

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

3769/2-80

11/8-80

P9-80-393

М. А. Воеводин, А. Д. Коваленко

О РАСЧЕТЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ
К МАГНИТНОМУ ПОЛЮ
"ТОЛСТЫХ" ИНДУКЦИОННЫХ КАТУШЕК

1980

В работе^{/1/} были описаны различные типы измерительных индукционных катушек /ИК/, используемых в качестве датчиков при исследовании магнитных полей методом гармонического анализа^{/2/}, приведены аналитические выражения, позволяющие рассчитать коэффициенты чувствительности различных типов ИК к гармоникам магнитного поля /МП/ в приближении бесконечно тонких обмоток.

В данной работе для наиболее широко используемого класса ИК - катушки, чувствительной к азимутальной составляющей магнитного поля, рассматривается влияние величины сечения обмотки на чувствительность к гармоникам магнитного поля.

Величина сигнала, индуцируемого в "толстой" катушке, будет определяться составляющей МП B_y , перпендикулярной плоскости катушки /рис.1/:

$$B_y = B_r \sin \epsilon + B_\phi \cos \epsilon.$$

/1/

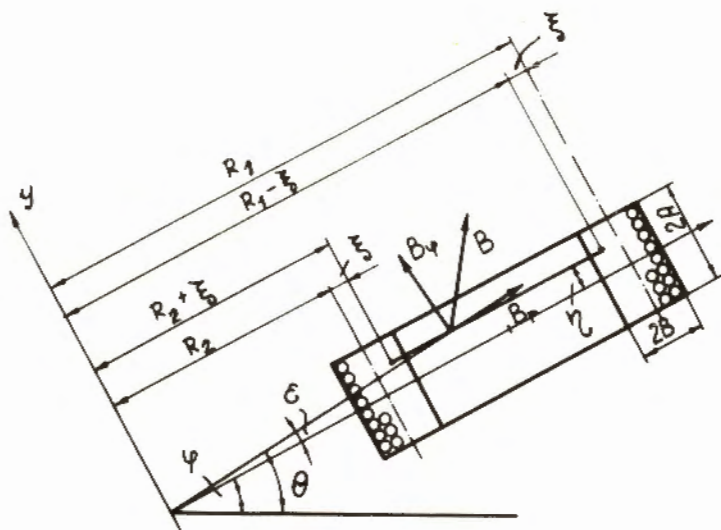


Рис.1. Расчетная модель "толстой" ИК.

Если считать, что проводники уложены виток к витку и число их достаточно велико, то, пользуясь обозначениями, указанными на рис. 1, можно, следуя работе /3/, записать выражение для чувствительности "толстой" ИК к n -ой гармонике МП в общем виде:

$$S_n^* = 2\lambda l n \int_{-A}^A \int_{-B}^B \int_{\bar{R}_2 + \xi}^{\bar{R}_1 - \xi} f(x, \eta, n) d\eta dx d\xi, \quad /2/$$

где

$$f(x, \eta, n) = (x^2 + \eta^2)^{(n-1)/2} \cos[(n-1) \arctg \frac{\eta}{x}], \quad /3/$$

λ - плотность витков, l - продольная длина катушки.

В цитируемой работе предлагалось анализировать /2/ численно на ЭВМ, поскольку окончательного аналитического выражения для S_n^* не было получено. Однако, заменяя \arctg через \arccos и используя представление /4/

$$\begin{aligned} \cos(n-1) \alpha &= 2^{n-2} \cos^{(n-1)} \alpha - \frac{n}{1!} 2^{n-4} \cos^{(n-3)} \alpha + \\ &+ \frac{n(n-3)}{2!} 2^{n-6} \cos^{(n-5)} \alpha - \dots, \end{aligned} \quad /4/$$

подынтегральную функцию $f(x, \eta, n)$ можно свести к полиному степени $n-1$ относительно x, η :

$$f(x, \eta, n) = \sum_{k=0}^{(n-1)/2} (-1)^k C_{n-1}^{2k} x^{n-2k+1} \eta^{2k}, \quad /5/$$

который можно проинтегрировать и получить тем самым в общем случае в аналитической форме выражение для S_n^* .

