

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

3648/2-80

4/8-80

P9-80-334

И.А.Шелаев, И.П.Юдин

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОТРАЖЕННЫХ ТОКОВ
ДЛЯ РАСЧЕТА ДВУМЕРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ
СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО КВАДРУПОЛЯ

1980

1. С целью создания моногармонических магнитных мультипольных систем прямоугольная апертура является наиболее простой для реализации. В настоящей работе проведен расчет двумерного магнитного поля сверхпроводящего /СП/ квадрупольа и показана возможность сформировать в центральной плоскости СП квадрупольа чисто квадрупольное поле.

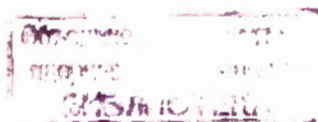
На рис. 1 показано поперечное сечение сверхпроводящего квадрупольа с прямоугольной апертурой /линза Пановского^{/1/}. В качестве метода расчета выбран метод токовых изображений, а компоненты поля внутри апертуры представлялись в следующем виде:

$$H_x(x,y) = I_0 \cdot G_x(x,y) \equiv I_0 \cdot \sum_{n=-N_x}^{N_x} \sum_{m=-N_y}^{N_y} \tilde{G}_x(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu) \quad /1/$$

$$H_y(x,y) = I_0 \cdot G_y(x,y) \equiv I_0 \cdot \sum_{n=-N_x}^{N_x} \sum_{m=-N_y}^{N_y} \tilde{G}_y(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu). \quad /2/$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{G}_x(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu) &\equiv \tilde{G}_x(X, Y, a, b, \mu) = \\ &= K_{nm} \left[\frac{X+a}{2} \cdot \ln \frac{(X+a)^2 + (Y-b)^2}{(X+a)^2 + (Y+b)^2} + \right. \\ &+ \frac{X-a}{2} \cdot \ln \frac{(X-a)^2 + (Y+b)^2}{(X-a)^2 + (Y-b)^2} + \\ &+ (Y+b) \cdot \left[\operatorname{arctg} \frac{X-a}{Y+b} - \operatorname{arctg} \frac{X+a}{Y+b} \right] + \\ &+ (Y-b) \cdot \left. \left[\operatorname{arctg} \frac{X+a}{Y-b} - \operatorname{arctg} \frac{X-a}{Y-b} \right] \right\}. \quad /3/ \end{aligned}$$



$$\bar{G}_y(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu) = \bar{G}_y(X, Y, a, b, \mu) =$$

$$= K_{nm} \cdot \left[\frac{Y+b}{2} \cdot \ln \frac{(X+a)^2 + (Y+b)^2}{(X-a)^2 + (Y+b)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{Y-b}{2} \cdot \ln \frac{(X-a)^2 + (Y-b)^2}{(X+a)^2 + (Y-b)^2} + \right.$$

/4/

$$+ (X+a) \cdot \left[\operatorname{arctg} \frac{Y+b}{X+a} - \operatorname{arctg} \frac{Y-b}{X+a} \right] +$$

$$+ (X-a) \cdot \left[\operatorname{arctg} \frac{Y-b}{X-a} - \operatorname{arctg} \frac{Y+b}{X-a} \right] \}.$$

$K_{nm} = \frac{0,2}{2a \times 2b}$ для $n=m=0$, и $K_{nm} = \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \cdot \frac{0,2}{2a \times 2b}$ для всех остальных n и m ; μ - магнитная проницаемость железа, $\mu_0 = 1$ - магнитная проницаемость вакуума, I_0 - величина тока в проводнике с координатами $(x_0 = \xi, y_0 = \eta)$ и размерами $2a \times 2b$;

$$x_n = 2 \cdot n \cdot g_x + (1)^n \cdot \xi,$$

/5/

$$y_m = 2 \cdot m \cdot g_y + (-1)^m \cdot \eta.$$

$g_x = 4,1$ см и $g_y = 2,05$ см - размеры полуапертуры по железу. Размерности здесь: H [Э] - эрстеды, x, y, x_n, y_m, a, b - [см].

