эквивалентная схема замедляющей

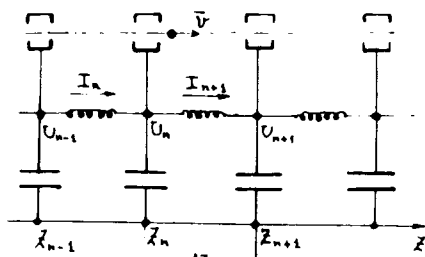


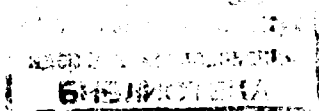
Рис. 1

системы с включенными в линию идеальными зазорами, близко расположенными к самой линии. Между этими зазорами может двигаться сгусток, так, что силовые линии от частей заряда будут оканчиваться на участке линии, локализованном в его окрестности.

Будем считать, что U соответствует напряжению электромагнитной волны в линии. Заряд

* См. также Л.Бриллюен, М.Пароди ^{1/2/}, §88.

** Для упрощения задачи рассматриваем слабо релятивистский случай; $\beta = v/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \approx 1$.



сгустка, движущегося вдоль замедляющей системы, наводит токи, которые добавляются к токам, соответствующим "сторонней волне". Тогда получится система уравнений /см. еще /3/, стр. 212, а также приложение 1/:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\mathcal{L} \frac{\partial I}{\partial t}, \quad \frac{\partial I}{\partial z} = -C \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial I_{\text{конв.}}}{\partial z}. \quad /3/$$

Кроме того, из закона сохранения заряда имеем:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial I_{\text{конв.}}}{\partial z}. \quad /3'/$$

Если представить себе, что на некотором участке линии с ней "сцеплен" переменный по времени сторонний индукционный поток $\Phi(z, t)$, то этому будет соответствовать эквивалентная схема с включенным последовательно в линию источником э.д.с. с распределенной плотностью $\mathcal{E}(z, t)$ и окончательно система принимает вид:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\mathcal{L} \frac{\partial I}{\partial t} + \mathcal{E}(z, t), \quad \frac{\partial I}{\partial z} = -C \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} q(z - x(t)). \quad /4/$$

Величины \mathcal{L} , C будем считать постоянными. При слабом релятивизме продольная составляющая электрического поля*

$$E_z \approx -(1 - \frac{v^2}{c^2}) \frac{\partial U}{\partial z} \approx -\frac{\partial U}{\partial z} \quad /5/$$

и замыкающее систему уравнение будет /при числе частиц в сгустке N / иметь вид

$$m_0 N \frac{dx}{dt} = \int E_z q(z - x(t)) dz \approx - \int_{-\infty}^{\infty} q(z - x(t)) \frac{\partial U(z, t)}{\partial z} dz. \quad /6/$$

Для конкретности распределение заряда далее принимается в виде

$$q(z - x(t)) = \rho_0 e^{-a[z - x(t)]^2}, \quad /7/$$

где a - "параметр формы". Константа ρ_0 определяется из условия /2/ и равна $\rho_0 = eN \sqrt{\frac{a}{\pi}}$.

Из /4/ и /6/ легко вывести /учитывая еще, что $M \frac{d}{dt} (\frac{\dot{x}^2}{2}) = -\int U \frac{\partial q}{\partial t} dz$ / энергетическое соотношение

$$M \frac{\dot{x}^2}{2} \Big|_{t_1}^{t_2} + W_2 - W_1 = \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E} Idz, \quad /8/$$

где

$$W = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (CU^2 + \mathcal{L}I^2) dz - \quad /9/$$

энергия, заключенная в поле.

Принимаются следующие начальные условия:

1/ плотность сторонней э.д.с. в основном распределена на участке $-\frac{h_1}{2} \leq z \leq \frac{h_1}{2}$ и "действует" в течение конечного промежутка времени $0 \leq t \leq T$. Конкретно примем:

$$\mathcal{E}(z, t) = f_0 [\sigma(t) - \sigma(t - T)] e^{-\frac{h}{2} z^2}, \quad h = h_1^{-1/2}, \quad /10/$$

где $\sigma(\xi)$ - единичная функция, f_0 - константа.

