

e  
+

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

1340/2-81

P9-80-822

А.Б.Кузнецов, В.А.Прейзендорф

ФОРМИРОВАНИЕ ИОННОГО ПУЧКА  
КОЛЛЕКТИВНОГО УСКОРИТЕЛЯ  
С УЧЕТОМ ДЕЙСТВИЯ СОБСТВЕННЫХ  
КУЛОНОВСКИХ СИЛ

1980

Ионный пучок на выходе коллективного ускорителя<sup>/1/</sup> имеет специфическую кольцевую форму. Применяя линзу с азимутальным магнитным полем<sup>/2/</sup> и особой формой токовых поверхностей, можно получить изображение кольца /действительное или мнимое/ в виде эллипсоида. При этом эффективный эмиттанс пучка уменьшается в десятки раз.

При числе ионов в кольце  $N_i \geq 10^{10}$  кулоновское взаимодействие оказывает заметное влияние на характеристики ионного пучка. Учет кулоновского взаимодействия проводился методом укрупненных частиц. Пучок ионов с полным зарядом  $Q_0$  моделировался  $N$  частицами в виде растяжимых колец с радиусом  $r_i$ , зарядом  $Q = Q_0/N$  и круговым поперечным сечением радиуса  $a$ . Напряженность электрического поля такой частицы на расстояниях, меньших  $a$ , равна в линейном приближении<sup>/3/</sup>

$$E_r = \frac{Q}{\pi r_i} \left[ \frac{r - r_i}{a^2} - \frac{5}{8} \frac{(r - r_i)}{r_i^2} \ln \frac{8r_i}{a} + \frac{1}{2r_i} \ln \frac{8r_i}{a} \right],$$

/1/

$$E_z = \frac{Q}{\pi r_i} \left( \frac{z}{a^2} + \frac{1}{8} \frac{z}{r_i^2} \ln \frac{8r_i}{a} \right).$$

На расстояниях, больших  $a$ , напряженность поля вычислялась по формулам для напряженности поля бесконечно тонкого кольца. Сравнение используемых приближенных значений для напряженности электрического поля кольца с результатами численного расчета, проведенного в<sup>/4/</sup>, показало, что наибольшее различие результатов наблюдается для  $E_r$  при расстояниях  $\sim a$  и не превышает 6%.

Как показано в<sup>/5, 6/</sup>, плотность распределения ионов по малому сечению кольца неравномерна, и собственные кулоновские силы в пределах сечения кольца почти постоянны. Однако, поскольку под действием этих сил распределение плотности выравнивается, а сами силы стремятся к линейной зависимости от малого радиуса, мы исходили из равномерного распределения плотности. Такой подход выявляет основные эффекты воздействия собственных сил и в то же время упрощает задачу, в частности, позволяет воспользоваться готовой программой, генерирующей равномерное начальное распределение частиц по сечению кольца<sup>/7/</sup>. Кроме того, в этом случае можно просто получить некоторые аналитические оценки и сравнить их с результатами расчетов.

Число укрупненных частиц  $N=132$ , размер частицы  $a=0,1a_z$ , где  $a_z$  - начальный радиус малого поперечного сечения пучка ионов. При этом, согласно /7/, достаточно хорошо обеспечивается линейный закон напряженности электрического поля, усредненного по азимуту в сечении пучка. Начальные скорости ионов определяются из условия колебаний ионов с зарядностью  $Z=25$  и массовым числом  $A=238$  в поле электронного кольца с  $N_e = 10^{18}$  при  $a_z = \frac{a_0}{\sqrt{4Z}}$ , где  $a_0$  - радиус сечения электронного кольца.

Магнитная линза с азимутальным полем в расчетах была представлена в виде идеальной тонкой линзы, т.е. в ее плоскости траектории частиц просто преломлялись соответствующим образом. Поскольку длина линзы мала по сравнению с полным расстоянием от источника до изображения, влияние кулоновского взаимодействия на ее длине незначительно, и такое приближение является вполне оправданным. В то же время это позволяет существенно сократить время счета, поскольку в области линзы уравнения движения пришлось бы интегрировать с малым шагом.

