

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

5181/82

25/10-82

P9-82-532

Э.А.Перельштейн, В.Ф.Шевцов,  
Г.Д.Ширков, Б.Г.Шинов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАКОПЛЕНИЯ  
ИОНОВ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

Направлено в "Журнал технической физики"

1982

1. Настоящая работа посвящена численному моделированию процесса накопления ионов в электронных пучках. В последние годы рядом авторов были предприняты попытки определения функции распределения либо усредненных параметров ионов, образующихся в плотных электронных пучках и кольцах [1-4]. Однако без привлечения численных расчетов это удается сделать только в некоторых простейших случаях. Основным допущением является предположение о линейности полей, в которых рождаются и движутся ионы. Такое приближение возможно при пренебрежении собственными, существенно нелинейными, полями ионов, то есть в случае малой зарядовой нейтрализации электронного пучка ионами. В [5] найдены стационарные функции распределения ионов и с помощью численных расчетов показано слабое влияние нелинейности полей электронов на движение ионов в электронном пучке с гауссовским распределением плотности по радиусу сечения. В [6] для электронного пучка с постоянной плотностью исследовано влияние собственных нелинейных кулоновских сил ионов на поперечные размеры и скорости ионной компоненты.

Численными методами можно моделировать рождение ионов и движение частиц в реальных нелинейных полях электронно-ионных пучков. В [7] в результате интегрирования уравнений Власова найдены функции распределения ионов для некоторых распределений плотности электронного пучка. В данной работе используется метод крупных частиц. Ранее этим методом изучалось изменение размеров электронно-ионных колец при накоплении ионов [8], но относительно малое число крупных частиц /по 132 для ионов и электронов/ не позволило проследить за динамикой функций распределения и рассматривать одновременно несколько ионных зарядностей.

В нашей работе рассматривается накопление ионов в линейном электронном пучке круглого сечения. Все результаты распространяются на тонкие электронные кольца, если можно пренебречь их кривизной. Используются следующие обозначения: все величины с индексами "e" относятся к электронам, а индексом "i" - к ионам i-й зарядности; N означает линейную плотность электронов либо, в зависимости от индекса, ионов в пучке или в распрямленном кольце.

2. Рассмотрим накопление ионов в электронном пучке с гауссовской плотностью:

$$\rho_e = \frac{N_e}{a^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2a^2}\right). \quad /1/$$

Его среднеквадратичный радиус  $a_e = \sqrt{2}a$ . В [5] было показано, что в таком пучке при  $\sum_i iN_i \ll N_e$  плотность ионов i-й зарядности хорошо приближается выражением

$$\rho_i = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{N_i \exp(-r^2/2a_i^2)}{a_i r}, \quad /2/$$

где  $a_i = a_e / \sqrt{2i}$  - среднеквадратичные полуразмеры ионного пучка. Особенность в выражении /2/ при  $r \rightarrow 0$  связана с пренебрежением начальными скоростями однозарядных ионов, которые образуются из нейтральных атомов или молекул, имеющих тепловые скорости  $u_T$ . Реально ионы имеют некоторый момент количества движения относительно центра пучка и минимальное расстояние, на которое ион может приблизиться к центру:

$$\frac{r_{\min}}{a_i} \approx \frac{u_T}{\omega_i a_i}.$$

Средняя частота колебаний ионов i-й зарядности для плотностей /1/ и /2/ определяется выражением

$$\omega_i^2 = \frac{ir_e m_e c^2}{m_i} \left( \frac{N_e}{(a^2 + a_i^2 + a\sqrt{a^2 + a_i^2})} - \frac{2}{\pi a_i^2} \sum_k k N_k \arctg \frac{a_i}{a_k} \right),$$

где c - скорость света;  $r_e$  и  $m_e$  - классический радиус электрона и его масса,  $m_i$  - масса иона. Например, при  $N_e \sim 10^{12} \text{ см}^{-1}$  для ионов тяжелых элементов  $r_{\min}/a_i \sim 10^{-3}$ . Следовательно, плотность ионов в центре пучка может достигать очень высоких значений и, даже при относительно небольшом их числе, быть больше плотности электронов. При определенном числе ионов у потенциальной ямы появится локальный максимум в центре пучка. Это ведет к тому, что ионам, имеющим малую амплитуду колебаний, не будет хватать энергии для преодоления возникшего потенциального барьера, характер их движения изменится, и плотность начнет отличаться от /2/.