2/ до момента $t = 0$ /когда включилось стороннее поле/ центр сгустка движется с постоянной скоростью v_0 . Начальные распределения величин U, I можно находить теперь из решений системы /4/ при $\mathcal{E} = 0$ и заданном законе движения сгустка $x(t) = v_0 t$. После исключения переменной I из /4/ получится уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{\kappa^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\mathcal{L} \frac{\partial^2}{\partial t^2} q(z - x(t)) + \frac{\partial \mathcal{E}(z, t)}{\partial z}, \quad /11/$$

$$\kappa = (\mathcal{L}C)^{-1/2}. \quad /12/$$

$$\text{Обозначим } \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{t=0} = \psi(z), \quad U(t, z) \Big|_{t=0} = \phi(z) \quad /13/$$

и правую часть уравнения /11/ - через $f(t, z)$,

* См., например, /4/.

$$f(t, z) = -Q \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \quad /14/$$

Решение уравнения /11/, удовлетворяющее начальным условиям /13/, как известно, записывается в виде

$$U(t, z) = \frac{1}{2} [\phi(z + \kappa t) + \phi(z - \kappa t)] + \quad /15/$$

$$+ \frac{1}{2\kappa} \int_{z-\kappa t}^{z+\kappa t} \psi(\xi) d\xi - \frac{\kappa}{2} \int_0^t dt' \int_{z-\kappa(t-t')}^{z+\kappa(t-t')} f(t', z') dz',$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \phi(z + \kappa t)}{\partial z} + \frac{\partial \phi(z - \kappa t)}{\partial z} \right] + \frac{1}{2\kappa} [\psi(z + \kappa t) - \psi(z - \kappa t)] - \quad /16/$$

$$- \frac{\kappa}{2} \int_0^t dt' [f(t', z + \kappa(t-t')) - f(t', z - \kappa(t-t'))].$$

Если сгусток отсутствует, то при нулевых начальных условиях /13/ для E_z - составляющей "волны стороннего поля" - получится из /11/ и /16/

$$E_z^{\text{стор.}} = -\frac{f_0}{2} \begin{cases} 2e^{-\frac{h}{2}z^2} - e^{-\frac{h}{2}(z-\kappa t)^2} - e^{-\frac{h}{2}(z+\kappa t)^2} & \text{при } 0 \leq t \leq T \\ e^{-\frac{h}{2}[z-\kappa(t-T)]^2} + e^{-\frac{h}{2}[z+\kappa(t-T)]^2} - e^{-\frac{h}{2}z^2} - e^{-\frac{h}{2}(z+\kappa t)^2} & \text{при } t > T. \end{cases} \quad /17/$$

/17/ соответствует двум расходящимся в противоположных направлениях со скоростью κ импульсам.

В соответствии с /6/, /7/ и линейностью зависимости решения /15/ от правой части уравнения /11/ для суммарной силы, действующей на сгусток, получается выражение

$$F_z = F_z^{\text{стор.}} + F_z^{\text{соб.}} = Q \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E_z^{\text{стор.}} e^{-a[z-x(t)]^2} dz - \quad /18/$$

$$- Q \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U^{\text{соб.}}}{\partial z} e^{-a[z-x(t)]^2} dz,$$

где

$$U^{\text{соб.}} = \frac{\kappa Q}{2} \int_0^t dt' \int_{z-\kappa(t-t')}^{z+\kappa(t-t')} \frac{\partial^2 q}{\partial t'^2} [z' - x(t')] dz'. \quad /19/$$

В /19/ не учитывается поле, возбужденное в линии равномерно двигающимся до момента включения сторонней волны сгустком.

Если a велико /при $a \rightarrow \infty$ имеем точечный сгусток/, вычисляя интеграл в выражении для $F_z^{\text{стор.}}$ методом Лапласа, ограничившись главным членом, находим *

$$F_z^{\text{стор.}} = -\frac{Qf_0}{2} \begin{cases} 2e^{-\frac{h}{2}x(t)^2} - e^{-\frac{h}{2}(x(t)-\kappa t)^2} - e^{-\frac{h}{2}(x(t)+\kappa t)^2} & \text{при } 0 \leq t \leq T, \\ -\frac{h}{2}[x(t)-\kappa(t-T)]^2 + e^{-\frac{h}{2}[x(t)+\kappa(t-T)]^2} - e^{-\frac{h}{2}x(t)^2} - \frac{h}{2}(x(t)+\kappa t)^2 & \text{при } t > T. \end{cases} \quad /20/$$

Вычисление методом Лапласа второго члена в /18/ с учетом выражения /19/ оказывается делом значительно более сложным, т.к. параметр a входит и в /19/. После подстановки в /19/ выражения для q и соответствующих дифференцирований для $F_z^{\text{соб.}}$ будем иметь

$$F_z^{\text{соб.}} = -\frac{Q^2 \kappa Q a^2}{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^t dt' dz' |-\dot{x}(t')^2 + \ddot{x}(t') [z - x(t') + \kappa(t-t')] + \right. \quad /22/$$

$$\left. + 2a \dot{x}(t')^2 [z - x(t') + \kappa(t-t')]^2 \right] e^{-a \{ [z-x(t)]^2 + [z-x(t') + \kappa(t-t')]^2 \}}$$

