объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р9-82-113

А.Г.Бонч-Осмоловский, С.Н.Доля,
К.А.Решетникова

О МЕХАНИЗМЕ РЕЗОНАНСНОГО УСИЛЕНИЯ МЕДЛЕННОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ВОЛНЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ

Направлено в "Журнал технической физики"

1982

1. В связи с интенсивным развитием физики и техники сильноточных релятивистских электронных пучков /РЭП/ особую актуальность приобрели идеи Я.Б.Файнберга [1,2] о возможности создания волн пространственного заряда большой амплитуды в плазме и электронных пучках и о дальнейшем их использовании для генерации волн СВЧ большой мощности и разработки вариантов коллективного ускорения тяжелых заряженных частиц. В последние годы появилось много интересных предложений, касающихся методов возбуждения медленных ($v_ф < c$) волн пространственного заряда в РЭП. Большинство этих предложений [3-8] связано с использованием неустойчивостей, возникающих при взаимодействии электронного пучка с собственными модами структур или другими частицами.

В данной работе рассматривается резонансный механизм возбуждения ленгмюровской медленной моды, существующей в РЭП на флюктуационном уровне, электромагнитной волной, созданной в какой-либо структуре внешним СВЧ генератором. При этом с самого начала системе пучок-структура "навязывается" одна определенная мода взаимодействия, начальный уровень амплитуды которой достаточно высок для того, чтобы "паразитные" моды не играли сколько-нибудь заметной роли в дальнейшем.

При этом необходимо, чтобы резонансный механизм взаимодействия обладал достаточно большим "инкрементом" роста амплитуды полезной моды во времени. Как было показано Я.Б.Файнбергом [9], такой подход к проблеме возбуждения волн важен с точки зрения регуляризации /сужения/ спектра волн в системе пучок-структура /плазма/.

Почему возбуждение одиночной волны определенного типа представляется важным и интересным с точки зрения идеологии коллективного ускорения ионов?

Во-первых, бегущая волна пространственного электронного заряда достаточно большой амплитуды обеспечивает высокий темп ускорения частиц с любым отношением заряда к массе и в больших количествах, т.е. в принципе может быть решена главная задача любого метода ускорения: обеспечить большой темп ускорения и большой средний ток ионов.

Во-вторых, коллективные методы ускорения связаны с созданием достаточно глубокой потенциальной ямы /или последовательности ям/ поля пространственного заряда электронов. В этом отношении характерным примером может служить, например, работа[10] двух из авторов настоящей статьи. При этом возникает проблема удержания /компенсации/ в течение всего времени ускорения значительного кулоновского поля сгущений электронного заряда. Эта проблема весьма трудна и в настоящее время практически еще не разрешена. Простой пример: в электронном пучке можно внешним генератором создать волну электрического поля, которая пространственно модулирует плотность электронов, и это может быть использовано для ускорения ионов. Однако нетрудно видеть, что напряженность создаваемой внешним генератором электромагнитной волны должна быть сравнимой с напряженностью поля, используемого для ускорения ионов /иначе модуляция плотности заряда электронов не удержится и "расползется"/. Но тогда теряет смысл сам принцип коллективного ускорения.

Такого рода трудность характерна для всех случаев, когда модуляция плотности /сгустки/ создается электронами, неподвижными в системе покоя сгустков. В терминологии бегущих волн это означает использование принципа черенковского взаимодействия, когда

$$\omega - k v_e = 0, \qquad /1/$$

ω, k - частота и продольная составляющая волнового вектора электромагнитной волны.

Для обхода трудностей удержания пространственной модуляции заряда пучка неизменной во времени можно перейти к методу ее создания в пучке волной, фазовая скорость которой не равна скорости электронов /это означает, что сгусток создается не покоящимися электронами, а "проходящими", т.е. скорость которых относительно сгустка отлична от нуля/. При этом любой электрон находится в области сгущения заряда в течение времени порядка 10^{-10} с и не успевает испытать действие кулоновских сил сколько-нибудь существенно. Практически это значит, что необходимо возбудить в пучке медленную волну* пространственного заряда так, чтобы скорость электронов могла значительно превосходить фазовую скорость волны и обеспечить отсутствие захвата их полем волны. Впервые на такую возможность указали Слоан и Драммонд в известной работе[3], обратив внимание на то, что в пучке, находящемся в продольном магнитном поле, существует медленная циклотронная мода, для которой

$$\omega - kv_e = -\omega_H, \quad \omega_H = \frac{eH}{mc\gamma}. \qquad /2/$$

В основе взаимодействия вида /2/ лежит аномальный эффект Доплера, когда

$$v_e > v_ф = \frac{\omega}{k} = v_e \frac{\omega}{\omega + \omega_H}. \qquad /3/$$

