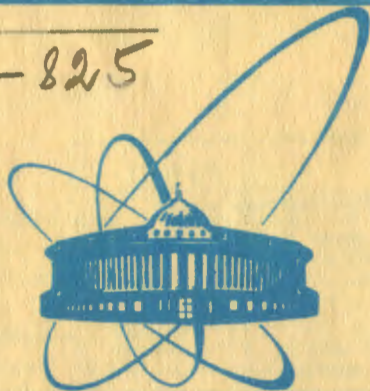


Б-825



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

2444/2-81

18/5-81

P9-81-63

З.В.Борисовская, С.Б.Ворожцов, Т.Н.Дударева,
И.А.Шелаев, И.П.Юдин

ТРЕХМЕРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ
В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ ДИПОЛЕ

1981

1. Двумерное распределение магнитного поля в сверхпроводящем диполе типа "оконной рамы" исследовалось в работах ^{1,2}. Там было показано, что амплитуды секступольной и декапольной гармоник могут быть с точностью $1 \cdot 10^{-4}$ обращены в нуль.

Однако в реальном магните с конечной длиной интегральная величина высших гармоник может иметь существенно большее значение из-за нелинейностей поля на торцах магнита. В данной работе приведены результаты численного анализа этих нелинейностей. Для нахождения трехмерного распределения магнитного поля использовалась вычислительная программа GFUN3D ³.

В основу программы положен метод интегральных уравнений, широко используемый при расчете магнитных полей. Детальное описание метода, его преимущества и недостатки обсуждаются в работах ^{4,7}. При адаптации программы GFUN3D на ЭВМ CDC-6500 ее возможности были расширены благодаря введению обмотки новой конфигурации /см. рис.1/.

Железное ярмо рассматриваемых магнитов изготовлено из трансформаторной стали, имеющей в своем составе 3,25% кремния. При расчетах табличные значения магнитной проницаемости $\mu(\mu \cdot \mu(B))$ для этого материала брались из работы ⁸.

2. Для рабочего варианта диполя /высота обмотки $B = 2,70$ см, толщина корпусной изоляции $\delta = 0,05$ см - см. рис.1/ было получено распределение поля вдоль оси Z при $X = Y = 0$. Расчетное значение поля, представленное на рис.2 в виде сплошной кривой, при малых значениях индукции ($B = 0,6$ Т) с достаточной точностью совпадает с измеренным.

Неоднородности в апертуре диполя определялись в данной работе по величинам амплитуд высших пространственных гармоник магнитного поля, отнесенных к дипольной. Для вычисления последних поле для данного значения Z программным образом разлагалось в ряд:

$$B_{\theta}(R, \theta, Z) = \sum_{N=1}^{N'} \left(\frac{R}{RN} \right)^{N-1} [A(N) \cos N\theta + D(N) \cdot \sin N\theta]. \quad /1/$$

Очевидно, что из условия симметрии все $D(N)$ равны нулю, как и все $A(N)$ с четным номером.

Ниже, если не оговорено специально, разложение в ряд /1/ проводилось на радиусе $RN = 1,75$ см, а затем относительные

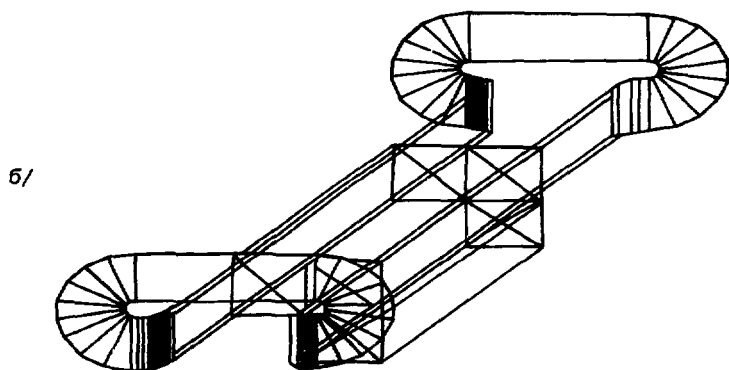
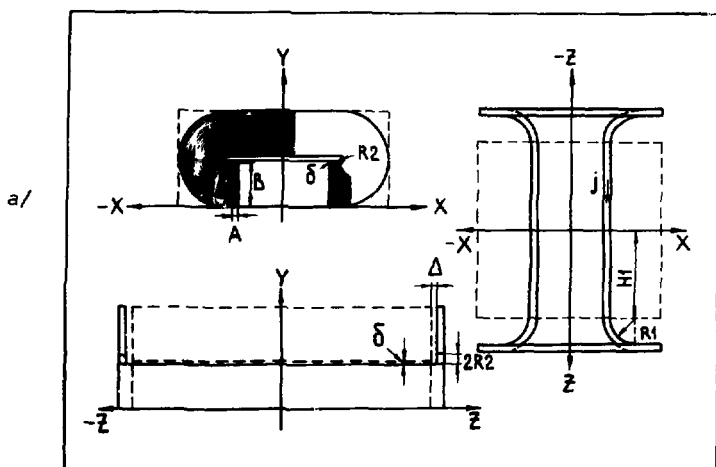