Электронный пучок, имеющий гауссовское распределение плотности, в своем сечении создает электрическое поле:

$$U_e = eN_e \left( E_1 \left( \frac{r^2}{2a^2} \right) + \ln \left( \frac{r^2}{2a^2} \right) + C \right). \quad /3/$$

Здесь  $E_1$  - интегральная показательная функция; C - постоянная Эйлера; e - заряд электрона.

Соответственно ионный пучок с плотностью /2/

$$U_i = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{r_e}{a_i} N_i \sum_{k=1}^{\infty} \left( -\frac{r^2}{2a_i^2} \right)^k \frac{1}{k!(2k+1)^2}.$$

В этом случае минимальный радиус, на который ион с амплитудой колебаний  $r_0$  может приблизиться к центру, определяется из условия

$$U_e(r_0) - U_e(r_{\min}) = U_i(r_{\min}) - U_i(r_0),$$

откуда в первом приближении

$$\frac{r_{\min}}{a_i} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a_e}{N_e} \sum \frac{iN_i}{a_i} - \frac{r_0}{a_e}.$$

Все ионы с амплитудой колебаний

$$\frac{r_0}{a_e} > 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a_e}{N_e} \sum \frac{iN_i}{a_i}$$

могут проходить через центр сечения пучка. При плотности /2/ около 60% всех ионов имеют  $r_0 \geq a_i$ .

Расчеты показывают /9,10/, что при накоплении ионов из остаточного газа в камере ускорителя либо из специальной струи нейтральных атомов, впрыскиваемых в кольцо, их распределение по зарядам оказывается достаточно узким. Окончательно получим, что при факторе нейтрализации

$$f = \sum \frac{iN_i}{N_e} \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4i},$$

где  $\bar{i} = \frac{\sum iN_i}{\sum N_i}$ , искажение потенциальной ямы незначительно,

плотности ионов близки к /2/ и можно пользоваться результатами работы /5/.

3. Влияние ионного заряда на функции распределения ионов и электронов и потенциал электрического поля исследовалось методом крупных частиц.

Рассматривался бесконечно длинный, с гауссовским распределением, круглый в сечении электронный пучок в металлической трубе радиуса  $R = \sqrt{8} a_0$ , где  $a_0$  - начальный среднеквадратичный радиус пучка без ионов. Пучок фокусировался продольным магнитным полем. В результате электронного удара из нейтрального газа с равномерной плотностью в пучке появлялись ионы с нулевыми начальными скоростями.

Электронный пучок и рождающиеся в нем ионы моделировались крупными частицами - "электронами" и "ионами". Для вычисления собственных полей использовалась сеточная методика. Траектории движения частиц определялись из закона сохранения энергии  $E$ . Для "электронов"

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m_e} (E - eU) - \frac{M_e^2}{m_e^2 r^2} - \omega_e^2 r^2}, \quad /4/$$

где  $M_e = m_e v_{\theta} r = \text{const}$  - момент количества движения;  $v_{\theta}$  - угловая скорость электронов;  $\omega_e$  - частота их колебаний во внешнем поле. Предполагалось, что у "ионов"  $M_i = 0$ ,  $\omega_i = 0$  и их траектории находились из уравнения

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m_i} (E - ieU)}. \quad /5/$$

Замена обычных уравнений движения уравнением /4/ позволила для электронов, имеющих малые моменты количества движения, повысить устойчивость решения в окрестности нулевого радиуса и сократить вдвое число интегрируемых уравнений. В расчетах не рассматривалось в явном виде непосредственное взаимодействие частиц между собой, поэтому для уменьшения счетного времени было возможным сделать массы "электронов" и "ионов" близкими по порядку величины. Уравнения /4/ и /5/ интегрировались методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Шаг интегрирования составлял примерно сотую часть среднего периода колебаний "электронов".