* Точное выражение: $(a_1 \equiv a + \frac{h}{2}; p_{\pm} \equiv ax \pm \frac{h\kappa t}{2}; \varphi_{\pm} \equiv ax \pm \frac{h\kappa(t-T)}{2});$

$$F_z^{\text{стор.}} = -\frac{Qf_0}{2} \sqrt{\frac{a}{a_1}} \begin{cases} 2e^{-ax^2(1-a/a_1)} - e^{-(ax^2+h\kappa^2 t^2/2)} [e^{p_+^2/a_1} + e^{p_-^2/a_1}], & 0 \leq t \leq T, \\ e^{-(ax^2+h\kappa^2(t-T)^2/2)} [e^{\varphi_+^2/a_1} + e^{\varphi_-^2/a_1}] - & \\ - e^{-(ax^2+h\kappa^2 t^2/2)} [e^{p_+^2/a_1} + e^{p_-^2/a_1}], & t > T. \end{cases} \quad /21/$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^t dt' dz \{ -\dot{x}(t')^2 + \ddot{x}(t') [z - x(t') - \kappa(t-t')] + 2\alpha \dot{x}(t')^2 [z - x(t') - \kappa(t-t')]^2 \} e^{-\alpha \{ [z - x(t)]^2 + [z - x(t') - \kappa(t-t')]^2 \}} \quad /22/$$

Первый из двойных интегралов в /22/ при выборе начального условия $v(0) > 0$ стационарной точки не имеет /скорости движения сгустка и соответствующей части возбужденной волны противоположны/, поэтому в дальнейшем этот член можно вообще отбросить.

Стационарной точкой второго интеграла является $t' = t$, $z = x(t)$, - при условии, что $\dot{x}(t) \neq \kappa$. В случае $\dot{x}(t) = \kappa$, что соответствует резонансному возбуждению, стационарная точка становится критической. В некритическом случае последовательное вычисление членов асимптотического разложения приводит к следующей градации. Главный член разложения /с учетом множителя α^2 перед скобкой в /22//, имеющий порядок $-\alpha$, тождественно исчезает. Следующий член, порядка $\alpha^{1/2}$ и, следовательно, расходящийся при $\alpha \rightarrow \infty$, т.е. при переходе к точечному сгустку*, оказывается пропорциональным \ddot{x} /с не обращающимся в нуль сложным коэффициентом/. Допустим, что этот член при подстановке в уравнение движения можно включить в массу сгустка, делая таким образом "перенормировку массы". Тогда основным членом в силе самодействия F_z^{cob} остается член, не зависящий от α , а далее следуют члены с отрицательными степенями α . ими будем пренебрегать. Этот главный член силы самодействия оказывается пропорциональным $\ddot{x}(t)$. Таким образом получается некоторое качественное соответствие со случаем ускоренного движения заряда в свободном пространстве.

Выполнив в /22/ интегрирование по z^{**} , приведем /22/ к виду

$$F_z^{cob} = \frac{Q^2 \kappa^2 \rho a^{3/2}}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^t dt' \{ -\dot{x}(t')^2 + \alpha \dot{x}(t')^2 [x(t) - x(t') - \kappa(t-t')]^2 + \ddot{x}(t') [x(t) - x(t') - \kappa(t-t')] \} e^{-\frac{\alpha}{2} [x(t) - x(t') - \kappa(t-t')]^2} \quad /23/$$

* Конечно, эти рассуждения можно в какой-то мере рассматривать только с качественной стороны.

** Как уже сказано, первым двойным интегралом в /22/, не имеющим стационарной точки, пренебрегаем.

После ряда преобразований, интегрирования по частям с учетом того, что проинтегрированным членом типа

$$[x(t) - \kappa t - x(0)] e^{-\frac{\alpha}{2} [x(t) - \kappa t - x(0)]^2}$$

можно асимптотически пренебречь*, получим выражение

$$F_z^{cob} = \frac{-Q^2 \kappa^3 \rho a^{3/2}}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^t [1 + 2\psi(t, t')] e^{\psi(t, t')} dt', \quad /24/$$

где

$$\psi(t, t') = -\frac{\alpha}{2} [x(t) - \kappa t - x(t') + \kappa t']^2 \quad /25/$$

- симметричная функция t и t' . Это обстоятельство оказывается удобно использовать при решении уравнения /6/ методом итераций. Записывая /6/ в интегральной форме, имеем ($M = m_0 N$):

$$\dot{x}(t) = \dot{x}(0) - \frac{Q^2 \kappa^3 \rho a^{3/2}}{2M\sqrt{2\pi}} \left[\int_0^t dt'' \int_0^{t''} S(t'', t') dt' \right] + \frac{1}{M} \int_0^t F_z^{stop}(t') dt',$$