При указанных начальных условиях и приближениях был проведен расчет фокусировки ионного пучка на ось с помощью линзы с азимутальным полем при следующих параметрах: расстояние от источника до линзы  $b_1=250$  см; начальный размер сечения пучка  $a_z=0,89$  мм, большой радиус  $R=4,44$  см, максимальный радиальный угол ионов  $\gamma_{r_0}=6,4$  мрад, эмиттанс пучка в координатах  $r, \gamma_r - 0,58 \cdot \pi$  мрад·см, продольная скорость пучка  $\beta_z=0,2$ . Расчеты проводились для двух значений числа ионов в кольце  $N_i - 2 \cdot 10^{10}$  и  $5 \cdot 10^{10}$  /в дальнейшем будем эти случаи обозначать цифрами 1 и 2, соответственно/. Рассматривалось два случая: короткофокусная линза и длиннофокусная линза, обеспечивающие без учета собственных сил изображение на расстоянии от линзы  $b_2=b_1$  и  $b_2 \approx 10$  м соответственно.

Кулоновское взаимодействие в области до линзы приводит к увеличению максимального угла ионов в кольце  $\gamma_r$ , а также к появлению у пучка среднего радиального угла  $\gamma_s$ . В плоскости линзы эти величины равны для случаев 1 и 2, соответственно,  $\gamma_r - 10,8$  и  $15,2$  мрад;  $\gamma_s - 1,2$  и  $2,7$  мрад. На рис. 1 показано изменение  $\gamma_r$  и  $\gamma_s$  в зависимости от  $z$ . Здесь же приведены приближенные значения для  $\gamma_r$ , определяемые формулой

$$\gamma_r = \gamma_{r_0} \sqrt{1 + \frac{Z^{3/2} N_i}{N_e} (1 + 2 \ln \xi)}, \quad /2/$$

где  $\xi$  - отношение поперечного размера пучка к его начальному значению. Как видно из рис. 1, эти значения хорошо совпадают с расчетом. Различие при больших  $\xi$  связано, по-видимому, с погрешностью формулы /2/, полученной для прямого пучка.

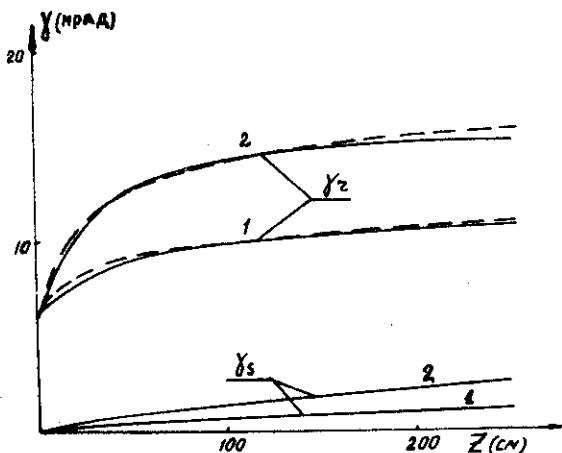


Рис. 1. Зависимость угловой расходимости пучка  $\gamma_r$  и среднего угла  $\gamma_s$  от продольной координаты / 1 -  $N_1 = 2 \cdot 10^{10}$ , 2 -  $N_1 = 5 \cdot 10^{10}$ ; ———— - результаты расчета; - - - - значения, полученные из формулы /1/.

Увеличение  $\gamma_r$  и появление  $\gamma_s$  в плоскости линзы эквивалентно приближению источника к линзе, т.е. изменению  $b_1$  на  $\Delta b_1$  и уменьшению его радиуса  $R$  на  $\Delta R$ . Для случаев 1 и 2 эти величины равны:  $\Delta b_1 - 22$  и  $28$  см;  $\Delta R - 1,8$  и  $4$  мм. Поскольку параметры линз рассчитаны без учета этих изменений, то, даже если бы за линзой кулоновского расталкивания ионов не было, изображение пучка получилось бы на большем расстоянии и было бы кольцевым и увеличенным по малому сечению кольца в соответствии с новыми  $b_1$  и  $b_2$ . Но кулоновское взаимодействие проявляется и в пространстве за линзой.