После подстановки /5/ в /2/, интегрирования и соответствующих алгебраических преобразований получаем

$$S_n^* = S_n \left[1 + \sum_{m=1}^{(n-1)/2} F_m(\xi_0, \eta_0, n) \right], \quad /6/$$

где

$$F_m = \frac{C_{n-1}^{2m+1}}{n-2m} \frac{1-\kappa^{n-2m}}{1-\kappa^{2m}} \sum_{k=0}^m \frac{(-1)^k C_{2m+1}^{2k+1}}{[2(m-k)+1]} \xi_0^{2(m-k)} \eta_0^{2k}, \quad /7/$$

S_n - чувствительность ИК без учета сечения,

$$\kappa = \bar{R}_2 / \bar{R}_1, \quad \eta_0 = A / \bar{R}_1, \quad \xi_0 = B / \bar{R}_1.$$

Количество слагаемых в /5/, необходимых для вычисления S_n^* с заданной точностью, определяется номером гармоники n . В соответствии с /6/ получаем при

$$\begin{aligned} n = 1, 2 & \quad S_n^* = S_n, \\ n = 3, 4 & \quad S_n^* = S_n [1 + F_1], \\ n = 5, 6 & \quad S_n^* = S_n [1 + F_1 + F_2], \\ n = 7, 8 & \quad S_n^* = S_n [1 + F_1 + F_2 + F_3], \end{aligned} \quad /8/$$

где

$$F_1 = \frac{C_n^3}{n-2} \frac{1-\kappa^{n-2}}{1-\kappa^n} (\xi_0^2 - \eta_0^2), \quad /9/$$

$$F_2 = \frac{C_n^5}{n-4} \frac{1-\kappa^{n-4}}{1-\kappa^n} (\xi_0^4 - \frac{10}{3} \xi_0^2 \eta_0^2 + \eta_0^4), \quad /10/$$

$$F_3 = \frac{C_n^7}{n-6} \frac{1-\kappa^{n-6}}{1-\kappa^n} (\xi_0^6 - 7\xi_0^4 \eta_0^2 + 7\xi_0^2 \eta_0^4 - \eta_0^6). \quad /11/$$

Для указанных номеров гармоник соотношения /6/ справедливы при любых значениях параметров ξ_0, η_0 . Если ограничить сверху номер гармоники $n < N$, чувствительность к которой должна быть рассчитана с заданной точностью δ , то соотношениями /8/ можно пользоваться в определенных границах изменения ξ_0, η_0 / и для расчета чувствительности к более высоким гармоникам.

Для заданной величины апертуры R_m , в которую конструктивно должна быть вписана катушка, предельные размеры A_m, B_m сечения связаны между собой и ограничены сверху. Для наиболее выгодного на практике случая, когда $\bar{R}_1 \rightarrow (\bar{R}_1)_{\max}$, величина $\xi_0 \leq 1/3$ для ИК без компенсации и $\xi_0 \leq 1/7$ для катушки с компенсацией чувствительности к первой гармонике *. Для расчетов удобнее

* Далее, не оговаривая специально, мы будем иметь в виду ИК с компенсацией чувствительности к первой гармонике.

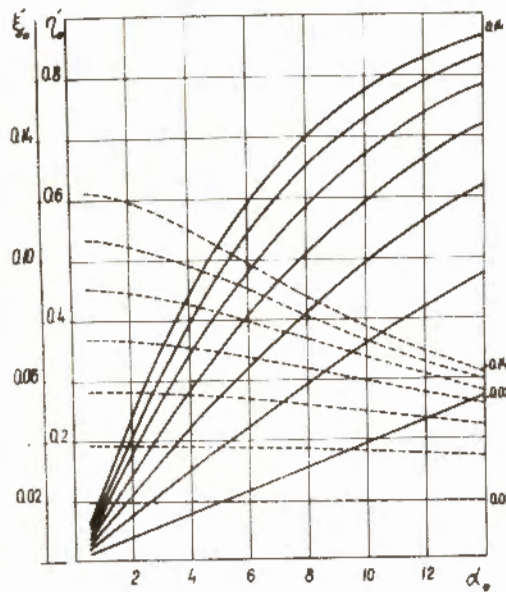


Рис.2. Связь между переменными ξ_0' /пунктирная кривая/, η_0' /сплошные/ и α_0, ξ_0 /значения ξ_0 указаны справа и меняются от 0,02 до 0,14 с шагом 0,02/.

пользоваться переменными ξ_0 и $\alpha_0 = \eta_0 / \xi_0 = A/B$. При этом $0 \leq \alpha_0 < A/\gamma_0$ / γ_0 - радиус провода, которым намотана ИК/.

