

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

3116/2-80

14/7-80

P9-80-228

С.С.Саутбеков, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка

ВОЗБУЖДЕНИЕ СИММЕТРИЧНЫХ ТЕ-ВОЛН
В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ
С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ДИАФРАГМАМИ

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

Диафрагмы в волноводах и ускорительных трактах играют важную роль. Они используются в замедляющих структурах, являются трубками дрейфа, согласующими элементами СВЧ-трактов и т.д. Электродинамические задачи в диафрагмированных волноводах рассматривались в работах /1,2,4-7/. В /1/ приведено решение задачи о дифракции волноводной гармоники на бесконечно тонкой диафрагме, имеющей длину, равную половине поперечного размера волновода. В /8/ обсуждаются приближенные численные методы расчета диафрагмированных волноводов. В вариационном подходе /см. /4/ / решение задачи о дифракции сводится к решению бесконечной системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов Фурье. Подобные результаты получены и в работе /5/. Однако точность решений невелика и зависит от порядка редуцированной системы. В настоящей работе приведен аналитический расчет возбуждения волн сосредоточенными монохроматическими источниками в цилиндрическом канале с диафрагмами /см. рисунок/. Метод расчета основан на построении решения для компонент электромагнитных полей /3/ и анализе Фурье-компонент /ФК/ плотности индуцированного распределенного тока F .

2. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

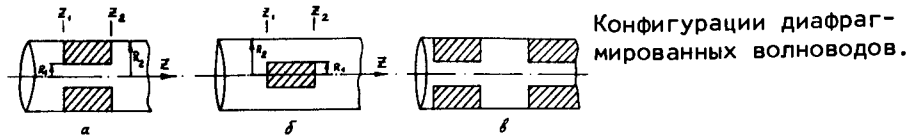
Рассмотрим для конкретности возбуждение магнитных волн * в волноводной системе с диафрагмами /см. рисунок/.

В качестве источников переменного поля могут использоваться высокочастотные петли, круговые витки с осциллирующим током.

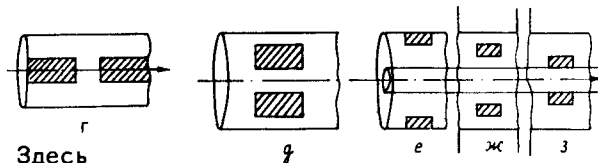
Соотношение, связывающее плотность поверхностного тока F на радиусе a_j с полем в точке r_1 внутри бесконечного волновода радиуса R_2 , выражается следующей формулой /в Фурье-представлении по z, t /:

$$\vec{E}(r_1, \omega) = \hat{L}(a_j, \omega) \vec{F}(a_j, \omega). \quad /1/$$

* Возбуждение электрических волн рассчитывается аналогичным образом; в окончательных выражениях для ФК полей нужно учитывать только собственные функции и величины, относящиеся к электрическим волнам.



Конфигурации диафрагмированных волноводов.



Здесь

$$\hat{L}(a_j, w) = \|L(r_k, a_j, w) \delta_{jk}\|,$$

$$L(r_1, a_j, w) = \frac{[0|r'_1, a'_j|R'_2]}{(0, R'_2)}, \quad (0, R'_2) \equiv I_1(vR_2),$$

$$[0|r'_1, a'_j|R'_2] = \begin{cases} I_1(vr_1) [I_1(va_j)H_1(vR_2) - I_1(vR_2)H_1(va_j)], & r_1 < a_j \\ I_1(va_j) [I_1(vr_1)H_1(vR_2) - I_1(vR_2)H_1(vr_1)], & r_1 > a_j \end{cases}$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_i \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} F_i &= F(r_i, a_j, w); \quad 0 < r_1 < r_2 < \dots < a_j < \dots < R_2, \\ a_1 &= R_1 < a_2 < \dots < a_j < \dots < R_2. \end{aligned}$$