Линза с азимутально магнитным полем представляет сочетание линзы с оптической осью в виде совокупностей образующих цилиндра радиуса  $R$ , которая фокусирует каждый элемент кольца на расстоянии  $b_2$ , и поворотного магнита, который поворачивает эти изображения таким образом, чтобы собрать их на оси также на расстоянии  $b_2$ . Кулоновское расталкивание за линзой по-прежнему оказывает дефокусирующее действие и, следовательно, удаляет точку изображения, а также меняет средний угол пучка, т.е. уменьшает действие поворотного магнита. Причем дефокусирующее влияние кулоновского поля по малому и большому радиусам различно. В результате вместо изображения в виде круга с размером  $a \frac{b_2}{z b_1}$  получается изображение в виде колечка, причем вследствие нелинейности собственных сил имеют место большие aberrации, то есть точка источника не переходит в точку изображения. Перед изображением имеет место минимум огибающей пучка. Для короткофокусной линзы /фокусное расстояние  $\frac{b_1}{2}$ / расстояние от линзы до точки минимума огибающей равно  $280$  см

в случае 1 и 290 см в случае 2, а размер сечения в этих местах соответственно 2,8 мм и 3,6 мм. Если бы за линзой отсутствовало действие собственных сил, то, как показывают простые расчеты, размеры пучка в месте минимума огибающей были равны соответственно 3,2 мм и 7,3 мм, а расстояния до этих точек 240 см и 227 см. Меньшие размеры и более удаленное положение минимума огибающей объясняются действием собственных сил в основном по большому радиусу.

Влияние линейной части сил кулоновского расталкивания в области до линзы легко компенсируется изменением параметров линзы в соответствии с новыми значениями величин  $b_1$  и  $R$ . В пространстве за линзой это влияние можно скомпенсировать путем последовательных приближений, т.е. найти изменения фокусного расстояния и поворачивающей силы, вызванные кулоновским расталкиванием, внести соответствующие изменения в параметры линзы, вновь просчитать и внести коррекцию и т.д.

Отметим, что на начальном участке движения ионов перед линзой наблюдалось увеличение поперечного эмиттанса пучка /на плоскости  $r, u_r$  / в 1,5-2 раза, а затем он начинал колебаться. Это может быть связано как с флюктуационными силами внутри сгустка, вызванными недостаточно большим числом укрупненных частиц<sup>/8/</sup>, так и с нелинейным характером собственных сил пучка. Так, на фазовых картинках заметно нелинейное искажение фазового эллипса, которое, по оценкам, увеличивает эффективный эмиттанс пучка приблизительно в 2 раза. Кроме того, вблизи линзы малый радиус кольца сравним с большим, в результате чего радиальная сила, действующая на частицы, становится зависящей не только от  $r$ , но и от продольной координаты  $z$ . Это также приводит к увеличению эффективного эмиттанса ионного пучка.

При короткофокусной линзе был проведен также расчет движения пучка за линзой для случая 2 при  $Z=80$ , что соответствует дополнительной обдирке пучка на мишени перед линзой. В этом случае кулоновское расталкивание оказывается настолько сильным, что все частицы не пересекают ось, а испытывают отражение от нее. Минимальное расстояние, на которое они приближаются к оси, равно  $\sim 7$  мм, а минимальное значение огибающей пучка - 4,4 см. Эмиттанс пучка при этом возрастает примерно на порядок по сравнению с  $Z=25$ . Все это говорит о том, что при обдирке ионов перед линзой необходимо принять какие-то меры по компенсации пространственного заряда ионного пучка.