Собственные поля электронов и ионов определялись на сетке решением уравнения Пуассона:

$$\Delta U = -4\pi\rho, \quad /6/$$

с граничными условиями  $U|_{r=R} = 0$  и  $\frac{\partial U}{\partial r}|_{r=0} = 0$ .

Плотность  $\rho$  определялась в узлах сетки средним значением плотности частиц данного сорта на кольцах шириной  $h_r$ , середины которых совпадали с узлами сетки. Шаг сетки  $h_r = R/\pi_r$ . Число узлов сетки  $\pi_r = 64$ . Уравнение /6/ в полярных координатах решалось при помощи модифицированной программы DELSQRZ /11/, использующей быстрое преобразование Фурье. До начала накопления "ионов" "электроны" имели распределение Максвелла, для этого в начальный момент времени их координаты и скорости определились из соотношений

$$\begin{aligned} r &= a_0 \sqrt{-\ln A_1}, \\ v &= a_0 \omega_e \sqrt{-\ln A_2}, \\ \phi &= 2\pi A_3, \end{aligned}$$

откуда  $v_r = v \cos\phi$ ,  $M_e = rv \sin\phi$ . Здесь  $A_{1,2,3}$  - случайная величина с равномерным распределением в интервале /0,1/. Первые

В этом случае минимальный радиус, на который ион с амплитудой колебаний  $r_0$  может приблизиться к центру, определяется из условия

$$U_e(r_0) - U_e(r_{\min}) = U_i(r_{\min}) - U_i(r_0),$$

откуда в первом приближении

$$\frac{r_{\min}}{a_i} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a_e}{N_e} \sum_i \frac{iN_i}{a_i} - \frac{r_0}{a_e}.$$

Все ионы с амплитудой колебаний

$$\frac{r_0}{a_e} > 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a_e}{N_e} \sum_i \frac{iN_i}{a_i}$$

могут проходить через центр сечения пучка. При плотности /2/ около 60% всех ионов имеют  $r_0 \geq a_i$ .

Расчеты показывают<sup>9,10/</sup>, что при накоплении ионов из остаточного газа в камере ускорителя либо из специальной струи нейтральных атомов, впрыскиваемых в кольцо, их распределение по зарядам оказывается достаточно узким. Окончательно получим, что при факторе нейтрализации

$$f = \sum_i \frac{iN_i}{N_e} < \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{z_i},$$

где  $\bar{i} = \frac{\sum_i iN_i}{\sum_i N_i}$ , искажение потенциальной ямы незначительно,

плотности ионов близки к /2/ и можно пользоваться результатами работы<sup>5/</sup>.

3. Влияние ионного заряда на функции распределения ионов и электронов и потенциал электрического поля исследовалось методом крупных частиц.

Рассматривался бесконечно длинный, с гауссовским распределением, круглый в сечении электронный пучок в металлической трубе радиуса  $R = \sqrt{8} a_0$ , где  $a_0$  - начальный среднеквадратичный радиус пучка без ионов. Пучок фокусировался продольным магнитным полем. В результате электронного удара из нейтрального газа с равномерной плотностью в пучке появлялись ионы с нулевыми начальными скоростями.