$I_1(x)$, $H_1(x)$ - функции Бесселя и Ханкеля первого рода соответственно; расчет проводится в цилиндрической системе координат $\{r, \phi, z\}$. Равенство /1/ следует из решений уравнений Максвелла для электромагнитных волн, возбуждаемых токами на бесконечно длинной цилиндрической поверхности круглого сечения. Основываясь на решении неоднородных уравнений Максвелла, взятых в форме запаздывающих потенциалов, с помощью электродинамических граничных условий, накладываемых на z -компоненты полей / $E_{tg} = 0$ на диафрагме, $\partial H_z / \partial r = 0$ на ее продолжении по оси z /, получим парные интегральные уравнения относительно ФК плотности поверхностного тока, наведенного в системе. Для системы, изображенной на рис.1а, уравнения примут вид:

$$\sum_{j=1}^{\infty} E_{tg}(r_i, a_j, w) = \sum_{j=1}^{\infty} \int_{z_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dw e^{i\omega z} \{L(r_i, a_j, w) F_j(r_i, a_j, w) + f(r_i, a_j, w)\} = 0 \quad \text{при } z_1 < z < z_2, \quad r_i \in (R_1, R_2). \quad /2/$$

Здесь

$$\hat{L} = \hat{L}_+ \cdot \hat{L}_-, \quad w^2 = k^2 - v^2,$$

/3/

$$\int_{-\infty}^{\infty} dw e^{i\omega z} F(r_i, a_j, w) = 0 \quad \text{при } z_1 < z < z_2, \quad r_i \in (R_1, R_2).$$

В /2/, /3/ поля и токи не зависят от азимутального угла ϕ и разложены в интеграл Фурье по переменным z, t . Факторизованные матрицы \hat{L}_+ имеют диагональный вид и их элементы факторизуются независимо друг от друга, поэтому ограничимся вычислением одной компоненты вектора \vec{E} .

Рассмотрим модель цилиндрической диафрагмы в виде бесконечного набора полых изолированных коаксиальных отрезков цилиндрических труб круглого сечения, вложенных друг в друга.

Плотность наведенных токов на радиусах a_j ($R_1 \leq a_j \leq R_2, j=1,2,\dots$) запишем в виде:

$$F^{(1)}(a_1) = F_{\text{оср}}(r_1, a_1, w) + \tilde{F}(r_1, a_1, w) + \frac{F(r_1, a_1, w)}{(R_2 - R_1)} \Delta a_1,$$

$$F^{(2)}(a_2) = \frac{F(r_1, a_2, w)}{(R_2 - R_1)} \Delta a_2,$$

$$F^{(3)}(a_3) = \frac{F(r_1, a_3, w)}{(R_2 - R_1)} \Delta a_3,$$

⋮

Здесь $F_{\text{оср}}(r_1, a_1, w)$ - ФК плотности поверхностных токов на стенке бесконечно длинного цилиндрического волновода, индуцированных полем источника, расположенного в области $z_1 < z < z_2$.

$$L(r_1, a_1, w) F_{\text{оср}}(r_1, a_1, w) = -f_{\text{оср}}(r_1, w). \quad /4/$$

\tilde{F} и $\frac{F \cdot \Delta a_j}{(R_2 - R_1)}$ - поправочные токовые члены, обусловленные наличием отрезка диафрагмы (z_1, z_2), $\Delta a_j = a_{j+1} - a_j$. Так как число отрезков, образующих диафрагму, бесконечно, то на их поверхностях наводятся дополнительные бесконечно малые токи. Например, на поверхности j -го слоя индуцируется поверхностный ток $\tilde{F}(r_i, a_j, w) \Delta a_j \cdot (R_2 - R_1)^{-1}$. Согласно формуле /1/, просуммируем поля от каждого отрезка и активного источника в точке r_i /для краткости опускаем нижний индекс/:

$$E(r, w) = L(r, a, w) [F_{\text{ocp}}(r, a_1, w) + \tilde{F}(r, a_1, w)] + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{L(r, a_j, w) F(r, a_j, w)}{(R_2 - R_1)} \Delta a_j + f(r, w).$$