где $S(t'', t')$ - симметричная функция, стоящая под интегралом в /24/, а $F_z^{stop}(t)$ определяется соотношением /21/. В силу симметрии функции S двойной интеграл в /26/ можно записать в симметричном виде:

$$\frac{1}{2} \int_0^t \int_0^t S(t'', t') dt'' dt'.$$

Необходимо заметить, что t', t'' входят в /26/ как в явной форме, так и в неявной - через функцию $x(t)$. Полагая $\dot{x}(t) = y$, т.е.

$$x(t) = x_0 + \int_0^t y(\xi) d\xi, \quad \text{получим, что}$$

$$\begin{aligned} \psi(t'', t') &= -\frac{\alpha}{2} \left[x_0 + \int_0^{t''} y(\xi) d\xi - x_0 - \int_0^{t'} y(\xi) d\xi - \kappa(t'' - t') \right]^2 = \\ &= -\frac{\alpha}{2} \left[\int_{t'}^{t''} [y(\xi) - \kappa] d\xi \right]^2. \end{aligned} \quad /27/$$

* $x(t) - x_0 - \kappa t$ - расстояние, на которое к моменту t разошлись центры сгустка и сторонней волны.

Обозначив $\dot{Y} = y - \kappa$ и учитывая /21/, приведем /26/ к окончательному виду:

$$Y(t) = \dot{x}(0) - \kappa - \frac{Q^2 \kappa^3 \Omega_a^{3/2}}{2M\sqrt{2\pi}} \int_0^t \int_0^{t'} S\left[\left(\int_0^{t''} Y(\xi) d\xi\right)^2\right] dt' dt'' + \frac{1}{M} \int_0^t F_z^{\text{стор.}}(t', x_0 + \kappa t' + \int_0^{t'} Y(\xi) d\xi) dt', \quad /28/$$

удобному для проведения итераций.

Оценим теперь энергию, запасенную в импульсе стороннего поля. При отсутствии сгустка из /4/ для тока в линии в случае функции возбуждения, заданной соотношением /10/, получим

$$I^{\text{стор.}}(z, t) = \frac{\sqrt{2\pi} f_0 \kappa \cdot C}{2h^{1/2}} \left\{ \Phi\left(\sqrt{\frac{h}{2}}(z + \kappa t)\right) - \Phi\left(\sqrt{\frac{h}{2}}(z - \kappa t)\right) - \Phi\left(\sqrt{\frac{h}{2}}(z + \kappa(t - T))\right) + \Phi\left(\sqrt{\frac{h}{2}}(z - \kappa(t - T))\right) \right\}, \quad t > T, \quad /29/$$

где $\Phi(x)$ - функция Лапласа /интеграл вероятности/. При $0 < t < T$ в /29/ отсутствуют последние два члена. Так как $W(0) = 0$, то из /8/ получится

$$W_2^{\text{стор.}}(t) = \int_0^t dt \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E} I dz. \quad /30/$$

Имеет смысл рассматривать время $t > T$, т.е. после окончания действия источника стороннего поля. С учетом того, что $\mathcal{E}(z, t)|_{t>T} \equiv 0$, получаем

$$W_2^{\text{стор.}}(t)|_{t>T} = -\frac{\sqrt{2\pi}}{h} f_0^2 \kappa C \int_0^T e^{-\frac{h}{2} \kappa^2 t'^2} dt' \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x) e^{-x^2 - x\sqrt{2h}\kappa t} dx. \quad /31/$$

В общем случае интегралы в /31/ приходится вычислять численно. Если рассматривать сильное замедление в линии и короткий по времени импульс, так что $\sqrt{2h}\kappa T < 1$, то получим приближенное выражение

$$W_2^{\text{стор.}}(t) \sim \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{h}} C \kappa^2 T^2 f_0^2. \quad /32/*$$

* Численный счет показывает, что /32/ по порядку величины не очень отличается от /31/ и в других случаях.

Найдем теперь энергию поля в линии, возбужденного невозмущенным движением сгустка. Здесь может встретиться трудность: энергия возбуждения при стационарном движении с $v_0 \sim \kappa$, т.е. совпадении скорости сгустка с фазовой скоростью волны в линии, становится бесконечной. В действительности такой случай нереален, т.к. он соответствует резонансному возбуждению поля сгустком, движущимся стационарно и бесконечно долго. Поэтому нужно рассмотреть решение для конечного интервала времени, взяв начальные значения для I, U . Решением уравнений /4/ для стационарного движения сгустка ($\mathcal{E} \equiv 0, v = v_0 > 0$) с нулевыми начальными условиями для U будет

$$U = -\left(\frac{v_0}{\kappa} \frac{v_0 Z_0}{1 - (v_0/\kappa)^2} q(z - v_0 t) + \frac{v_0^2 Z_0}{2} \left[\frac{q(z - \kappa t)}{\kappa - v_0} + \frac{q(z + \kappa t)}{\kappa + v_0} \right] \right), \quad /33/$$