Электронный пучок и рождающиеся в нем ионы моделировались крупными частицами - "электронами" и "ионами". Для вычисления собственных полей использовалась сеточная методика. Траектории движения частиц определялись из закона сохранения энергии  $E$ . Для "электронов"

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m_e} (E - eU) - \frac{M_e^2}{m_e^2 r^2} - \omega_e^2 r^2}, \quad /4/$$

где  $M_e = m_e v_{\theta} r = \text{const}$  - момент количества движения;  $v_{\theta}$  - угловая скорость электронов;  $\omega_e$  - частота их колебаний во внешнем поле. Предполагалось, что у "ионов"  $M_i = 0$ ,  $\omega_i = 0$  и их траектории находились из уравнения

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m_i} (E - ieU)}. \quad /5/$$

Замена обычных уравнений движения уравнением /4/ позволила для электронов, имеющих малые моменты количества движения, повысить устойчивость решения в окрестности нулевого радиуса и сократить вдвое число интегрируемых уравнений. В расчетах не рассматривалось в явном виде непосредственное взаимодействие частиц между собой, поэтому для уменьшения счетного времени было возможным сделать массы "электронов" и "ионов" близкими по порядку величины. Уравнения /4/ и /5/ интегрировались методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Шаг интегрирования составлял примерно сотую часть среднего периода колебаний "электронов".

Собственные поля электронов и ионов определялись на сетке решением уравнения Пуассона:

$$\Delta U = -4\pi\rho, \quad /6/$$

с граничными условиями  $U|_{r=R} = 0$  и  $\frac{\partial U}{\partial r}|_{r=0} = 0$ .

Плотность  $\rho$  определялась в узлах сетки усреднением плотности частиц данного сорта на кольцах шириной  $h_r$ , середины которых совпадали с узлами сетки. Шаг сетки  $h_r = R/n_r$ . Число узлов сетки  $n_r = 64$ . Уравнение /6/ в полярных координатах решалось при помощи модифицированной программы DELSQZR<sup>11/</sup>, использующей быстрое преобразование Фурье. До начала накопления "ионов" "электроны" имели распределение Максвелла, для этого в начальный момент времени их координаты и скорости определились из соотношений

$$r = a_0 \sqrt{-\ln A_1},$$

$$v = a_0 \omega_e \sqrt{-\ln A_2},$$

$$\phi = 2\pi A_3.$$

откуда  $v_r = v \cos\phi$ ,  $M_e = rv \sin\phi$ . Здесь  $A_{1,2,3}$  - случайная величина с равномерным распределением в интервале /0,1/. Первые

моменты получившегося распределения электронов отличались от заданных, при числе крупных частиц 1000, примерно на 1%. В расчетах вероятность образования ионов первой зарядности была пропорциональна плотности "электронов", а перехода в следующую зарядность - плотности "электронов" и плотности "ионов" данной зарядности.

4. Было рассмотрено два случая. В первом электронный пучок моделировался 1000 "электронов". В нем в течение нескольких десятков периодов колебаний появлялось до 1000 "ионов". С ростом числа "ионов" увеличивался фактор зарядовой нейтрализации  $f$  "электронов". С увеличением  $f$  фокусирующая способность "электронов" ослабевала, амплитуда колебаний "ионов" увеличивалась, и при  $f > 0,6$  начинались их потери\*. По мере выбывания появлялись новые "ионы". В результате устанавливалось динамическое равновесие между "рождением" и потерями частиц, при котором значение  $f$  оставалось около 1,0. С ростом "ионных" полей фокусировка "электронов" возрастала, их среднеквадратичные размеры уменьшались, а скорости увеличивались.

Результаты этих расчетов иллюстрируют рис.1-4. На рис.1 изображен потенциал электрического поля  $U$  в относительных единицах в зависимости от радиуса пучка для различных факторов нейтра-

