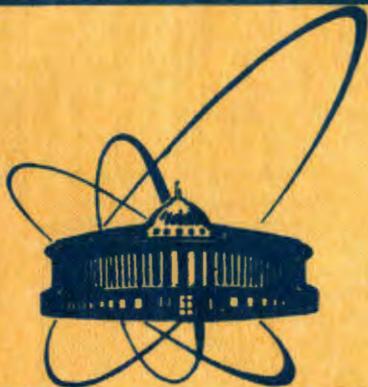


81-12



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

C 345c + C 17d

Экз. чит. зал 81-12

1336/1-81

Е.П. Жидков, Р.В. Полякова, И.А. Шелаев,  
И.П. Юдин

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ  
ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВУМЕРНОГО  
МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ ДИПОЛЕ

1981



Железный экран рассматриваемого магнита изготовлен из стали Fe + 3,25%Si. На рис.2 и в табл.1 для этого материала приведена зависимость магнитной проницаемости  $\mu$  от величины магнитной индукции B для температур T=300 К и T=4,2 К<sup>5/</sup>.

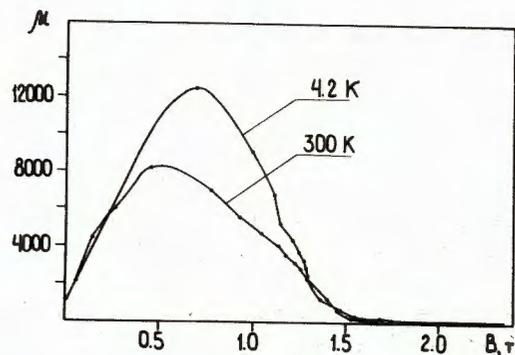


Рис.2.

Зависимость магнитной проницаемости  $\mu$  от величины магнитной индукции B для температур T=300 К и T=4,2 К.

Расчетные формулы и методика расчетов изложены для конечно-разностного метода в работе<sup>6/</sup>, а для метода отраженных токов - в работе<sup>3/</sup>, поэтому в дальнейшем приводятся лишь результаты численных экспериментов. Как видно из табл.2, величины неоднородностей

$c_n = v_n / v_1$ , где  $v_n$  - амплитуда n-ой гармоники, являются почти линейными функциями величины корпусной изоляции  $\delta$  (см. рис.1). Во всяком случае, для  $\mu = \infty$ , как можно видеть из табл.2, неоднородности  $c_n$  создаются именно корпусной изоляцией и при  $\delta \rightarrow 0$  ( $\delta_0 = 0$ ) все  $c_n \rightarrow 0$ . Для реального случая  $\mu = \mu(B)$   $c_n \neq 0$  при  $\delta = \delta_0 = 0$  в силу нелинейной зависимости  $\mu = \mu(B)$ . Однако и здесь ( $B < 1,8$  Т)  $|c_n| < 1,5 \cdot 10^{-4}$ .

Поскольку корпусная изоляция  $\delta$  в реальном магните необходима, то неоднородности  $c_n$  будут присутствовать неизбежно.

В работе<sup>3/</sup> была предложена методика компенсации третьей и пятой гармоник, создаваемых величиной  $\delta$ , с помощью дополнительной изоляционной прокладки  $\delta_0$  (см. рис.1), помещенной между 7 и 8 витками обмотки (всего в полуобмотке 24 витка), считая от центра магнита. На рис.3а в приближении  $\mu = \infty$  (рис2) приведена зависимость  $c_3$  и  $c_5$  на радиусе  $r = 2,5$  см от величины  $\delta_0$  при  $\delta = 0,5$  мм для случаев, когда компенсирующая прокладка  $\delta_0$  помещена после 6-го витка (VI), после 7-го (VII) и после 8-го (VIII). Кроме того, для

Таблица I. Зависимость  $\mu = \mu(B)$  для железа Fe+3,25%Si при температурах T=4,2К и T=300К.