В работе[3] было отмечено еще два важных обстоятельства, связанных с взаимодействием /2/: фазовая скорость волны может регулироваться величиной продольного магнитного поля H по длине системы, а возбуждаться волна может в процессе захвата и ускорения ионов, поскольку дисперсионные свойства пучка для нее таковы, что электромагнитная энергия, заключенная в ней, отрицательна, т.е. $\omega \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \frac{E^2}{8\pi} < 0$*. Это значит, что, отдавая энергию на ускорение ионов, волна растет по амплитуде.

В методе, предложенном в[3], есть два слабых пункта: большой диапазон необходимого изменения величины магнитного поля в процессе ускорения при достаточно высокой средней напряженности H /можно показать, что при этом и энергия электронов должна быть достаточно большой: ~10 МэВ/ и малый уровень начального ускоряющего поля, когда паразитные процессы, в том числе неустойчивости пучка, могут сильно ухудшить параметры начальной стадии ускорения.

В дальнейшем циклотронная мода была возбуждена экспериментально с помощью структуры с внешним генератором[11,12], причем в работе[12] - при большом токе пучка /свыше 1 кА/ и с большой амплитудой электрического поля /до 100 кВ/см/.

Как уже упоминалось, в данной работе изучается взаимодействие электронного пучка с внешней заранее заданной замедленной волной. Принципиальным моментом при этом является то, что обмен энергией между пучком и волной происходит не в результате развития неустойчивости /когда волна растет, начиная с флюктуационного уровня/, а путем обычного резонанса между двумя медленными волнами, по крайней мере одна из которых имеет конечную начальную амплитуду, начиная с которой и нарастает суммарное поле в системе пучок-структура.

---

*Теоретически возможен и случай, когда электроны имеют скорость, меньшую фазовой скорости электромагнитной волны /такие быстрые пучковые моды существуют/, однако реализация этой возможности затруднена, так как в основе соответствующего элементарного механизма взаимодействия лежит нормальный эффект Доплера, требующий приготовления электронного пучка в виде совокупности движущихся осцилляторов.

*ϵ - "диэлектрическая проницаемость" электронного пучка, можно показать, что $\frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} < 0$ в случае /2/.

2. Вначале в целях полноты и ясности изложения мы простым методом покажем существование в пучке ленгмюровских мод *, одна из которых имеет фазовую скорость, меньшую скорости электронов.

Движение электронов для простоты полагаем одномерным /пучок замагничен: $\gamma^2\omega_H^2 \gg 2\omega_B^2$, ω_B - ленгмюровская частота в пучке, при этом все электроны пучка /радиуса a / имеют одну и ту же скорость вдоль оси системы: $v_e = v_z \equiv v_0$ /.

Поле в системе с пучком $(E \equiv E_z)$ удовлетворяет волновому уравнению вида

$$\hat{L}E = -4\pi\left(\frac{\partial\rho}{\partial z} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial j}{\partial t}\right), \qquad /4/$$

где

$$\hat{L} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \Delta_r ,$$

$$\Delta_r = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right), \quad j \equiv j_z = \rho v_0 , \quad \rho = en.$$

n - плотность электронов в пучке в лабораторной системе.

В принятых предположениях уравнение движения электронов имеет вид

$$m\gamma^3\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial z}\right) = -eE, \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \qquad /5/$$

и уравнение непрерывности –

$$\frac{\partial j}{\partial z} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 . \qquad /6/$$

Ограничиваясь пока линейным приближением, положим, что переменные отклонения плотности и скорости электронов под возмущающим действием электромагнитной волны малы:

$$\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}, \quad v = v_0 + \tilde{v}, \quad \tilde{\rho} \ll \rho_0, \quad \tilde{v} \ll v_0 , \qquad /7/$$

ρ_0 , v_0 - средние значения плотности заряда и скорости частиц пучка. Требуется, чтобы $2\gamma_0^2\frac{v}{c} \ll 1$. Введем оператор

$$\hat{\ell} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v_0\frac{\partial}{\partial z}. \qquad /8/$$

Тогда из /5/ и /6/, используя /7/, можно получить, что:

$$\tilde{v} = -\frac{e}{m\gamma_0^3}\hat{\ell}^{-1}E, \quad \tilde{\rho} = -\rho_0\hat{\ell}^{-1}\frac{\partial\tilde{v}}{\partial z}. \qquad /9/$$

---

*Резонансный механизм должен "работать",по-видимому,и для циклотронной моды.