При $\Delta a_j \rightarrow 0$ сумму заменяем интегралом и после преобразований получаем:

$$E(r, w) = \frac{1}{(R_2 - R_1) R_1} \int_{R_1}^{R_2} da \{L(r, a, w) F(r, a, w) + L(r, R_1, w) \tilde{F}(r, R_1, w) + f_{\text{л}}(r, w) + f_{\text{п}}(r, w)\}. \quad /5/$$

Здесь $f = f_{\text{л}} + f_{\text{cp}} + f_{\text{п}}$ - суммарное поле активных источников, расположенных слева от диафрагмы ($f_{\text{л}}, z_0 < z_1$), внутри диафрагмы ($f_{\text{cp}}, z_1 < z < z_2$) и справа от нее ($f_{\text{п}}, z_0 > z_2$).

$$f = \frac{[0 | r, \underline{bm} | R_2']}{(0, R_2')} \quad (0, \underline{bm}) = \frac{2\pi^2 i}{c} \int_{b_{\text{min}}}^{b_{\text{max}}} b db J_1(vb) j_{\phi}(vb),$$

$j_{\phi}(b, w)$ - объемная плотность тока сторонних /активных/ источников.

В работе /3/ получено решение задачи о возбуждении отрезка круглого волновода с помощью модифицированного метода Винера-Хопфа-Фока /ВХФ/. В расчете искомой плотности поверхностного тока используется понятие "аналитического источника" ВХФ в точках разрыва граничных условий $z = z_1, z_2$. Используя аналогичные выкладки, в случае системы "а" /см. рисунок/ $F(r, a, w)$ и \tilde{F} ищем в виде:

$$F = L_+^{-1}(r, a, w) A_+^1(r, a, w) e^{-i w z_1} + L_-^{-1}(r, a, w) A_-^2(r, a, w) e^{-i w z_2}, \quad /6/$$

$$\tilde{F} = L_+^{-1}(r, R_1, w) B_-^1(r, R_1, w) e^{-i w z_1} + L_-^{-1}(r, R_1, w) B_+^2(r, R_1, w) e^{-i w z_2}. \quad /7/$$

Здесь L_+^{-1}, L_-^{-1} - элементы матрицы $\hat{L}^{-1}(a_j, w)$, факторизованные по методу ВХФ. Ядра L_{\pm}^{-1} имеют особые точки /полюсы 1-го порядка/, соответствующие возбуждаемым волнам, знаки "плюс" или "минус" соответствуют волнам, распространяющимся вправо или влево соответственно. Множители $A_+^1, A_-^2, B_-^1, B_+^2$ имеют смысл, аналогичный соответствующим множителям в /3/. Выражение A_+^1 включает в себя амплитуды волн, распространяющихся слева направо и пересекающих сечение z_1 ; A_-^2 содержит амплитуды волн, пересекающих сечение z_2 при движении справа налево. Все полюсы функций $L_+, L_+^{-1}, A_+^1, B_-^1$ лежат в верхней полуплоскости /ВП/, а величины $L_-, L_-^{-1}, A_-^2, B_+^2$ содержат полюсы

в нижней полуплоскости /НП/ комплексного переменного w . Так как в области $0 < r < R_1$ токи сохраняют свои значения $\tilde{F}(r, R_1, w) = \tilde{F}(R_1, R_1, w)$, $F(r, R_1) = F(R_1)$ в силу непрерывности полей, то функцию $\tilde{F}(R_1, R_1, w)$ вычислим из условий, накладываемых на токи:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dw e^{i w z} \{F_{\text{ocp}}(R_1, R_1, w) + \tilde{F}(R_1, R_1, w)\} = 0, \quad /8/$$

$$z_1 > z > z_2.$$

Подставим в /3/ $\tilde{F}(R_1, w)$ из формулы /7/. Для нахождения B_-^1 вычислим интеграл в /3/, замыкая контур интегрирования в НП комплексного переменного w :

$$B_-^1 = - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{L_+(R_1, -w_k)}{w + w_k} \{F_{\text{ocp}}^*(-w_k) + L_-^{-1}(R_1, -w_k) B_+^2(R_1, -w_k) e^{i w_k z_2}\} e^{-i w_k z_1}. \quad /9/$$

Полюсы B_-^1 в НП полностью скомпенсированы полюсами подынтегрального выражения, поэтому подынтегральная функция не имеет особых точек в НП w .