Поскольку \bar{R}_1 может быть выбран в достаточно широких пределах / $\bar{R}_1 \leq \sqrt{R^2 - A^2 - B^2}$ /, то для большей определенности полезно ввести также переменные κ :

$$\left. \begin{aligned} \xi_0' &= \frac{B}{R_m} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \\ \eta_0' &= \frac{A}{R_m} = \frac{\alpha_0}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \end{aligned} \right\} /12/$$

где $\beta_0 = (1 + \xi_0) / \xi_0$.

Графически связь между ξ_0, α_0 и ξ_0', η_0' представлена на рис.2. На рис.3а,б и 4а,б показаны для ряда гармоник значения переменных α_0, ξ_0 , при которых $|F_m| = 0.01$ и $0.05 \leq |F_m| \leq 0.1$.

* В этих переменных

$$\kappa = \frac{0,5\beta_0' + \xi_0'}{\beta_0' - \xi_0'} \quad /13/$$

где $\beta_0' = \sqrt{1 - \eta_0'^2}$.

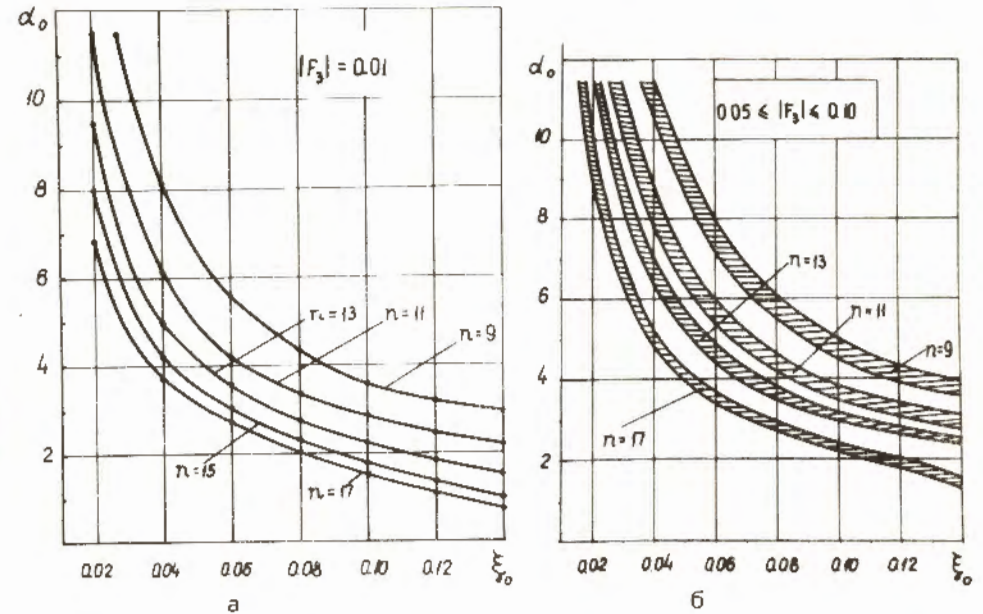


Рис.3. Границы изменения параметров ξ_0, α_0 для определения вклада F_3 в величину чувствительности "толстой" ИК.

Пользуясь приведенными результатами для оценки величины $|F_m|$, следует иметь в виду, что производная $\partial F / \partial \alpha$ достаточно велика и тем больше, чем больше ξ_0, α_0 и n , поэтому определение границ изменения α_0, ξ_0 с большим допуском на величину $|F_m|$ по данным кривым может привести к существенной ошибке.

Влияние размеров сечения на чувствительность ИК без компенсации, рассчитанное по /6/ с учетом /9/, /10/, /11/, показано на рис.5а,б,в,г. На этих рисунках под S_n^* понимается нормированное на S_n значение чувствительности. Из /9/, /10/ и /11/ видно, что при $\xi_0 \approx \eta_0$ влияние размеров сечения на S_n^* минимально.