Подставим /9/ в правую часть уравнения /4/, тогда получим следующее операторное уравнение для E:

$$(\hat{L} + \hat{\Lambda})E = 0 . \qquad /10/$$

Оператор $\hat{\Lambda}$ определен согласно

$$\hat{\Lambda} = \frac{\omega_B^2}{\gamma_0^2}\left[-\hat{\ell}^{-2}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{c^2}\hat{\ell}^{-1}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{v_0}{c^2}\hat{\ell}^{-2}\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial z}\right]. \qquad /11/$$

Обратный оператор $\hat{\ell}^{-1}$ удовлетворяет, как обычно, соотношению $\hat{\ell}\hat{\ell}^{-1} = 1$.

Ленгмюровская частота ω_B определяется,как обычно, равенством

$$\omega_B^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m\gamma_0}. \qquad /12/$$

Будем искать решение /10/ в виде плоской волны, распространяющейся вдоль пучка:

$$E = E_0 e^{-i(\omega t - kz)} . \qquad /13/$$

Элементарные вычисления приводят к следующему дисперсионному уравнению, связывающему ω и k плоских волн:

$$\frac{\omega_B^2}{\gamma_0^2(\omega - kv_0)^2} = 1 . \qquad /14/$$

Следовательно, существуют две волны, быстрая и медленная:

$$\omega = kv_0 + \omega_B/\gamma_0 , \qquad /15'/$$

$$\omega = kv_0 - \omega_B/\gamma_0 . \qquad /15''/$$

Фазовая скорость медленной волны /15''/ равна:

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = v_0\frac{\omega}{\omega + \omega_B/\gamma_0} < v_0 . \qquad /16/$$

3. В соответствии со сказанным выше далее рассмотрим вопрос, как реагирует пучок, в котором потенциально существует мода /15''/,на внешнюю азимутально-симметричную волну с конечной начальной амплитудой и произвольными пока параметрами ω_0, k_0, $k_{\perp 0}$:

$$E_{вн} = E_{0вн}\, e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)}\, I_0(k_{\perp 0} r) . \qquad /17/$$

I_0 - модифицированная функция Бесселя. E - волна вида /17/, очевидно, может быть создана в специальных волноводных структурах, этот вопрос будет обсужден позже. Пока достаточно предположить, что может быть выполнено условие

$$v_{\text{ф}} = \frac{\omega_0}{k_0} < v_0 . \qquad /18/$$

Так как /17/ удовлетворяет однородному волновому уравнению $\hat{L}E = 0$, то

$$v_{\text{ф}} = c\sqrt{1 - k_{\perp 0}^2/k_0^2} . \qquad /18'/$$

Каков "отклик" пучка на эту волну? Для анализа этого вопроса далее мы разовьем два метода, взаимно дополняющих друг друга в выявлении разных и интересных сторон взаимодействия электронного пучка с электромагнитными волнами. Начнем с операторного метода, обобщающего подход, только что изложенный при получении /14/.

Полное электрическое поле в системе с пучком, удовлетворяющее /4/, запишем в виде

$$E = E_{\text{вн}} + E_{\text{п}} . \qquad /19/$$

Здесь $E_{\text{п}}$ - поле, созданное флюктуациями плотности заряда в пучке, вызванными в нем полем внешней волны. Подставим /19/ в уравнение /4/, правую часть которого преобразуем аналогично /10/.

Для поля $E_{\text{п}}$ получаем неоднородное уравнение вида

$$(\hat{L} + \hat{\Lambda})E_{\text{п}} = -\hat{\Lambda}E_{\text{вн}} = -\omega_B^2 E_{0\text{вн}} e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} \frac{\omega_0^2/c^2 - k_0^2}{\gamma_0^2(\omega_0 - k_0 v_0)^2} I_0(k_{\perp 0} r) . \qquad /20/$$

Здесь операторы $\hat{L}$ и $\hat{\Lambda}$ определены в /4/ и /11/.