Замыкая контур интегрирования в ВП при вычислении интеграла /8/, определим выражение

$$B_+^2 = - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{L_-(R_1, w_k)}{w - w_k} \{F_{\text{ocp}}^*(w_k) + L_+^{-1}(R_1, w_k) B_-^1(R_1, w_k) e^{-i w_k z_1}\} e^{i w_k z_2}. \quad /10/$$

Здесь $\phi^*(a) = \lim_{w \rightarrow a} (w - a) \phi(w)$, $\pm w_k, \pm w_n$ - корни функций L^{-1}, L соответственно. Уравнения /9/, /10/ подобны линейной бесконечной системе алгебраических уравнений, относительно B_-^1 и B_+^2 . Однако имеются существенные отличия /9/, /10/ от систем уравнений для коэффициентов Фурье, полученных в /5-7,9,10/. В данной задаче /9/, /10/ преобразуются к виду, где каждое из выражений B_-^1 и B_+^2 вычисляется только через токи внешних источников. Полученные ряды в выражениях для B_-^1 и B_+^2 представляют собой экспоненциально сходящиеся ряды по парциальным гармоникам при заданной частоте возбуждения. Это позволяет вычислить поля и токи с заданной точностью на ЭВМ. После преобразований /9/, /10/ запишем в виде

$$C_p^{(1)} = \sum_{s=1}^{\infty} (d_{ps}^{(1)} - \delta_{ps}) B_-^1(R_1, w_s). \quad /11/$$

Здесь

$$C_p^{(1)} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{L_+(-w_k)}{w + w_k} \{F_{\text{ocp}}^*(-w_k) + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{L_-(w_s)}{w_k + w_s} L_-^{-1}(-w_k) F_{\text{ocp}}^*(w_s)\} e^{-i w_k z_1 + i (w_k + w_s) z_2}. \quad /12/$$

$$d_{ps}^{(1)} = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{L_+(-w_k)L_-(w_s)}{(w_p+w_k)(w_k+w_s)} L_+^{-1}*(-w_k)L_+^{-1}*(w_s) e^{i(w_k+w_s)(z_2-z_1)}, \quad 3/$$
 δ_{ps} - символ Кронекера. При условии $D_1 = \det\{d_{ps}^{(1)} - \delta_{ps}\} \neq 0$ система имеет единственное решение

$$B_-^1(w_s) = \frac{D_s^{(1)}}{D_1}, \quad /14/$$

где $D_s^{(1)}$ - определитель, полученный из D_1 при замене элементов s -го столбца соответствующими свободными членами $C_p^{(1)}$. Уравнение /10/ приводится к аналогичному виду

$$C_p^{(2)} = \sum_{s=1}^{\infty} (d_{ps}^{(2)} - \delta_{ps}) B_+^{(2)}(-w_s). \quad /15/$$

В данной модели волны не проникают в область, занятую диафрагмой. Поэтому в выражении /6/ отсутствуют члены, содержащие B_-^1 и B_+^2 . Переходя к координатному представлению в выражении для $E(r, w)$, получим:

$$E(r, z) = \frac{1}{(R_2 - R_1) R_1} \int_{R_1}^{R_2} da \int_{-\infty}^{\infty} dw e^{i w z} [L(R_1) \tilde{F}(R_1) + L(a) F(a) + f_{\perp} + f_{\parallel}] = 0 \quad /16/$$

при $R_1 \leq r \leq R_2, z_1 \leq z \leq z_2$.

Скомпенсировав все полюсы в ВП w , найдем:

$$A_+^1 = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_-^{-1}(r, a, w_n)}{(w - w_n)} f_{\perp}^*(r, w_n) e^{i w_n z_1}. \quad /17/$$

Аналогично, учитывая вклад полюсов в НП w в интеграле /16/, получим

$$A_-^2 = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_+^{-1}(r, a_1, -w_n)}{(w + w_n)} f_{\parallel}^*(r, -w_n) e^{-i w_n z_2}. \quad /18/$$

Используя выражения для $A_+^1, A_-^2, B_-^1, B_+^2$ и переходя к координатному представлению, вычислим значения $E(r, z)$ в различных пространственных областях внутри волновода: $1/z < z_1, R_1 \leq r \leq R_2$. Все интегралы вычисляются по контуру в НП w . Интеграл, содержащий член $L_+ B_+^2$, равен нулю, так как подынтегральная функция не имеет особых точек в НП. Интеграл от $L_+ A_-^2 + f_{\parallel}$ также равен нулю. В результате получим:

$$E(r, z) = \frac{2\pi i}{(R_2 - R_1) R_1} \int_{R_1}^{R_2} da \sum_{n=0}^{\infty} \{ [L_-^*(R_1, -w_n) B_-^1(R_1, -w_n) +$$

$$+ L_-^*(a_1, -w_n) A_+^1(a, -w_n)] e^{-i w_n (z - z_1)} + f_{\perp}^*(r, -w_n) e^{-i w_n z} \}, \quad (z < z_{0л}),$$

где $z_{0л}$ - координата источника.

При вычислении поля в области справа от источника необходимо произвести замену: $-w_n$ на $+w_n, f_{\perp}^*(-w_n) e^{-i w_n z}$ на $f_{\perp}^*(w_n) e^{i w_n z}$. $2/z > z_2, R_1 \leq r \leq R_2$. Все интегралы вычисляются по контурам, лежащим в ВП w . Отметим, что $L_- B_-^1$ и $L_- A_+^1 e^{-i w z_1} + f_{\perp}$ являются в этой полуплоскости аналитическими функциями.

$$E(r, z) = \frac{2\pi i}{(R_2 - R_1) R_1} \int_{R_1}^{R_2} da \sum_{n=0}^{\infty} \{ [L_+^*(R_1, w_n) B_+^2(R_1, w_n) +$$

$$+ L_+^*(a, w_n) A_-^2(a, w_n)] e^{i w_n (z - z_2)} + f_{\parallel}^*(w_n) e^{i w_n z} \}, \quad (z > z_{0п}). \quad /20/$$

Если $z < z_{0п}$, то $f_{\parallel}^*(w_n) e^{i w_n z}$ переходит в $f_{\parallel}^*(-w_n) e^{-i w_n z}$. Выражения полей в других областях системы приведены в Приложении. Нетрудно показать, что выражение /П.1/ Приложения при $r = R_1$ переходит в формулу /19/. В области $z > z_2$ формула /П.2/ переходит при $r = R_1$ в формулу /20/.

Процедура вычисления электромагнитного поля в системах б, в, г, д /см. рисунок/ аналогична приведенной выше. Необходимо лишь учитывать другие волноводные гармоники, удовлетворяющие граничным условиям, накладываемым на поля в изучаемых СВЧ системах. Выражения для этих полей здесь не приводятся. Справедливость полученных результатов подтверждается с помощью предельных переходов к гладкому волноводу ($R_1 \rightarrow R_2$) и к волноводу с перегородкой ($R_1 \rightarrow 0$) /11/.

Искомый вектор поверхностного тока $\vec{F}(r, a, w)$ можно рассматривать как вектор в "искривленном" (w, r) пространстве; при этом $\vec{F}(r, a, w)$ есть значение вектора тока, перенесенного из точки a в точку r . В отличие от классической электродинамики, $\vec{F}(r, a, w) \neq \vec{F}(a, a, w)$.

При расчетах диафрагм граничное условие $E_{\tau R} = 0$ позволяет найти решение методом сшивания /см., например /7//. В случае магнитных волн условие $E_{\phi} = 0$ на диафрагме совпадает с граничным условием /2/. Условие $E_{\tau} = 0$ на границе диафрагмы справедливо для электрических волн. Из условия $E_z = 0$ получим $E_{\tau} = \frac{i w}{v^2} \frac{\partial}{\partial r} E_{\tau} = 0$. Это условие /см. /2// автоматически выполняется на краях диафрагмы. Таким образом, в данной модели граничное условие на ребре диафрагмы выполняется как для ТЕ-, так и для ТМ-волн.

В таблице приведены значения коэффициентов прохождения (Π_{II}) при различных значениях частоты $\omega = kc^{-1}$, вычисленные с помощью ЭВМ. Рассмотрен случай дифракции H_{10} -волны, набегающей слева из области, занятой диафрагмой, на коак-

Таблица

kR_2	4,15	4,75	5,0	5,25	5,5	5,75	6,0
Π_{II}	0,105	0,103	0,06	0,051	0,043	0,41	0,031
Π_{II} из ра- боты /8/	0,095	0,076	0,055	0,045	0,038	0,035	0,027

сиально-симметричном сочленении в точке $z = z_1$ /см. рис.1а/.
Расчеты проведены с помощью БЭСМ-6 по формулам /П.2/, /П.3/
/см. Приложение/.

Видно, что значения Π_{II} , рассчитанные двумя способами, качественно совпадают. Максимальное расхождение не превышает 12%, что может быть обусловлено различием способов расчета и выбора аппроксимации.

3. ВЫВОДЫ

Полученные результаты и используемый метод позволяют предположить, что возможно аналитическое описание процессов возбуждения диафрагмированных волноводов и открытых резонаторов с помощью единого формализма. Предложенным методом могут быть рассчитаны СВЧ системы различной конфигурации /см., например, рис.б,е,ж,з/, используемые в прикладных исследованиях.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность проф. Е.П.Жидкову и Э.А.Тагирову за стимулирующие дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражения для полей внутри диафрагмированного волновода

1. Область $z < z_1; 0 < r < R_1$ /см. на рис.а/.

$$E(r, z) = \frac{2\pi i}{(R_2 - R_1) R_1} \int da \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} [L^*(a, -w_n) L_+^{-1}(R, a, -w_n) A_+^1(R_1, a, -w_n) + L^*(R_1, -w_n) L_+^{-1}(R_1, R_1, -w_n) B_-^1(R_1, R_1, -w_n)] e^{-i w_n(z-z_1)} + L(a, -w_n) L_-^{-1}(R_1, a, -w_n) A_-^2(R_1, a, -w_n) e^{-i w_n(z-z_2)} \right\}$$

$$+ f_L^*(\pm w_n) e^{\pm i w_n z} + f_{II}^*(-w_n) e^{-i w_n z} + \sum_{k=0}^{\infty} [L(\cdot a, -w_k) L_-^{-1}(R_1, a, -w_k) A_-^2(R_1, a, -w_k) + L(\cdot R_1, -w_k) L_-^{-1}(R_1, R_1, -w_k) B_+^2(R_1, R_1, -w_k)] e^{-i w_k(z-z_2)} + \Pi.1/ + L(\cdot R_1, -w_k) L_+^{-1}(R_1, R_1, -w_k) B_-^1(R_1, R_1, -w_k) e^{-i w_k(z-z_1)}$$

2. Область $z > z_2, 0 < r < R_1$ /см. на рис.а/.