Если устремить $N_x = N_y = N$ к бесконечности и считать магнитную проницаемость в железе постоянной ($\mu = \text{const}$), то формулы /1/ и /2/ являются точным аналитическим выражением для компонент двумерного магнитного поля. Причем поле создается одним проводником с током. Для расчета поля от M проводников следует выражения /1/ и /2/ просуммировать по всем M проводникам:

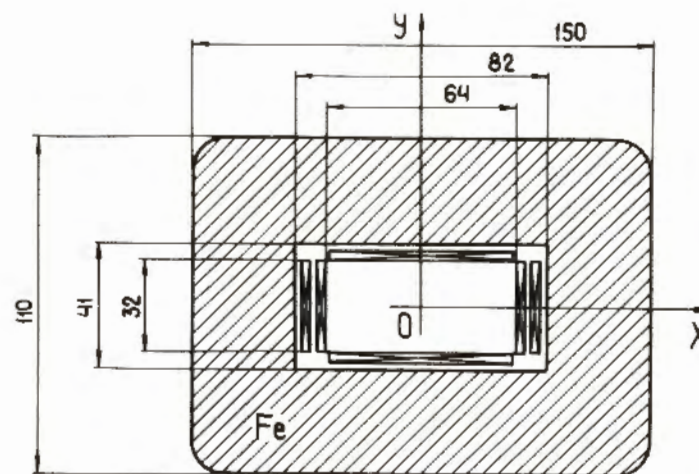


Рис.1. Синхротронный сверхпроводящий квадруполь с прямоугольной апертурой.

$$H_x(x, y) = \sum_{i=1}^M H_{x,i}(x, y),$$

/6/

$$H_y(x, y) = \sum_{i=1}^M H_{y,i}(x, y).$$

где $H_{x,i}$ и $H_{y,i}$ определяются формулами /1/ и /2/ соответственно.

2. Формулы /1/-/6/ были реализованы на ЭВМ CDC-6500 в виде ФОРТРАН-программы QUADR.

Исследование нелинейностей поля проводилось в терминах гармоник поля. Отметим, что, в силу симметрии, квадруполь, представленный на рис.1, не имеет синусных коэффициентов. Равны нулю также все нечетные гармоники. В силу этого, вычисляя на окружности радиуса r /в данной работе принималось $r = 1,5$ см/ в N_T точках компоненту поля H_y , можно аппроксимировать H_y гармониками

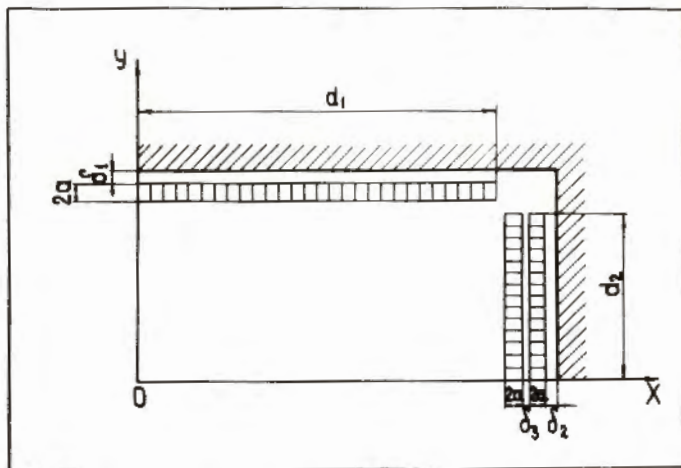


Рис.2. Детальная структура апертуры и токовой обмотки сверхпроводящего квадруполья.

$$H_y(r, \theta_k) = H_2 \cdot [1 + \sum_{n=4}^{N_T} C_n \cdot \cos((n-1) \cdot \theta_k)] \quad //7/$$

Здесь N_T - предельное число гармоник; $C_n = H_n/H_2$; H_n - амплитуды n -ой гармоники на радиусе r . Формулы для H_n - это известные формулы Бесселя для тригонометрической интерполяции. Для точности вычисления амплитуд H_n существенным является число точек N_T на окружности. Число точек $N_T = 40$ достаточно для вычисления H_n с точностью $5 \cdot 10^{-5}$.