T=4,2К		T=300К	
$\mu$	B, T	$\mu$	B, T
700	0,	1150	0,0075
2150	0,0595	2120	0,0600
5800	0,232	4450	0,14
12500	0,687	6000	0,26
9130	0,995	8160	0,45
6800	1,11	7000	0,77
5250	1,14	5560	0,92
4400	1,21	4740	1,04
3760	1,24	4110	1,13
3300	1,27	3540	1,17
2900	1,28	3160	1,22
2460	1,29	2840	1,25
1230	1,36	2350	1,29
684	1,47	1270	1,40
280	1,55	655	1,44
153	1,68	278	1,53
106	1,75	151	1,66
82,5	1,81	106	1,75
67	1,85	82,5	1,81
37	2,03	67,5	1,86
25	2,06		
19	2,10		
13	2,15		
8,8	2,50		
5,6	2,7		
4,2	2,9		
3,3	3,2		
2,7	3,5		
2,4	3,8		
2,0	4,2		
1,6	5,2		
1,4	6,0		
1,2	6,8		
1,001	8,0		

Таблица 2. Величины  $v_1$  и  $c_n$  [на радиусе  $r = 2,5$  см], рассчитанные методом отраженных токов (MIC2) и с помощью системы программ POISSON. Число ампер-витков полной обмотки  $nI = 48 \cdot 500$  А.

		POISSON		MIC2	
		$\mu = \mu(B)$	$\mu = \infty$	$\mu = \infty$	
$\delta = 0$	$\delta_0 = 0$	$B_I, T$	0,54813	0,54835	0,54704
		$C_3, \%$	0,015	0,000	0,000
		$C_5, \%$	0,001	0,000	0,000
		$C_7, \%$	0,002	0,001	0,000
		$C_9, \%$	-0,000	0,001	0,000
		$C_{II}, \%$	0,002	0,000	0,000
$\delta = 0,1$	$\delta_0 = 0$	$B_I, T$	0,54788	0,54810	0,54734
		$C_3, \%$	0,130	0,117	0,138
		$C_5, \%$	0,130	0,128	0,063
		$C_7, \%$	-0,022	-0,022	-0,009
		$C_9, \%$	-0,025	-0,023	-0,009
		$C_{II}, \%$	0,016	0,013	0,001
$\delta = 0,5$	$\delta_0 = 0$	$B_I, T$	0,54917	0,54939	0,54817
		$C_3, \%$	0,731	0,717	0,701
		$C_5, \%$	0,324	0,323	0,321
		$C_7, \%$	-0,039	-0,041	-0,045
		$C_9, \%$	-0,057	-0,054	-0,044
		$C_{II}, \%$	0,063	0,059	0,004
$\delta = 0,5$	$\delta_0 = 0,8$	$B_I, T$	0,54814	0,54836	0,54797
		$C_3, \%$	-0,000	-0,014	-0,015
		$C_5, \%$	-0,016	-0,016	-0,026
		$C_7, \%$	0,135	0,134	0,110
		$C_9, \%$	0,265	0,266	0,273
		$C_{II}, \%$	0,079	0,078	0,285

этих трех случаев на рис.3а приведена линия узлов  $C_3 = C_5$  для различных  $\delta$  как функция величин  $\delta$  и  $\delta_0$ , откуда видно, что помещение компенсирующей прокладки  $\delta_0$  между 7 и 8 витками (УП) является оптимальным. При этом получение малых  $C_3$  и  $C_5$  сводится к подбору для данного  $\delta$  такого  $\delta_0$ , чтобы только  $C_3 = 0$ . При этом  $C_5$  мало, но не равно нулю.

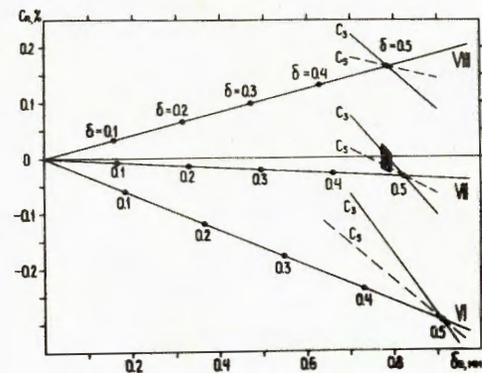


Рис.3 а

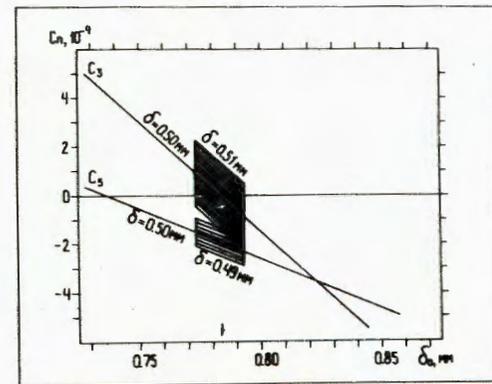


Рис.3 б

Величины  $C_3$  и  $C_5$  на радиусе  $r = 2,5$  см как функции от  $\delta_0$  [ $\delta = 0,5$  мм]. Жирными линиями выделены допуски, равные  $\pm 0,01$  мм, на параметры  $\delta$  и  $\delta_0$ .