И, наконец, покажем, как влияет количество витков катушки на ее чувствительность. Из общих соображений заранее можно сказать, что увеличение числа витков будет вызывать увеличение размеров сечения обмоток, что в свою очередь будет приводить к уменьшению чувствительности ИК, особенно к высоким гармоникам. В конечном итоге увеличение чувствительности окажется непропорциональным увеличению числа витков, а при неправильном выбо-

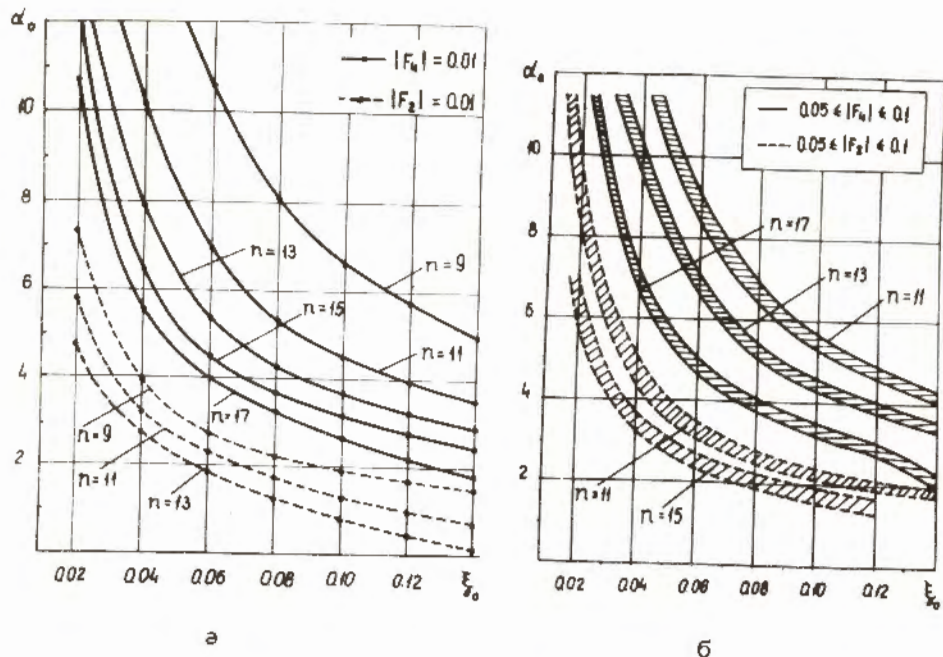


Рис. 4. Границы изменения параметров ξ_0, α_0 для определения вклада F_2 и F_4 в величину чувствительности "толстой" ИК.

ре соотношения сторон сечения чувствительность "толстой" катушки к высоким гармоникам может оказаться меньше, чем "тонкой".

Если считать, что две ИК имеют одинаковую плотность витков и продольную длину, то соотношение величин их чувствительности выразится следующим образом:

$$\gamma_n^* = \frac{S_1}{S_0} \cdot \frac{G_{n1}}{G_{n0}} \left(\frac{\bar{R}_{11}}{\bar{R}_{10}} \right) \quad /14/$$

где S_1, S_0 - площади поперечного сечения обмоток, G_{n1}, G_{n0} - коэффициенты, определяемые в соответствии с /6/, $\bar{R}_{11}, \bar{R}_{10}$ - радиусы центров сечений внешних обмоток. Индекс "0" относится к некоторой ИК, условно принятой за базовую.

На рис. 6. показана зависимость /14/ для случая, когда в качестве базовой взята ИК с параметрами $\xi'_0 = \eta'_0 = 0.04$. Видно, что для малых размеров сечения наблюдается линейный рост чувствительности с увеличением количества витков, при увеличении размеров сечения эта зависимость нарушается.