где $Z_0 = (\mathcal{L}/C)^{1/2}$ - характеристическое сопротивление линии. Соответствующее решение для I есть

$$I = -\frac{v_0}{1 - (v_0/\kappa)^2} q(z - v_0 t) + \frac{v_0^2}{2} \left[\frac{q(z - \kappa t)}{\kappa - v_0} - \frac{q(z + \kappa t)}{\kappa + v_0} \right]. \quad /33'/$$

Из /4/, /33/ и /33'/ следует, что $\frac{\partial I}{\partial z} \Big|_{t=0} = \frac{\partial}{\partial t} q(z - v_0 t) \Big|_{t=0}$

и в обратной волне $U_- = -Z_0 I_-$. Поэтому момент $t = 0$ можно считать моментом влета сгустка в линию, принимая, что при $z = 0$ линия на самом деле имеет начало и на входе нагружена на характеристическое сопротивление Z_0 . Берем волну U_+ , сопутствующую направлению движения сгустка, и находим с учетом /7/:

$$W_+^{\text{ср.}}(t) = -\int_0^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} U_+ \frac{\partial q}{\partial t} dz = -\frac{Q^2 \sqrt{\frac{a}{\pi}} v_0^3 \kappa \mathcal{L}}{2\sqrt{2}(\kappa - v_0)^2} \left[1 - e^{-\frac{a}{2}(\kappa - v_0)^2 t^2} \right]. \quad /34/$$

Отсюда энергия, теряемая сгустком на возбуждение линии при $v_0 \sim \kappa$, для времен, не слишком отличающихся от $t = 0$, оказывается равной

$$W_+^{\text{ср.}}(t) \approx -\frac{Q^2 a^{3/2} v_0^3 Z_0}{4\sqrt{2\pi}} t^2. \quad /35/$$

/34/ показывает, что при $v_0 \neq \kappa$ количество энергии, переданной сгустком полю за все время движения, остается ограниченным.

Если, например, некоторое значение $t = t_1$ велико, то даже за достаточно большой промежуток времени $t - t_1$ практически не происходит накопления энергии, переданной полю. Это было отмечено в /1/. При $v_0 \sim \kappa$ величина переданной энергии может быть определена из /35/. Она существенно зависит от параметра группировки сгустка α /характерного размера $\alpha^{-1/2}$ / и растет пропорционально t^2 .

Чтобы ориентироваться при выборе амплитуды f_0 стороннего поля, можно сравнить /31/, /34/ или /32/ и /35/, выбрав, например, время t равным величине ℓ/κ , где ℓ - длина секции "реальной линии". Тогда, вводя величину

$$\theta = \left| \frac{W_+^{cr}(\tau)}{W_2^{stop}(\tau)} \right|_{\tau = \ell/\kappa}, \quad /36/$$

из /32/, /35/ находим ($\beta_\phi = \kappa/c$, $\beta_0 = v_0/c$, $\tau = cT$):

$$|f_0| = \frac{|Q|}{\sqrt{2\pi\theta}} \left(\frac{\alpha^3 h}{2} \right)^{1/4} \left(\frac{\beta_0}{\beta_\phi} \right)^{3/2} Z_0 \frac{\ell c}{\tau}. \quad /37/$$

В соответствии с изложенной теорией можно рассмотреть числовые параметры. Пусть линия имеет параметры $\beta_\phi = 0,2$, $Z_0 = 86$ Ом. Сгусток электронов с числом частиц $N = 10^{13}$ и $\alpha = 10$ /т.е. характерным размером $\alpha^{-1/2} = 0,32$ м/ имеет начальную скорость $\beta_0 = 0,195$. Пусть стороннее поле характеризуется "временем включения генератора" $\tau = cT = 0,5$ м и характеристическим размером $h^{-1/2} = 1$ м. В соответствии с /37/ "амплитудные значения" для него при длине секции $\ell = 2,5$ м определяются таблицей:

Таблица

θ	3,2	0,062	0,035
f_0 В/М	$2,1 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$

Заметим, что f_0 существенно зависит от параметра группировки сгустка α . Так как при характерном размере сгустка ~ 1 см параметр α должен был быть $\sim 10^4$, то и все величины второй строки таблицы 1 надо было бы умножить на $\sim 1,8 \cdot 10^2$.

На рис.2 в произвольном масштабе представлены графики импульса $E_z^{stop}(\xi)$, $\xi = ct$ (см. формулу /17/ без множителя $-f/2$) при $h^{-1/2} = 0,45$ м. В такой форме измерили бы этот импульс неподвижные наблюдатели, находящиеся соответственно в точках $z = 0,02$, $z = 0,5$ и $z = 2$ м /кривые 1,2,3/.