Решение /20/ будем искать методом преобразования Фурье. $E_{\text{п}}$ записываем в виде интеграла Фурье по бегущим гармоникам:

$$E_{\text{п}} = \frac{1}{(2\pi)^2}\int f_{k\omega}(r)\, e^{-i(\omega t - kz)}\, dk\, d\omega . \qquad /21/$$

Для функции $f_{k\omega}(r)$ получаем после подстановки /21/ в /20/ и применения обратного преобразования Фурье:

$$\Delta f_{k\omega} - k_\perp^2 f_{k\omega} = -(2\pi)^2 p_0 \omega_B^2 E_{0\text{вн}} I_0(k_{\perp 0} r)\,\delta(\omega - \omega_0)\,\delta(k - k_0) ; \qquad /22/$$

где

$$k_\perp^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + p\omega^2 , \quad p = \frac{\omega^2/c^2 - k^2}{\gamma_0^2(\omega - kv_0)^2} , \quad p_0 = \frac{\omega_0^2/c^2 - k_0^2}{\gamma_0^2(\omega_0 - k_0 v_0)^2} .$$

δ - дельта-функция Дирака. Теперь введем длинноволновое приближение:

$$k_\perp r , \; k_{\perp 0} r \ll 1 , \qquad /23/$$
$$\lambda \gg a .$$

Предположение /23/ выполняется в практически интересных случаях и является естественным при анализе процессов, связанных с продольной модуляцией пучков /см., например, [13] /. Теперь для $f_{k\omega}(r)$ получим:

$$f_{k\omega}(r) = \frac{(2\pi)^2 p_0 \omega_B^2 E_{0\text{вн}}\delta(\omega - \omega_0)\delta(k - k_0)}{k_\perp^2} + A_{k\omega} I_0(k_\perp r) . \qquad /24/$$

Здесь $A_{k\omega}$ - произвольные постоянные. Следовательно, поле "отклика" пучка можно записать в виде

$$E_{\text{п}} = \frac{\omega_B^2 E_{0\text{вн}} e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)}}{\omega_B^2 - \gamma_0^2(\omega_0 - k_0 v_0)^2} + \frac{1}{(2\pi)^2}\int A_{k\omega} I(k_\perp r)\, e^{-i(\omega t - kz)}\, dk\, d\omega . \qquad /25/$$

Итак, получаем результат: электрическое поле "отклика" пучка на внешнюю электромагнитную волну содержит гармонику, имеющую те же параметры ω_0, k_0, что и внешняя волна, амплитуда которой может значительно превосходить начальное значение, если параметры ω_0, k_0 удовлетворяют резонансному условию

$$\epsilon(\omega, k) = 1 - \frac{\omega_B^2}{\gamma_0^2(\omega_0 - k_0 v_0)^2} = 0 . \qquad /26/$$

Но это есть не что иное, как дисперсионное соотношение медленной ленгмюровской моды /14/. Иными словами, если параметры внешней волны удовлетворяют /14/, происходит ее резонансное усиление; можно сформулировать и так: резонанс происходит, если частота внешней волны, смещенная за счет аномального эффекта Доплера $\omega' = \gamma_0(\omega_0 - k_0 v_0)$, совпадает с характерной частотой собственных колебаний электронов в пучке, в данном случае $\omega' = -\omega_B$.

Суммарное поле в системе теперь можно записать в виде

$$E = \eta E_{0\text{вн}} e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} + \frac{1}{(2\pi)^2}\int A_{k\omega} e^{-i(\omega t - kz)}\, d\omega\, dk , \qquad /27/$$

где коэффициент усиления η равен

$$\eta = 1 + \frac{\omega_B^2}{\gamma_0^2(\omega_0 - k_0 v_0)^2 - \omega_B^2} . \qquad /28/$$

В рамках линейной теории ограничение роста амплитуды волны наступает при учете конечного затухания в системе пучок-структура; однако анализ показывает, что значительно раньше насыщение происходит вследствие нелинейных эффектов, в частности захвата электронов волной.

4. Перейдем к построению второго метода анализа, который естественным образом выведет и к нелинейной теории резонансного взаимодействия.

Введем для удобства потенциальную функцию ϕ, которая связана с продольным электрическим полем равенством

$$E = \kappa \frac{\partial \phi}{\partial \psi}, \quad \psi = \omega t - kz. \qquad /29/$$

κ - размерный коэффициент, выберем его несколько позже.