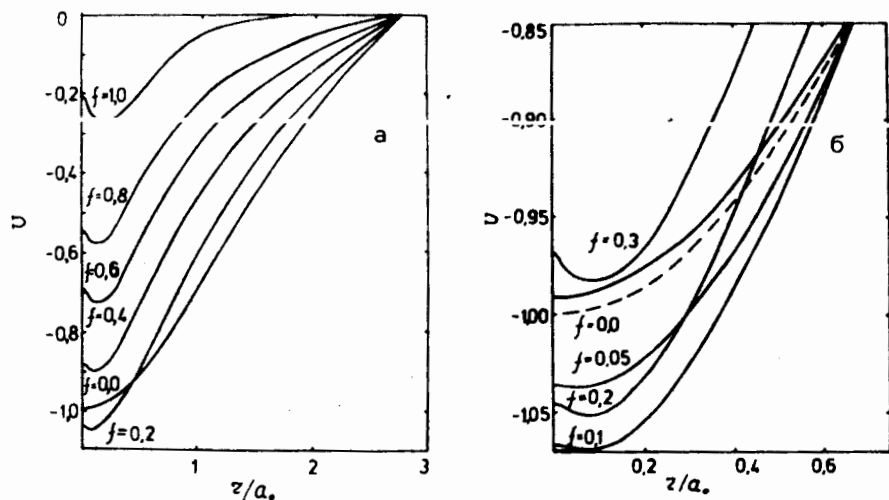


Рис.1. Зависимость потенциала электрического поля от радиуса в электронно-ионном пучке для различных факторов нейтрализации электронного заряда.

\* Критерием потери "иона" из пучка и выключением его из расчетов было следующее условие: его расстояние до центра сечения  $r \geq R$ .

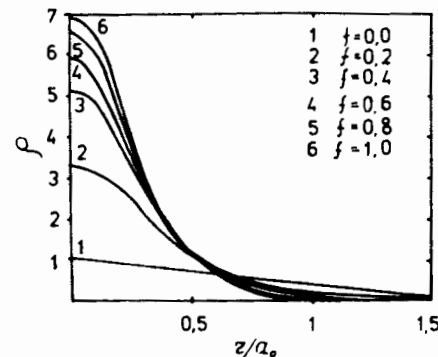


Рис.2. Зависимость плотности электронного пучка от радиуса для различных факторов нейтрализации электронного заряда.

лизации  $f$ . На начальных стадиях роста  $f$ , с увеличением плотности электронного пучка, потенциальная яма становилась глубже, одновременно в центре появлялся локальный максимум. При дальнейшем увеличении  $f$  глубина ямы уменьшалась, она становилась уже, потенциальный

барьер в центре рос. При больших факторах нейтрализации размеры электронного пучка становились меньше ионного, электронные поля были сильнее, чем ионные, и даже для  $f = 1,0$  яма не исчезала совсем. На рис.1б детально показан потенциал  $U$  для  $f \leq 0,3$ ; видно, что локальный максимум появляется при  $f \approx 0,05$ . На этом рисунке пунктирной кривой представлено значение  $U$  при  $f = 0$ , вычисленное по формуле /3/ и отличающееся от результатов численного расчета менее чем на 1%, что позволяет судить о точности вычисления полей. На рис.2 изображено изменение плотности "электронов" в зависимости от фактора нейтрализации. Видно, что она сильно меняется при накоплении в нем "ионов". Что касается плотности "ионов", то расчеты показывают, что она остается практически постоянной для любых  $f$ , очень быстро уменьшается с расстоянием от центра пучка в практически совпадает с  $z/2$ .

На рис. 3 и 4 представлены фазовые плоскости "электронов" и "ионов" соответственно в относительных координатах и скоростях и  $v_r$ . На этих рисунках случаи "а" соответствуют  $f = 0$ , "б" -  $f = 0,3$  и "в" -  $f = 0,9$  и отображают динамику функций распределения "электронов" и "ионов".

5. Было рассмотрено накопление четырех ионных зарядностей электронном пучке. В этом случае использовалось 500 "электронов" и до 500 "ионов" в каждой зарядности. Заряды "ионов" первой, второй, третьей и четвертой ионной компонент относились друг к другу как 1:2:5:10. При приближении  $f$  к 1 начинались потери "ионов" и рост нейтрализации останавливался, этому соответствовало 1150 "ионов" со средним зарядом 5,5.