На рис.3а приведен график скорости сгустка, ускоряемого волной, с параметрами $f_0 = 1,3 \cdot 10^3$ В/м, $h = 1$, $\beta_\phi = 0,2$, когда реакция собственного поля не учитывается. Сгусток инжектирован в момент $t = 0$, когда начинает действовать "генератор стороннего поля". Видно, что вначале происходит некоторое ускорение сгустка, затем, обгоняя волну, он попадает в отрицательную фазу и замедляется, потом вновь начинается ускорение. Таким образом, имеет место автофазировка.

На рис.3б/ кривая 1 соответствует случаю $\theta = 0,062$ таблицы, когда реакция собственного поля "выключена", а кривая 2 - случаю, когда эта реакция учитывается. Кривая 3 - случай ускорения при $\theta = 0,31$ и без учета реакции собственного поля. При ее учете сгусток перестает ускоряться - "проваливается" внутрь волны /кривая 4/. Кривая 5 - случай ускорения при $\theta = 0,062$, с учетом реакции собственного поля, но при начальной скорости $\beta_0 = 0,205$, т.е. несколько превышающей фазовую скорость волны $/\beta_\phi = 0,200/$. Везде было принято $N = 10^{13}$.

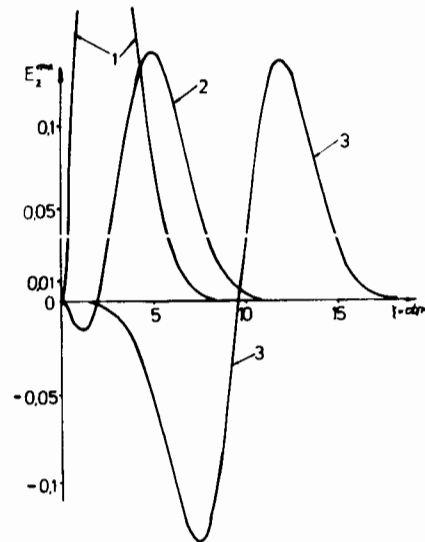


Рис. 2

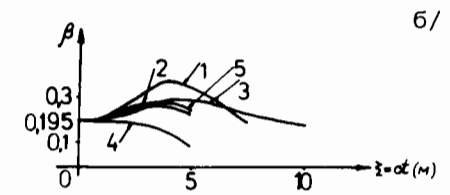
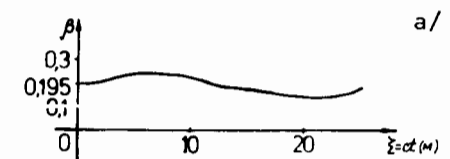


Рис. 3

После того, как закон движения сгустка $x(t)$ /например, соответствующий кривой 2 на рис.3/ определен, можно, пользуясь

/19/, вычислить $E_z^{cob.} = -\frac{\partial U}{\partial z}$, учитывая /17/, получить карту распределения действующего на сгусток полного поля: $E_z^{cob.}(z, t) +$