Подставим /29/ в волновое уравнение /4/; используя уравнение непрерывности и переходя к новой переменной ψ, для ϕ получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + \frac{1}{k_{\perp 0}^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial \phi}{\partial r}\right) = -\beta_\Phi^2 \gamma_\Phi \gamma_0 (\nu - \nu_0). \qquad /30/$$

Здесь $\beta_\Phi = \frac{v_\Phi}{c}$, $v_\Phi = \frac{\omega}{k}$, $\gamma_\Phi = (1 - v_\Phi^2/c^2)^{-1/2}$, безразмерная плотность $\nu = \omega_B^2/\omega^2$, ν_0 - ее значение при $\phi = 0$.

Из уравнений движения /5/ и непрерывности /6/ можно получить интегралы движения. Из уравнения /6/ после перехода от t, z к ψ получаем сразу

$$\rho (v - v_\Phi) = \mathrm{const} = \rho_0 (v_0 - v_\Phi). \qquad /31/$$

Уравнение /5/ дает

$$\frac{dv}{d\psi} = -\frac{eE}{m\gamma^3 \frac{\omega}{v_\Phi}(v - v_\Phi)}; \qquad /32/$$

учитывая /29/, записываем

$$\gamma^3 (\beta - \beta_\Phi) \frac{\partial \beta}{\partial \psi} = -\frac{e\kappa}{mkc^2} \frac{\partial \phi}{\partial \psi}, \quad k = \frac{\omega}{v_\Phi}. \qquad /33/$$

Теперь рассмотрим энергию электрона в системе покоя волны, т.е. в системе, движущейся относительно лабораторной системы со скоростью вдоль оси z: $v_\Phi = \beta_\Phi c$; из лоренцевых преобразований для энергии-импульса получаем, обозначив энергию в движущейся системе $mc^2(\bar\gamma - 1)$,

$$\bar\gamma = \gamma \cdot \gamma_\Phi (1 - \beta\beta_\Phi); \quad \frac{d\bar\gamma}{d\psi} = \gamma^3 \gamma_\Phi (\beta - \beta_\Phi) \frac{d\beta}{d\psi}. \qquad /34/$$

Сравнивая /34/ с /33/, убеждаемся, что можно написать

$$\frac{d}{d\psi}\left(\bar\gamma + \frac{e\kappa\gamma_\Phi}{mc^2 k}\phi\right) = 0. \qquad /35/$$

Теперь выберем размерный коэффициент κ так, чтобы в соотношении /35/ перед ϕ получить единицу, т.е.

$$\kappa = \frac{mc^2 \omega}{e v_\Phi \gamma_\Phi}. \qquad /36/$$

Теперь проясняется физический смысл ϕ: при $\phi = |\phi| e^{i\psi}$, $E = |E| e^{i\psi}$, имеем

$$|\phi| = \frac{e|E| v_\Phi \gamma_\Phi}{mc^2 \omega}, \qquad /37/$$

т.е. ϕ определяет работу поля волны над электроном на длине волны $\lambda = \frac{2\pi v_\Phi}{\omega}$, отнесенную к энергии покоя mc^2.

Второй интеграл движения /интеграл энергии/ можно теперь записать в виде /из /35//

$$\bar\gamma + \phi = \mathrm{const} = \bar\gamma_0; \qquad /38/$$

при записи /38/ положено, что начальное значение $\phi \simeq \phi_{BH} \ll \bar\gamma_0$.

Возвратимся к волновому уравнению для ϕ /30/ и выразим, пользуясь /31/ и /38/, его правую часть через ϕ. Окончательно получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + \frac{1}{k_{\perp 0}^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial \phi}{\partial r}\right) = q - q\bar\beta_0 \frac{\bar\gamma_0 - \phi}{\sqrt{(\bar\gamma_0 - \phi)^2 - 1}}; \qquad /39/$$