На рис.5 и 6 изображено изменение среднеквадратичных размеров  $a_1$  и скоростей  $u_1$  в зависимости от  $f$  в относительных единицах. Из рис.5 видно, что с ростом среднеквадратичного фактора нейтрализации размеры "электронов" быстро уменьшаются, "ионные" размеры одновременно растут и становятся больше "электронных". Аналогичные результаты были получены на основе метода моментов функции распределения /4/. При больших значениях  $f$  с началом

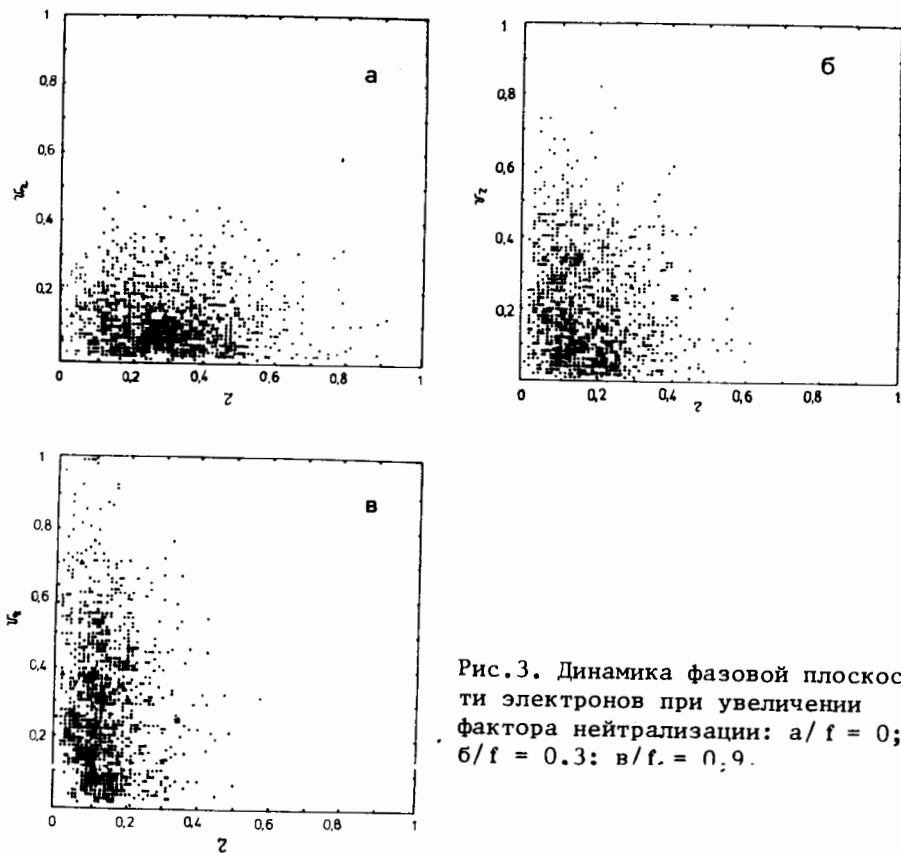


Рис.3. Динамика фазовой плоскости электронов при увеличении фактора нейтрализации: а/  $f = 0$ ; б/  $f = 0,3$ ; в/  $f = 0,9$ .

потерь "ионов" рост замедляется, а среднеквадратичные размеры первой зарядности начинают уменьшаться. Поведение среднеквадратичных скоростей имеет противоположный характер. Необходимо отметить, что при  $f \ll 1$  зависимость среднеквадратичных размеров "ионных" зарядностей отличается от закона  $a_1 = a_0 / \sqrt{2i}$ , найденного в [5], а среднеквадратичные скорости несколько увеличиваются с ростом заряда "ионов". Это объясняется тем, что в данных расчетах изменение заряда происходит не на единицу, а быстрее  $/1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 10/$ , кроме того, переходя из зарядности в зарядность, "ионы" искажают функции распределения.