На рис.3б для случая (УП)  $\delta = 0,5$  мм и  $\delta_o = 0,783$  мм приведены допуски на величины  $c_3$  и  $c_5$  при  $\Delta\delta = \pm 0,01$  мм и  $\Delta\delta_o = \pm 0,01$  мм. Из этого рисунка видно, что максимальные значения  $|c_{3,\max}| = 2,2 \cdot 10^{-4}$ , а  $|c_{5,\max}| = 2,8 \cdot 10^{-4}$  (на радиусе  $r = 2,5$  см).

На рис.4 показаны ( POISSON,  $\mu = \mu(B)$ ,  $T=4,2K$  ) величины суммарной неоднородности  $\Delta v/v_1$  в зависимости от  $x$  при  $y=0$  и  $\Delta v/v_1$  от  $y$  при  $x=0$  для диполей с параметрами I)  $\delta = 0,5$  мм,  $\delta_o = 0$  и II)  $\delta = 0,5$  мм,  $\delta_o = 0,8$  мм (УП). Стрелкой на рис.4 обозначена граница области апертуры, внутри которой  $\Delta v/v_1 < 1 \cdot 10^{-4}$ . Для диполя I радиус этой области  $r_I = 0,34$  см; для диполя II  $r_{II} = 1,8$  см, т.е. компенсация третьей и пятой гармоник приводит к увеличению радиуса области однородности  $\Delta v/v_1 < 1 \cdot 10^{-4}$  более чем в 5 раз.

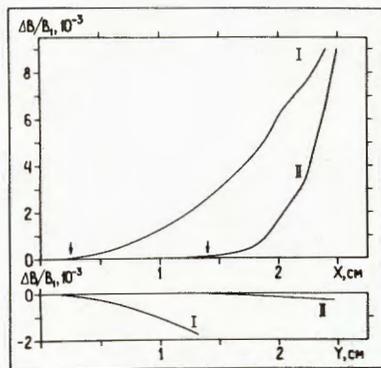


Рис.4.

Величины  $\Delta v/v_1$  в зависимости от  $x$  при  $y=0$  и  $\Delta v/v_1$  от  $y$  при  $x=0$  для диполей I ( $\delta = 0,5$  мм,  $\delta_o = 0$ ) и II ( $\delta = 0,5$  мм,  $\delta_o = 0,8$  мм после 7-го витка).

2. Для оценки точности используемых методов были проделаны следующие тесты при индукции 0,5 Т.

I) Из физических соображений расчеты с  $\delta = \delta_o = 0$  и  $\mu = \infty$  должны давать все  $c_n = 0$ . Из табл.2 видно, что расчеты по программе MISC2 этому условию удовлетворяют с точностью  $4 \cdot 10^{-6}$  для  $c_3$  и лучше  $5 \cdot 10^{-8}$  для остальных  $c_n$  [число отражений  $N_x = N_y = 16$ , см. работу<sup>3/</sup>], а по программе POISSON - лучше  $1 \cdot 10^{-5}$  для всех  $c_n$ . Из табл.2 видно также, что расчеты для  $\mu = \mu(B)$  ( $T=4,2K$ ) приводят к уве-

личению  $c_3$  на  $1,5 \cdot 10^{-4}$ , остальные  $c_n$  увеличиваются не более, чем на  $2 \cdot 10^{-5}$ .

2) Для конечно-разностного метода в табл.3 для диполя II ( $\delta = 0,5$  мм и  $\delta_o = 0,8$  мм) приведено сравнение результатов расчетов с крупной сеткой (число элементов разбиения на 1/4 диполя равно 323) и с сеткой в 2 раза мельче (число элементов разбиения на 1/4 диполя равно 116). Заметим, что для ЭВМ типа CDC-6500 OИЯИ система программ POISSON допускает максимально возможное число элементов разбиения, равное 1135. Из табл. 3 видно, что точность вычисления гармоник поля для мелкой и крупной сеток составляет примерно  $10^{-4}$ . Эта точность сохраняется при полях 0,5т+ 1,8 Т.