Короткофокусная линза хотя и обеспечивает с учетом собственных сил пучок с малым эффективным эмиттансом  $\sim 4,5 \cdot \pi$  мрад·см, /в отсутствие собственных сил  $\sim 3 \cdot \pi$  мрад·см/, но дает пучок с большой угловой расходимостью, который трудно согласовать с транспортировочным каналом. Для успешной транспортировки ионного пучка в канале, обеспечивающем его инжекцию в ТИС<sup>/9/</sup>,

необходимо иметь пучок с малым и согласованным эффективным эмиттансом, то есть с малой угловой расходимостью. Этого можно добиться, используя две линзы с противоположными направлениями азимутальных полей, которые дают изображение пучка на большом расстоянии от линзы. Преобразование ионного пучка такими линзами на фазовой плоскости  $\gamma, \gamma_1$  схематически показано на рис. 2. Здесь а - фазовая картинка пучка перед линзами, б - сразу за линзами, в - в плоскости изображения при отсутствии кулоновского расталкивания;  $\gamma_{\max}$  и  $\gamma_{\min}$  - максимальный и минимальный углы частиц перед линзами,  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  - аналогичные углы сразу после прохождения линз. Поскольку углы  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в данном случае значительно меньше, чем для случая близкого изображения, а расстояние, на котором действуют кулоновские силы, соответственно больше, то наряду с частицами, проходящими через ось /сплошная траектория на рис. 2/, появляется значительное число отражающихся частиц /пунктирные траектории/. В результате размеры пучка в точке изображения значительно возрастают, по сравнению со случаем отсутствия кулоновского расталкивания.

Этот эффект удается частично компенсировать, меняя параметры линзы так, чтобы увеличились /по абсолютной величине/ углы  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Так, например, при расстоянии до линзы  $b_1 = 2,5$  м и углах  $\gamma_{\max} = 18$  мрад,  $\gamma_{\min} = -14$  мрад для того, чтобы получить изображение в 10 м от линзы без учета кулоновского взаимодействия, необходимы углы за линзой /рис. 2б/  $\gamma_1 = -2$  мрад и  $\gamma_2 = -5$  мрад. С учетом же кулоновского взаимодействия для числа ионов  $N_i = 5 \cdot 10^{10}$  эти углы равны  $\gamma_1 = -2,5 \div 3$  мрад,  $\gamma_2 = -9 \div 10$  мрад /рис. 2г/. Тем не менее полностью компенсировать кулоновское взаимодействие при этом не удастся, и в результате эффективный эмиттанс пучка в кроссовере составляет величину  $8 \cdot \pi$  мрад·см, тогда как без кулоновского взаимодействия он был бы  $2 \cdot \pi$  мрад·см.

Найдем форму линз, осуществляющих преобразование а-г на фазовой плоскости /рис. 2/. Это преобразование имеет вид:

$$\Delta \gamma_1 = \Delta \gamma_1 - \alpha(\gamma - \gamma_1), \quad /3/$$

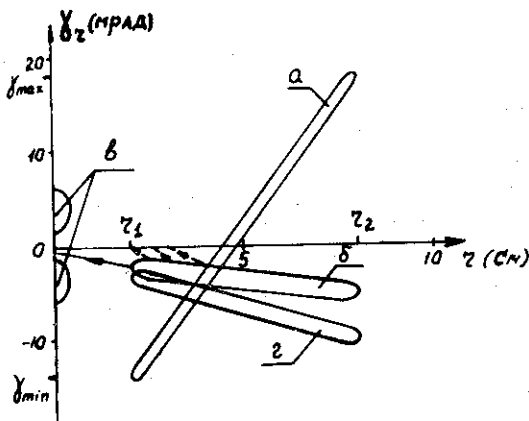


Рис. 2. Преобразование ионного пучка на фазовой плоскости при помощи линзы с азимутальным полем.

где  $\Delta y_1 = y_1 - y_{\min}$ ,  $a = [(y_{\max} - y_{\min}) + (y_1 - y_2)] / (r_2 - r_1)$ . С другой стороны, изменение углов частиц при прохождении линз можно описать выражением

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 \cdot \frac{r_1}{r} [\mathcal{F}_1 \left( \frac{r}{r_1} \right) - \mathcal{F}_2 \left( \frac{r}{r_1} \right)]. \quad /4/$$

Здесь  $\mathcal{F}_1$  и  $\mathcal{F}_2$  описывают изменение относительных длин линз в зависимости от  $r$ , причем  $\mathcal{F}_1(1) = 1$ ,  $\mathcal{F}_2(1) = 0$ ,  $\mathcal{F}_1 \left( \frac{r_2}{r_1} \right) = 0$  и  $\mathcal{F}_2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{S_2}{S_1} \cdot S(r)$  - протяженность линзы на радиусе  $r$ .

Приравнявая /3/ к /4/, получим

$$\mathcal{F}_1 \left( \frac{r}{r_1} \right) - \mathcal{F}_2 \left( \frac{r}{r_1} \right) = \frac{r}{r_1} \left( 1 - \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \cdot a' \right), \quad /5/$$

где  $a' = [(y_{\max} + y_1) - (y_{\min} + y_2)] / (y_1 - y_{\min})$ . Для приведенных выше значений  $y_{\max}$ ,  $y_{\min}$ ,  $y_1$  и  $y_2$ ;  $\frac{r_2}{r_1} = 4$ , получаем  $S_2 = 9S_1$ . На рис. 3 показано сечение двойной линзы, описываемой выражением /5/, у которой входная и выходная границы - прямые линии, а граница раздела областей поля с разным знаком - парабола, уравнение которой в выбранной системе координат имеет вид

$$f \left( \frac{r}{r_1} \right) = \frac{S_1}{2} \left[ 1 - \frac{r}{r_1} + \frac{r(r - r_1)(S_1 r_2 + S_2 r_1)}{S_1 r_1 r_2 (r_2 - r_1)} \right]. \quad /6/$$

При  $r_1 = 2$  см,  $y_{\min} = -14$  мрад,  $y_2 = -2,5$  мрад для урана с  $Z = 25$  и энергией 20 МэВ/нуклон необходимая величина  $B_\theta(r_1) \cdot S_1 = 70$  кГс/см и, соответственно,  $S_1 I = 700$  кА·см, где  $I$  - полный ток в линзе.

Аналогичный результат можно получить с помощью линзы, дающей мнимое приосевое изображение /рис. 4/, сечение токовой поверхности которой описывается уравнением

$$r^* = \pm \frac{S_0}{2} \frac{r}{r_0} \left( 2 - \frac{r}{r_0} \right), \quad /7/$$

где  $r_0 = R - \Delta R$ , а величина  $S_0 I = 3300$  кА·см. В этом случае за линзой должен стоять триплет с диаметром апертуры  $\sim 25$  см, обеспечивающий круглое действительное увеличение изображения на расстоянии порядка 10-15 м от линзы.

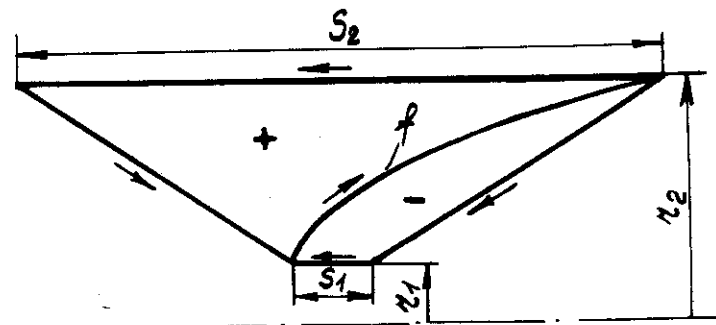


Рис.3. Конфигурация токовых поверхностей линзы с азимутальным полем, дающей действительное увеличенное изображение. Стрелками указано направление токов, + - область поля, отклоняющего ионы к оси; - - область поля, отклоняющего ионы от оси;  $f$  - разграничивающая токовая поверхность с удвоенным током /определяется формулой /6//.

Описанные выше линзы можно реализовать в виде рамок с током соответствующей формы, расположенных периодически по окружности. Число рамок и их толщина должны быть такими, чтобы иметь необходимую прозрачность линзы для ионного пучка. Качество изображения, получаемого с помощью такой линзы, зависит от ее абберационных свойств. Помимо обычной сферической абберации, вызванной отклонением формы линзы от идеальной /5/-/7/, имеются также абберации, связанные с тем, что линза состоит из дискретных рамок, и, следовательно, плотность тока в ней неоднородна по азимуту. Это приводит, в частности, к тому, что угол преломления частицы зависит не только от  $r$ , но и от ее азимутального положения  $\theta$  между рамками. Однако основное вредное влияние оказывает  $V_r$  компонента краевого магнитного поля, в результате чего частицы приобретают  $\theta$  составляющую скорости, причем

$$\Delta y_{\theta} = \frac{v_{\theta}}{v_z} = \Delta y_r \cdot G = \Delta y_r \frac{\int B_{\theta} ds}{\int B_r ds}, \quad /8/$$

где интегралы берутся вдоль траекторий частиц. Простые аналитические оценки для величины  $G$  можно получить, решая задачу о краевом поле двух токовых плоскостей, каждая из которых



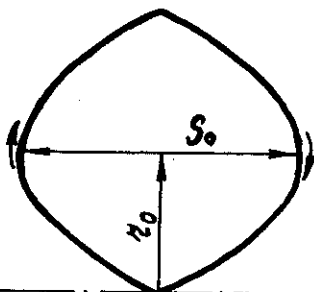


Рис. 4. Конфигурация токовых поверхностей линзы с азимутальным полем, дающей мнимое приосевое изображение. Граница определяется формулой /7/.

образована бесконечными проводниками с током, расположенными на расстоянии  $2d$  друг от друга. Обобщение полученных результатов на случай геометрии, обладающей цилиндрической симметрией, дает следующую простую формулу:

$$G = \pi \frac{\Gamma}{S(r)} \cdot \frac{T}{N} \cdot \frac{\theta}{\theta_0}, \quad /9/$$

где  $N$  - число рамок  $2\theta_0 = 2\pi/N$  - азимутальное расстояние между рамками,  $\Gamma$  и  $\theta$  - радиальная и азимутальная координаты  $/\theta$  отсчитывается от средней плоскости между рамками/,  $T$  -

сумма тангенсов углов между токовыми поверхностями и вертикальной осью /с учетом направления тока/. В случае симметричной линзы с полем одного знака, описываемой, например, формулой

$$/7/ \quad T = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha(r) = 2 \frac{df^*}{dr}, \quad \text{где } \alpha(r) \text{ - угол наклона токовой поверхности.}$$

Для линзы с полями разного знака /5/, /6/ при одинаковом угле наклона входной и выходной поверхностей действие их краевых полей взаимно компенсируется и  $G$  определяется только действием краевых полей на границе раздела полей разного знака.

В этом случае  $T = 2 \operatorname{tg} \alpha_1(r) = 2 \frac{df}{dr}$ , где  $\alpha_1(r)$  - угол наклона

границы раздела, определяемый из /6/. Коэффициент 2 появляется здесь также, поскольку величина тока, протекающего по границе раздела, вдвое больше, чем по входной и выходной поверхностям.

Формула /9/ хорошо согласуется с результатами численных расчетов величины  $G$  для линз различной формы. Появление  $\theta$ -й скорости частиц, определяемой /8/, приводит к увеличению размера изображения пучка. Выражения /8/ и /9/ позволяют получить оценки для требуемого числа рамок в линзе  $N$ , при котором не происходит заметного ухудшения качества изображения пучка. Так, для линзы с полями разного знака, описываемой /5/ и /6/,  $N \approx 100$ , а для линзы /7/, дающей мнимое изображение,  $N \approx 30$ . При таком числе рамок в линзах влияние краевых полей незначительно и размер изображения пучка определяется, в основном, собственным кулоновским взаимодействием ионов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Агеев А.И. и др. ОИЯИ, 9-11007, Дубна, 1978.
2. Штеффен К. Оптика пучков высоких энергий, "Мир", М., 1969.
3. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Атомиздат, М., 1979.
4. Laslett L.J. ERAN-200, LBL, Berkeley, 1972.
5. Laslett L.J. ERAN-218, LBL, Berkeley, 1972.
6. Дроздовский А.А. Препринт ИТЭФ-10, М., 1973.
7. Перельштейн Э.А., Шевцов В.Ф., Щинов Б.Г. ОИЯИ, Р9-10060, Дубна, 1976.
8. Остроумов П.Н., Фатеев А.П. Краткие сообщения по физике, ФИАН, 1980, №4, с. 30.
9. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, 9-11796, Дубна, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 декабря 1980 года.