6. Сделанные во втором разделе работы оценки влияния ионного заряда на форму и глубину потенциальной ямы в электронно-ионных пучках позволяют определить границы применимости модельных функций распределения ионов и законов изменения среднеквадратичных размеров и скоростей ионных компонент при накоплении

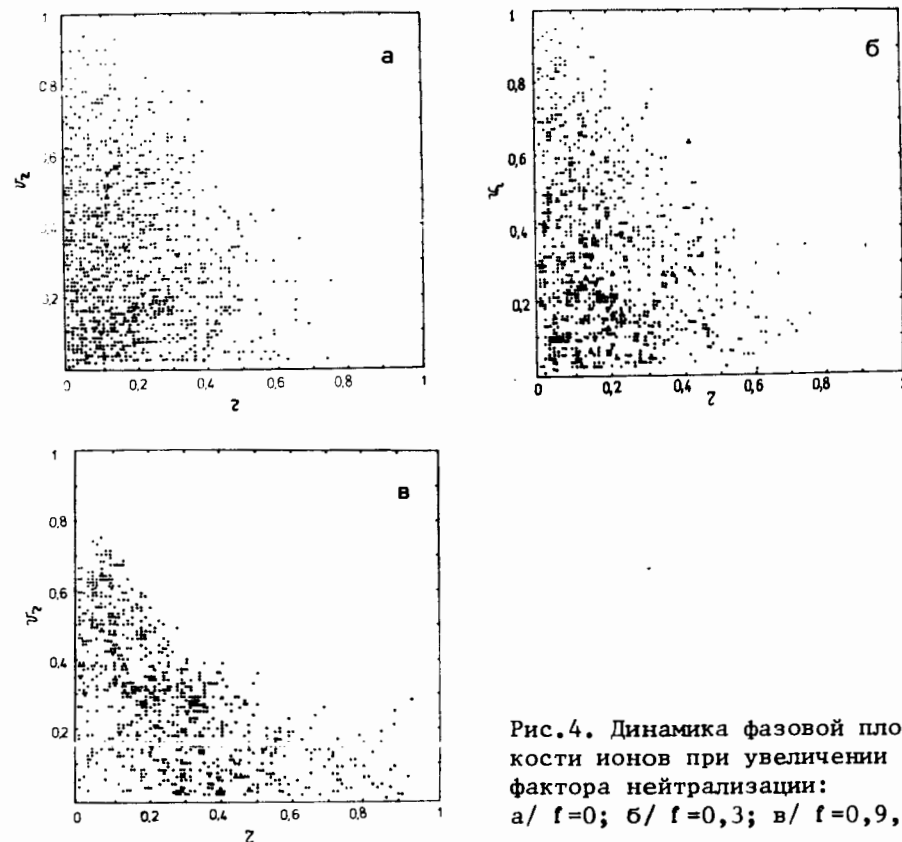


Рис.4. Динамика фазовой плоскости ионов при увеличении фактора нейтрализации: а/  $f = 0$ ; б/  $f = 0,3$ ; в/  $f = 0,9$ ,

ионов в электронных пучках, полученных в [5]. Выполненный численный расчет подтверждает приближенные оценки и позволяет детально проследить за динамикой изменения формы и глубины потенциальной ямы. В результате можно сделать выводы о том, что при накоплении ионов легких элементов в случае невысоких конечных факторов нейтрализации  $f < 0,1 \div 0,2$  среднеквадратичные размеры и эффективные фазовые объемы ионных компонент убывают приблизительно как  $1/\sqrt{i}$ . При накоплении многозарядных ионов эти законы справедливы для первых зарядностей, когда фактор нейтрализации еще невелик, а скорость убывания размеров самая большая.

Рассмотрение одновременно нескольких зарядностей позволило промоделировать накопление и переход ионов из зарядности в зарядность, динамику изменения среднеквадратичных размеров и скоростей в зависимости от ионного заряда, потери ионов при больших факторах нейтрализации.