Рис.1. Конфигурация обмотки СП диполя: а/ в проекции на плоскости XY, YZ и XZ /пунктиром обозначено железное ярмо/; б/ общий вид СП обмотки и 1/8 ярма /фотография с дисплея/.

амплитуды высших гармоник по формуле

$$C_N = \left(\frac{R}{RN}\right)^{N-1} \cdot \frac{A(N)}{A(1)}$$

/2/

пересчитывались на радиус $R = 2,5$ см, составляющий 91% размеров апертуры диполя по обмотке.

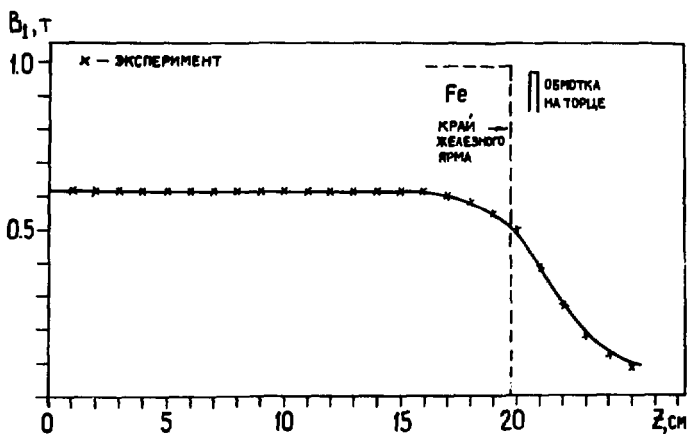


Рис. 2. Распределение поля вдоль оси Z /ось магнита/ в сравнении с измерениями.

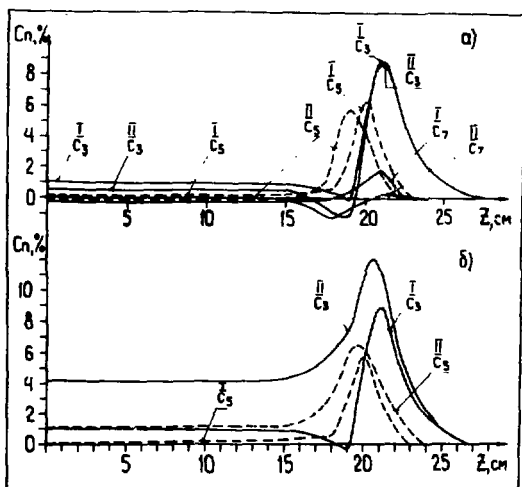


Рис. 3. Распределение амплитуд относительных гармоник вдоль оси Z : а/ I - кривые C_N для СКДУ-1 при $B=0,8T$; II - кривые C_N для СКДУ-2 при $B=0,6T$; б/ I - соответствует току в витке $I = 564 A$ ($B=0,6T$); II - соответствует току в витке $I = 2,61 kA$ ($B=2,45T$).

На рис.3а представлены расчетные значения относительных амплитуд третьей, пятой и седьмой гармоник поля в зависимости от координаты Z для двух диполей с индукцией в центре 0,6 Т. Кривые с индексом I относятся к диполю СКДУ-1 с $\delta = 0,05$ см, а с индексом II - к диполю СКДУ-2 с $\delta = 0,01$ см. Как и ожидалось^{1/}, чем меньше величина корпусной изоляции δ , тем лучше однородность поля внутри магнита. Однако существенного влияния на величины амплитуд гармоник на торцах магнита параметр δ не оказывает.

Как видно из рис.3а, на краю магнита амплитуды высших гармоник имеют большие значения: $C_{3 \text{ макс.}} = 8,8\%$, $C_{5 \text{ макс.}} = 5,1\%$, $C_{7 \text{ макс.}} = 1,7\%$.

Зависимость амплитуд высших гармоник от уровня индукции иллюстрируется рис.3б, где показано распределение амплитуд третьей и пятой гармоник вдоль оси магнита СКДУ-1 при индукции в центре 0,6 Т /кривые с индексом I/ и 2,5Т/кривые с индексом II/. Существенное увеличение амплитуд высших гармоник по всей длине магнита связано, очевидно, с насыщением яра. Однако на торце магнита амплитуды увеличиваются приблизительно на одну и ту же величину как при малых, так и при больших значениях индукции в центре диполя.

Полученные в центре магнита значения амплитуд высших гармоник интересно сравнить со значениями, найденными из расчетов по двумерной программе POISSON^{10/}. Для магнита СКДУ-1 при индукции 2,5 Т эта программа дает следующие значения: $C_3 = 3,85\%$, $C_5 = 0,75\%$, $C_7 = -0,15\%$.

3. В табл.1 приведены значения относительных амплитуд высших гармоник поля в центре диполей СКДУ-1 и 2, полученные тремя различными способами: путем расчета по программе GFUN3D, путем расчета по двумерной программе MIC2^{1/}, использующей метод отраженных токов, и измерением с помощью короткой индукционной катушки^{11/}. Короткая катушка /КК/ имела длину всего 18,16 см. и размещалась в экспериментах в центре магнита, т.е. в той области, где амплитуды высших гармоник постоянны /см. рис.3/, поэтому выполненные с ее помощью измерения дают значения амплитуд в центре диполя.

Как видно из табл.1, можно говорить о хорошем общем совпадении результатов. Действительно, значения амплитуд, полученных различными методами, отличаются на 0,3%/для третьей и пятой гармоник/или 0,5%/для седьмой/. Однако легко заметить и отличия в поведении амплитуд высших гармоник. Так, при переходе от диполя СКДУ-1 к диполю СКДУ-2, отличающихся, как уже говорилось, толщиной корпусной изоляции, амплитуды высших гармоник при расчете по программе MIC2 уменьшаются все примерно в 5 раз, как уменьшается и параметр δ . По-иному ведут себя ампли-

Таблица 1

Значения величин C_N /% / на радиусе $R = 2,5$ см для центрального поля магнита ($B = 0,6$ Т)

номер гармоник	Центральное поле			$N = I \sim 100$ %		
	СКДУ-1 ($\delta = 0,5$ мм)			СКДУ-2 ($\delta = 0,1$ мм)		
	измерения КК	GFUN3D	2D(MI C2)	измерения КК	GFUN3D	2D(MI C2)
3	1,041	1,070	0,720	0,336	0,520	0,140
5	0,486	0,130	0,330	0,105	-0,030	0,066
7	-0,044	-0,290	-0,045	-0,059	-0,520	-0,009

туды тех же гармоник, вычисленные по программе GFUN3D: амплитуда третьей гармоники уменьшается в 2 раза, пятой - примерно в 4 /с одновременным изменением фазы на π /, а седьмой - увеличивается в 2 раза.

Измерения же показывают, что амплитуда третьей гармоники уменьшается в диполе СКДУ-2 в три раза, а пятой - в 4,6, т.е. измеренные значения амплитуд оказываются ближе к тому, что следует из расчетов по программе MIC2, чем по программе GFUN3D. Наблюдаемое отличие экспериментальных значений амплитуд от предсказываемых по программе MIC2 вызвано, по-видимому, нелинейностью укладки витков по высоте обмотки.

На рис.4а показано распределение поля в центре диполя СКДУ-1 в зависимости от координаты X при $Y=0$ /см. рис.1/. Здесь кривая I построена на основе расчетов по программе GFUN3D, II - измеренная, а III - рассчитана по программе MIC2.

4. В табл.2 приведены интегральные величины амплитуд высших гармоник, полученных при измерении длинными индукционными катушками /ДК/ и в расчетах по программе GFUN3D. Длина индукционной катушки в этих экспериментах равна 59,5 см, что значительно больше длины магнита по полю: 42,8 см, поэтому измерения с такой катушкой дают значения интегральных амплитуд высших гармоник с учетом торцов магнита.

Расчетные значения интегральных амплитуд получены численным интегрированием кривых рис.3.

Из табл.2 видно, что если для амплитуд пятой и седьмой гармоник наблюдаемое различие между расчетом и экспериментом не превышает 0,3%, то амплитуды третьей гармоники отличаются уже на 1,3-1,5%. Более того, из сравнения табл.1 и 2 видно, что согласно измерениям интегральная амплитуда третьей гармоники в каждом магните меньше дифференциальной на 0,23-0,24%, как

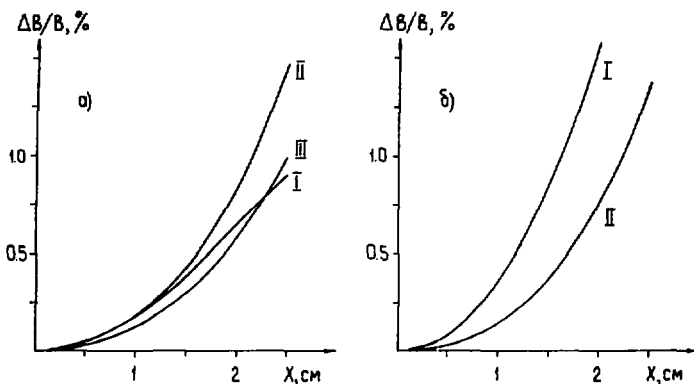


Рис. 4. Радиальное распределение нелинейностей поля а/ для центральной плоскости; б/ усредненное по длине магнита; I - расчеты по программе GFUN3D; II - измерения индукционными катушками; III - двумерные расчеты по методу отраженных токов.

Таблица 2

Интегральные значения величин C_N /%/ на радиусе $R=2,5$ см для индукций внутри магнита $B=0,6$ Т

номер гармоник	Интеграл поля		$N = I \sim 100$ %	
	СКДУ-1 ($\delta = 0,5$ мм)		СКДУ-2 ($\delta = 0,1$ мм)	
	измерения ДК	GFUN3D	измерения ДК	GFUN3D
3	0,798	2,170	0,206	1,720
5	0,691	0,600	0,423	0,440
7	-0,113	-0,210	-0,141	-0,470

если бы третья гармоника на торце изменила фазу на π . Напротив, согласно расчетам ее фаза остается неизменной /см. рис.3/, а интегральная величина возрастает на 1,1-1,2%. Вследствие этого расчетное распределение интегрального поля в апертуре магнита /кривая I на рис.4б/ существенно отличается от измеренного /кривая II на рис.4б/.

Ниже анализируются возможные причины столь большого расхождения расчетов с экспериментом.

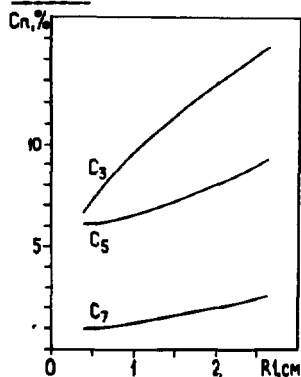
5. В предыдущих расчетах величина зазора между ярмом магнита и обмоткой на торцах принималась равной $\Lambda = 0,8$ см /см. рис.1/. При этом величина Λ всегда равна радиусу поворота обмотки R_1 . Представляет интерес исследовать влияние толщины этой изоляционной прокладки на нелинейности поля.

С этой целью при индукции 0,6 Т в центре магнита СКДУ-1 были получены графики $C_N(Z)$, аналогичные приведенным на рис.3, для различных значений Λ . По этим графикам определялись максимальные значения C_N , зависимость которых от R_1 показана на рис.5 для 3-ей, 5-ой и 7-ой гармоник. Хотя толщина торцевой изоляционной прокладки существенно влияет на нелинейность поля, однако, если учесть, что для исследуемых магнитов эта прокладка имеет толщину в $0,60 \pm 0,05$ см, то этим влиянием нельзя объяснить наблюдаемое расхождение между расчетом и экспериментом.

6. Поле от железного яра \vec{H}_m рассчитывается в программе в предположении постоянства намагниченности M в каждом из элементарных объемов, на которые разбивается ярмо магнита. Так как намагниченность меняется от одного элементарного объема к другому, то наилучшим приближением к большей точности вычислений является максимальное число разбиений по железу '8'.

В данной работе применялся код разбиений яра магнита на треугольные призмы.

На рис.6 представлено разбиение яра магнита /его 1/4 части на 1/2 длины/ на 36 призм. Рисунки 6а и 6б показывают разбиение в плоскостях XU и YZ , использованное при основном счете. На рис.6в представлено некорректное деление яра магнита вдоль оси Z . В плоскости XU это деление было таким же, как на рис.6а.



Для этих вариантов были получены численные результаты зависимости амплитуд высших гармоник C_N и V_1 от радиуса R /см. формулу /1// при $Z = 20,0$ см. Результаты основного счета собраны в табл.3. Точность вычисления дипольной составляющей поля V_1 на торце магнита составляет 2,7%, для C_3 она равна

Рис.5. Максимальные величины амплитуд $C_N/R = 2,5$ см/ на торце СП диполя в зависимости от величин $R_1 \sim \Lambda$.

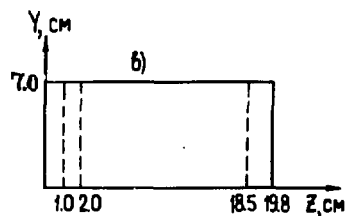
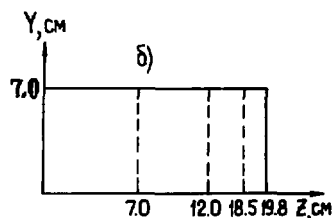
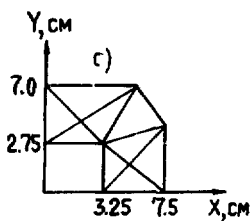


Рис. 6. Использованные способы разбиения ядра магнита на треугольные призмы.

0,75%. Было замечено, что численные значения амплитуд высших гармоник C_N и B_1 на торцах магнита слабо зависят от способа разбиения ядра магнита на призмы. Более существенной является зависимость от радиуса, на котором проводится гармонический анализ /см. табл.3/.

В данной работе определялась также эффективная длина СП диполей. Вычисленная по программе GFUN3D для СП диполя СКДУ-1 эффективная длина для 0,6 Т составляет 43,2 см, для 1,6 Т - 42,99 см и для 2,6 Т - 41,91 см.

Таким образом, в настоящей работе исследовано трехмерное распределение магнитного поля СП диполя и получены распределения нелинейностей поля вдоль оси Z /ось магнита/, а также зависимость их от индукции.

Таблица 3

Зависимость величин C_N /%/ и B_1 /Гс/ [$R = 2,5$ см; $Z = 20,00$ см] от нормализованного радиуса RN . C_N приведены в процентах к величине индукции внутри магнита $B = 0,6$ Т /СП диполь СКДУ-1/

N	$R = 1,0$ см	$R = 1,5$ см	$R = 2,0$ см	ΔB_N (%)
1	4746,84	4808,09	4910,32	2,7 %
3	5,20	5,45	5,95	0,75 %
5	6,20	6,27	6,81	0,61 %
7	1,00	1,18	1,32	0,32 %
9	0,24	0,21	0,20	0,04 %

Исследовано влияние изоляционной прокладки /между ярмом магнита и обмоткой на торцах/ на величины нелинейностей поля по всей длине магнита.

С точностью $2 \cdot 10^{-3}$ подтверждены результаты, полученные в двумерных расчетах /POISSON и MIC2 /метод отраженных токов// и в измерениях индукционными катушками ^{11/}.

Проведены оценки интегральных величин гармоник.

Суммарная нелинейность поля, полученная в расчетах по программе GFUN3D, отличается от измеренной. Отличие возникает из-за больших значений величин амплитуд третьей гармоники на торцах. Исследование возможных причин такого отличия указало на значительную зависимость результатов расчетов от количества элементов разбиения ярма магнита на призмы ^{13/}. Поэтому представляется необходимым проведение дальнейших расчетов с улучшением точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шелаев И.А., Юдин И.П. ОИЯИ, Р9-80-333, Дубна, 1980.
2. Жидков Е.П., Полякова Р.В., Шелаев И.А. ОИЯИ, Р11-12324, Дубна, 1979.
3. Armstrong A.G. et al. GFUN3D User Guide. RL-76-029/A.
4. Armstrong A.G., CGAM et al. Solution of 3D Magnetostatic Problems Using Scalar Potentials. In: Proc. Compumag Conf., 1978, Grenoble, Sect.12.
5. Hannala A.Y., Simkin I., Trowbridge C.W. Integral and Differential Methods for the Numerical Solution of 2-D Field Problem in High Energy Physics Magnets and Electrical Mashines, RL-79-077.
6. Collie C.I. et al. Progress in the Development of an Interacting Computer Program for Magnetic Field Design and Analysis in Two and Three Dimensions. RL-73-077 (RL 1973).
7. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. "Техника", Киев, 1974.
8. Armstrong A.G., AGAM et al. New Developments in the Magnet Design Computer Program GFUN. RL-75-066.
9. McInturff A., Clauss I. Proc. of 3rd Int.Conf. Magnet Technol., Hamburg, 1970, p.45.
10. POISSON Group Programs. User's Guide. CERN, 1975.
11. Алфеев В.С. и др. В сб.: Седьмое Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 14-16 октября 1980 года. Аннотации докладов, Д9-80-637, Дубна, 1980, с.47.
Рукопись поступила в издательский отдел
28 января 1981 года.