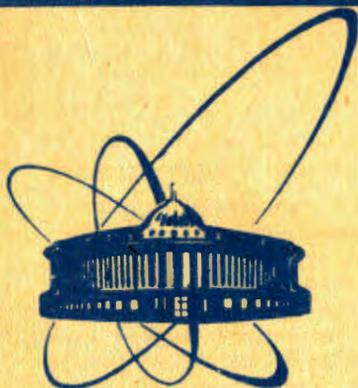


80-333



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

Экз. чит. зала

Р9-80-333

И. А. Шелаев, И. П. Юдин

ИССЛЕДОВАНИЕ  
ДВУМЕРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ  
СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ДИПОЛЯ  
МЕТОДОМ ОТРАЖЕННЫХ ТОКОВ

1980

Шелаев И.А., Юдин И.П.

P9-80-333

Исследование двумерных магнитных полей сверхпроводящего диполя методом отраженных токов

С помощью метода отраженных токов проведено теоретическое исследование двумерного магнитного поля в сверхпроводящем диполе с прямоугольной апертурой. Приведены расчетные формулы, которые реализованы в виде ФОРТРАН-программы DIPOL на ЭВМ CDC-6500. С помощью этой программы исследованы неоднородности поля, возникающие внутри апертуры магнита, и найден способ формирования высокооднородного поля путем компенсации третьей и пятой гармоник. При этом величины отношений амплитуд третьей и пятой гармоник к амплитуде первой гармоники  $C_n$  на внутреннем радиусе  $r = 2,5$  см следующие: 1/ при инжекции  $C_3 = -0,015\%$ ,  $C_5 = -0,01\%$ , 2/ в конце ускорения  $C_3 = +0,23\%$  и  $C_5 = -0,02\%$ .

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

Shelaev I.A., Yudin I.P.

P9-80-333

A Study of Two-Dimensional Magnetic Fields of a Superconducting Dipole by the Image Current Method

The two-dimensional magnetic field of a superconducting dipole with rectangular aperture has been studied theoretically using the image current method. The calculation formulae realized by the FORTRAN program on a CDC-6500 computer are presented. Nonhomogeneities of the field were investigated arising inside the magnet aperture. The method of formation of a high homogeneous field was found by means of compensation of the third and fifth harmonics.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1980

© 1980 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

1. В данной работе исследуется возможность достаточно простым путем сформировать высокооднородное двумерное магнитное поле в синхротронном сверхпроводящем /СП/ диполе. Рассматриваемый СП диполь является структурным магнитным элементом сверхпроводящего синхротрона-инжектора на 1,5 ГэВ по протонам /1/.

Для расчета поля СП магнита, как и для обычного "теплого" магнита, основную трудность представляет нахождение вклада от железного экрана.

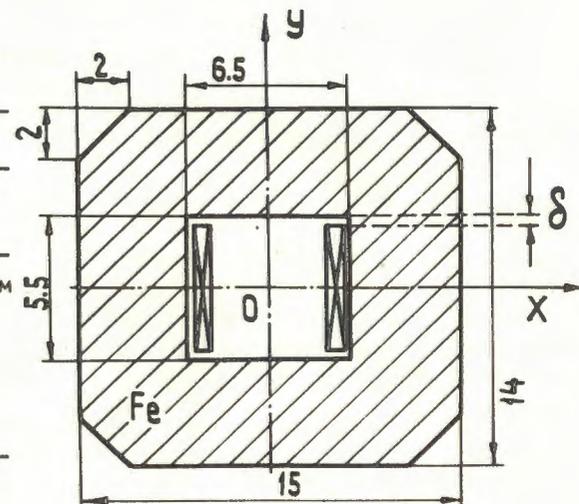


Рис.1. Синхротронный сверхпроводящий диполь с прямоугольной апертурой.

Представив магнитное поле внутри апертуры как сумму

$$H = H^0 + H^{\text{Э}}, \quad //1//$$

где  $H^0$  - поле от проводников с током, а  $H^{\text{Э}}$  - поле от экрана, можно сосредоточить внимание на вычислении  $H^{\text{Э}}$ , так как  $H^0$  вычисляется просто - по закону Био-Савара-Лапласа.

Общий вид синхротронного СП диполя с прямоугольной апертурой показан на рис.1. Как видно из рисунка, внут-

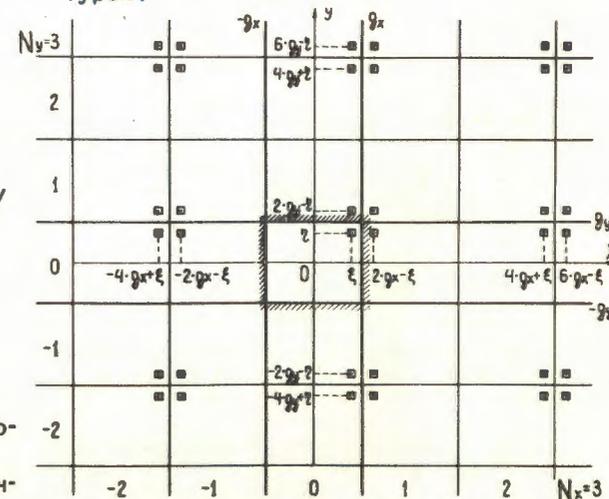


Рис.2. Замена железного экрана системой токов-изображений для одного проводника с током, расположенного внутри экрана.

ОИЯИ  
БИБЛИОТЕКА

ренные стенки магнита являются "зеркалом" для поля, создаваемого проводниками с током, расположенными внутри железного экрана. Это обстоятельство обычно [2-4] используют для того, чтобы заменить экран системой отраженных токов.

На рис. 2 показано взаимное расположение токов-изображений для одного проводника с током, расположенного внутри апертуры СП магнита. Величины  $g_x = 3,25$  см и  $g_y = 2,75$  см - размеры полуапертуры по железу;  $(\xi, \eta)$  - координаты центра проводника с током /  $\xi = 2,95$  см/, величина тока-изображения  $I_{\text{изобр.}}$  равна

$$I_{\text{изобр.}} = \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \cdot I_0 \quad /2/$$

Здесь  $I_0$  - величина тока-оригинала,  $\mu$  - магнитная проницаемость железа,  $\mu_0 = 1$  - магнитная проницаемость вакуума.

Тогда компоненты поля в точке  $(x, y)$  от всей системы токов-изображений плюс поле от самого проводника, имеющего размеры поперечного прямоугольного сечения  $2a \cdot 2b$ , равны, соответственно

$$H_x(x, y) = I_0 \cdot G_x(x, y, a, b, \mu) \equiv I_0 \cdot \sum_{n=-N_x}^{N_x} \sum_{m=-N_y}^{N_y} \tilde{G}_x(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu), \quad /3/$$

$$H_y(x, y) = I_0 \cdot G_y(x, y, a, b, \mu) \equiv I_0 \cdot \sum_{n=-N_x}^{N_x} \sum_{m=-N_y}^{N_y} \tilde{G}_y(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu), \quad /4/$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{G}_x(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu) &\equiv \tilde{G}_x(X, Y, a, b, \mu) = \\ &= K_{nm} \cdot \left\{ \frac{X+a}{2} \cdot \ln \frac{(X+a)^2 + (Y-b)^2}{(X+a)^2 + (Y+b)^2} + \frac{X-a}{2} \cdot \ln \frac{(X-a)^2 + (Y+b)^2}{(X-a)^2 + (Y-b)^2} + \right. \\ &\left. + (Y+b) \left[ \arctg \frac{X-a}{Y+b} - \arctg \frac{X+a}{Y+b} \right] + (Y-b) \left[ \arctg \frac{X+a}{Y-b} - \arctg \frac{X-a}{Y-b} \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_y(x-x_n, y-y_m, a, b, \mu) &\equiv \tilde{G}_y(X, Y, a, b, \mu) = \\ &= K_{nm} \left\{ \frac{Y+b}{2} \cdot \ln \frac{(X+a)^2 + (Y+b)^2}{(X-a)^2 + (Y+b)^2} + \frac{Y-b}{2} \cdot \ln \frac{(X-a)^2 + (Y-b)^2}{(X+a)^2 + (Y-b)^2} + \right. \\ &\left. + (X+a) \left[ \arctg \frac{Y+b}{X+a} - \arctg \frac{Y-b}{X+a} \right] + (X-a) \left[ \arctg \frac{Y-b}{X-a} - \arctg \frac{Y+b}{X-a} \right] \right\}, \quad /6/ \end{aligned}$$

$$x_n = 2 \cdot n \cdot g_x + (-1)^n \cdot \xi,$$

/7/

$$y_m = 2 \cdot m \cdot g_y + (-1)^m \cdot \eta,$$

$K_{nm} = 0,2 \cdot \frac{1}{2a \cdot 2b}$  для  $n=m=0$ , и  $K_{nm} = \frac{0,2}{2a \cdot 2b} \cdot \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0}$  для всех остальных  $n$  и  $m$ . Размерности здесь:  $H/3/$  - эрстеды;  $x, x_n, y, y_m, a, b$  - /см/, ток  $I_0$  - /А/.

Формулы /5/ и /6/ получены интегрированием закона Био-Савара-Лапласа по прямоугольному сечению проводника или его изображения.

Возвращаясь к формуле /1/, можно теперь сказать, что поле  $H^0$  - это слагаемое в /3/ и /4/ с  $n=m=0$ . Остальные слагаемые дают  $H^3$ , т.е. вклад от железного экрана.

Устремляя  $N_x = N_y = N$  к бесконечности, получим точное аналитическое выражение для величины компонента магнитного поля от одного проводника с током, расположенного внутри апертуры. Единственное приближение здесь - постоянство  $\mu$  внутри железа при данном  $I_0$ .

Теперь, исходя из изложенного выше, можно написать полные формулы для компонент магнитного поля внутри апертуры для всей совокупности  $M$  проводников с током, расположенных внутри апертуры СП диполя:

$$H_x(x, y) = \sum_{i=1}^M H_{x,i},$$

/8/

$$H_y(x, y) = \sum_{i=1}^M H_{y,i}$$

где  $H_{x,i}$  и  $H_{y,i}$  определяются выражениями /3/ и /4/.

На рис. 3 показана полная система токов-изображений для всей совокупности  $M$  проводников с током, расположенных внутри апертуры СП диполя, изображенного на рис. 1. Знаками "+" и "-" указаны знаки величины токов.

2. Формулы /8/ с учетом /3/-/6/ были реализованы на ЭВМ CDC-6500 в виде фортранной программы DIPOL. Исследование неоднородностей поля в СП диполе проводилось в терминах гармоник поля [5]:

$$\tilde{H}_x(r, \theta_k) = \sum_{n=1}^{N_r} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{n-1} [A_n \cos(n-1)\theta_k + B_n \sin(n-1)\theta_k], \quad /9/$$

$$\tilde{H}_y(r, \theta_k) = \sum_{n=1}^{N_r} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{n-1} [B_n \cos(n-1)\theta_k - A_n \sin(n-1)\theta_k]. \quad /10/$$

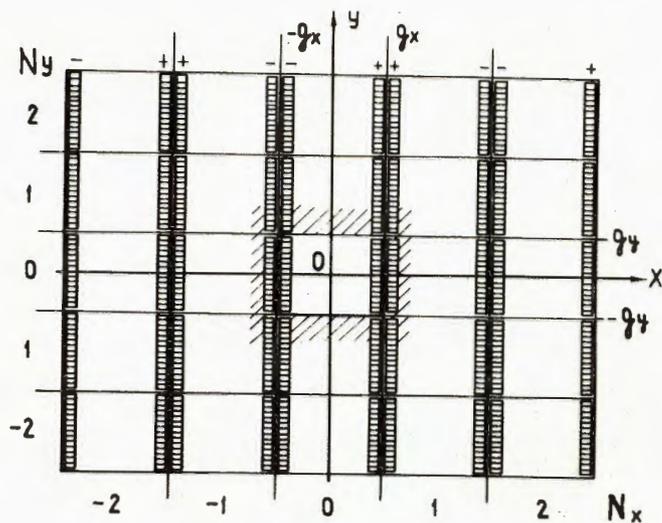


Рис.3. Замена железного экрана системой токов-изображений для всей совокупности проводников с током, расположенных внутри апертуры СП диполя.

Здесь  $N_{\Gamma} = \frac{N_T}{2} + 1$  - максимальное, предельное число гармоник,

$N_T$  - количество точек на окружности, в которых вычисляется поле,  $A_n, B_n$  - амплитуды гармоник на окружности радиуса  $r, r_0$  - некий нормализованный радиус. В работе принималось  $r = r_0 = 2,5$  см, что составляет 91% предельного радиуса апертуры, или 100% внутреннего радиуса ионпровода, расположенного внутри апертуры СП диполя.

Амплитуды гармоник  $A_n$  и  $B_n$  определялись по формулам Бесселя /8/:

$$\left. \begin{aligned} B_n &= \frac{2}{N_T} \sum_{k=0}^{N_T-1} H_y(\theta_k) \cdot \cos\left((n-1) \frac{2\pi k}{N_T}\right), \\ A_n &= \frac{2}{N_T} \sum_{k=0}^{N_T-1} H_y(\theta_k) \cdot \sin\left((n-1) \frac{2\pi k}{N_T}\right). \end{aligned} \right\} 0 \leq n-1 < \frac{N_T}{2}, \quad /11/$$

Для случая  $n-1 = \frac{N_T}{2}$

$$B_n = \frac{1}{N_T} \sum_{k=0}^{N_T-1} (-1)^k H_y(\theta_k). \quad /12/$$

$H_y(\theta_k)$  - компонента поля  $H_y$ , вычисленная с помощью выражения /8/ в точке  $(r, \theta_k)$ .

Изображенный на рис.1 СП диполь является симметричным, поэтому у него все четные коэффициенты  $B_n=0$ , а также все  $A_n=0$ . Переобозначая  $H_n=B_n$ , можно записать /10/ в более простом виде:

$$\tilde{H}_y(r, \theta_k) = \sum_{m=1}^{N_{\Gamma}} H_{2m+1} \cos(2m\theta_k), \quad /13/$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  или

$$\tilde{H}_y(r, \theta_k) = H \left[ 1 + \sum_{n=3}^{N_{\Gamma}} C_n \cos((n-1)\theta_k) \right], \quad /14/$$

где  $C_n = H_n/H_1$ .

Записав величину  $G_y(X, Y, a, b, \mu)$  в виде выражения, аналогичного /14/, мы получим возможность представить результаты величинами  $G_1$  и  $C_n$ . Величина  $G_1$ , имеющая размерность /Э/А/, характеризует уровень однородности поля, а набор величин  $C_n$  - уровень неоднородности /на радиусе  $r = r_0 = 2,5$  см/. В дальнейшем коэффициенты  $C_n$  мы будем приводить в процентах, т.е. считать

$$C_n = \frac{H_n}{H_1} \cdot 100\%. \quad /15/$$

3. Численные эксперименты, проведенные с помощью программы DIPOL, показали, что основной вклад в неоднородность поля дает величина корпусной изоляции  $\delta$  /см. рис.1 и 5/. На рис.4 показана зависимость величины  $C_n$  от параметра  $\delta$ . Видно, что для  $\delta = 0,5$  мм эти величины равны соответственно 0,716% для третьей гармоники, 0,328% для пятой и -0,045% для седьмой. Существенным является то обстоятельство, что при  $\delta = 0$  все  $C_n = 0$ , т.е. внутри апертуры при этом устанавливается чисто дипольное поле. Это наблюдается для любой величины  $\Delta$  /см. рис.5/.

Несмотря на то, что железный экран существенно улучшает однородность поля /без экрана  $C_3 = 25,48\%$ /, можно констатировать, что для  $\delta = 0,5$  мм величина неоднородности все еще велика. В то же время по соображениям электрической прочности величину корпусной изоляции  $\delta$  меньше 0,5 мм делать нежелательно. В данной работе предлагается компенсировать  $C_3$  и  $C_5$  с помощью дополнительной прокладки между витками.

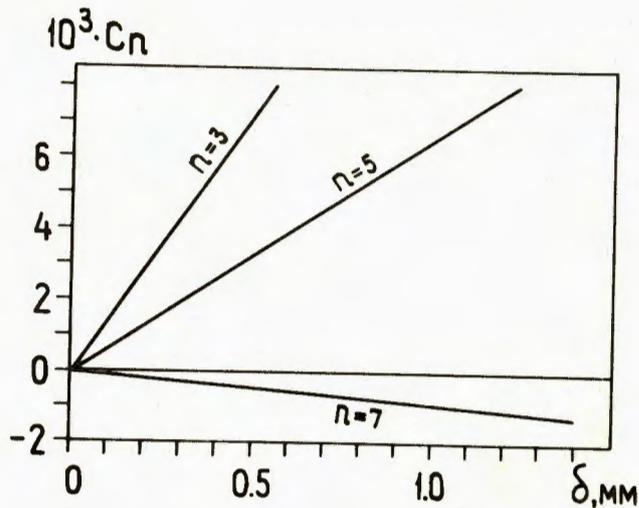


Рис. 4. Величины неоднородностей поля как функции параметра  $\delta$ .

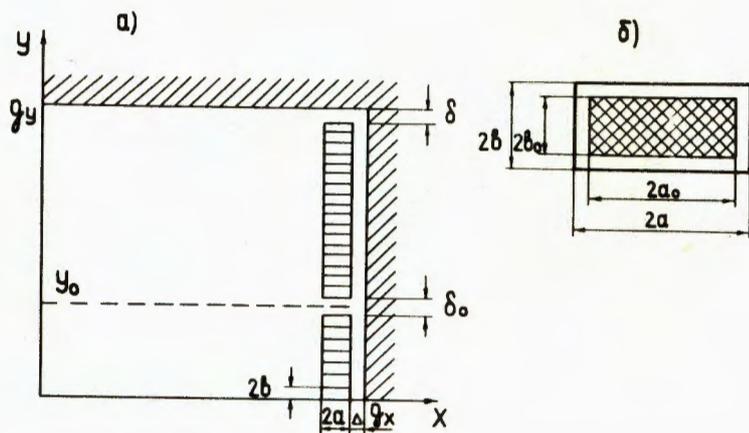
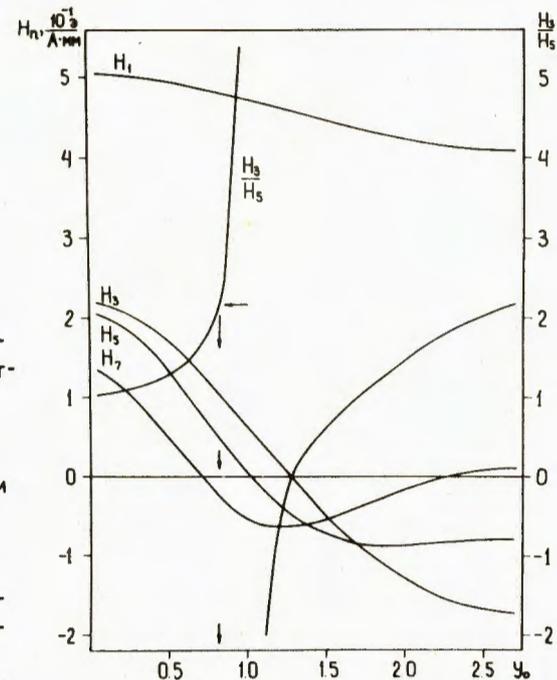


Рис. 5. Детальная структура апертуры СП диполя и токовой обмотки.

Рис. 6. Неоднородности поля от витка с координатами  $X_0 = 2,95$  см,  $y_0 = 0 \pm 2,75$  см и размерами  $a_0 = 0,19$  см,  $b_0 = 0,1$  см для тока  $I_0 = 1$  А.



На рис. 5 показана детальная структура СП диполя и токовой обмотки, состоящей из 48 витков. Программа DIPOL имеет возможность считать вклад от каждого витка /рис. 5б/ с учетом межвитковой изоляции.

На рис. 6 приведен вклад в отдельные гармоники от витка с координатой  $y = y_0$ , размерами  $a = 0,19$  см,  $b = 0,1$  см с током величиной  $I = 1$  А; при этом  $x_0 = 2,95$  см. Из рисунка видно, что неоднородности поля, возникающие от корпусной изоляции  $\delta$ , могут быть скомпенсированы дополнительной межвитковой изоляцией /прокладкой между витками/. В данной работе были выбраны положение этой прокладки  $y_0$  и размеры  $\delta_0$  такие, чтобы  $C_3$  и  $C_5$  внутри апертуры одновременно обращались в нуль. Это достигается следующим образом: в точке  $y_0 = g_y - \delta/2$  известны  $(C_3)_1$  и  $(C_5)_1$ . Тогда задача компенсации их заключается в том, чтобы найти точку  $y_0$  и толщину прокладки  $\delta_0$ , при которых бы отношение  $(C_3)_2$  к  $(C_5)_2$ , возникающих от прокладки, было равно отношению  $(C_3)_1$  к  $(C_5)_1$ . Причем должно быть также  $(C_3)_2 = -(C_3)_1$  и, следовательно, автоматически,  $(C_5)_2 = -(C_5)_1$ .

На рис. 6 стрелкой показано местоположение такой прокладки толщиной  $\delta_0 = 1,6 \cdot \delta$ .

Так как число витков в полуапертуре дискретно  $l = 24$ , то эта прокладка с  $\delta_0 = 0,8$  мм /при  $\delta = 0,5$  мм/ была помещена после 7-го витка. При этом неоднородности поля внутри апертуры на радиусе  $r = 2,5$  см оказались следующими:  $C_3 = -0,015\%$ ,  $C_5 = -0,026\%$ ,  $C_7 = +0,110\%$ .

Для сравнения приведем еще и величину  $G_1$ . Без прокладки  $\delta_0$  /при  $\delta = 0,5$  мм/  $G_1 = 11,233$  Э/А, что соответствует ди-

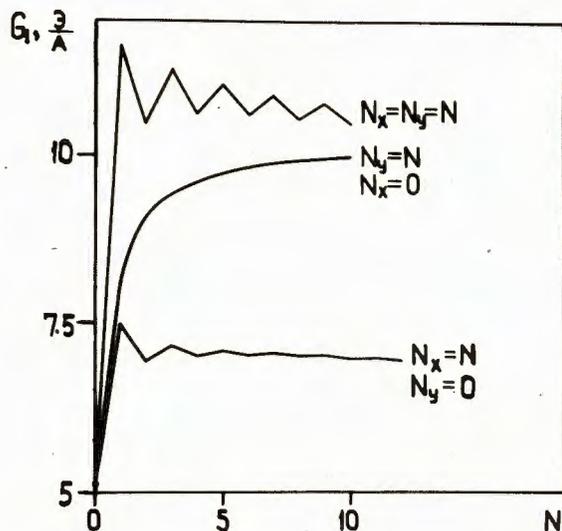


Рис. 7. Зависимость уровня поля от числа отражений  $N_x = N_y = N$ .

польному полю  $H_1 = 1,1233$  кЭ при токе  $I_0 = 100$  А в каждом из 48 витков обмотки. С компенсацией /  $\delta_0 = 0,8$  мм,  $\delta = 0,5$  мм/  $G_1 = 10,960$  Э/А и  $H_1 = 1,0960$  кЭ при том же токе в обмотке.

Отметим еще раз, что этот результат получен в модели  $\mu = \infty$ . В этом приближении при наличии компенсирующей

прокладки для тока в витке, близкого к предельному  $I_0 = 2000$  А, дипольное поле  $H_1$  равно 21,920 кЭ.

4. Результаты исследования сходимости величины  $G_1$  от числа отражений: 1/  $N_x = N_y = N$ , 2/  $N_x = N$  при  $N_y = 0$  и 3/  $N_y = N$  при  $N_x = 0$  приведены на рис. 7. Здесь  $\delta = 1$  мм,  $\delta_0 = 0$ ,  $a = a_0 = 0,19$  см,  $b = b_0 = 2,65$  см, число точек  $N_T$  на окружности радиуса  $r = 2,5$  см равно 40;  $\mu = \infty$ . Видно, что отражения в горизонтальном направлении дают наименьший вклад в величину  $G_1$ . Основной же вклад в  $G_1$  дают отражения в вертикальном направлении. Совместное же отражение в обоих направлениях не только увеличивает  $G_1$ , но и скорость ее сходимости в зависимости от числа отражений.

Дальнейшее исследование сходимости, точности изложенного метода вычисления поля проводилось с функцией  $G$ , соответствующей геометрии обмотки, полученной с помощью компенсации.

В табл. 1 и на рис. 8 этот процесс показан и для неоднородностей поля  $C_n$ . Видно, что первые  $N_x = N_y = N = 4$  обеспечивают отношение высших гармоник к первой с точностью  $10^{-3}$ . Точность  $10^{-4}$  обеспечивается числом отражений  $N$ , равным 16. Затраты машинного времени при  $N=16$  составляют 100 с. Однако для первой гармоники сходимости наступает значительно позже: для точности  $\Delta G_1/G_1 = 10^{-3}$  требуется  $N = 100$  отражений.

Итак, для данного метода расчета характерно следующее: отношения высших гармоник к первой сходятся очень быстро, в то время как сама 1-я гармоника сходится медленно, что требует значительных затрат машинного времени. Однако эту трудность можно обойти следующим образом: величину  $G_1$  вычисляют с по-

Таблица 1

Исследование сходимости величин  $G_1$  и  $C_n$  как функций числа отражений  $N_x = N_y = N$  ( $\mu = \infty$ ,  $N_T = 40$ )

N	$G_1, \text{Э/А}$	$C_3, \%$	$C_5, \%$	$C_7, \%$	$C_9, \%$	$C_{11}, \%$
0	5,249I	25,4755	0,5222	-0,999I	0,4540	0,64I3
I	II,6905	2,0240	-0,2I63	0,III3	0,2534	0,2652
2	IO,3387	-0,0022	-0,0427	0,II73	0,2867	0,2999
3	II,4073	0,03II	-0,026I	0,IO57	0,2598	0,27I8
4	IO,6224	-0,0332	-0,0270	0,II34	0,2790	0,29I9
5	II,250I	-0,0046	-0,0254	0,IO7I	0,2635	0,2756
6	IO,7277	-0,02II	-0,0266	0,II23	0,2763	0,2890
7	II,I75I	-0,0IO6	-0,0256	0,IO78	0,2652	0,2775
8	IO,7838	-0,0I76	-0,0265	0,III7	0,2749	0,2875
9	II,I3I5	-0,0I26	-0,0257	0,IO82	0,2663	0,2786
IO	IO,8I87	-0,0I63	-0,0264	0,III4	0,2740	0,2866
I6	IO,8727	-0,0I52	-0,0263	0,II08	0,2726	0,2852
20	IO,89II	-0,0I50	-0,0262	0,II06	0,272I	0,2847
32	IO,9I92	-0,0I48	-0,0262	0,II03	0,27I4	0,2840
50	IO,9363	-0,0I47I	-0,026I4	0,II0I5	0,27I0	0,2835
64	IO,9430	-0,0I470	-0,026I2	0,II008	0,2709	0,2834
IO0	IO,95I8					
I50	IO,9569					
200	IO,9595					

мощью одной лишь точки  $x = 0, y = 0$ , а коэффициенты  $C_n$  находят по-прежнему на окружности  $r = 2,5$  см.

Далее, для уменьшения времени счета можно пользоваться еще одним упрощением. Как показано в табл. 2, замена реальной токовой шины на бесконечно тонкую ( $a = 0$ ) дает погрешность определения гармоник  $10^{-5}$ . Однако в данной работе это упрощение не использовалось.