$\bar\beta_0 = \frac{\beta_0 - \beta_\Phi}{1 - \beta_0 \beta_\Phi}$ - скорость электронов в системе покоя волны при $\phi = 0$, $q = \nu_0 \beta_\Phi^2 \gamma_\Phi^2 \bar\gamma_0$. Если выполнено условие

$$2\phi \ll \bar\beta_0^2 \bar\gamma_0, \qquad /40/$$

то разложение корня в правой части уравнения /39/ приводит к линейной теории, изложенной выше. Действительно, представим поле снова в виде суперпозиции внешней волны и поля пучка:

$$\phi = \phi_\Pi + \phi_{BH}, \qquad /41/$$

причем в длинноволновом приближении /23/

$$\phi_{BH} = \phi_{0BH}\, e^{-i(\omega t - kz)}. \qquad /42/$$

Тогда, пользуясь /40/ и упрощая правую часть /39/, приходим к уравнению для ϕ_Π:

$$\frac{d^2 \phi_\Pi}{d\psi^2} + q\frac{\phi_\Pi}{\bar\beta_0^2 \bar\gamma_0^3} = -\frac{q}{\bar\beta_0^2 \bar\gamma_0^3} \phi_{0BH}\, e^{-i\psi}. \qquad /43/$$

Окончательно получаем, учитывая выражения для q, $\bar\beta_0$ и ν_0:

$$\frac{d^2 \phi_\Pi}{d\psi^2} + \frac{\omega_B^2}{\gamma_0^2 (\omega - kv_0)^2} \phi_\Pi = -\frac{\omega_B^2 \phi_{0BH}}{\gamma_0^2 (\omega - kv_0)^2} e^{-i\psi}. \qquad /44/$$

Это уравнение гармонических колебаний под действием вынуждающей силы. При условии

$$\Omega^2 = \frac{\omega_B^2}{\gamma_0^2(\omega - kv_0)^2} = 1 \qquad /45/$$

имеет место резонанс и амплитуда колебаний /волны $\phi_п$ / растет до бесконечности. Таким образом, повторен результат /25/-/26/. Теперь можно пойти несколько дальше и ответить на вопрос, как происходит во времени /или в пространстве/ нарастание амплитуды волны в линейном приближении.

Как известно, решение уравнения /44/ при условии /45/ имеет вид

$$\lim_{\Omega \to 1} \frac{\phi_п \gamma_0^2(\omega - kv_0)^2}{\omega_B^2 \phi_{овн}} = \frac{1}{2}(\psi \cos\psi - \sin\psi), \qquad /46/$$

то есть амплитуда поля волны в резонансе растет линейно во времени /линейно с расстоянием z / с коэффициентом усиления /"инкрементом"/, равным

$$\Gamma_L = \frac{1}{v_ф}\,\frac{1}{E_{овн}}\,\frac{d|E_п|}{dt} = \frac{1}{E_{овн}}\cdot\frac{d|E_п|}{dz} = \frac{\omega_B^2 v_ф}{2\omega\gamma_0^2(v_0 - v_ф)^2} \qquad /47/$$

Выразим резонансное условие /45/ через более удобные величины - ток, размер пучка.

Легко проверить, что квадрат ленгмюровской частоты следующим образом выражается через ток пучка J:

$$\omega^2 = \frac{4c^2}{\gamma_0\beta_0 a^2}\cdot\frac{J}{J_A}, \quad J_A = \frac{mc^3}{e} \simeq 17 \text{ kA}. \qquad /48/$$

Окончательно /45/ записываем в виде ($v_ф \ll v_0$)

$$J = J_A\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)^2 (\gamma_0^2 - 1)^{3/2}. \qquad /49/$$

Т.е. резонанс наступает при токе пучка, равном /49/, и длине волны $\lambda = \frac{2\pi v_ф}{\omega}$.

С учетом резонансного условия /45/ "инкремент" равен просто:

$$\Gamma_L = \frac{\omega}{2v_ф} = \frac{\pi}{\lambda}. \qquad /50/$$

5. Для иллюстрации потенциальных возможностей резонансного механизма возбуждения волны приведем численный пример. Пусть электронный пучок радиуса $a = 1$ см и начальной энергии 500 кэВ ($\gamma_0=2$) распространяется в магнитном поле $H > 3$ кЭ. При токе пучка $J = 2{,}18$ кА наступает резонанс с внешней волной $\omega = 4{,}5\cdot 10^8$ с$^{-1}$, $\beta_ф = 0{,}05$, $\lambda = 20$ см. Амплитуда внешней волны

произвольна, она может быть определена из условия достаточного превышения над начальными шумами и быстрого выхода на уровень, необходимый для эффективного ускорения. Из условия отсутствия захвата этот уровень может быть оценен сверху из формул /38/ и /37/:

$$e|E_{макс}|\lambda \lesssim \frac{2\pi mc^2}{\gamma ф}(\bar{\gamma}_0 - 1). \qquad /51/$$

Возьмем $E_{овн} \simeq 10$ кВ/см. Тогда поле в системе растет линейно во времени и по z /от точки начала взаимодействия пучка с волной/ до величины $|E| < |E_{макс}| \simeq 160$ кВ/см с "инкрементом" $\Gamma_L \simeq 0{,}16$ см$^{-1}$, т.е. выходит на этот уровень на длине 100 см.