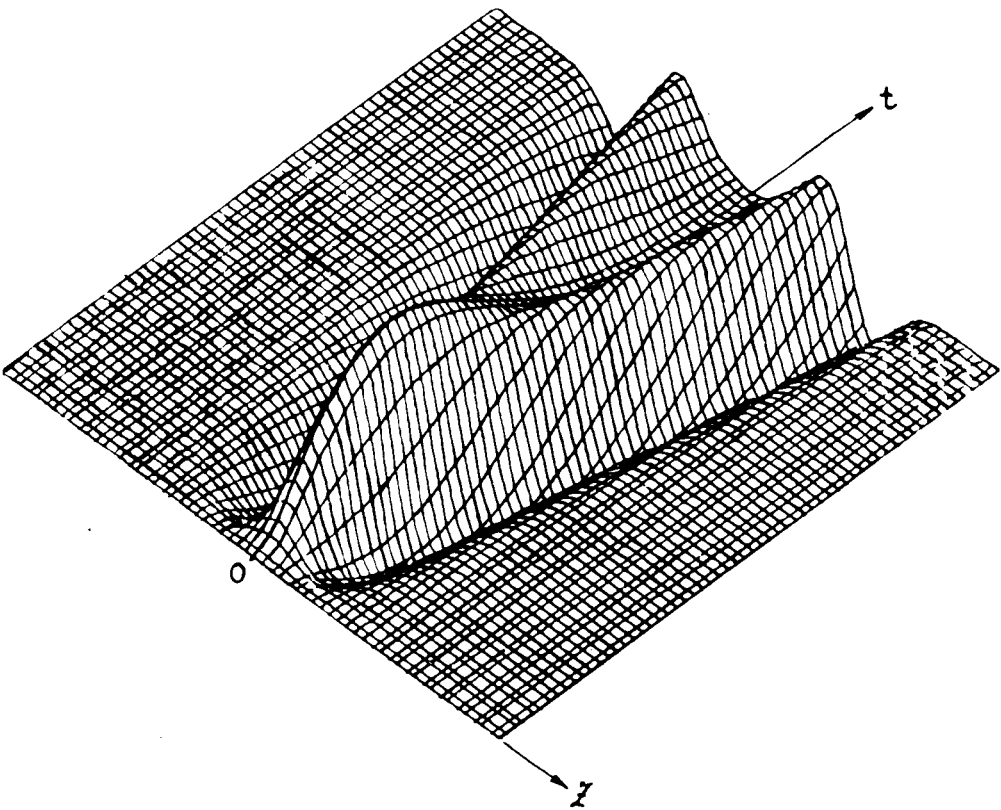


Рис. 4

+ $E_z^{\text{стоп}}(z, t)$. В соответствии с этим замечанием были сделаны вычисления. На рис. 4 приводится рельеф поля $E_z^{\text{стоп}}$. Видно, как сначала, в процессе работы распределенных источников стороннего поля, $E_z^{\text{стоп}}$ растет, затем формируются две расходящиеся волны. На рис. 5 показан рельеф полного поля. Волна, в которой движется сгусток, деформируется и частично "выедается" наведенным "вторичным" полем. Амплитуда волны, уходящей влево, немного изменяется за счет "отпочковавшейся" части наведенного поля /графики приведены в относительных единицах/.

В заключение автор выражает благодарность В.Е.Жильцову и Б.Г.Щинову за помощь в построении рельефных графиков с использованием ЭВМ, а также А.Б.Кузнецову и Э.А.Перельштейну за полезные замечания.

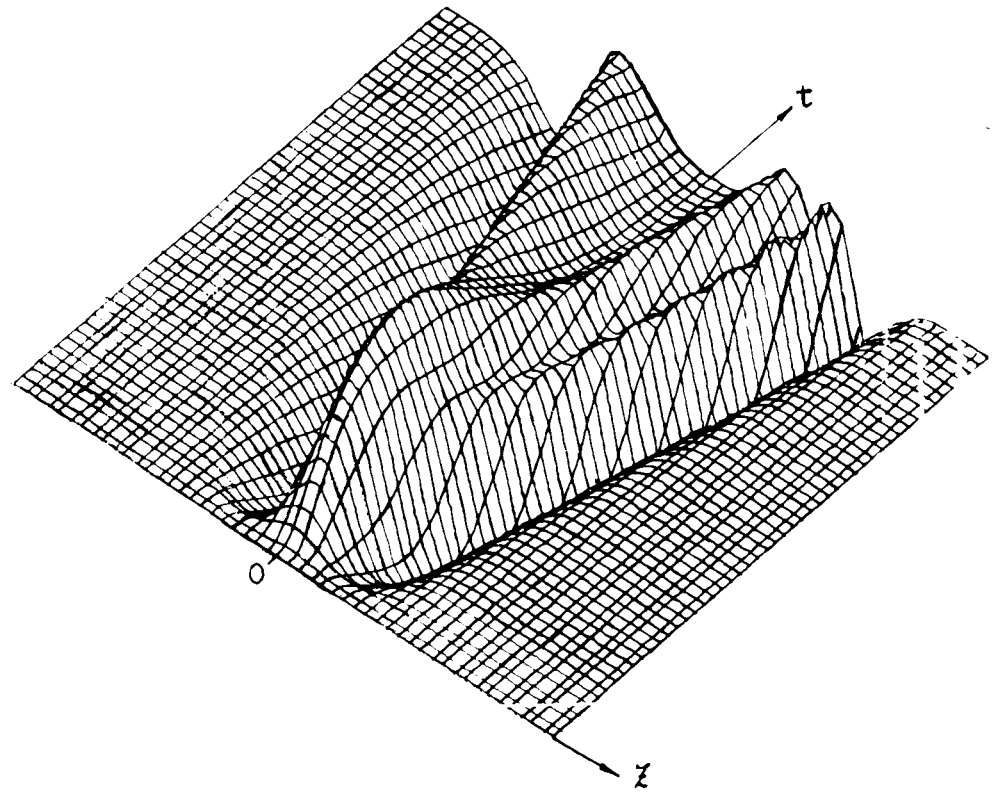


Рис. 5

ПРИЛОЖЕНИЕ

Дифференцируя /11/ по z , учитывая /5/, /3/ и переходя к фурье-представлению по времени, можно записать:

$$\frac{d^2 E_{z\omega}}{dz^2} + \left(\frac{k}{\beta_\phi}\right)^2 E_{z\omega} = -i\omega \mathcal{L} \frac{d^2 I^{\text{конв.}}}{dz^2}, \quad /П1/$$

где $k = \frac{\omega}{c}$, $\beta_\phi = \frac{k}{c}$.