3) В работе<sup>3/</sup> было показано, что при проведении гармонического анализа магнитного поля для определения относительных амплитуд гармоник  $c_n$  с точностью лучше  $10^{-4}$  необходимо брать не менее  $N_T = 40$  точек на окружности. В настоящей работе все результаты были получены именно с  $N_T = 40$ .

В табл.4 ( POISSON ) показано влияние радиуса, на котором определяются амплитуды  $c_n$ , на их величины. Проведенное сравнение показывает, что расчет  $c_n$  на радиусах от  $r_o = 1,5$  см до  $r_o = 2,0$  см имеет небольшой разброс:  $10^{-6}$  для  $c_3$  и  $\sim 10^{-4}$  для остальных  $c_n$ . Увеличение разброса  $\Delta c_n$  для меньших радиусов вызывается тем, что внутри одного элемента расчетной сетки попадает более одной точки, в которой вычисляется поле. Здесь точность определения  $c_n$  в значительной мере зависит от способа пересчета значения поля из узлов сетки внутрь элемента сетки. При увеличении радиуса  $r_o$  от 2,0 см до 2,5 см наблюдаемое увеличение разброса  $c_n$  объясняется близостью узлов сетки, расположенных внутри токовой обмотки.

В настоящей работе на основании исследования, приведенного в табл.4, выбран оптимальный радиус  $r_o = 1,8$  см (что составляет 2/3 размеров апертуры), на котором впоследствии проводился гармонический анализ. Результаты затем пересчитывались на радиус  $r = 2,5$  см.

Табл. 4 показывает, что учет реальной зависимости  $\mu = \mu(B)$  [ $T=4,2K$  и  $T=300K$ ] при малых индукциях  $v < 1,8$  т изменяет (по сравнению с  $\mu = \infty$ ) только  $c_3$  (на  $1 \cdot 10^{-4}$ ), не влияя на остальные гармоники.

3. Для СП диполей I и II на рис. 5 и в табл. 5 приведено поведение величин  $v_1$  и  $c_n$  для значений тока в одном витке СП обмотки от  $I=500A$  до  $I=2,5KA$ . Как видно из рис.5, функция  $v_1 = v_1(I)$  становится нелинейной, а величины  $c_n = c_n(I)$  перестают быть константами при токе в СП обмотке  $I > 1,8 KA$ , т.е. высокооднородном поле в СП диполе II будет для интервала  $v=0,0 \pm 1,8 T$ . Таким образом, нелинейные эффекты начинают себя проявлять лишь тогда, когда пучок, проходящий

внутри апертуры СП диполя, будет существенно сжат. Заметим, что на рис.5 и в табл.5 величины  $c_n$  приведены по-прежнему для  $r=2,5$  см.

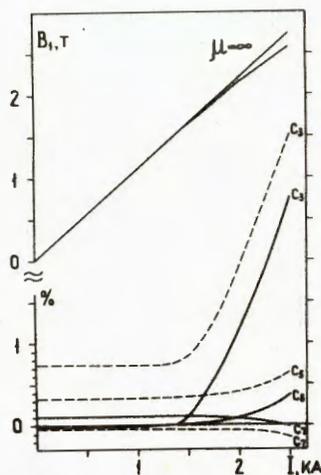


Рис.5.

Величины  $v_1$ ,  $c_3$ ,  $c_5$  и  $c_7$  на [радиусе  $r = 2,5$  см] в зависимости от тока в витке СП обмотки. Сплошная линия - для диполя II, штриховая - для диполя I.

Таблица 3. Сравнение величин  $v_1$  и  $c_n$  (%) [на радиусе  $r=2,5$  см], вычисленных на крупной (I) и мелкой (II) сетках. СП диполь II ( $\delta = 0,5$  мм,  $d_0 = 0,8$  мм). Число ампервитков полной обмотки  $nI = 48 \cdot 500$  А.

	$\mu = \mu(B)$		$\mu = \infty$	
	I	II	I	II
$V_{I, T}$	0,54812	0,54813	0,54833	0,54835
$C_3$	$-6,70 \cdot 10^{-5}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$-2,05 \cdot 10^{-4}$	$-1,33 \cdot 10^{-4}$
$C_5$	$-3,28 \cdot 10^{-4}$	$-2,42 \cdot 10^{-4}$	$-3,41 \cdot 10^{-4}$	$-2,47 \cdot 10^{-4}$
$C_7$	$9,00 \cdot 10^{-5}$	$7,71 \cdot 10^{-4}$	$8,03 \cdot 10^{-5}$	$7,64 \cdot 10^{-4}$
$C_9$	$9,66 \cdot 10^{-4}$	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$9,77 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-3}$
$C_{II}$	$1,37 \cdot 10^{-3}$	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$1,63 \cdot 10^{-3}$
$C_{I3}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,17 \cdot 10^{-3}$

Таблица 4. Разброс величин  $v_1$  и  $c_n$  [пересчитанных на радиус  $r = 2,5$  см] в зависимости от вычисления их на разных радиусах  $r_0$ . СП диполь II, POISSON,  $nI=48 \cdot 500$  А.

$V_{I, T}$ $C_3$ $C_5$ $C_7$ $C_9$ $C_{II}$ $V_{I, T}$ $C_3$ $C_5$ $C_7$ $C_9$ $C_{II}$	$r_0 = 1,5$ см	$r_0 = 1,8$ см	$r_0 = 2$ см	$r_0 = 2,5$ см	$C_{n, min}$	$C_{n, max}$	$\Delta C_n$
	0,54814	0,54814	0,54814	0,54815	0,54814	0,54815	$1,82 \cdot 10^{-5}$
	$-3,45 \cdot 10^{-7}$	$-2,21 \cdot 10^{-6}$	$-1,73 \cdot 10^{-6}$	$3,37 \cdot 10^{-5}$	$-2,21 \cdot 10^{-6}$	$3,37 \cdot 10^{-5}$	$3,59 \cdot 10^{-5}$
	$-3,30 \cdot 10^{-6}$	$-1,57 \cdot 10^{-4}$	$-7,00 \cdot 10^{-5}$	$-2,34 \cdot 10^{-4}$	$-2,34 \cdot 10^{-4}$	$-3,30 \cdot 10^{-6}$	$2,31 \cdot 10^{-4}$
	$6,02 \cdot 10^{-6}$	$1,35 \cdot 10^{-3}$	$3,37 \cdot 10^{-4}$	$1,00 \cdot 10^{-3}$	$6,02 \cdot 10^{-6}$	$1,35 \cdot 10^{-3}$	$1,35 \cdot 10^{-3}$
	$2,00 \cdot 10^{-6}$	$2,65 \cdot 10^{-5}$	$4,24 \cdot 10^{-4}$	$2,19 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-6}$	$2,65 \cdot 10^{-5}$	$2,65 \cdot 10^{-3}$
	$-4,80 \cdot 10^{-7}$	$7,93 \cdot 10^{-4}$	$1,34 \cdot 10^{-4}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$	$-1,69 \cdot 10^{-6}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$
	0,54836	0,54836	0,54836	0,54838	0,54836	0,54838	$3,64 \cdot 10^{-5}$
	$-2,24 \cdot 10^{-5}$	$-1,43 \cdot 10^{-4}$	$-9,17 \cdot 10^{-5}$	$-1,07 \cdot 10^{-4}$	$-1,43 \cdot 10^{-4}$	$-2,24 \cdot 10^{-5}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$
	$-3,51 \cdot 10^{-6}$	$-1,61 \cdot 10^{-4}$	$-7,17 \cdot 10^{-5}$	$-2,37 \cdot 10^{-4}$	$-2,37 \cdot 10^{-4}$	$-3,51 \cdot 10^{-6}$	$2,33 \cdot 10^{-4}$
	$5,90 \cdot 10^{-6}$	$1,34 \cdot 10^{-3}$	$3,34 \cdot 10^{-4}$	$9,91 \cdot 10^{-4}$	$5,90 \cdot 10^{-6}$	$1,34 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$
	$1,98 \cdot 10^{-6}$	$2,66 \cdot 10^{-3}$	$4,26 \cdot 10^{-4}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	$1,98 \cdot 10^{-6}$	$2,66 \cdot 10^{-3}$	$2,66 \cdot 10^{-3}$
	$-4,83 \cdot 10^{-7}$	$7,80 \cdot 10^{-4}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$	$1,90 \cdot 10^{-3}$	$-1,76 \cdot 10^{-6}$	$1,90 \cdot 10^{-3}$	$1,90 \cdot 10^{-3}$

Таблица 5. Величины  $v_1$  и  $c_n$  (%) [на радиусе  $r = 2,5$  см] в зависимости от тока  $I$  в витке СП обмотки. POISSON,  $r_0 = 1,8$  см.