Интерес, с точки зрения вопроса о точности, представляет и определение такого минимально необходимого числа  $N_T$  точек на окружности, чтобы амплитуды гармоник поля были определены с заданной точностью.

В табл. 3 сведены результаты для  $N_T = 20, 40, 80$  и 160. Видно, что для коэффициентов  $C_n$  эта точность равна  $1/6 \cdot 10^{-5}$ ,

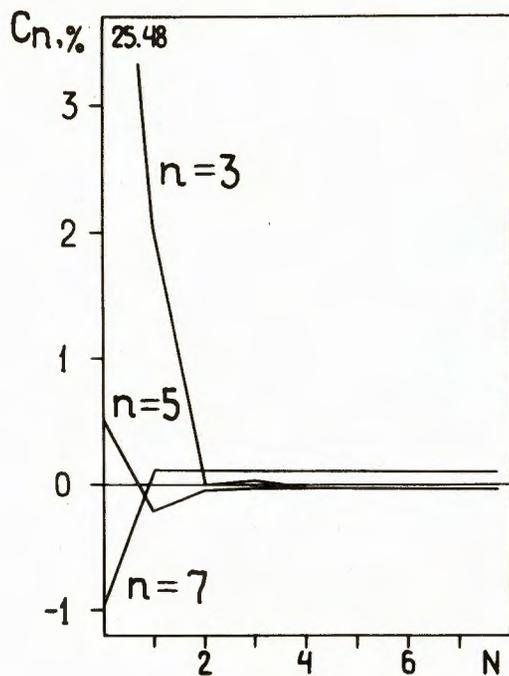


Рис. 8. Зависимость отношения высших гармоник к первой от числа отражений  $N_x = N_y = N$ .

если ограничиться  $N_T = 40$ . Итак, вычисляя компоненты поля на окружности лишь в 40 точках, мы тем самым уже заранее ограничиваем точность вычисления  $C_n$  величиной  $\sim 5 \cdot 10^{-5}$ , несмотря на то, что в каждой точке можно вычислять компоненты поля  $H_x$  и  $H_y$  с любой лучшей точностью.

Все предыдущие результаты получены в предположении  $\mu = \infty$ . Проводить же вычисления с реальным  $\mu$  можно, используя экспериментальный график  $\mu = \mu(B)^{7/}$  для выбранного железа Fe + 3,25% · Si /см.рис.9/. Ис-

Таблица 2

Сравнение величин  $G_1$  и  $C_n$ : I - для реальной шины ( $a \neq 0$ ) и II - для бесконечно тонкой ( $a = 0$ ).  $N_x = N_y = N$  - число отражений,  $\mu = \infty$ .

	$N = 20$		$N = 50$	
	I	II	I	II
$G_1, \text{э/А}$	10,8911	10,8911	10,9363	10,9363
$C_3, \%$	-0,0109	-0,0120	-0,0106	-0,0118
$C_5, \%$	-0,0232	-0,0280	-0,0231	-0,0279
$C_7, \%$	0,1111	0,0954	0,1106	0,0950
$C_9, \%$	0,2680	0,2437	0,2669	0,2427
$C_{11}, \%$	0,2739	0,2523	0,2727	0,2513
$C_{13}, \%$	0,1669	0,1572	0,1662	0,1565
$C_{15}, \%$	0,0517	0,0560	0,0515	0,0557

Таблица 3

Сравнение величин  $G_1$  и  $C_n$  при определении их с помощью различного числа  $N_T$  точек на окружности радиуса  $r = 2,5 \text{ см}$

	$N_T = 20$	40	80	160
$G_1, \text{э/А}$	10,8690	10,8727	10,8727	10,8727
$C_3, \%$	-0,0676	-0,0151	-0,0149	-0,0149
$C_5, \%$	-0,0328	-0,0263	-0,0274	-0,0274
$C_7, \%$	0,1846	0,1108	0,1078	0,1078
$C_9, \%$	0,4580	0,2726	0,2682	0,2682
$C_{11}, \%$	0,2853	0,2852	0,2810	0,2810
$C_{13}, \%$		0,1852	0,1842	0,1842
$C_{15}, \%$		0,0738	0,0799	0,0799
$C_{17}, \%$		-0,0065	0,0103	0,0103
$C_{19}, \%$		-0,0525	-0,0244	-0,0244
$C_{21}, \%$		-0,0337	-0,0337	-0,0337
$C_{23}, \%$			-0,0281	-0,0281