Применим теперь другой подход. Будем рассматривать электродинамически возбуждение одного из низших типов волн структуры. Пусть $f_\lambda(r_\perp, \omega)$ - поперечный формфактор составляющей $E_{z\lambda}$ поля данной моды, $j_{z\omega}$ - плотность тока, создаваемого движущимся источником /сгустком/. Интегрируя по сечению канала структуры, имеем

$$\int_S j_{z\omega} f_\lambda(\vec{r}, \omega) ds \approx \overline{f_\lambda} I_\omega^{\text{КОНВ.}}(z),$$

где $\overline{f_\lambda}$ - некоторая усредненная величина. Электродинамическое уравнение, определяющее возбуждение структуры, есть /см. /5/ /:

$$\frac{d^2 E_{z\omega}}{dz^2} + \left(\frac{k}{\beta_\phi}\right)^2 E_{z\omega} = -\frac{i f_\lambda^2 \gamma_\phi}{\omega \epsilon} \left[k^2 + \frac{d^2}{dz^2}\right] I_\omega^{\text{КОНВ.}}(z), \quad /П2/$$

где $\gamma_\phi = (1 - \beta_\phi^2)^{-1/2}$, ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость свободного пространства. Если скорость сгустка $\beta \sim \beta_0$, то в случае /7/ получится

$$I_\omega = -\frac{eN}{2\pi} e^{-k^2/4a\beta_0^2} \cdot e^{ikz/\beta_0}, \quad \text{откуда} \quad \frac{d^2 I_\omega^{\text{КОНВ.}}}{dz^2} = -\left(\frac{k}{\beta_0}\right)^2 I_\omega^{\text{КОНВ.}}$$

Отсюда видно, что при $\beta_0 \sim \beta_\phi \ll 1$ членом k^2 в скобке в /П2/ можно пренебречь. Таким образом, /П2/ приведет к виду, позволяющему установить соответствие с /П1/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pierce J.R. J. App. Phys., 1955, 26, No. 5, p. 627.
2. Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. М., 1966.
3. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. Изд. "Высшая школа", М., 1972, т. II.
4. Советов Н.М. Основы теории ламп бегущей волны с учетом релятивистских эффектов. Саратов, 1966.
5. Ширман Я.Д. Радиоволноводы и объемные резонаторы, Связьиздат, М., 1959.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июня 1983 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
Д13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
Д1,2-12036	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
Д1,2-12450	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
Д1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
Д1,2-81-728	Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 60 к.
Д17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
Д1,2-82-27	Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.	3 р. 20 к.
Р18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Рубин С.Б. P9-83-361
Взаимодействие электронного сгустка, движущегося в замедляющей линии, с импульсом ускоряющего поля, имеющим конечную запасенную энергию

В приближении эквивалентной цепи рассматривается влияние собственного поля одиночного плотного электронного сгустка на процесс ускорения его импульсом стороннего поля в замедляющей структуре. Задача сведена к решению замкнутой системы, состоящей из уравнений длинной линии, соответствующих импульсному возбуждению линии сторонним источником и током, наведенным движущимся сгустком, и из уравнения, определяющего закон движения сгустка. Представление пригодно при нерелятивистских или слабо релятивистских скоростях движения последнего. Путем использования общих свойств решений уравнений длинной линии оказалось возможным свести всю систему к одному интегродифференциальному уравнению, удобному для решения методом итераций. В результате определяется закон движения сгустка и возбуждаемое дополнительно поле. Приведены примеры расчетов.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Rubin S.B. P9-83-361
Interaction of Electron Bunch, Moving in a Slow Line, with an Impulse of Accelerating Field of Finite Accumulated Energy

In the approximation of the equivalent circuit the influence of a self-field of the electron dense bunch on the process of acceleration by the impulse of the external field in a slow wave structure is considered. The problem is reduced to the closed system that consists of the equations of the transmission line corresponding to the impulse excitation of the external generation and with current induced by a moving bunch and of the equation determining the law of the bunch motion. The presentation is applicable to the nonrelativistic and weakly relativistic velocities of the latter motion. By the usage of general behaviour of the equation solutions with the line length it appeared to be possible to lead the whole system of the equations to one integrodifferential equation that is convenient for the iterations. As a result, the law of the bunch motion and the field excited in addition are determined. Some examples of the calculations are given.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой