сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р9-80-833

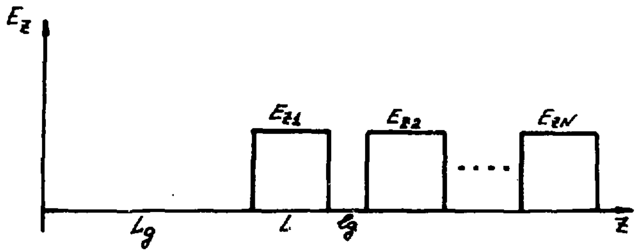
Н.Ю.Казаринов, Э.А.Перельштейн, В.П.Саранцев

О ВОЗМОЖНОСТИ УМЕНЬШЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА ИОННОГО ПУЧКА НА ВЫХОДЕ ИЗ КУТИ

1980

Для существующих параметров электронных колец в коллективном ускорителе тяжелых ионов /КУТИ/ [1] энергетический разброс ионного пучка при средней энергии $\mathcal{E}_0 = 20$ МэВ/нукл. будет составлять: $\Delta\mathcal{E}_0/\mathcal{E}_0 = 3\cdot10^{-2}$, что значительно превышает допустимый разброс в ТИСе - $\Delta\mathcal{E}_0/\mathcal{E}_0 = 6\cdot10^{-3}$ [2].

Для уменьшения энергетического разброса предполагается использование одной или нескольких секций линейного индукционного ускорителя с однородным вдоль продольной оси электрическим полем, амплитуда которого растет во времени /дебанчер/.
В данной работе обсуждаются основные требования к такой системе.



На рисунке показана схема дебанчера, состоящего из пространства дрейфа длиной $L_д$, последовательности N одинаковых секций длиной L и расстоянием между ними $\ell_д$.

Рассмотрение проводится в следующих основных предположениях:

1. Функция распределения частиц на фазовой плоскости продольного движения (z,β) в начальный момент времени симметрична относительно центра распределения $(\bar{z}_0,\bar{\beta}_0)$ и отлична от нуля в области фазового пространства $\left(\frac{z_0-\bar{z}_0}{\Delta z_0}\right)^2+\left(\frac{\beta_0-\bar{\beta}_0}{\Delta\beta_0}\right)^2\leq 1$. Без ограничения общности можно считать $\bar{z}_0=0$.

Практически для любого симметричного распределения в этой области содержится ~100% частиц, если размеры $\Delta z_0, \Delta\beta_0$ связаны со среднеквадратичными размерами распределения соотношениями: $\sqrt{\overline{z_0^2}}=\Delta z_0/2$, $\sqrt{\overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}}=\Delta\beta_0/2$. Черта здесь и в дальнейшем означает усреднение с начальной функцией распределения.

2. Время прохождения системы частицей определяется начальной скоростью частицы и не зависит от величины напряженности электрического поля E_z.

I. После прохождения системы относительная скорость β иона зарядности Z и массовым числом A изменится следующим образом:

$$\beta = \beta_0 + \frac{Ze}{AMc}\sum_{i=1}^{N}\int_0^{t_{\text{п}_i}} E_{z_i}(t+t_{0_i}-t_i)\,dt, \qquad /1/$$

где β_0 - начальная скорость иона, в точке $z=z_0$; M - масса протона; c - скорость света в вакууме; t_i - время включения поля в i-той секции. Время влета в секцию t_{0_i} и время прохождения $t_{\text{п}_i}$ определяются формулами:

$$t_{0_i} \simeq \bar{t}_{0_i}\left(1-\frac{\beta_0-\bar{\beta}_0}{\bar{\beta}_0}\right)-\frac{z_0}{\bar{\beta}_0 c},$$

$$t_{\text{п}_i} \simeq \bar{t}_{\text{п}_i}\left(1-\frac{\beta_0-\bar{\beta}_0}{\bar{\beta}_0}\right), \qquad /2/$$

$$\bar{t}_{0_i} = \frac{L_{\text{д}}+(i-1)(L+\ell_{\text{д}})}{\bar{\beta}_0 c}; \quad \bar{t}_{\text{п}_i} = \frac{L}{\bar{\beta}_0 c}.$$

Преобразуем /1/ к виду:

$$\beta = \beta_0 + \frac{Ze}{AMc}\sum_{i=1}^{N}\left\{\int_0^{\bar{t}_{\text{п}_i}} E_{z_i}(t+t_{0_i}-t_i)\,dt + \int_{\bar{t}_{\text{п}_i}}^{t_{\text{п}_i}} E_{z_i}(t+t_{0_i}-t_i)\,dt\right\}. \qquad /3/$$

Усредняя /3/ по начальному распределению частиц, найдем изменения средней скорости пучка и среднеквадратичного разброса по скоростям

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_0 + \frac{Ze}{AMc}\sum_{i=1}^{N}\left\{\int_0^{\bar{t}_{\text{п}_i}} \overline{E_{z_i}(t+t_{0_i}-t_i)}\,dt + \overline{(t_{\text{п}_i}-\bar{t}_{\text{п}_i})E_z(\bar{t}_{\text{п}_i}+t_{0_i}-t_i)}\right\},$$

$$\overline{(\beta-\bar{\beta})^2} = \overline{\left\{\beta_0-\bar{\beta}_0+\frac{Ze}{AMc}\sum_{i=1}^{N}\left[\int_0^{\bar{t}_{\text{п}_i}}(E_{z_i}-\bar{E}_{z_i})\,dt+(t_{\text{п}_i}-\bar{t}_{\text{п}_i})E_z-\overline{(t_{\text{п}_i}-\bar{t}_{\text{п}_i})E_z}\right]\right\}^2}.$$

/4/

При выводе /4/ мы считали, что электрическое поле слабо меняется в интервале времени $(t_{\Pi_i}, \bar{t}_{\Pi_i})$ при фиксированном t_{0_i}.

Пусть напряженность электрического поля меняется во времени по закону:

$$E_{z_i}(t-t_i) = \frac{E_{max}}{T}(t-t_i)\,\sigma(t-t_i)\,\sigma(T+t_i-t)$$

$$t_i = t_1 + (i-1)\Delta t; \qquad \sigma(x) = \begin{cases} 1; & x \geq 0 \\ 0; & x < 0. \end{cases} \qquad /5/$$

Время включения поля в секции t_i и длительность импульса T удовлетворяют неравенствам:

$$t_i \leq t_{min_i} = \bar{t}_{0_i}\left(1 - \frac{\Delta\beta_0}{\bar{\beta}_0}\right) - \frac{\Delta z_0}{\bar{\beta}_0 c},$$

$$T + t_i \geq t_{max_i} = \bar{t}_{0_i}\left(1 + \frac{\Delta\beta_0}{\bar{\beta}_0}\right) + \frac{\Delta z_0}{\bar{\beta}_0 c} + \bar{t}_{\Pi_i}\left(1 + \frac{\Delta\beta_0}{\bar{\beta}_0}\right), \qquad /6/$$

где t_{min_i}, t_{max_i} - моменты времени прихода переднего и заднего фронтов пучка в начало и конец i-той секции, соответственно.

Вычисление средних, входящих в /4/ с полем /5/, приводит к результату:

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_0\left\{1 + \frac{U}{2\bar{\mathcal{E}}_0}\,\frac{L_Д}{\bar{\beta}_0 cT}\left(u + \frac{L}{2L_Д}\right)\right\},$$

$$\overline{(\beta-\bar{\beta})^2} = \overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}\left\{1 - \frac{U}{2\bar{\mathcal{E}}_0}\,\frac{L_Д}{\bar{\beta}_0 cT}\left(1 + u + \frac{L}{L_Д} + \frac{N-1}{2}\,\frac{L+\ell_Д}{L_Д}\right)\right\}^2 +$$

$$+ \left(\frac{U}{2\bar{\mathcal{E}}_0 cT}\right)^2 \overline{z_0^2}, \qquad /7/$$

$$u = 1 - \frac{\bar{\beta}_0 c t_1}{L_Д} + \frac{N-1}{2}\,\frac{L + \ell_Д - \bar{\beta}_0 c\Delta t}{L_Д}.$$

Здесь $\bar{\mathcal{E}}_0 = M\bar{\beta}_0^2 c^2/2$ - средняя энергия нуклона на выходе из КУТИ; $U = \frac{Z}{A} N e E_{max} L$ - приращение энергии нуклона при прохождении системы в максимальном поле.

Как видно из формул /7/, минимальное значение конечного среднеквадратичного разброса по скоростям достигается при выполнении условия:

$$\frac{U}{2\bar{\mathcal{E}}_0}\,\frac{L_Д}{\bar{\beta}_0 cT} \simeq 1 \qquad /8/$$

и равно:

$$\overline{(\beta-\bar{\beta})^2_{min}} = \frac{\overline{z_0^2}\,\bar{\beta}_0^2}{L_Д^2} = \overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}\;\frac{\Delta z_0^2}{\ell^2}\,, \qquad /9/$$

где $\ell = L_Д \dfrac{2\Delta\beta_0}{\bar{\beta}_0} = L_Д \dfrac{4\sqrt{\overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}}}{\bar{\beta}_0}$ – длина ионного пучка перед входом в первую секцию. Этот результат является следствием теоремы Лиувилля.

Отметим, что учет изменения времени пролета частицей системы, связанного с увеличением начальной скорости частицы, приведет к незначительному изменению оптимальной амплитуды напряженности электрического поля /8/ ($\Delta E_{max}/E_{max} \sim \Delta\beta_0/\bar{\beta}_0 \ll 1$).

II. Оценим величину амплитуды электрического поля E_{max} и длительности импульса T, необходимых для уменьшения разброса до допустимых значений.

Будем считать, что разброс средних скоростей $\bar{\beta}_0$ /в различных циклах ускорения/ равен нулю. Времена включения t_i и длительность t подобраны оптимальным образом, т.е.:

$$t_i = t_{min_i} = t_{min_1} + (i-1)\Delta t$$

$$\Delta t \simeq \frac{L+\ell_Д}{\bar{\beta}_0 c};\quad T = t_{max_N} - t_{min_N}\,. \qquad /10/$$

Подставляя эти величины в формулу /7/, получим следующее выражение для среднеквадратичного разброса по скоростям на выходе из дебанчера:

$$\overline{(\beta-\bar{\beta})^2} = \overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}\,\left\{1 - \frac{U}{\bar{\mathcal{E}}_0}\,\frac{\bar{\beta}_0}{4\Delta\beta_0}\,\frac{1}{1+L/\ell+\Delta\ell/\ell}\right\}^2, \qquad /11/$$

где $\Delta\ell = (N-1)(L+\ell_Д)\dfrac{2\Delta\beta_0}{\bar{\beta}_0}$ – изменение длины пучка при пролете (N–1) секции.

Задаваясь параметрами системы:

$$L_Д = 40 \text{ м}; \qquad L = 1 \text{ м}; \qquad \ell_Д = 0{,}2 \text{ м} \qquad /12.1/$$

и начальными параметрами пучка *

$$\bar{\mathcal{E}}_0 = 20 \text{ МэВ/нуклон}; \quad Z/A = 1/3; \quad \Delta\beta_0/\bar{\beta}_0 = 1{,}5\cdot 10^{-2}, \qquad /12.2/$$

получим, что для уменьшения энергетического разброса до допустимых значений $\Delta\beta/\bar{\beta} = 3\cdot 10^{-3}$ необходимая суммарная напряженность электрического поля равна:

$$NE_{max} \simeq 45 \text{ кВ/см}. \qquad /12.3/$$

При этом длина пучка на входе в первую секцию $\ell = 1{,}2$ м и длительность импульса $T \simeq 40$ нс. Последующие секции должны включаться с задержкой относительно предыдущей секции $\Delta t \simeq 20$ нс.

Следовательно, если максимальная напряженность электрического поля в каждой секции $E_{max} = 15$ кВ/см, то для уменьшения энергетического разброса нужны 3 секции.

III. Данная система может использоваться и для одновременного уменьшения разброса по средним скоростям /в различных циклах ускорения/.

Варьируя выражение /7/ по $\bar{\beta}_0$ и усредняя по различным начальным скоростям (в интервале $|\bar{\beta}_0 - \langle\bar{\beta}_0\rangle| \le \Delta\bar{\beta}_0$), получим с точностью до несущественных поправок:

$$\langle\delta\bar{\beta}^2\rangle = \langle\delta\bar{\beta}_0^2\rangle \left[1 - \frac{U}{2\langle\bar{\mathcal{E}}_0\rangle}\,\frac{L_Д}{\langle\bar{\beta}_0\rangle cT}\right]^2,$$

$$\overline{\langle(\beta-\bar{\beta})^2\rangle} \simeq \overline{(\beta-\bar{\beta})^2} = \overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}\left[1 - \frac{U}{2\langle\bar{\mathcal{E}}_0\rangle}\,\frac{L_Д}{\langle\bar{\beta}_0\rangle cT}\right]^2, \qquad /13/$$

где $\delta\bar{\beta} = \bar{\beta} - \langle\bar{\beta}\rangle$ и треугольные скобки означают усреднение по различным циклам ускорения. Полный среднеквадратичный разброс по продольным скоростям определяется при этом следующим образом:

---

*Согласно расчетам /3/, средний заряд ионов урана, накопленных в процессе сжатия электронного кольца, $\bar{Z} = 25$. Поэтому перед входом в первую секцию необходимо установить обдирочное устройство /2/, которое обеспечит повышение среднего заряда ионов до $\bar{Z} = 80$.

$$\overline{<(\beta-<\bar{\beta}>)^2>} = \overline{(\beta-\bar{\beta})^2} + <\delta\bar{\beta}^2>. \qquad /14/$$