Вопросы нелинейной теории, взаимодействия пучка с конкретной замедляющей структурой и некоторые другие будут предметом следующих публикаций.

Авторы признательны за полезные обсуждения и многочисленные ценные замечания А.М.Балдину, Ю.Д.Безногих, В.С.Воронину, А.Н.Лебедеву, М.И.Подгорецкому.

ЛИТЕРАТУРА

1. Файнберг Я.Б. АЭ, 1959, т.6, с.431.
2. Файнберг Я.Б., Хижняк Н.А. УФН, 1979, т.127, с.331.
3. Sloan M., Drummond W. Phys.Rev.Lett., 1973, vol.31, p.1234.
4. Manheimer W., Ott E. Phys. Fluids, 1974, vol.17, p.463.
5. Providakes G., Nation J. J.Appl.Phys., 1979, vol.50, p.3026.
6. Sprangle P. et al. Phys.Rev.Lett., 1976, vol.36, p.1180.
7. Беликов В.В. и др. Письма в ЖТФ, 1975, т.1, в.13.
8. Лебедев А.Н., Пазин К.Н. В кн.: Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения, Дубна, 1976. ОИЯИ, Д9-10500, Дубна, 1977.
9. Файнберг Я.Б. В кн.: Труды VII Международной конференции по ускорителям, Ереван, 1969. Изд-во АрмССР, Ереван, 1970, с.465.
10. Бонч-Осмоловский А.Г., Доля С.Н. В кн.: Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения, Дубна, 1976. ОИЯИ, Д9-10500, Дубна, 1977, с.871; АЭ, 1978, т.45, с.354.
11. Иванов Б.И. и др. Препринт ХФТИ, 80-8, Харьков, 1980.
12. Cornet E. et al. Phys.Rev.Lett., 1981, vol.46, p.181.
13. Бонч-Осмоловский А.Г., Цытович В.Н. Труды ФИАН, 1973, т.66, с.144.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 февраля 1982 года.

Бонч-Осмоловский А.Г., Доля С.Н., Решетникова К.А. Р9-82-113
О механизме резонансного усиления медленной ленгмюровской волны в релятивистском электронном пучке

Рассмотрено взаимодействие релятивистского электронного пучка /РЭП/ с возбужденной внешним источником в замедляющей структуре волной, начальная амплитуда которой отлична от нуля. При резонансных условиях, когда параметры внешней волны удовлетворяют дисперсионному соотношению для медленной ленгмюровской моды, происходит эффективное усиление ленгмюровской моды: амплитуда продольного электрического поля волны в системе пучок-структура растет по линейному закону во времени и по оси системы с коэффициентом, например, пространственного усиления $\Gamma_L = \pi/\lambda$, здесь λ - резонансная длина волны. В работе развиты два метода описания резонансного взаимодействия, в том числе и с учетом нелинейного режима. Проведены оценки параметров этого механизма. Эти оценки показывают, что резонансное взаимодействие является весьма эффективным механизмом создания большой пространственной модуляции плотности РЭП и электромагнитной волны с амплитудой выше 100 кВ/см и малой фазовой скоростью.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Bonch-Osmolovsky A.G., Dolya S.N., Reshetnikova K.A. P9-82-113
On a Mechanism of Resonance Amplification of Slow Langmuir Wave in a Relativistic Electron Beam

The interaction of relativistic electron beam (REB) with an electromagnetic wave of finite initial amplitude excited with external source in a slowing-down structure is considered. Under resonance conditions when external wave parameters satisfy dispersion relation for a slow Langmuir mode, effective amplification of Langmuir mode occurs: amplitude of wave longitudinal electrical field in the beam-structure system increases by a linear relation with increment, for example, of space amplification $\Gamma_L = \pi/\lambda$. Two methods of description of resonance interaction including that making allowance for nonlinear regime are developed. Parameters of this mechanism are evaluated. These estimates indicate that the resonance interaction is a rather effective mechanism for creating a large space modulation of REB density and an electromagnetic wave with amplitude higher than 100 kV/cm and a small phase velocity.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.