3. На рис.2 показана детальная структура апертуры и токовой обмотки СП квадруполья. При "сомкнутой" обмотке ($d_2 = g_y - 2a - \delta_1$; $d_1 = g_x - 4a - \delta_2 - \delta_3$), если зафиксировать величины корпусной изоляции δ_1 , δ_2 , а также δ_3 , то кроме основной составляющей поля будут присутствовать и высшие ($n = 8, 6, 8, 10$ и т.д.) гармоники. Отметим, что здесь при $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ все высшие гармоники равны нулю. Однако из соображений электрической прочности δ_1 , δ_2 и δ_3 не могут быть меньшими, чем 0,025 см.

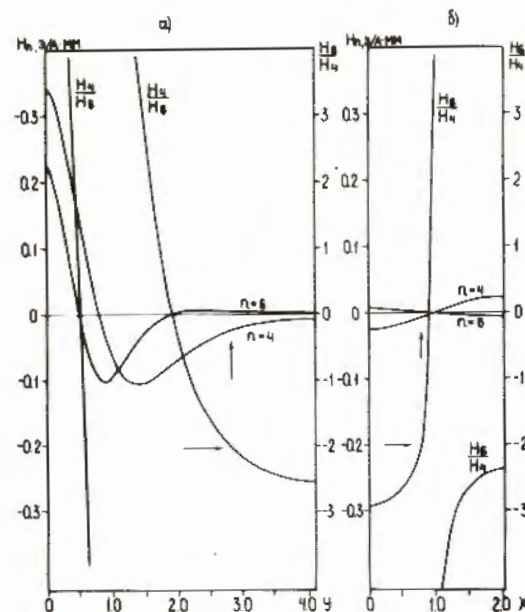


Рис.3. Амплитуды гармоник, создаваемые витком, перемещающимся вдоль границы апертуры.

Теперь, чтобы для "сомкнутой" обмотки обратить в нуль хотя бы первые из C_n , например, четвертую и шестую, можно применить методику компенсации высших гармоник. Для этого исследуется вклад в поле от тонкого витка, перемещающегося сначала вдоль оси X , а затем по оси Y . На рис.3 показана зависимость H_2 , H_4 , H_8 и отношения H_8/H_4 как

функции координаты x при фиксированном y , и координаты y при фиксированном x . Стрелкой показано местоположение дополнительной межвитковой прокладки, которая компенсирует первоначальное H_4 и H_8 .

В данной работе проведено дополнительное исследование по нахождению более простого для реализации метода компенсации возникающих высших гармоник. В варианте "разомкнутой" обмотки (d_1 и d_2 - фиксированы: $d_1 = 3,2$ см, $d_2 = 1,6$ см, если зафиксировать величины δ_3 и δ_1 , а затем менять δ_2 , то, как видно из рис.4, можно получить при некотором значении δ_2 $C_4 = 0$ и $C_8 = 0$.

Итак, при фиксированном δ_3 (в данной работе принималось $\delta_3 = 0,0250$ см) можно, перебирая δ_1 и δ_2 , найти такие $\delta_1 = \delta_2$, чтобы C_4 и C_8 обращались в нуль. При этом более высшие гармоники C_8 , C_{10} и т.д. также стремятся к нулю. Найденные δ_1 и δ_2 соответственно равны 0,1000 см и 0,0985 см.

4. Исследование погрешностей, приведенное на рис.4, позволяет оценить допуски на величины δ_1 и δ_2 . Из рисунка видно, что допуски на δ_1 и δ_2 в пределах $\pm 0,01$ см дадут следующие максимальные величины C_n : $|C_4| = 1,5 \cdot 10^{-4}$ и $|C_8| = 3 \cdot 10^{-5}$. При этом $|C_8|$ меньше 10^{-5} .

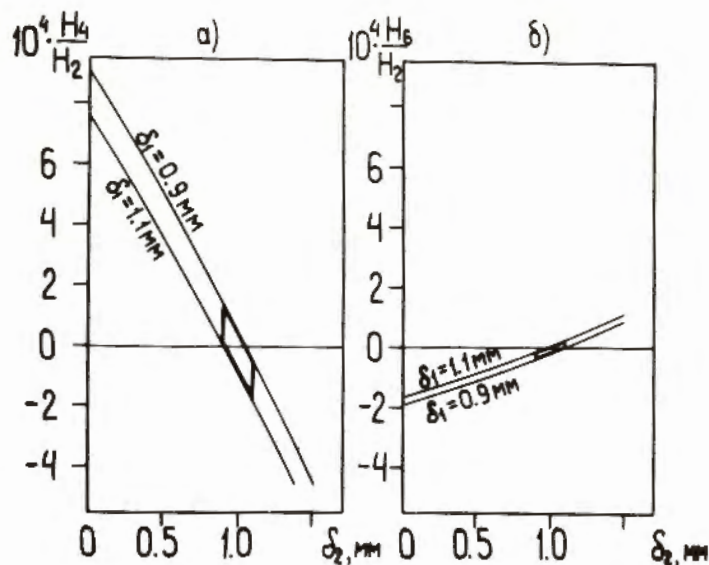


Рис. 4. Величины C_n как функции параметра δ_2 при фиксированных δ_1 и δ_3 ($\delta_3 = 0,025$ см). Жирными линиями выделены допуски, равные $\pm 0,1$ мм, на величины корпусной изоляции δ_1 и δ_2 .

В табл. приведено исследование сходимости метода от числа отражений $N_x = N_y = N$ [см. формулы /1/, /2/, /6/]. По сравнению с СП диполем для СП квадруполь сходимости для величин C_n более быстрая. Уже при $N = 4$ достигается вся доступная /при $N_T = 40$ / точность $/5 \cdot 10^{-5}/$ вычисления величин C_n . Но для вычисления основной квадрупольной составляющей поля с точностью 10^{-4} необходимо 16 отражений.

5. В данной работе методом отраженных токов рассчитано двумерное магнитное поле сверхпроводящего квадруполь с прямоугольной апертурой. Приведены расчетные формулы, которые реализованы в виде ФОРТРАН-программы на ЭВМ CDC-6500.

С помощью данной программы проведено исследование нелинейностей поля внутри апертуры СП квадруполь. На основании проведенного исследования получена конфигурация сверхпроводящей обмотки, дающая чисто квадрупольное поле внутри апертуры на радиусе $r = 1,5$ см. При этом /см. рис.2/

обмотка имеет следующие геометрические параметры: $\delta_1 = 1$ мм, $\delta_2 = 0,985$ мм, $\delta_3 = 0,25$ мм, $d_1 = 3,2$ см, $d_2 = 1,6$ см, $a = 0,1625$ см.

Данное исследование проводилось в рамках программы по созданию сверхпроводящего синхротрона на 1,5 ГэВ по протонам /2/. На основании настоящего исследования были изготовлены СП квадруполь. Измерения магнитного поля в них проводятся.

Таблица

Исследование сходимости величин G_2 и C_n как функция числа отражений $N_x = N_y = N$, $N_T = 40$, $\mu = \infty$.

N	$G_2, \text{э/л}$	$c_4, \%$	$c_6, \%$	$c_8, \%$	$c_{10}, \%$	$c_{12}, \%$
0	4,6456	-5,362119	0,125022	0,0291244	-0,004448	0,000140
1	7,8150	-0,344909	-0,02249	-0,000279	-0,000011	-0,000009
2	8,0033	-0,013372	-0,001408	0,000144	-0,000019	-0,000009
3	8,0265	-0,00068	-0,000414	0,000174	-0,000018	-0,000009
4	8,0342	0,000191	-0,000370	0,000176	-0,000018	-0,000009
5	8,0379	0,000095	-0,000368	0,000176	-0,000018	-0,000009
6	8,0401	0,000047	-0,000368	0,000175	-0,000018	-0,000009
7	8,0415	0,000025	-0,000368	0,000175	-0,000018	-0,000009
8	8,0424	0,000132	-0,000368	0,000175	-0,000018	-0,000009
12	8,0441	-0,0000008	-0,000368	0,000175	-0,000018	-0,000009
16	8,0447	-0,000003	-0,000368	0,000175	-0,000018	-0,000009
32	8,0454	0,000004	-0,000368	0,000175	-0,000018	-0,000009
64	8,0455	0,000004	-0,000368	0,000175	-0,000018	-0,000009

ЛИТЕРАТУРА

1. Hand L.N., Panofsky W.K.H. Rev.Sci.Instr., 1959, 30, p.927.
2. Шелаев И.А., Юдин И.П. ОИЯИ, 9-12346, Дубна, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 мая 1980 года.