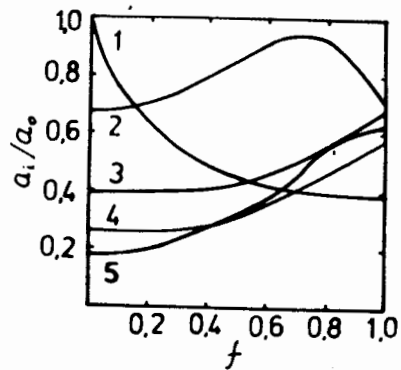


Рис.5. Среднеквадратичные размеры электронов /1/ и четырех ионных компонент /2-5/ в зависимости от фактора нейтрализации.

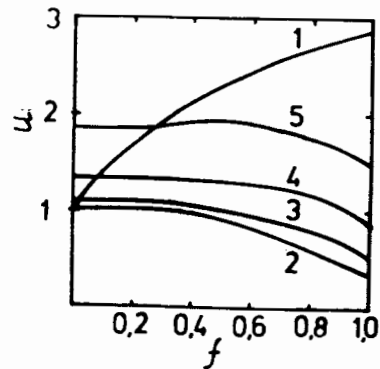


Рис.6. Среднеквадратичные скорости электронов /1/ и четырех ионных компонент /2-5/ в зависимости от фактора нейтрализации.

Следует отметить, что созданная программа, моделирующая крупными частицами процессы, происходящие в электронно-ионных пучках, имеет широкие возможности. С ее помощью можно изучать пучки в переменных внешних полях, влияние плотности нейтральных атомов в сечении пучка и ион-ионных соударениях на функции распределения образующихся ионов и т.д.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дроздовский А.А. Препринт ИТЭФ-10, М., 1973.
2. Laslett L.J. ERAN-218, LBL, Brekeley, 1972.
3. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Атомиздат, М., 1979.
4. Казаринов Н.Ю., Перельштейн Э.А., Ширков Г.Д. ЖТФ, 1980, 50, с. 549; ОИЯИ, Р9-12719, Дубна, 1979.
5. Перельштейн Э.А., Ширков Г.Д. ОИЯИ, Р9-82-526, Дубна, 1982.
6. Кузнецов А.Б., Прейзендорф В.А. Р9-82-168, Дубна, 1982.
7. Hofmann I. IPP 0/21, IPP, Garching, 1974.
8. Перельштейн Э.А., Шевцов В.Ф., Щинов Б.Г. ОИЯИ, Р9-10060, Дубна, 1976.
9. Перельштейн Э.А., Ширков Г.Д. ЖТФ, 1979, 49, с. 19; ОИЯИ, Р9-11412, Дубна, 1978.
10. Ширков Г.Д. ЖТФ, 1979, 49, с. 1471; ОИЯИ, Р9-12055, Дубна, 1978.
11. Christiansen J.P., Hockney R.W. Computer Phys. Commun. 1971, 2, p. 139.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 июля 1982 года.

Перельштейн Э.А. и др.

Р9-82-532

Моделирование процесса накопления ионов в электронных пучках

Рассмотрено влияние собственных полей ионов на их движение и функцию распределения в электронных пучках и кольцах. Методом крупных частиц проведено моделирование накопления ионов в электронных пучках. Изучено изменение потенциала электрического поля в зависимости от зарядовой нейтрализации электронов накопленными ионами. Исследована динамика функции распределения электронов и ионов, а также среднеквадратичных размеров и скоростей электронов и ионов нескольких зарядностей в зависимости от фактора нейтрализации и потери ионов в нейтрализованных по заряду электронных пучках.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Perelstein E.A.

Р9-82-532

Modelling of Ion Accumulation Process in Electron Beam

The own ion influence on their motion and distribution function in electron beams and rings is considered. The computational study of ion acceleration in electron beams is made by the finite-size particle method. The change of electric field potential depending on charge neutralization of electrons by accumulated ions is studied. The electron and ion distribution function and RMS-dimensions and RMS-velocities of electrons and ions of several charges depending on neutralization factor is investigated. The ion losses in the neutralized over charged electron beams is studied.

The investigation has been performed at the Department of New Methods Acceleration, JINR.

Preprint of the Joint Insti

Перевод О.С.Виноградовой.