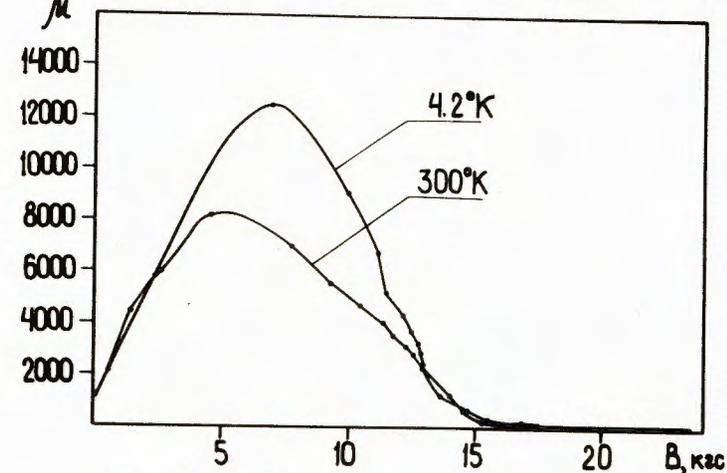


Рис. 9. Кривая  $\mu = \mu(B)$  для температур  $T = 4,2 \text{ К}$  и  $T = 300 \text{ К}$ . /Fe + 3,25% · Si /.

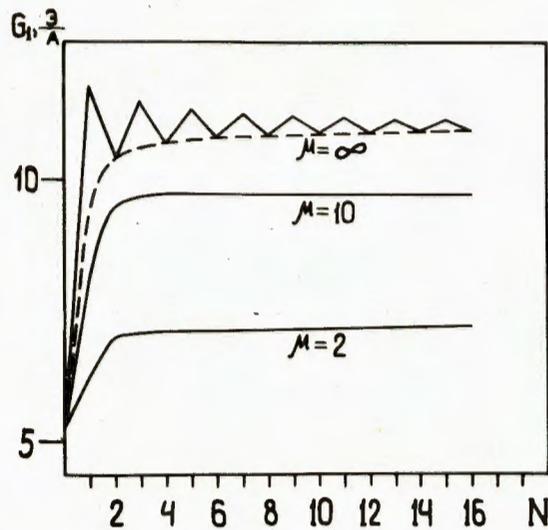


Рис.10. Сходимость величины  $G_1$  от числа отражений для  $\mu = 2, 10$  и  $\infty$ .

ходя из предположения, что магнитные потоки внутри апертуры  $\Phi_1$  и в железе  $\Phi_2$  равны, можно записать 
$$B_2 = B_1 \cdot \frac{S_1}{S_2} = 0.7806 \cdot B_1.$$
 Здесь  $B$  - магнитная индукция,  $S_1 = 5,9$  см - расстояние между обмотками,  $S_2 = 15$  см - толщина бокового железа /с учетом коэффициента за-

дипольная составляющая поля начинает уменьшаться, в то время как высшие гармоники начинают возрастать.

В табл.4 сведены результаты расчетов величин  $G_1$  и  $C_n$  при разных  $\mu$ . Видно, что коэффициенты  $C_n$  меняются слабо, за исключением  $C_3$ , который, оставаясь по модулю малым, меняет знак на противоположный.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шелаев И.А., Юдин И.П. ОИЯИ, 9-12346, Дубна, 1979.
2. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. "Энергия", М., 1968.
3. Карасик В.Р. Физика и техника сильных магнитных полей. "Наука", М., 1964.
4. Schlosser E. Zeitschr. Angew. Phys., 1954, 7, p.59.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. "Наука", М., 1970, с.597.
6. McInturff A., Clauss J. Proc. of 3rd Int. Conf. Magnet Technol., Hamburg, 1970, p.45.

Таблица 4

Сравнение величин  $G_1$  и  $C_n$  при различных  $\mu$ .  $N_x = N_y = 16, N_z = 40$

	$\mu = \infty$	$10^4$	$10^3$	500	100
$G_1, \text{Э/А}$	10,960	10,748	10,428	10,084	7,703
$C_3, \%$	-0,0147	-0,011	+0,011	+0,036	0,235
$C_5, \%$	-0,0261	-0,023	-0,023	-0,022	-0,019
$C_7, \%$	0,110	0,112	0,111	0,110	0,102
$C_9, \%$	0,271	0,271	0,271	0,271	0,275
$C_{11}, \%$	0,283	0,277	0,277	0,278	0,283

полнения ярма сталью, равного  $-0,95/$ . Для максимального поля внутри апертуры  $H_1 = 22,75$  кЭ магнитная индукция внутри железа  $B_2 = 16,621$  кГс. Из графика  $\mu = \mu(B)$  этому  $B_2$  соответствует  $\mu = 160$ , что позволяет ожидать незначительное изменение результатов, полученных в приближении  $\mu = \infty$ .

На рис.10. показана сходимость величины  $G_1$  от числа отражений для различных  $\mu$ . При изменении  $\mu$  от  $\infty$  до 500  $G_1$  меняется от 10,960 Э/А до 10,084 Э/А. При дальнейшем уменьшении  $\mu$

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 мая 1980 года.