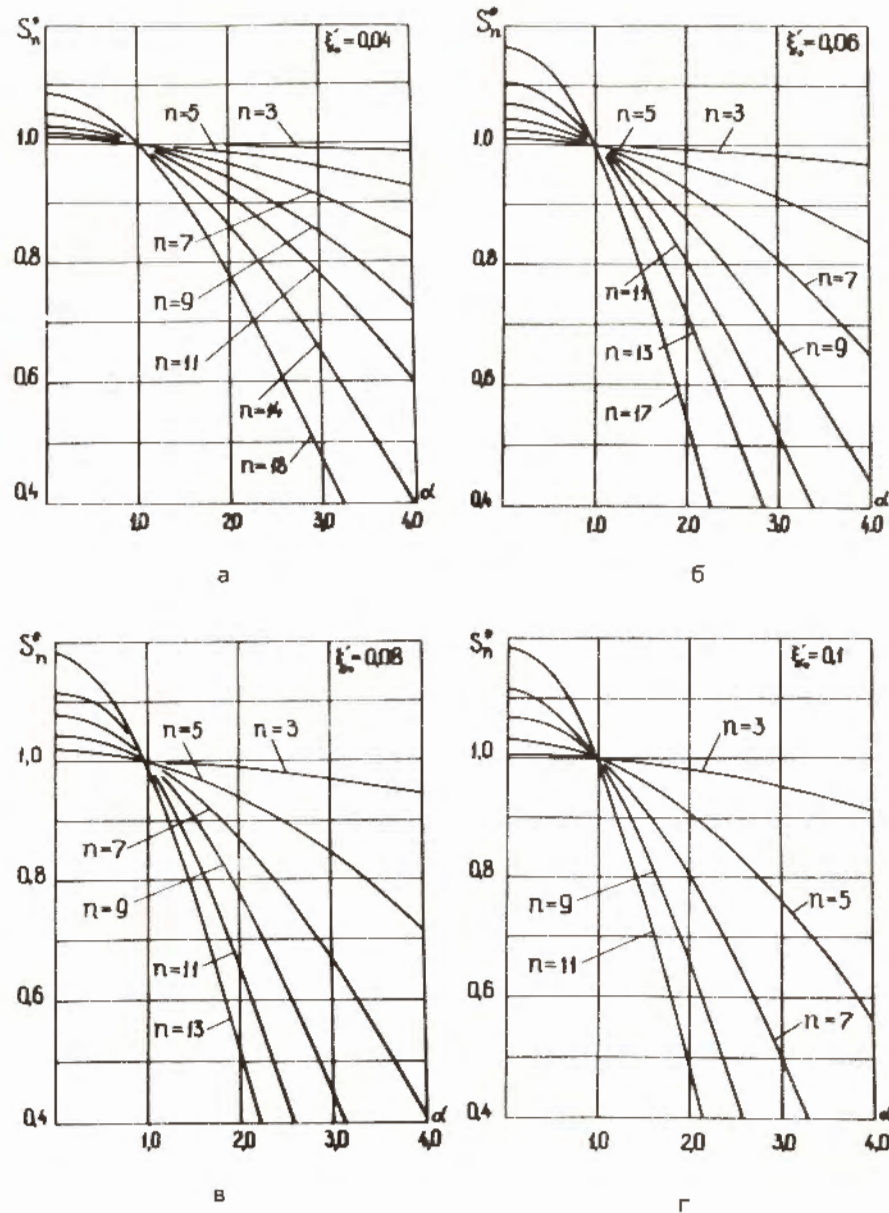


Рис. 5. Относительное изменение чувствительности "толстой" ИК по сравнению с бесконечно "тонкой".

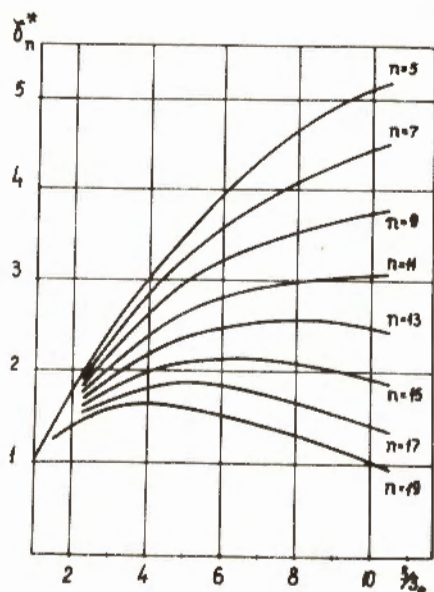


Рис.6. Относительное изменение чувствительности "толстой" ИК ($\xi'_0 = \eta'_0$) к гармоникам магнитного поля при увеличении размеров сечения /количества витков/.

В заключение отметим, что приведенные результаты могут быть использованы при проектировании измерительных ИК, однако на практике полностью удовлетворить условиям, оговариваемым при выводе общего выражения для расчета чувствительности ИК к гармоникам магнитного поля, трудно, и поэтому чувствительность реальной ИК будет несколько отличаться от рассчитанной в соответствии с методикой, изложенной в данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воеводин М.А., Коваленко А.Д. ОИЯИ, Р9-12378, Дубна, 1979.
2. Воеводин М.А., Коваленко А.Д. ОИЯИ, Р9-12233, Дубна, 1979.
3. Wyss C. In: Proc. of the 5th Int. Conf. on Magnet Technology, Roma, 1975, p.231-236.
4. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов. ИЛ, М., 1948, с.76.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 июня 1980 года.