Наличие разброса по начальным средним скоростям приводит к необходимости увеличения длительности импульса T и более раннего включения поля в первой секции t_1:

$$t_1 \simeq \frac{L_Д}{<\bar{\beta}_0>c}\left(1 - \frac{\Delta\beta_0}{<\bar{\beta}_0>} - \frac{\Delta\bar{\beta}_0}{<\bar{\beta}_0>}\right)$$

$$T \simeq \frac{L_Д}{<\bar{\beta}_0>c}\left(\frac{2\Delta\beta_0}{<\bar{\beta}_0>} + \frac{2\Delta\bar{\beta}_0}{<\bar{\beta}_0>}\right) + \frac{L}{<\bar{\beta}_0>c}. \qquad /15/$$

С использованием формулы /15/ выражения для разбросов по скоростям могут быть приведены к виду:

$$<\delta\bar{\beta}^2> = <\delta\bar{\beta}_0^2>\left[1 - \frac{U}{<\bar{\mathcal{E}}_0>}\frac{<\bar{\beta}_0>}{4\Delta\bar{\beta}_0}\frac{1}{1+L/\tilde{\ell}+\ell/\tilde{\ell}}\right]^2,$$

$$\overline{(\beta-\bar{\beta})^2} = \overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}\left[1 - \frac{U}{<\bar{\mathcal{E}}_0>}\frac{<\bar{\beta}_0>}{4\Delta\beta_0}\frac{1}{1+L/\ell+\tilde{\ell}/\ell}\right]^2, \qquad /16/$$

где $\tilde{\ell} = L_Д\dfrac{2\Delta\bar{\beta}_0}{<\bar{\beta}_0>} = L_Д\dfrac{4\sqrt{<\delta\bar{\beta}^2>}}{<\bar{\beta}_0>}$ – ошибка в положении центра масс пучка на входе в первую секцию, обусловленная разбросом средних скоростей.

Задаваясь параметрами системы и пучка /12.1, 12.2/, получим для разброса средних скоростей $\dfrac{\Delta\bar{\beta}_0}{<\bar{\beta}_0>} = \dfrac{\Delta\beta_0}{\bar{\beta}_0} = 1{,}5\cdot10^{-2}$ * ;

$\tilde{\ell} = \ell = 1{,}2$ м; $T \simeq 60$ нс; $NE_{max} \simeq 60$ кВ/см.

Таким образом, для уменьшения полного разброса по скоростям до допустимых значений необходимо использовать 4 секции /при амплитудном значении напряженности электрического поля, равном 15 кВ/см/.

---

*При большем разбросе начальных средних скоростей следует предусмотреть уменьшение его до указанных значений. Это можно сделать, используя аналогичную систему на выходе из КУТИ.

IV. Оценим далее влияние нелинейности изменения напряженности электрического поля во времени.

Пусть электрическое поле изменяется как:

$$E_{z_i}(t-t_i) = \frac{E_{max}}{T}[(1-a)(t-t_i) + \frac{a}{T^2}(t-t_i)^3] \times$$

$$\times \sigma(t-t_i)\sigma(t_i+T-t). \qquad /18/$$

Отметим, что квадратичная нелинейность по времени не вносит вклада в изменение разброса по скоростям /в рассматриваемом приближении/.

В пренебрежении разбросом по средним скоростям имеем следующее выражение для изменения среднеквадратичного разброса в поле /18/:

$$\overline{(\beta-\bar{\beta})^2} = \overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}\{1 - \frac{U}{\bar{\mathcal{E}}_0}\frac{\bar{\beta}_0}{4\Delta\beta_0}\frac{1}{1+L/\ell}[1 - \frac{a}{(\sqrt{\frac{L}{\ell}}+\sqrt{\frac{\ell}{L}})^2}]\}^2. \qquad /19/$$

Как видно из формулы /19/, кубическая нелинейность во временном законе изменения напряженности электрического поля в случае $a>0$ приводит к увеличению разброса по продольным скоростям /при заданной максимальной напряженности E_{max} /.

Задаваясь параметрами /12.1-12.3/, получим изменение среднеквадратичного разброса, связанное с нелинейностью:

$$\overline{(\beta-\bar{\beta})^2_н} = \frac{a}{4}\overline{(\beta_0-\bar{\beta}_0)^2}. \qquad /20/$$

Таким образом, при $a < \frac{4}{25} \approx 15\%$ конечный энергетический разброс не будет превосходить предельно допустимого.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агеев А.И. и др. ОИЯИ, 9-11007, Дубна, 1978.
2. Ускорительный комплекс тяжелых ионов. ОИЯИ, 9-11796, Дубна, 1978.
3. Перельштейн Э.А., Ширков Г.Д. ОИЯИ, 9-80-124, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 декабря 1980 года.