$$E(r, z) = \frac{2\pi i}{(R_2 - R_1) R_1} \int da \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} L(\cdot a, w_n) L_+^{-1}(R_1, a, w_n) A_+^1(R_1, a, w_n) e^{i w_n(z-z_1)} + L^*(\cdot a, w_n) L_-^{-1}(R_1, a, w_n) A_-^2(R_1, a, w_n) e^{i w_n(z-z_2)} + L_+^*(R_1, w_n) L_-^{-1}(R_1, R_1, w_n) B_+^2(R_1, R_1, w_n) e^{i w_n(z-z_2)} + f_L^*(w_n) e^{i w_n z} + f_{II}^*(\pm w_n) e^{\pm i w_n z} + \sum_{k=0}^{\infty} [L(\cdot a, w_k) L_+^{-1}(R_1, a, w_k) A_+^1(R_1, a, w_k) + L(\cdot R_1, w_k) L_+^{-1}(R_1, R_1, w_k) B_-^1(R_1, R_1, w_k)] e^{i w_k(z-z_1)} + L(\cdot R_1, w_k) L_-^{-1}(R_1, R_1, w_k) B_+^2(R_1, R_1, w_k) e^{i w_k(z-z_2)} \right\} \Pi.2/$$

Подставив $r = R_1$ в формулах /П.1/ и /13/, а также в /П.2/ и /20/, получим совпадающие выражения, что указывает на однозначное определение полей с помощью этих формул.

3. Область $z_1 < z < z_2, 0 \leq r \leq R_1$.

$$E(r, z) = \frac{2\pi i}{(R_2 - R_1) R_1} \int da \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} L(\cdot a, w_n) L_+^{-1}(R_1, a, w_n) A_+^1(R_1, a, w_n) e^{i w_n(z-z_1)} \right\}$$

^{x/} Точкой в формулах /П.1/-/П.3/ обозначена зависимость функций L, f от радиальной координаты r.

$$\begin{aligned}
& + L(\cdot a, -w_n) L_{-1}^{-1}(R_1, a, -w_n) A_{-}^2(R_1, a, -w_n) e^{-i w_n(z-z_2)} + \\
& + f_{\text{л}}^*(w_n) e^{i w_n z} + f_{\text{п}}^*(-w_n) e^{-i w_n z} + \quad \quad \quad / \text{п. 3} / \\
& + \sum_{k=0}^{\infty} [L(\cdot a, w_k) L_{+}^{-1}(R_1, R_1, w_k) B_{-}^1(R_1, R_1, w_k) + \\
& + L(\cdot a, w_k) L_{+}^{-1}(R_1, a, w_k) A_{+}^1(R_1, a, w_k)] e^{i w_k(z-z_1)} \\
& + [L(a, -w_k) L_{-}^{-1}(R_1, a, -w_k) A_{-}^2(R_1, a, -w_k) + \\
& + L(R_1, -w_k) L_{-}^{-1}(R_1, R_1, -w_k) B_{+}^2(R_1, R_1, -w_k)] e^{-i w_k(z-z_2)} \quad \}.
\end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. "Советское радио", М., 1966.
2. Шестопалов В.П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Изд-во ХГУ, Харьков, 1971.
3. Игушкин Л.П., Уразаков Э.И. Цилиндрические электромагнитные поля и плазменные сгустки. Изд-во НИИЯФ МГУ, М., 1969.
4. Donning K., Fellers R.J. Appl.Phys., 1951, 22, p.1316.
5. Lewin L. IRE Trans. MTT-9, 1962, p.381.
6. Вайслейб Ю.В. Известия вузов /сер. "Радиофизика/, 1976, 19, с.1208.
7. Галстьян Е.А., Воскресенский Г.В., Курдюмов В.Н. Препринт РТИ АН СССР №784, М., 1978.
8. Вайслейб Ю.В., Зеленский Г.И., Куликов Л.Н. Радиотехника и электроника, 1975, 20, с.74.
9. Лерер А.М. Радиотехника и электроника, 1979, 24, с.213.
10. Mitra R., Lee S. J.Math.Phys., 1970, 3, p.775.
11. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. "Советское радио", М., 1957.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 марта 1980 года.