		500A	1000A	1500A	2000A	2500A
СП диполь I	$B_1, T$	0,54917	1,0984	1,6445	2,1498	2,5870
	$c_3, \%$	0,731	0,728	0,833	1,882	3,527
	$c_5, \%$	0,324	0,328	0,342	0,411	0,656
	$c_7, \%$	-0,039	-0,041	-0,044	-0,063	-0,133
	$c_9, \%$	-0,057	-0,056	-0,062	-0,122	-0,219
	$c_{11}, \%$	0,063	0,061	0,071	0,175	0,328
	$c_{13}, \%$	0,165	0,174	0,182	0,191	0,401
СП диполь II	$B_1, T$	0,54814	1,0963	1,6412	2,1443	2,5796
	$c_3, \%$	-0,000	-0,003	0,102	1,164	2,768
	$c_5, \%$	-0,016	-0,012	0,007	0,099	0,369
	$c_7, \%$	0,135	0,134	0,128	0,084	-0,011
	$c_9, \%$	0,265	0,266	0,264	0,277	0,244
	$c_{11}, \%$	0,079	0,078	0,081	0,056	0,125
	$c_{13}, \%$	-0,406	-0,401	-0,375	-0,176	0,273

Для полученных (POISSON) при  $I > 1$  кА результатов было проведено исследование точности. В табл. 5 для СП диполя II представлены результаты, полученные при расчетах с мелкой сеткой (число элементов разбиения равно 1135). В дополнение к этому для  $I = 2,5$  кА величины  $v_1$  и  $c_n$  вычислялись на крупной сетке (число элементов разбиения равно 323). При этом  $v_1 = 2,5940$  Т,  $c_3 = 2,359\%$ ,  $c_5 = 0,730\%$ ,  $c_7 = -0,138\%$ ,  $c_9 = 0,156\%$ ,  $c_{11} = 0,0134\%$ .

Таким образом, приведенные выше результаты численных экспериментов позволяют сделать следующее заключение.

1) Для СП синхротронного диполя с прямоугольной апертурой возможно для  $v = 0,5 \div 1,8$  Т создание высокооднородного ( $\Delta H/H \sim 1 \cdot 10^{-4}$ ) магнитного поля в 70% размеров апертуры. При этом допуски на параметры  $\delta$  и  $\delta_0$ , ответственные за однородность поля  $10^{-4}$ , таковы:  $\Delta \delta$  и  $\Delta \delta_0 = \pm 0,01$  мм.

2) Расчеты нелинейностей поля с помощью системы программ POISSON можно проводить с точностью  $10^{-4}$  для индукций  $v < 1,8$  Т. Эта же точность характерна и для расчетов по методу отраженных токов. При  $v \approx 2,6$  Т точность вычислений снижается до  $10^{-3}$ .

3) При индукциях  $v \approx 2,6$  Т нелинейные эффекты проявляют себя заметным образом. В частности, относительные амплитуды третьей и пятой гармоник составляют соответственно 2,8% и 0,4% от первой.

Измеренное поле изготовленного диполя II показывает, что действительно, при  $v \approx 0,5$  Т в 70% размеров апертуры создается однородность поля  $\Delta H/H = 1 \cdot 10^{-4}$ .

#### Литература

1. POISSON Group Programs. User's Guide, CERN, 1975.
2. Ворожцов С.Б., Дударева Т.Н., Полякова Р.В., Сергеева Н.В. POISSON - система программ по расчету, анализу и оптимизации магнитостатических и электростатических полей. БИ-II-12070, ОИЯИ, Дубна, 1978.
3. Шелаев И.А., Юдин И.П. ОИЯИ, Р9-80-333, Дубна, 1980.
4. Шелаев И.А., Юдин И.П. ОИЯИ, 9-12346, Дубна, 1979 г.
5. Mc Inturff A. and Clauss J., Proc. of 3rd Int. Conf. Magnet Technol., Hamburg, 1970, p. 45.
6. Жидков Е.П., Полякова Р.В., Шелаев И.А. ОИЯИ, РII-12324, Дубна, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел  
8 января 1981 года.